



Introducción a Modelos Psicométricos

Clase 14

Datos Faltantes y Diseños Incompletos en los Modelos de la Teoría de Respuesta al Ítem

Iwín Leenen y Ramsés Vázquez-Lira

Facultad de Psicología, UNAM

Programa de Licenciatura y Posgrado en Psicología
Semestre 2019–1

Índice

- 1 Datos faltantes en aplicaciones psicométricas
- 2 Diseños incompletos en la TRI
- 3 Tests adaptativos informatizados

Índice

- 1 Datos faltantes en aplicaciones psicométricas
 - Concepto y formalización
 - La tipología de datos faltantes de Rubin (1976)

- 2 Diseños incompletos en la TRI

- 3 Tests adaptativos informatizados

Índice

- 1 Datos faltantes en aplicaciones psicométricas
 - Concepto y formalización
 - La tipología de datos faltantes de Rubin (1976)
- 2 Diseños incompletos en la TRI
- 3 Tests adaptativos informatizados

Datos faltantes

Datos no observados en la matriz de datos

	Ítem 1	Ítem 2	Ítem 3	Ítem 4	Ítem 5	Ítem 6	Ítem 7	Ítem 8
Persona 1								
Persona 2								
Persona 3								
Persona 4								
Persona 5								
Persona 6								

Datos faltantes

Datos no observados en la matriz de datos

	Ítem 1	Ítem 2	Ítem 3	Ítem 4	Ítem 5	Ítem 6	Ítem 7	Ítem 8
Persona 1								
Persona 2								
Persona 3								
Persona 4								
Persona 5								
Persona 6								

Datos faltantes

Datos no observados en la matriz de datos

	Ítem 1	Ítem 2	Ítem 3	Ítem 4	Ítem 5	Ítem 6	Ítem 7	Ítem 8
Persona 1								
Persona 2								
Persona 3								
Persona 4								
Persona 5								
Persona 6								

Datos faltantes

Datos no observados en la matriz de datos

	Ítem 1	Ítem 2	Ítem 3	Ítem 4	Ítem 5	Ítem 6	Ítem 7	Ítem 8
Persona 1								
Persona 2								
Persona 3								
Persona 4								
Persona 5								
Persona 6								

- Se puede formalizar la información sobre si un dato es observado o no en una matriz **R** donde

$$R_{pi} = \begin{cases} 1 & \text{si la persona } p \text{ ha respondido el ítem } i \\ 0 & \text{si la persona } p \text{ no ha respondido el ítem } i \end{cases}$$

Datos faltantes

Datos no observados en la matriz de datos

	Ítem 1	Ítem 2	Ítem 3	Ítem 4	Ítem 5	Ítem 6	Ítem 7	Ítem 8
Persona 1	1	1	1	1	1	1	1	0
Persona 2	0	1	1	1	1	1	1	1
Persona 3	1	1	1	1	1	0	1	1
Persona 4	1	1	1	1	1	1	1	1
Persona 5	1	0	1	1	0	1	1	1
Persona 6	1	1	1	1	1	1	1	1

- Se puede formalizar la información sobre si un dato es observado o no en una matriz **R** donde

$$R_{pi} = \begin{cases} 1 & \text{si la persona } p \text{ ha respondido el ítem } i \\ 0 & \text{si la persona } p \text{ no ha respondido el ítem } i \end{cases}$$

Análisis de datos en la presencia de datos faltantes

Análisis con datos faltantes

- El análisis correcto de datos en la presencia de datos faltantes requiere conocer la relación entre:
 - la probabilidad de tener datos faltantes (técnicamente, la distribución de \mathbf{R})
 - y los datos **completos**.
- Los datos completos juntan los datos observados y los datos faltantes:

$$\mathbf{Y}^{\text{comp}} = \left(\mathbf{Y}^{\text{obs}}, \mathbf{Y}^{\text{miss}} \right),$$

donde \mathbf{Y}^{obs} son las celdas en la matriz \mathbf{Y}^{comp} que efectivamente se han observado

\mathbf{Y}^{miss} son las celdas en la matriz \mathbf{Y}^{comp} que se hubieran observados en caso de que no hubiera datos faltantes.

Análisis de datos en la presencia de datos faltantes

Análisis con datos faltantes

- El análisis correcto de datos en la presencia de datos faltantes requiere conocer la relación entre:
 - la probabilidad de tener datos faltantes (técnicamente, la distribución de \mathbf{R})
 - y los datos **completos**.
- Los datos completos juntan los datos observados y los datos faltantes:

$$\mathbf{Y}^{\text{comp}} = \left(\mathbf{Y}^{\text{obs}}, \mathbf{Y}^{\text{miss}} \right),$$

donde \mathbf{Y}^{obs} son las celdas en la matriz \mathbf{Y}^{comp} que efectivamente se han observado

\mathbf{Y}^{miss} son las celdas en la matriz \mathbf{Y}^{comp} que se hubieran observados en caso de que no hubiera datos faltantes.

Análisis de datos en la presencia de datos faltantes

Análisis con datos faltantes

- El análisis correcto de datos en la presencia de datos faltantes requiere conocer la relación entre:
 - la probabilidad de tener datos faltantes (técnicamente, la distribución de \mathbf{R})
 - y los datos **completos**.
- Los datos completos juntan los datos observados y los datos faltantes:

$$\mathbf{Y}^{\text{comp}} = \left(\mathbf{Y}^{\text{obs}}, \mathbf{Y}^{\text{miss}} \right),$$

donde \mathbf{Y}^{obs} son las celdas en la matriz \mathbf{Y}^{comp} que efectivamente se han observado

\mathbf{Y}^{miss} son las celdas en la matriz \mathbf{Y}^{comp} que se hubieran observados en caso de que no hubiera datos faltantes.

Índice

1 Datos faltantes en aplicaciones psicométricas

- Concepto y formalización

- La tipología de datos faltantes de Rubin (1976)

2 Diseños incompletos en la TRI

3 Tests adaptativos informatizados

Análisis de datos en la presencia de datos faltantes

La tipología de datos faltantes de Rubin: MCAR, MAR, MNAR

■ *Missing completely at random* (MCAR)

Se dice que los datos faltantes son del tipo **MCAR** si

$$\Pr(\mathbf{R} | \mathbf{Y}^{\text{comp}}) = \Pr(\mathbf{R})$$

En palabras: Tenemos el caso de MCAR si la probabilidad de tener datos faltantes en ciertas celdas de la matriz **es estadísticamente independiente** de los datos.

Ejemplos de datos faltantes del tipo MCAR:

- Un profesor construye diferentes variantes de un examen y distribuye aleatoriamente las variantes entre los alumnos.
- En un estudio nacional del aprendizaje de los alumnos, se decide que en ciertas escuelas se aplica un conjunto de preguntas de la evaluación y en otras escuelas otro conjunto de preguntas **y esta decisión es independiente del nivel esperado de la escuela.**

Análisis de datos en la presencia de datos faltantes

La tipología de datos faltantes de Rubin: MCAR, MAR, MNAR

■ *Missing completely at random* (MCAR)

Se dice que los datos faltantes son del tipo **MCAR** si

$$\Pr(\mathbf{R} | \mathbf{Y}^{\text{comp}}) = \Pr(\mathbf{R})$$

En palabras: Tenemos el caso de MCAR si la probabilidad de tener datos faltantes en ciertas celdas de la matriz **es estadísticamente independiente** de los datos.

Ejemplos de datos faltantes del tipo MCAR:

- Un profesor construye diferentes variantes de un examen y distribuye aleatoriamente las variantes entre los alumnos.
- En un estudio nacional del aprendizaje de los alumnos, se decide que en ciertas escuelas se aplica un conjunto de preguntas de la evaluación y en otras escuelas otro conjunto de preguntas **y esta decisión es independiente del nivel esperado de la escuela.**

Análisis de datos en la presencia de datos faltantes

La tipología de datos faltantes de Rubin: MCAR, MAR, MNAR

■ *Missing completely at random* (MCAR)

Se dice que los datos faltantes son del tipo **MCAR** si

$$\Pr(\mathbf{R} | \mathbf{Y}^{\text{comp}}) = \Pr(\mathbf{R})$$

En palabras: Tenemos el caso de MCAR si la probabilidad de tener datos faltantes en ciertas celdas de la matriz **es estadísticamente independiente** de los datos.

Ejemplos de datos faltantes del tipo MCAR:

- Un profesor construye diferentes variantes de un examen y distribuye aleatoriamente las variantes entre los alumnos.
- En un estudio nacional del aprendizaje de los alumnos, se decide que en ciertas escuelas se aplica un conjunto de preguntas de la evaluación y en otras escuelas otro conjunto de preguntas **y esta decisión es independiente del nivel esperado de la escuela.**

Análisis de datos en la presencia de datos faltantes

La tipología de datos faltantes de Rubin: MCAR, MAR, MNAR

■ *Missing completely at random* (MCAR)

Se dice que los datos faltantes son del tipo **MCAR** si

$$\Pr(\mathbf{R} | \mathbf{Y}^{\text{comp}}) = \Pr(\mathbf{R})$$

En palabras: Tenemos el caso de MCAR si la probabilidad de tener datos faltantes en ciertas celdas de la matriz **es estadísticamente independiente** de los datos.

Ejemplos de datos faltantes del tipo MCAR:

- Un profesor construye diferentes variantes de un examen y distribuye aleatoriamente las variantes entre los alumnos.
- En un estudio nacional del aprendizaje de los alumnos, se decide que en ciertas escuelas se aplica un conjunto de preguntas de la evaluación y en otras escuelas otro conjunto de preguntas **y esta decisión es independiente del nivel esperado de la escuela.**

Análisis de datos en la presencia de datos faltantes

La tipología de datos faltantes de Rubin: MCAR, MAR, MNAR

■ *Missing at random* (MAR)

Se dice que los datos faltantes son del tipo **MAR** si

$$\Pr(\mathbf{R} | \mathbf{Y}^{\text{comp}}) = \Pr(\mathbf{R} | \mathbf{Y}^{\text{obs}})$$

En palabras: Tenemos el caso de MAR si la probabilidad de tener datos faltantes en ciertas celdas de la matriz **es estadísticamente independiente** de \mathbf{Y}^{miss} (es decir, no depende de los valores en los datos no observados).

Ejemplos de datos faltantes del tipo MAR:

- Con base en el sexo del respondiente se decide aplicar una versión de un cuestionario u otra.
- Con base en las respuestas observadas en las preguntas anteriores, se elige la siguiente pregunta de un banco de ítems.
- En un estudio longitudinal, el “dropout” es totalmente predecible de los datos observados antes de que la persona salió del estudio.

Análisis de datos en la presencia de datos faltantes

La tipología de datos faltantes de Rubin: MCAR, MAR, MNAR

■ *Missing at random* (MAR)

Se dice que los datos faltantes son del tipo **MAR** si

$$\Pr(\mathbf{R} | \mathbf{Y}^{\text{comp}}) = \Pr(\mathbf{R} | \mathbf{Y}^{\text{obs}})$$

En palabras: Tenemos el caso de MAR si la probabilidad de tener datos faltantes en ciertas celdas de la matriz **es estadísticamente independiente** de \mathbf{Y}^{miss} (es decir, no depende de los valores en los datos no observados).

Ejemplos de datos faltantes del tipo MAR:

- Con base en el sexo del respondiente se decide aplicar una versión de un cuestionario u otra.
- Con base en las respuestas observadas en las preguntas anteriores, se elige la siguiente pregunta de un banco de ítems.
- En un estudio longitudinal, el “dropout” es totalmente predecible de los datos observados antes de que la persona salió del estudio.

Análisis de datos en la presencia de datos faltantes

La tipología de datos faltantes de Rubin: MCAR, MAR, MNAR

■ *Missing at random* (MAR)

Se dice que los datos faltantes son del tipo **MAR** si

$$\Pr(\mathbf{R} | \mathbf{Y}^{\text{comp}}) = \Pr(\mathbf{R} | \mathbf{Y}^{\text{obs}})$$

En palabras: Tenemos el caso de MAR si la probabilidad de tener datos faltantes en ciertas celdas de la matriz **es estadísticamente independiente** de \mathbf{Y}^{miss} (es decir, no depende de los valores en los datos no observados).

Ejemplos de datos faltantes del tipo MAR:

- Con base en el sexo del respondiente se decide aplicar una versión de un cuestionario u otra.
- Con base en las respuestas observadas en las preguntas anteriores, se elige la siguiente pregunta de un banco de ítems.
- En un estudio longitudinal, el “dropout” es totalmente predecible de los datos observados antes de que la persona salió del estudio.

Análisis de datos en la presencia de datos faltantes

La tipología de datos faltantes de Rubin: MCAR, MAR, MNAR

■ *Missing at random* (MAR)

Se dice que los datos faltantes son del tipo **MAR** si

$$\Pr(\mathbf{R} \mid \mathbf{Y}^{\text{comp}}) = \Pr(\mathbf{R} \mid \mathbf{Y}^{\text{obs}})$$

En palabras: Tenemos el caso de MAR si la probabilidad de tener datos faltantes en ciertas celdas de la matriz **es estadísticamente independiente** de \mathbf{Y}^{miss} (es decir, no depende de los valores en los datos no observados).

Ejemplos de datos faltantes del tipo MAR:

- Con base en el sexo del respondiente se decide aplicar una versión de un cuestionario u otra.
- Con base en las respuestas observadas en las preguntas anteriores, se elige la siguiente pregunta de un banco de ítems.
- En un estudio longitudinal, el “dropout” es totalmente predecible de los datos observados antes de que la persona salió del estudio.

Análisis de datos en la presencia de datos faltantes

La tipología de datos faltantes de Rubin: MCAR, MAR, MNAR

■ *Missing at random* (MAR)

Se dice que los datos faltantes son del tipo **MAR** si

$$\Pr(\mathbf{R} \mid \mathbf{Y}^{\text{comp}}) = \Pr(\mathbf{R} \mid \mathbf{Y}^{\text{obs}})$$

En palabras: Tenemos el caso de MAR si la probabilidad de tener datos faltantes en ciertas celdas de la matriz **es estadísticamente independiente** de \mathbf{Y}^{miss} (es decir, no depende de los valores en los datos no observados).

Ejemplos de datos faltantes del tipo MAR:

- Con base en el sexo del respondiente se decide aplicar una versión de un cuestionario u otra.
- Con base en las respuestas observadas en las preguntas anteriores, se elige la siguiente pregunta de un banco de ítems.
- En un estudio longitudinal, el “dropout” es totalmente predecible de los datos observados antes de que la persona salió del estudio.

Análisis de datos en la presencia de datos faltantes

Nota: MCAR vs MAR

- MCAR es un caso especial de MAR: Si los datos son MCAR entonces también son MAR.
- En este sentido, MCAR es una condición más exigente que MAR.
- Tanto MAR como MCAR se consideran casos de falta de respuesta ignorable (*“ignorable nonresponse”*)

Análisis de datos en la presencia de datos faltantes

Nota: MCAR vs MAR

- MCAR es **un caso especial** de MAR: Si los datos son MCAR entonces también son MAR.
- En este sentido, MCAR es una condición más exigente que MAR.
- Tanto MAR como MCAR se consideran casos de **falta de respuesta ignorable** (*"ignorable nonresponse"*)

Análisis de datos en la presencia de datos faltantes

Nota: MCAR vs MAR

- MCAR es **un caso especial** de MAR: Si los datos son MCAR entonces también son MAR.
- En este sentido, MCAR es una condición más exigente que MAR.
- Tanto MAR como MCAR se consideran casos de **falta de respuesta ignorable** (*"ignorable nonresponse"*)

Análisis de datos en la presencia de datos faltantes

La tipología de datos faltantes de Rubin: MCAR, MAR, MNAR

■ *Missing not at random* (MNAR)

Se dice que los datos faltantes son del tipo **MNAR** si no cumplen la condición de MAR. Es decir, si

$$\Pr(\mathbf{R} | \mathbf{Y}^{\text{comp}}) \neq \Pr(\mathbf{R} | \mathbf{Y}^{\text{obs}})$$

En palabras: Tenemos el caso de MNAR si la probabilidad de tener datos faltantes en ciertas celdas de la matriz **es estadísticamente dependiente** de \mathbf{Y}^{miss} (es decir, depende de los valores en los datos no observados).

Ejemplos de datos faltantes del tipo MNAR:

- Una persona no quiere responder a la pregunta “¿Cuál es su ingreso mensual?” porque le da pena decir que gana muy poco dinero.
- Una persona aplica la estrategia de responder primero las preguntas en el examen que le parecen más fáciles y deja sin contestar algunas de las preguntas más difíciles por falta de tiempo.
- En un estudio longitudinal para comprobar el efecto de un tratamiento, una persona deja de participar porque considera que el tratamiento no le ayuda.

Análisis de datos en la presencia de datos faltantes

La tipología de datos faltantes de Rubin: MCAR, MAR, MNAR

■ *Missing not at random* (MNAR)

Se dice que los datos faltantes son del tipo **MNAR** si no cumplen la condición de MAR. Es decir, si

$$\Pr(\mathbf{R} | \mathbf{Y}^{\text{comp}}) \neq \Pr(\mathbf{R} | \mathbf{Y}^{\text{obs}})$$

En palabras: Tenemos el caso de MNAR si la probabilidad de tener datos faltantes en ciertas celdas de la matriz **es estadísticamente dependiente** de \mathbf{Y}^{miss} (es decir, depende de los valores en los datos no observados).

Ejemplos de datos faltantes del tipo MNAR:

- Una persona no quiere responder a la pregunta “¿Cuál es su ingreso mensual?” porque le da pena decir que gana muy poco dinero.
- Una persona aplica la estrategia de responder primero las preguntas en el examen que le parecen más fáciles y deja sin contestar algunas de las preguntas más difíciles por falta de tiempo.
- En un estudio longitudinal para comprobar el efecto de un tratamiento, una persona deja de participar porque considera que el tratamiento no le ayuda.

Análisis de datos en la presencia de datos faltantes

La tipología de datos faltantes de Rubin: MCAR, MAR, MNAR

■ *Missing not at random* (MNAR)

Se dice que los datos faltantes son del tipo **MNAR** si no cumplen la condición de MAR. Es decir, si

$$\Pr(\mathbf{R} | \mathbf{Y}^{\text{comp}}) \neq \Pr(\mathbf{R} | \mathbf{Y}^{\text{obs}})$$

En palabras: Tenemos el caso de MNAR si la probabilidad de tener datos faltantes en ciertas celdas de la matriz **es estadísticamente dependiente** de \mathbf{Y}^{miss} (es decir, depende de los valores en los datos no observados).

Ejemplos de datos faltantes del tipo MNAR:

- Una persona no quiere responder a la pregunta “¿Cuál es su ingreso mensual?” porque le da pena decir que gana muy poco dinero.
- Una persona aplica la estrategia de responder primero las preguntas en el examen que le parecen más fáciles y deja sin contestar algunas de las preguntas más difíciles por falta de tiempo.
- En un estudio longitudinal para comprobar el efecto de un tratamiento, una persona deja de participar porque considera que el tratamiento no le ayuda.

Análisis de datos en la presencia de datos faltantes

La tipología de datos faltantes de Rubin: MCAR, MAR, MNAR

■ *Missing not at random* (MNAR)

Se dice que los datos faltantes son del tipo **MNAR** si no cumplen la condición de MAR. Es decir, si

$$\Pr(\mathbf{R} | \mathbf{Y}^{\text{comp}}) \neq \Pr(\mathbf{R} | \mathbf{Y}^{\text{obs}})$$

En palabras: Tenemos el caso de MNAR si la probabilidad de tener datos faltantes en ciertas celdas de la matriz **es estadísticamente dependiente** de \mathbf{Y}^{miss} (es decir, depende de los valores en los datos no observados).

Ejemplos de datos faltantes del tipo MNAR:

- Una persona no quiere responder a la pregunta “¿Cuál es su ingreso mensual?” porque le da pena decir que gana muy poco dinero.
- Una persona aplica la estrategia de responder primero las preguntas en el examen que le parecen más fáciles y deja sin contestar algunas de las preguntas más difíciles por falta de tiempo.
- En un estudio longitudinal para comprobar el efecto de un tratamiento, una persona deja de participar porque considera que el tratamiento no le ayuda.

Análisis de datos en la presencia de datos faltantes

La tipología de datos faltantes de Rubin: MCAR, MAR, MNAR

■ *Missing not at random* (MNAR)

Se dice que los datos faltantes son del tipo **MNAR** si no cumplen la condición de MAR. Es decir, si

$$\Pr(\mathbf{R} | \mathbf{Y}^{\text{comp}}) \neq \Pr(\mathbf{R} | \mathbf{Y}^{\text{obs}})$$

En palabras: Tenemos el caso de MNAR si la probabilidad de tener datos faltantes en ciertas celdas de la matriz **es estadísticamente dependiente** de \mathbf{Y}^{miss} (es decir, depende de los valores en los datos no observados).

Ejemplos de datos faltantes del tipo MNAR:

- Una persona no quiere responder a la pregunta “¿Cuál es su ingreso mensual?” porque le da pena decir que gana muy poco dinero.
- Una persona aplica la estrategia de responder primero las preguntas en el examen que le parecen más fáciles y deja sin contestar algunas de las preguntas más difíciles por falta de tiempo.
- En un estudio longitudinal para comprobar el efecto de un tratamiento, una persona deja de participar porque considera que el tratamiento no le ayuda.

Análisis de datos en la presencia de datos faltantes

Nota: MNAR vs MAR

- Al aplicar los métodos estadísticos correctos, el análisis de datos faltantes del tipo MAR generalmente lleva a conclusiones válidas.

Métodos reconocidos que correctamente tratan los datos faltantes tipo MAR:

Máxima verosimilitud y imputación múltiple

- Datos faltantes del tipo MNAR generalmente requieren supuestos adicionales sobre los mecanismos que causan los datos faltantes

Requieren modelos de análisis más sofisticados con supuestos que no (o difícilmente) son comprobables.

- En la psicometría, es común distinguir entre dos tipos de datos faltantes o incompletos:
 - Datos (o diseños) estructuralmente incompletos.
Cuando el investigador controla la observación o no los datos.
→ MAR
 - Datos accidentalmente incompletos. Cuando la no observación de los datos tiene su origen en el respondiente.
→ (casi siempre) MNAR

Análisis de datos en la presencia de datos faltantes

Nota: MNAR vs MAR

- Al aplicar los métodos estadísticos correctos, el análisis de datos faltantes del tipo MAR generalmente lleva a conclusiones válidas.

Métodos reconocidos que correctamente tratan los datos faltantes tipo MAR:

Máxima verosimilitud y imputación múltiple

- Datos faltantes del tipo MNAR generalmente requieren supuestos adicionales sobre los mecanismos que causan los datos faltantes

Requieren modelos de análisis más sofisticados con supuestos que no (o difícilmente) son comprobables.

- En la psicometría, es común distinguir entre dos tipos de datos faltantes o incompletos:
 - Datos (o diseños) estructuralmente incompletos.
Cuando el investigador controla la observación o no los datos.
→ MAR
 - Datos accidentalmente incompletos. Cuando la no observación de los datos tiene su origen en el respondiente.
→ (casi siempre) MNAR

Análisis de datos en la presencia de datos faltantes

Nota: MNAR vs MAR

- Al aplicar los métodos estadísticos correctos, el análisis de datos faltantes del tipo MAR generalmente lleva a conclusiones válidas.

Métodos reconocidos que correctamente tratan los datos faltantes tipo MAR:

Máxima verosimilitud y imputación múltiple

- Datos faltantes del tipo MNAR generalmente requieren supuestos adicionales sobre los mecanismos que causan los datos faltantes

Requieren modelos de análisis más sofisticados con supuestos que no (o difícilmente) son comprobables.

- En la psicometría, es común distinguir entre dos tipos de datos faltantes o incompletos:

- Datos (o diseños) estructuralmente incompletos.
Cuando el investigador controla la observación o no los datos.
→ MAR
- Datos accidentalmente incompletos. Cuando la no observación de los datos tiene su origen en el respondiente.
→ (casi siempre) MNAR

Índice

- 1 Datos faltantes en aplicaciones psicométricas
- 2 Diseños incompletos en la TRI
 - Calibración en diseños incompletos
 - Tipos de diseños incompletos
- 3 Tests adaptativos informatizados

Diseños incompletos en la TRI

Los modelos de la TRI y el análisis de diseños incompletos

- Generalmente, el marco de la TRI facilita el análisis de los datos de diseños incompletos.

Gracias a: ● el supuesto de independencia local

- que son (relativamente) independientes los parámetros de ítems y personas

- \Rightarrow se pueden posicionar personas sobre el mismo continuo, aunque contestaron ítems diferentes.
- \Rightarrow se pueden estimar los parámetros de los ítems, aunque diferentes grupos de personas los contestaron.
- Diseños incompletos son interesantes por consideraciones de eficiencia, ya que:
 - las estimaciones de los parámetros de los ítems son más precisas en muestras de personas cuyo nivel de habilidad se encuentra “cerca” del grado de dificultad del ítem;
 - las estimaciones de los parámetros de las personas son más precisas si la dificultad de los ítems se encuentra “cerca” del nivel de habilidad de la persona.

Diseños incompletos en la TRI

Los modelos de la TRI y el análisis de diseños incompletos

- Generalmente, el marco de la TRI facilita el análisis de los datos de diseños incompletos.

Gracias a: ● el supuesto de independencia local

- que son (relativamente) independientes los parámetros de ítems y personas

- \Rightarrow se pueden posicionar personas sobre el mismo continuo, aunque contestaron ítems diferentes.
- \Rightarrow se pueden estimar los parámetros de los ítems, aunque diferentes grupos de personas los contestaron.
- Diseños incompletos son interesantes por consideraciones de eficiencia, ya que:
 - las estimaciones de los parámetros de los ítems son más precisas en muestras de personas cuyo nivel de habilidad se encuentra “cerca” del grado de dificultad del ítem;
 - las estimaciones de los parámetros de las personas son más precisas si la dificultad de los ítems se encuentra “cerca” del nivel de habilidad de la persona.

Diseños incompletos en la TRI

Los modelos de la TRI y el análisis de diseños incompletos

- Generalmente, el marco de la TRI facilita el análisis de los datos de diseños incompletos.

Gracias a: ● el supuesto de independencia local

- que son (relativamente) independientes los parámetros de ítems y personas

- \Rightarrow se pueden posicionar personas sobre el mismo continuo, aunque contestaron ítems diferentes.
- \Rightarrow se pueden estimar los parámetros de los ítems, aunque diferentes grupos de personas los contestaron.
- Diseños incompletos son interesantes por consideraciones de eficiencia, ya que:
 - las estimaciones de los parámetros de los ítems son más precisas en muestras de personas cuyo nivel de habilidad se encuentra “cerca” del grado de dificultad del ítem;
 - las estimaciones de los parámetros de las personas son más precisas si la dificultad de los ítems se encuentra “cerca” del nivel de habilidad de la persona.

Diseños incompletos en la TRI

Los modelos de la TRI y el análisis de diseños incompletos

- Generalmente, el marco de la TRI facilita el análisis de los datos de diseños incompletos.

Gracias a: ● el supuesto de independencia local

- que son (relativamente) independientes los parámetros de ítems y personas

- \Rightarrow se pueden posicionar personas sobre el mismo continuo, aunque contestaron ítems diferentes.
- \Rightarrow se pueden estimar los parámetros de los ítems, aunque diferentes grupos de personas los contestaron.
- Diseños incompletos son interesantes por consideraciones de eficiencia, ya que:
 - las estimaciones de los parámetros de los ítems son más precisas en muestras de personas cuyo nivel de habilidad se encuentra “cerca” del grado de dificultad del ítem;
 - las estimaciones de los parámetros de las personas son más precisas si la dificultad de los ítems se encuentra “cerca” del nivel de habilidad de la persona.

Índice

1 Datos faltantes en aplicaciones psicométricas

2 Diseños incompletos en la TRI

■ Calibración en diseños incompletos

■ Tipos de diseños incompletos

3 Tests adaptativos informatizados

Calibración en diseños incompletos

Estimación de los parámetros de los ítems en diseños incompletos

- Originalmente (y en la literatura de antes de 2000), la calibración en diseños incompletos era un proceso en dos pasos:
 1. Estimar los parámetros de los ítems en distintas submuestras con diseños completos;
 2. Poner en una escala común (*linking*) las estimaciones de los parámetros del paso anterior.
- Para resolver el problema de *linking*, se requiere un método para relacionar los resultados obtenidos en diferentes submuestras.
- Con el *software* moderno, la calibración en diseños incompletos es un proceso simultáneo.
Sin embargo, todavía hay que considerar el problema de *linking*.

Calibración en diseños incompletos

Estimación de los parámetros de los ítems en diseños incompletos

- Originalmente (y en la literatura de antes de 2000), la calibración en diseños incompletos era un proceso en dos pasos:
 1. Estimar los parámetros de los ítems en distintas submuestras con diseños completos;
 2. Poner en una escala común (*linking*) las estimaciones de los parámetros del paso anterior.
- Para resolver el problema de *linking*, se requiere un método para relacionar los resultados obtenidos en diferentes submuestras.
- Con el *software* moderno, la calibración en diseños incompletos es un proceso simultáneo.
Sin embargo, todavía hay que considerar el problema de *linking*.

Calibración en diseños incompletos

Estimación de los parámetros de los ítems en diseños incompletos

- Originalmente (y en la literatura de antes de 2000), la calibración en diseños incompletos era un proceso en dos pasos:
 1. Estimar los parámetros de los ítems en distintas submuestras con diseños completos;
 2. Poner en una escala común (*linking*) las estimaciones de los parámetros del paso anterior.
- Para resolver el problema de *linking*, se requiere un método para relacionar los resultados obtenidos en diferentes submuestras.
- Con el *software moderno*, la calibración en diseños incompletos es un proceso simultáneo.
Sin embargo, todavía hay que considerar el problema de *linking*.

Índice

1 Datos faltantes en aplicaciones psicométricas

2 Diseños incompletos en la TRI

■ Calibración en diseños incompletos

■ Tipos de diseños incompletos

3 Tests adaptativos informatizados

Tipos de diseños incompletos

Diseño sin anclaje

- Estructura de la matriz de datos en un diseño sin anclaje:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3
Submuestra 1			
Submuestra 2			
Submuestra 3			

- Con este diseño, el proceso de *linking* requiere supuestos adicionales sobre la recopilación de los datos.
 - Comúnmente, se supone que las diferentes submuestras se obtuvieron a través de un muestreo aleatorio simple de la misma población.

Tipos de diseños incompletos

Diseño sin anclaje

- Estructura de la matriz de datos en un diseño sin anclaje:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3
Submuestra 1			
Submuestra 2			
Submuestra 3			

- Con este diseño, el proceso de *linking* requiere **supuestos adicionales** sobre la recopilación de los datos.
 → Comúnmente, se supone que las diferentes submuestras se obtuvieron a través de un muestreo aleatorio simple de la misma población.

Tipos de diseños incompletos

Diseño sin anclaje (continuación)

- Estructura de la matriz de datos en un diseño sin anclaje:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3
Submuestra 1			
Submuestra 2			
Submuestra 3			

- Se suele utilizar **estimación por Máxima Verosimilitud Marginal**, suponiendo la **misma distribución** para todas las personas. Por ejemplo, para cualquier persona p :

$$\theta_p \sim N(\mu, \sigma^2)$$

independientemente de la submuestra a la que pertenece la persona p .

Tipos de diseños incompletos

Diseño sin anclaje (continuación)

- Estructura de la matriz de datos en un diseño sin anclaje:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3
Submuestra 1			
Submuestra 2			
Submuestra 3			

- Ventajas:

- Cada ítem se aplica el mismo número de veces.

$\xrightarrow{\text{aprox}}$ estimaciones con una precisión similar de los parámetros de los ítems.

- A veces, limitaciones prácticas hacen que es el único diseño posible

- Desventaja:

Se requieren supuestos adicionales (sobre la equivalencia de los grupos y la distribución común para las θ).

Tipos de diseños incompletos

Diseño sin anclaje (continuación)

- Estructura de la matriz de datos en un diseño sin anclaje:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3
Submuestra 1			
Submuestra 2			
Submuestra 3			

- Ventajas:

- Cada ítem se aplica el mismo número de veces.

$\xrightarrow{\text{aprox}}$ estimaciones con una precisión similar de los parámetros de los ítems.

- A veces, limitaciones prácticas hacen que es el único diseño posible

- Desventaja:

Se requieren supuestos adicionales (sobre la equivalencia de los grupos y la distribución común para las θ).

Tipos de diseños incompletos

Diseño con ítems de anclaje (“*common items design*”)

- Estructura de la matriz de datos en un diseño con ítems de anclaje:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3	Bloque 4
Submuestra 1				
Submuestra 2				
Submuestra 3				

- Con este diseño, el proceso de *linking* se basa en ítems de anclaje:
Son ítems que se aplican en cada submuestra.
- En el ejemplo, puede ser que:
 - La asignación de personas a submuestras es en función de sus respuestas en los ítems del Bloque 1.
⇒ MAR (sin MCAR)
 - La asignación de personas a submuestras se decide *a priori*. ⇒ MCAR
 En la práctica, no hace una diferencia.

Tipos de diseños incompletos

Diseño con ítems de anclaje (“*common items design*”)

- Estructura de la matriz de datos en un diseño con ítems de anclaje:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3	Bloque 4
Submuestra 1				
Submuestra 2				
Submuestra 3				

- Con este diseño, el proceso de *linking* se basa en ítems de anclaje:
Son ítems que se aplican en cada submuestra.
- En el ejemplo, puede ser que:
 - La asignación de personas a submuestras es en función de sus respuestas en los ítems del Bloque 1.
⇒ MAR (sin MCAR)
 - La asignación de personas a submuestras se decide *a priori*. ⇒ MCAR
 En la práctica, no hace una diferencia.

Tipos de diseños incompletos

Diseño con ítems de anclaje (“*common items design*”)

- Estructura de la matriz de datos en un diseño con ítems de anclaje:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3	Bloque 4
Submuestra 1				
Submuestra 2				
Submuestra 3				

- Con este diseño, el proceso de *linking* se basa en ítems de anclaje:
Son ítems que se aplican en cada submuestra.
- En el ejemplo, puede ser que:
 - La asignación de personas a submuestras es en función de sus respuestas en los ítems del Bloque 1.
⇒ MAR (sin MCAR)
 - La asignación de personas a submuestras se decide *a priori*. ⇒ MCAR

En la práctica, no hace una diferencia.

Tipos de diseños incompletos

Diseño con ítems de anclaje (“*common items design*”)

- Estructura de la matriz de datos en un diseño con ítems de anclaje:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3	Bloque 4
Submuestra 1				
Submuestra 2				
Submuestra 3				

- Con este diseño, el proceso de *linking* se basa en ítems de anclaje:
Son ítems que se aplican en cada submuestra.
- En el ejemplo, puede ser que:
 - La asignación de personas a submuestras es en función de sus respuestas en los ítems del Bloque 1.
⇒ MAR (sin MCAR)
 - La asignación de personas a submuestras se decide *a priori*. ⇒ MCAR
 En la práctica, no hace una diferencia.

Tipos de diseños incompletos

Diseño con ítems de anclaje ("*common items design*") (continuado)

- Estructura de la matriz de datos en un diseño con ítems de anclaje:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3	Bloque 4
Submuestra 1				
Submuestra 2				
Submuestra 3				

- Generalmente, este diseño permite estimación de los parámetros de los ítems con Máxima Verosimilitud Condicional.
- Ventaja principal: El análisis no requiere supuestos adicionales sobre el muestreo:
 - Ni sobre la equivalencia de las submuestras de personas,
 - Ni sobre la equivalencia de los bloques de ítems
- Posible desventaja:
Los parámetros de los ítems de anclaje se suelen estimar con mejor precisión que los parámetros de otros ítems.

Tipos de diseños incompletos

Diseño con ítems de anclaje ("*common items design*") (continuado)

- Estructura de la matriz de datos en un diseño con ítems de anclaje:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3	Bloque 4
Submuestra 1				
Submuestra 2				
Submuestra 3				

- Generalmente, este diseño permite estimación de los parámetros de los ítems con **Máxima Verosimilitud Condicional**.
- Ventaja principal: El análisis no requiere supuestos adicionales sobre el muestreo:
 - Ni sobre la equivalencia de las submuestras de personas,
 - Ni sobre la equivalencia de los bloques de ítems
- Posible desventaja:
Los parámetros de los ítems de anclaje se suelen estimar con mejor precisión que los parámetros de otros ítems.

Tipos de diseños incompletos

Diseño con ítems de anclaje ("*common items design*") (continuado)

- Estructura de la matriz de datos en un diseño con ítems de anclaje:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3	Bloque 4
Submuestra 1				
Submuestra 2				
Submuestra 3				

- Generalmente, este diseño permite estimación de los parámetros de los ítems con **Máxima Verosimilitud Condicional**.
- Ventaja principal: El análisis no requiere supuestos adicionales sobre el muestreo:
 - Ni sobre la equivalencia de las submuestras de personas,
 - Ni sobre la equivalencia de los bloques de ítems
- Posible desventaja:
Los parámetros de los ítems de anclaje se suelen estimar con mejor precisión que los parámetros de otros ítems.

Tipos de diseños incompletos

Diseño con ítems de anclaje ("*common items design*") (continuado)

- Estructura de la matriz de datos en un diseño con ítems de anclaje:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3	Bloque 4
Submuestra 1				
Submuestra 2				
Submuestra 3				

- Generalmente, este diseño permite estimación de los parámetros de los ítems con **Máxima Verosimilitud Condicional**.
- Ventaja principal: El análisis no requiere supuestos adicionales sobre el muestreo:
 - Ni sobre la equivalencia de las submuestras de personas,
 - Ni sobre la equivalencia de los bloques de ítems
- Posible desventaja:
Los parámetros de los ítems de anclaje se suelen estimar con mejor precisión que los parámetros de otros ítems.

Tipos de diseños incompletos

Diseño con personas de anclaje ("*common person design*")

- Estructura de la matriz de datos en un diseño con personas de anclaje:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3
Submuestra 1			
Submuestra 2			
Submuestra 3			
Submuestra 4			

- Con este diseño, el proceso de *linking* se basa en personas de anclaje:
Son personas que responden todos los ítems.
- Los principios y las ventajas y desventajas son similares al diseño con ítems de anclaje.
(Nota: El "*common item design*" y el "*common person design*" son diseños transpuestos.)

Tipos de diseños incompletos

Diseño con personas de anclaje ("*common person design*")

- Estructura de la matriz de datos en un diseño con personas de anclaje:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3
Submuestra 1			
Submuestra 2			
Submuestra 3			
Submuestra 4			

- Con este diseño, el proceso de *linking* se basa en personas de anclaje:
Son personas que responden todos los ítems.
- Los principios y las ventajas y desventajas son similares al diseño con ítems de anclaje.

(Nota: El "*common item design*" y el "*common person design*" son diseños transpuestos.)

Tipos de diseños incompletos

Diseño con personas de anclaje ("*common person design*")

- Estructura de la matriz de datos en un diseño con personas de anclaje:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3
Submuestra 1			
Submuestra 2			
Submuestra 3			
Submuestra 4			

- Con este diseño, el proceso de *linking* se basa en personas de anclaje:
Son personas que responden todos los ítems.
- Los principios y las ventajas y desventajas son similares al diseño con ítems de anclaje.
(Nota: El "*common item design*" y el "*common person design*" son diseños transpuestos.)

Tipos de diseños incompletos

Diseño con personas de anclaje ("*common person design*") (continuado)

- Estructura de la matriz de datos en un diseño con personas de anclaje:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3
Submuestra 1			
Submuestra 2			
Submuestra 3			
Submuestra 4			

- Generalmente, este diseño permite estimación de los parámetros de los ítems con **Máxima Verosimilitud Condicional**.
- Ventaja principal: El análisis no requiere supuestos adicionales sobre el muestreo:
 - Ni sobre la equivalencia de las submuestras de personas,
 - Ni sobre la equivalencia de los bloques de ítems

Tipos de diseños incompletos

Diseño con personas de anclaje ("*common person design*") (continuado)

- Estructura de la matriz de datos en un diseño con personas de anclaje:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3
Submuestra 1			
Submuestra 2			
Submuestra 3			
Submuestra 4			

- Generalmente, este diseño permite estimación de los parámetros de los ítems con **Máxima Verosimilitud Condicional**.
- Ventaja principal: El análisis no requiere supuestos adicionales sobre el muestreo:
 - Ni sobre la equivalencia de las submuestras de personas,
 - Ni sobre la equivalencia de los bloques de ítems

Tipos de diseños incompletos

Diseño con personas de anclaje ("*common person design*") (continuado)

- Estructura de la matriz de datos en un diseño con personas de anclaje:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3
Submuestra 1			
Submuestra 2			
Submuestra 3			
Submuestra 4			

- Posibles desventajas:
 - Los parámetros de las personas de anclaje se suelen estimar con mejor precisión que los parámetros de otras personas.
 - En la práctica suele ser difícil encontrar un grupo de personas a las que se apliquen todos los ítems.

Tipos de diseños incompletos

Diseño con personas de anclaje ("*common person design*") (continuado)

- Estructura de la matriz de datos en un diseño con personas de anclaje:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3
Submuestra 1			
Submuestra 2			
Submuestra 3			
Submuestra 4			

- Posibles desventajas:
 - Los parámetros de las personas de anclaje se suelen estimar con mejor precisión que los parámetros de otras personas.
 - En la práctica suele ser difícil encontrar un grupo de personas a las que se apliquen todos los ítems.

Tipos de diseños incompletos

Diseños con anclaje parcial

- A veces, se combinan dos o más de los diseños anteriores.
Por ejemplo, combinando el “common item design” con el diseño sin anclaje puede resultar en:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3	Bloque 4
Submuestra 1				
Submuestra 2				
Submuestra 3				

- Este diseño tiene las ventajas y desventajas de los diseños básicos constituyentes.

Tipos de diseños incompletos

Diseños con anclaje parcial

- A veces, se combinan dos o más de los diseños anteriores.
Por ejemplo, combinando el “common item design” con el diseño sin anclaje puede resultar en:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3	Bloque 4
Submuestra 1				
Submuestra 2				
Submuestra 3				

- Este diseño tiene las ventajas y desventajas de los diseños básicos constituyentes.

Tipos de diseños incompletos

Diseños intercalados ("*interlaced designs*")

- Estructura de la matriz de datos en un diseño intercalado:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3	Bloque 4	Bloque 5	Bloque 6
Submuestra 1						
Submuestra 2						
Submuestra 3						
Submuestra 4						
Submuestra 5						
Submuestra 6						

- Ventajas:

- Anclaje completo;
- El número de ítems que se aplican a cada persona es igual;
- El número de personas que responden cada ítem es igual;
- Se puede estimar utilizando **Máxima Verosimilitud Condicional**
 - ⇒ No se requieren supuestos adicionales sobre la equivalencia de grupos de personas e ítems.

Tipos de diseños incompletos

Diseños intercalados ("*interlaced designs*")

- Estructura de la matriz de datos en un diseño intercalado:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3	Bloque 4	Bloque 5	Bloque 6
Submuestra 1						
Submuestra 2						
Submuestra 3						
Submuestra 4						
Submuestra 5						
Submuestra 6						

- Ventajas:

- Anclaje completo;
- El número de ítems que se aplican a cada persona es igual;
- El número de personas que responden cada ítem es igual;
- Se puede estimar utilizando Máxima Verosimilitud Condicional
 - ⇒ No se requieren supuestos adicionales sobre la equivalencia de grupos de personas e ítems.

Tipos de diseños incompletos

Diseños intercalados ("*interlaced designs*")

- Estructura de la matriz de datos en un diseño intercalado:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3	Bloque 4	Bloque 5	Bloque 6
Submuestra 1						
Submuestra 2						
Submuestra 3						
Submuestra 4						
Submuestra 5						
Submuestra 6						

- Ventajas:

- Anclaje completo;
- El número de ítems que se aplican a cada persona es igual;
- El número de personas que responden cada ítem es igual;
- Se puede estimar utilizando Máxima Verosimilitud Condicional
 - ⇒ No se requieren supuestos adicionales sobre la equivalencia de grupos de personas e ítems.

Tipos de diseños incompletos

Diseños intercalados ("*interlaced designs*")

- Estructura de la matriz de datos en un diseño intercalado:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3	Bloque 4	Bloque 5	Bloque 6
Submuestra 1						
Submuestra 2						
Submuestra 3						
Submuestra 4						
Submuestra 5						
Submuestra 6						

- Ventajas:

- Anclaje completo;
- El número de ítems que se aplican a cada persona es igual;
- El número de personas que responden cada ítem es igual;
- Se puede estimar utilizando Máxima Verosimilitud Condicional
 - ⇒ No se requieren supuestos adicionales sobre la equivalencia de grupos de personas e ítems.

Tipos de diseños incompletos

Diseños intercalados ("*interlaced designs*")

- Estructura de la matriz de datos en un diseño intercalado:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3	Bloque 4	Bloque 5	Bloque 6
Submuestra 1						
Submuestra 2						
Submuestra 3						
Submuestra 4						
Submuestra 5						
Submuestra 6						

- Ventajas:

- Anclaje completo;
- El número de ítems que se aplican a cada persona es igual;
- El número de personas que responden cada ítem es igual;
- Se puede estimar utilizando **Máxima Verosimilitud Condicional**
 - ⇒ No se requieren supuestos adicionales sobre la equivalencia de grupos de personas e ítems.

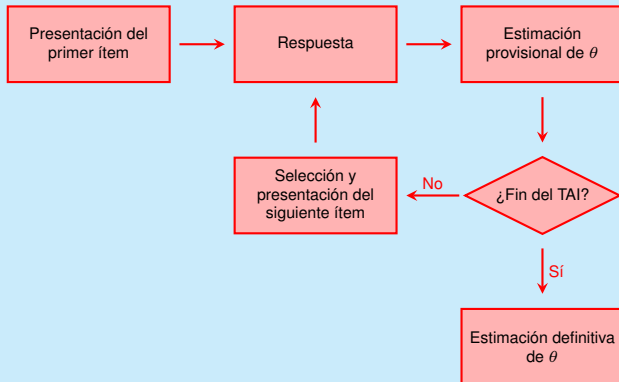
Índice

- 1 Datos faltantes en aplicaciones psicométricas
- 2 Diseños incompletos en la TRI
- 3 Tests adaptativos informatizados**

Tests adaptativos informatizados (TAIs)

Tests adaptativos informatizados: Principios

- TAIs llevan el principio de diseños incompletos al extremo:
Cada persona recibe su propio test.
- Diagrama de flujo de un TAI:



Tests adaptativos informatizados (TAIs)

Tests adaptativos informatizados: Principios

- Ventajas de un TAI:
 - Estimaciones más precisas
 - Tests/Exámenes más cortos
 - La persona siente que el examen está adaptado a su nivel
- Para un TAI se requiere:
 - un banco de ítems previamente calibrados
 - un algoritmo para llevar a cabo el TAI
- Temas específicas a considerar al implementar un TAI:
 - Procedimientos de arranque
 - Procedimientos/Criterios de parada
 - Control de exposición de los ítems en el banco

Tests adaptativos informatizados (TAIs)

Tests adaptativos informatizados: Principios

- Ventajas de un TAI:
 - Estimaciones más precisas
 - Tests/Exámenes más cortos
 - La persona siente que el examen está adaptado a su nivel
- Para un TAI se requiere:
 - un banco de ítems previamente calibrados
 - un algoritmo para llevar a cabo el TAI
- Temas específicas a considerar al implementar un TAI:
 - Procedimientos de arranque
 - Procedimientos/Criterios de parada
 - Control de exposición de los ítems en el banco

Tests adaptativos informatizados (TAIs)

Tests adaptativos informatizados: Principios

- Ventajas de un TAI:
 - Estimaciones más precisas
 - Tests/Exámenes más cortos
 - La persona siente que el examen está adaptado a su nivel
- Para un TAI se requiere:
 - un banco de ítems previamente calibrados
 - un algoritmo para llevar a cabo el TAI
- Temas específicas a considerar al implementar un TAI:
 - Procedimientos de arranque
 - Procedimientos/Criterios de parada
 - Control de exposición de los ítems en el banco