|  |
| --- |
|  |
| Devoir 1 |
| GPA430 : techniques d’optimisation en production automatisée |
|  |
| **Flavien Deschaux-Adrien Vassal** |
|  |

Contenu

[1. Problème n°1 2](#_Toc432111216)

[2. Problème n°2 2](#_Toc432111217)

[Avant-propos 2](#_Toc432111218)

[2.1. Modélisation du problème 2](#_Toc432111219)

[2.1.1. Définition des ensembles 2](#_Toc432111220)

[2.1.2. Définition des variables 2](#_Toc432111221)

[2.1.3. Définition des paramètres du problème 3](#_Toc432111222)

[2.1.4. Définition de la fonction de coût 3](#_Toc432111223)

[2.1.5. Définition des équations des variables intermédiaires 3](#_Toc432111224)

[2.1.6. Définitions des contraintes 4](#_Toc432111225)

[2.2. Résolution avec LINGO et analyse de la solution 5](#_Toc432111226)

[3. Problème n°3 6](#_Toc432111227)

[3.1. Modélisation du problème 6](#_Toc432111228)

Introduction

# Problème n°1

# Problème n°2

## Avant-propos

Pour ce problème notre objectif est de maximiser le nombre de compresseurs réalisés au cours du mois à venir.  
Pour ce faire nous allons décomposer notre mois en quatre semaines distinctes et maximiser le nombre de compresseur à réaliser par semaine (en prenant en compte la contrainte de stockage qui fait le lien entre les semaines).  
Nous avons considérés qu’il était impossible de conserver des compresseurs à moitiés finis d’une semaine à l’autre, car dans un tel cas aucun coût de stockage ne s’appliquera sur ces correcteurs non achevés mais cela n’aurait pas de sens dans la réalité.

## 2.1. Modélisation du problème

### 2.1.1. Définition des ensembles

Soit l’ensemble des Semaines,

Soit l’ensemble des Professions,

### 2.1.2. Définition des variables

* le nombre d’heure supplémentaire fait par les ouvriers de profession ***p*** lors de la semaine ***s***
* le nombre de journalier de profession ***p*** embauché pour la semaine ***s***

Pour plus de clarté nous définissons les variables intermédiaires suivantes :

* la quantité de compresseur construit la semaine ***s***
* la quantité de stock à la semaine ***s***
* le coût total des heures et stocks de la semaine ***s***
* le nombre total d’heures réalisé par les ouvriers de profession ***p*** lors de la semaine ***s***

### 2.1.3. Définition des paramètres du problème

* **:** le coût d’une heure supplémentaire.
* **:** le coût d’un journalier à la semaine.
* : le nombre d’ouvrier de profession ***p*** disponible dans la société.
* : le nombre d’ouvrier de profession ***p*** disponible dans la banque.
* : le nombre d’heure fixe réalisé par les employés chaque semaine.
* : le nombre d’heure maximum réalisable par employer chaque semaine.
* : le nombre d’heure de travail d’ouvrier de la profession ***p*** nécessaire à la réalisation d’un compresseur.
* : le coût de stockage d’un compresseur par semaine.
* : le montant maximum d’argent disponible par semaine.

### 2.1.4. Définition de la fonction de coût

Nous cherchons à optimiser le nombre de compresseurs créés par semaine, ce qui s’exprime de la façon suivante :

### 2.1.5. Définition des équations des variables intermédiaires

* **Variable d’heure travaillée**

Le nombre d’heure total par profession et par semaine est donné par la somme de :

* Le nombre d’employer de base plus celui de journalier pour la semaine courante multiplié par la quantité d’heure de travail par semaine.
* La quantité d’heure supplémentaire réalisée pour la semaine courante

Ce qui nous donne la formule suivante :

* **Variable de stock**

Le stock par semaine est donné par la quantité produite la semaine précédente à laquelle on ajoute les stocks déjà présents.

### 2.1.6. Définitions des contraintes

* **Contraintes d’intégrités**

Le nombre de compresseurs produit par semaine doit être un nombre entier (pas de compresseur à moitié fini d’une semaine à l’autre).

Le nombre de journalier à embaucher doit être un nombre entier.

* **Respect des quantités d’heures travaillées**

Cette contrainte nous permet de définir le nombre de compresseur fait par semaine.  
Il s’agit de vérifier que pour réaliser un compresseur il y a bien eut le nombre d’heure nécessaire de mécanique **et** d’électronique.

* **Pas plus de 10h supplémentaire par ouvrier par semaine**

Il ne nous est pas demandé de répartir les heures supplémentaires entre les ouvriers. Ainsi il s’agit simplement de vérifier que le nombre d’heure supplémentaire par profession n’excède pas dix fois le nombre d’ouvrier de base de la dite profession.

* **Pas possible d’engager plus d’ouvrier que ce qu’il n’y en a dans la banque**

Il s’agit juste de vérifier que pour chaque semaine et pour chaque profession, on n’embauche pas plus de journalier qu’il n’y en a de disponible dans la banque.

* **Pas plus de 4000$ de dépense par semaine**

Il s’agit de sommer toutes les sources de coût par semaine, à savoir :

* Le nombre d’heure supplémentaire
* Le nombre de journalier embauché
* La quantité de stock

En multipliant ces quantités par leur coup fixe nous obtenons :

## 2.2. Résolution avec LINGO et analyse de la solution

Il est intéressant de noter que le coût réduit de chacune des contraintes est nulles.  
Ce qui signifie qu’il ne sert à rien d’assouplir nos contrainte d’une unité car cela n’affectera pas la solution optimale.

Seul le coût de la semaine 1 n’est pas maximisé à 4000$, cela est surement dut au fait que le prix des stocks se répercute sur le coût des semaines suivantes, et comme toutes les autres semaines sont maximisés à 4000$, il aurait été impossible de payer les coûts de stockage d’un compresseur de plus.

On remarque un excédent de travail pour toutes les semaines et pour toutes les professions, cela vient du fait qu’il est parfois plus rentable d’embaucher un journalier qui va travailler plus que nécessaire plutôt que de payer des heures supplémentaires qui reviendrais plus chère.  
De plus on remarque que la quantité d’heure supplémentaire encore disponible par semaine est grande, ce qui vient appuyer l’explication précédente.

# Problème n°3

## 3.1. Modélisation du problème

Nous avons implémenté le problème sous Lingo de manière à minimiser les couts de productions.  
Nous nous sommes servis du tableau en le rentrant sous forme matricielle (à 3 dimensions) :

### 3.1.1. Définition des ensembles

Soit l’ensemble des Machines

Soit l’ensemble des Mines,

Soit l’ensemble des Minerais,

Ces ensembles sont décrits dans le tableau suivant :

 :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | Mine A | Mine B | Mine C | Cout/tonne de minerai |
| Machine 1 | Fer | 0,15 | 0,15 | 0,1 | 10 |
| Cuivre | 0,1 | 0,1 | 0,2 |
| Nickel | 0,25 | 0,1 | 0,1 |
| Machine 2 | Fer | 0,2 | 0,25 | 0,15 | 15 |
| Cuivre | 0,1 | 0,15 | 0,25 |
| Nickel | 0,3 | 0,1 | 0,2 |
| Machine 3 | Fer | 0,3 | 0,3 | 0,2 | 20 |
| Cuivre | 0,15 | 0,2 | 0,25 |
| Nickel | 0,3 | 0,2 | 0,3 |
| Auquel nous avons rajoutés les tableaux suivants pour modéliser les contraintes : | | | | | |
| **Stocks** | Il s’agit des contraintes stocks de chaque mine | | | | |
| 300 |
| 200 |
| 400 |
|  |  |  |  |  |  |
| **Commande** | Il s’agit du tonnage de minerai i voulu. | | | | |
| 100 |
| 120 |
| 125 |
|  |  |  |  |  |  |
| **ContraintesTot** | Il s’agit du nombre max de tonne de minerai exploitable par machine | | | | |
| 200 |
| 200 |
| 200 |
|  |  |  |  |  |  |
| **ContraintesMine** | Il s’agit du nombre max de tonne de minerai de la mine j exploitable par machine | | | | |
| 150 |

Le but de notre modèle est de minimiser les couts de production. On peut donc écrire que la fonction objectif est :

Où représente le cout de production de la machine i, et les quantités de minerais bruts envoyés de la mine j à la machine i.

Notre variable à optimiser est donc et ainsi optimiser les couts.

Cependant, est soumis aux contraintes qui sont définies dans l’énoncé du problème :

* La première contrainte est le respect de la commande. Ainsi nous avons choisi d’utiliser les variables qui représentent la quantité de minerai produit par la machine i.

Ainsi, pour chaque minerai, sa quantité produite doit satisfaire la commande :

Il faut ensuite exprimer les quantités en fonction de la variable et de la matrice   définie dans le début du rapport. Nous avons la contrainte suivante :

* Pour chaque machine i la quantité de minerai raffiné est égale à la somme de minerai brut envoyé par la mine j fois le bon coefficient de la matrice Prod :

Pour

Fin pour

Il reste ensuite à traduire les deux dernières contraintes de production et celle du stock initial :

* Chaque machine ne peut traiter que 200Tonnes au maximum :

Pour

Fin pour

* Chaque machine ne peut traiter que 150Tonnes au maximum d'une même mine :

Pour

Pour

Fin pour

Fin pour

* Et les contraintes de stock initial :

Pour

Fin pour

Avec cette modélisation nous trouvons un cout total de 8785.714$ avec :

QM( MINE\_A, MACHINE\_1) 100.0000

QM( MINE\_A, MACHINE\_2) 7.142857

QM( MINE\_A, MACHINE\_3) 0.000000

QM( MINE\_B, MACHINE\_1) 0.000000

QM( MINE\_B, MACHINE\_2) 28.57143

QM( MINE\_B, MACHINE\_3) 50.00000

QM( MINE\_C, MACHINE\_1) 100.0000

QM( MINE\_C, MACHINE\_2) 150.0000

QM( MINE\_C, MACHINE\_3) 150.0000

QFE( MACHINE\_1) 25.00000

QFE( MACHINE\_2) 31.07143

QFE( MACHINE\_3) 45.00000

QCU( MACHINE\_1) 30.00000

QCU( MACHINE\_2) 42.50000

QCU( MACHINE\_3) 47.50000

QNI( MACHINE\_1) 35.00000

QNI( MACHINE\_2) 35.00000

QNI( MACHINE\_3) 55.00000

1. Si on produisait 10 tonnes de nickel en plus, le cout total de production serait le même :

Car si l’on regarde l’onglet Price&Range du solveur, on trouve la ligne suivante :

Current Allowable Allowable

Row RHS Increase Decrease

PROD\_NI 125.0000 10.00000 1.666667

Donc nous pouvons augmenter de 10 la production de nickel sans changer la solution optimale.

1. Si nous pouvons augmenter la capacité d’une machine de 8 tonnes, nous choisirions la machine 1 ou la machine 3 car elles sont toutes les deux à la limite de production de 200 tonnes de minerai brut (Il ne s’agit pas de la machine 2 car elle ne raffine que 185 tonnes de minerai brut). Si l’on regarde dans le solveur on a :

Row Slack or Surplus Dual Price

CONTRAINTES\_PROD\_MACHINE( MACHINE\_1) 0.000000 3.928571

CONTRAINTES\_PROD\_MACHINE( MACHINE\_2) 14.28571 0.000000

CONTRAINTES\_PROD\_MACHINE( MACHINE\_3) 0.000000 1.428571

Donc si l’on augmente unitairement la production de la machine 1, le prix baissera de 3.928571 et si nous faisons la même opération avec la machine deux, le cout baissera de 1.428571. Il faut ensuite regarder si il est permit d’augmenter la production de 8 sur une des deux machines. Pour cela il faut aller dans l’onglet « range » . Nous y trouvons :

Current Allowable Allowable

Row RHS Increase Decrease

C\_PROD\_MACHINE(MACHINE\_1) 200.0000 9.090909 15.38462

C\_PROD\_MACHINE(MACHINE\_3) 200.0000 25.00000 10.00000

Il est possible de produire 9tonnes de plus sur la Machine1 et 25 sur la Machine3. Comme nous voulons augmenter la production de 8 tonnes il est donc plus rentable d’augmenter la capacité de la machine1.

1. On se rend compte que la quantité de minerai de la mine B a été mal évaluée. Au lieu de 200 tonnes, c’est de 205 tonnes dont on dispose.

Cette modification n’a aucun impact sur le cout total car si l’on regarde la solution optimale, la mine B n’envoie que 78.57 tonnes sur les 200 permises aux machines. Donc le fait de passer de 200 à 205 tonnes n’a pas d’influence sur le cout total.

1. Si on devait augmenter la capacité de production d’une machine, laquelle choisirait-on? Que peut-on espérer comme gain par tonne alors?

Nous choisirions la machine 1 ou la machine3 car elles sont toutes les deux à la limite de production de 200 tonnes de minerai brut (Il ne s’agit pas de la machine 2 car elle ne raffine que 185 tonnes de minerai brut). Si l’on regarde dans le solveur nous avons :

Row Slack or Surplus Dual Price

CONTRAINTES\_PROD\_MACHINE( MACHINE\_1) 0.000000 3.928571

CONTRAINTES\_PROD\_MACHINE( MACHINE\_2) 14.28571 0.000000

CONTRAINTES\_PROD\_MACHINE( MACHINE\_3) 0.000000 1.428571

Et dans l’onglet Range :

Current Allowable Allowable

Row RHS Increase Decrease

C\_PROD\_MACHINE(MACHINE\_1) 200.0000 9.090909 15.38462

C\_PROD\_MACHINE(MACHINE\_3) 200.0000 25.00000 10.00000

Comme cette fois ci nous n’avons pas de valeur contrairement a la auestion c), Il faut evaluer les gains possible entre l’augmentation de la capacité de la machine 1 et celle de la machine 3.

Pour la machine 1, on peut augmenter la production de 9.0909 pour un gain de 3.928571 par tonnes.

Pour la machine 3, on peut augmenter la production de 25 pour un gain de 1.428571 par tonnes.

Ainsi,

Et

Donc il est préférable d’augmenter la production sur la machine 3 si l’on peut augmenter la production de 25 tonnes sur cette machine.

1. On remarque que la machine 3 est celle qui coûte le plus cher par tonne traitée, mais elle est exploitée à pleine capacité alors que ce n’est pas le cas de la machine 2, pourtant moins chère à l’utilisation. Comment expliquez-vous ce paradoxe?

Si nous regardons la matrice Prod, sur les lignes des machines 2 et 3 nous avons :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Mine A | Mine B | Mine C | Cout/tonne de minerai |
| Machine 2 | 0,2 | 0,25 | 0,15 | 15 |
| 0,1 | 0,15 | 0,25 |
| 0,3 | 0,1 | 0,2 |
| Machine 3 | 0,3 | 0,3 | 0,2 | 20 |
| 0,15 | 0,2 | 0,25 |
| 0,3 | 0,2 | 0,3 |

Nous voyons bien que les couts de production sont plus chers mais nous remarquons également que la machine 3 est plus performante en termes de minerai produit. Il suffit de faire le ratio prix/production pour voir quelle machine est la plus rentable :



Ainsi, la machine 3 est plus rentable que la machine 2 sauf pour produire :

Le nickel de la mine A, le cuivre de la mine C, le fer de la mine B.

Il est donc plus intéressant de favoriser lamachine 3.

1. Le transport du minerai de la mine C vers la machine 1 est défectueux et nous devrons envisager un transport par camions. Malheureusement, des coûts supplémentaires sont à prévoir. Quel coût supplémentaire par tonne peut-on envisager sans modification de la solution optimale?

Si nous regardons la ligne suivante dans l’onglet range, nous trouvons :

Current Allowable Allowable

Variable Coefficient Increase Decrease

QM( MINE\_C, MACHINE\_1) 10.00000 5.357143 1.071429

QM( MINE\_C, MACHINE\_2) 15.00000 5.357143 INFINITY

QM( MINE\_C, MACHINE\_3) 20.00000 1.071429 INFINITY

La ligne surlignée en cyan contient notre information : Cette ligne montre le cout de production de la quantité de minerai envoyé de la mine C vers la machine 3. On voit que ce cout est à 20$/tonne et que nous pouvons l’augmenter de 1.071429$/tonnes sans changer de solution optimale.

1. Un industriel nous demande du minerai. Indiquer pour chaque minerai quel prix nous demanderions par tonne. À ce prix, combien pourrait-on lui céder de minerai?

D’après Lingo nous avons les production suivante par type de minerais :

CONTRAINTES\_PROD\_MACHINE( MACHINE\_1) 0.000000 3.928571

CONTRAINTES\_PROD\_MACHINE( MACHINE\_2) 14.28571 0.000000

CONTRAINTES\_PROD\_MACHINE( MACHINE\_3) 0.000000 1.428571

CONTRAINTES\_STOCK\_INI( MINE\_A) 192.8571 0.000000

CONTRAINTES\_STOCK\_INI( MINE\_B) 121.4286 0.000000

CONTRAINTES\_STOCK\_INI( MINE\_C) 0.000000 5.357143

A partir de 14.8\*15 = 222