



# Modelos Psicométricos: Tópicos Selectos

## Tema 2: Modelos TRI de Punto Ideal

Iwin Leenen y Ramsés Vázquez-Lira

Facultad de Psicología, UNAM

Programa de Licenciatura y Posgrado en Psicología  
Semestre 2019–2

# Índice

- 1 Modelos de “dominancia” vs. modelos de “proximidad”
- 2 Modelos determinísticos de desdoblamiento (*unfolding*)
- 3 El Modelo de Coseno Hiperbólico (Andrich y Luo, 1993)
- 4 El Modelo de Desdoblamiento Graduado Generalizado (Roberts et al., 2000)

## Índice:

- 1 Modelos de "dominancia" vs. modelos de "proximidad"
- 2 Modelos determinísticos de desdoblamiento (*unfolding*)
- 3 El Modelo de Coseno Hiperbólico (Andrich y Luo, 1993)
- 4 El Modelo de Desdoblamiento Graduado Generalizado (Roberts et al., 2000)

## Modelos de dominancia

Todos los modelos que hemos revisado hasta ahora tienen las siguientes características en común:

- Solo un rasgo latente es suficiente para explicar las dependencias entre los ítems.  
⇒ Es decir, son **modelos unidimensionales**.
- A mayor nivel ( $\theta$ ) en el rasgo latente, más alta es la probabilidad de responder en la categoría más alta.  
A menor nivel ( $\theta$ ) en el rasgo latente, más alta es la probabilidad de responder en la categoría más baja.  
⇒ Es decir, son **modelos de dominancia**.  
⇒ Se dice: "Las personas **dominan** los ítems que en la dimensión latente se encuentran a su lado izquierdo."

## Modelos de dominancia

Todos los modelos que hemos revisado hasta ahora tienen las siguientes características en común:

- Solo un rasgo latente es suficiente para explicar las dependencias entre los ítems.  
⇒ Es decir, son **modelos unidimensionales**.
- A mayor nivel ( $\theta$ ) en el rasgo latente, más alta es la probabilidad de responder en la categoría más alta.  
A menor nivel ( $\theta$ ) en el rasgo latente, más alta es la probabilidad de responder en la categoría más baja.  
⇒ Es decir, son **modelos de dominancia**.  
⇒ Se dice: "Las personas **dominan** los ítems que en la dimensión latente se encuentran a su lado izquierdo."

## Modelos de dominancia

Todos los modelos que hemos revisado hasta ahora tienen las siguientes características en común:

- Solo un rasgo latente es suficiente para explicar las dependencias entre los ítems.  
⇒ Es decir, son **modelos unidimensionales**.

- A mayor nivel ( $\theta$ ) en el rasgo latente, más alta es la probabilidad de responder en la categoría más alta.  
A menor nivel ( $\theta$ ) en el rasgo latente, más alta es la probabilidad de responder en la categoría más baja.

⇒ Es decir, son **modelos de dominancia**.

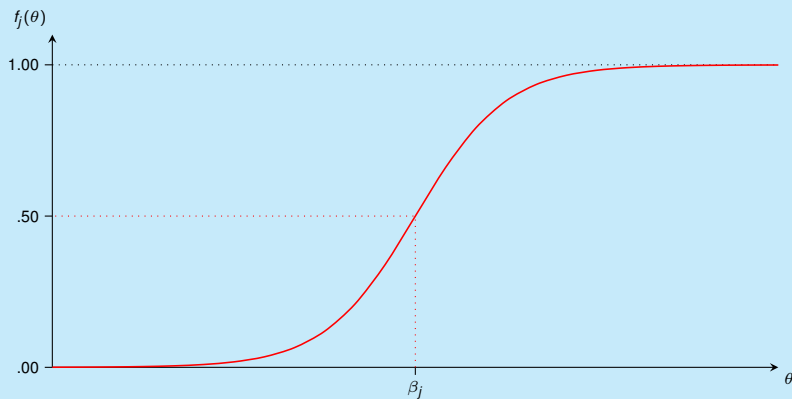
⇒ Se dice: "Las personas **dominan** los ítems que en la dimensión latente se encuentran a su lado izquierdo."

## Modelos de dominancia

Todos los modelos que hemos revisado hasta ahora tienen las siguientes características en común:

- Solo un rasgo latente es suficiente para explicar las dependencias entre los ítems.  
⇒ Es decir, son **modelos unidimensionales**.
- A mayor nivel ( $\theta$ ) en el rasgo latente, más alta es la probabilidad de responder en la categoría más alta.  
A menor nivel ( $\theta$ ) en el rasgo latente, más alta es la probabilidad de responder en la categoría más baja.  
⇒ Es decir, son **modelos de dominancia**.  
⇒ Se dice: "Las personas **dominan** los ítems que en la dimensión latente se encuentran a su lado izquierdo."

## Modelos de dominancia: Curva característica





## Modelos de proximidad

### Ejemplo:

Consideremos el siguiente ítem, parte de una escala para medir actitud hacia el aborto:

*La ley debería permitir a una mujer embarazada interrumpir voluntariamente el embarazo, solo cuando se presenta uno (o más) de los siguientes casos:*

- ✓ *El embarazo es producto de una violación.*
- ✓ *El feto tiene una deformación genética grave.*
- ✓ *La vida de la madre está en riesgo.*

*Respuesta:*

- ☐ *De acuerdo*
- ☐ *En desacuerdo*

- Supongamos que efectivamente un rasgo latente ("actitud positiva hacia el aborto") subyace las respuestas a este ítem.  
Es decir, supongamos un modelo unidimensional.

## Modelos de proximidad

### Ejemplo:

Consideremos el siguiente ítem, parte de una escala para medir actitud hacia el aborto:

*La ley debería permitir a una mujer embarazada interrumpir voluntariamente el embarazo, solo cuando se presenta uno (o más) de los siguientes casos:*

- ✓ *El embarazo es producto de una violación.*
- ✓ *El feto tiene una deformación genética grave.*
- ✓ *La vida de la madre está en riesgo.*

*Respuesta:*

- ☐ *De acuerdo*
- ☐ *En desacuerdo*

- Supongamos que efectivamente un rasgo latente ("actitud positiva hacia el aborto") subyace las respuestas a este ítem.  
Es decir, supongamos un **modelo unidimensional**.

## Modelos de proximidad

### Ejemplo:

Consideremos el siguiente ítem, parte de una escala para medir actitud hacia el aborto:

*La ley debería permitir a una mujer embarazada interrumpir voluntariamente el embarazo, solo cuando se presenta uno (o más) de los siguientes casos:*

- ✓ *El embarazo es producto de una violación.*
- ✓ *El feto tiene una deformación genética grave.*
- ✓ *La vida de la madre está en riesgo.*

*Respuesta:*

- ☐ *De acuerdo*
- ☐ *En desacuerdo*

### ■ ¿Es plausible mantener los siguientes supuestos?

A mayor nivel ( $\theta$ ) en el rasgo latente, más alta es la probabilidad de responder en la categoría más alta.

A menor nivel ( $\theta$ ) en el rasgo latente, más alta es la probabilidad de responder en la categoría más baja.

## Modelos de proximidad

### Ejemplo:

Consideremos el siguiente ítem, parte de una escala para medir actitud hacia el aborto:

*La ley debería permitir a una mujer embarazada interrumpir voluntariamente el embarazo, solo cuando se presenta uno (o más) de los siguientes casos:*

- ✓ *El embarazo es producto de una violación.*
- ✓ *El feto tiene una deformación genética grave.*
- ✓ *La vida de la madre está en riesgo.*

*Respuesta:*

- ☐ *De acuerdo*
- ☐ *En desacuerdo*

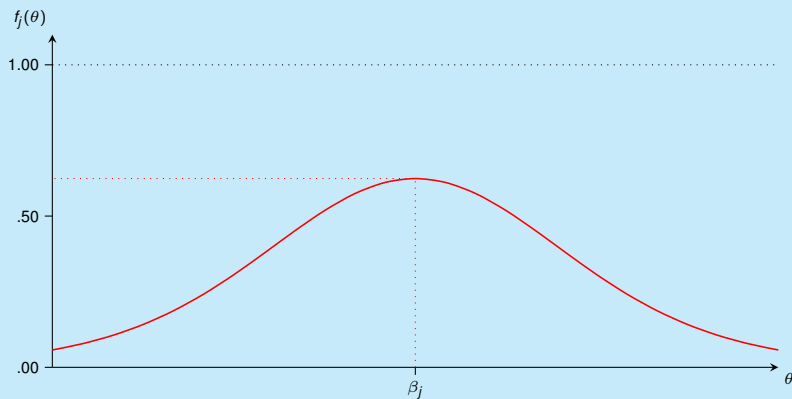
- Probablemente, tanto personas con una actitud muy a favor, como las con una actitud muy en contra del aborto estarían en desacuerdo con este ítem.

Solo las personas con una actitud intermedia, estarán de acuerdo con este ítem.

⇒ Es decir, es más plausible un **modelo de proximidad** o **modelo de punto ideal**.

⇒ Se dice: "Las personas estarán de acuerdo con los ítems que en la dimensión latente se encuentran cercanos a su nivel  $\theta$  en el rasgo."

## Modelos de proximidad: Curva característica



## Índice:

- 1 Modelos de “dominancia” vs. modelos de “proximidad”
- 2 Modelos determinísticos de desdoblamiento (*unfolding*)
  - El modelo unidimensional de desdoblamiento de Coombs (1950)
  - Modelos multidimensionales de desdoblamiento
- 3 El Modelo de Coseno Hiperbólico (Andrich y Luo, 1993)
- 4 El Modelo de Desdoblamiento Graduado Generalizado (Roberts et al., 2000)

└ Modelos determinísticos de desdoblamiento (*unfolding*)

└ El modelo unidimensional de desdoblamiento de Coombs (1950)

## Índice:

- 1 Modelos de “dominancia” vs. modelos de “proximidad”
- 2 Modelos determinísticos de desdoblamiento (*unfolding*)
  - El modelo unidimensional de desdoblamiento de Coombs (1950)
  - Modelos multidimensionales de desdoblamiento
- 3 El Modelo de Coseno Hiperbólico (Andrich y Luo, 1993)
- 4 El Modelo de Desdoblamiento Graduado Generalizado (Roberts et al., 2000)

## El modelo unidimensional de desdoblamiento de Coombs (1950)

El modelo de Coombs incluye los siguientes supuestos:

- Se puede asignar parámetros a cada persona y cada ítem:
  - A cada persona  $p$  se asigna un parámetro  $\theta_p$ .
  - A cada ítem  $i$  se asigna un parámetro  $\beta_i$ .

Las  $\theta_p$  y  $\beta_i$  corresponden con las posiciones de personas e ítems sobre una dimensión latente.

- Con base en la distancia (diferencia absoluta) entre  
la posición  $\theta_p$  de la persona  $p$   
y las posiciones  $\beta_i$  de los ítems

se puede reconstruir el orden de preferencias que tiene la persona  $p$  con respecto a los distintos ítems.

- En particular, este orden de preferencias corresponde con el orden de las distancias entre  $\theta_p$  y las respectivas  $\beta_i$ s.



## El modelo unidimensional de desdoblamiento de Coombs (1950)

El modelo de Coombs incluye los siguientes supuestos:

- Se puede asignar parámetros a cada persona y cada ítem:
  - A cada persona  $p$  se asigna un parámetro  $\theta_p$ .
  - A cada ítem  $i$  se asigna un parámetro  $\beta_i$ .

Las  $\theta_p$  y  $\beta_i$  corresponden con las posiciones de personas e ítems sobre una dimensión latente.

- Con base en la distancia (diferencia absoluta) entre  
la posición  $\theta_p$  de la persona  $p$   
y las posiciones  $\beta_i$  de los ítems  
se puede reconstruir el orden de preferencias que tiene la persona  $p$  con respecto a los distintos ítems.
- En particular, este orden de preferencias corresponde con el orden de las distancias entre  $\theta_p$  y las respectivas  $\beta_i$ s.

## El modelo unidimensional de desdoblamiento de Coombs (1950)

El modelo de Coombs incluye los siguientes supuestos:

- Se puede asignar parámetros a cada persona y cada ítem:
  - A cada persona  $p$  se asigna un parámetro  $\theta_p$ .
  - A cada ítem  $i$  se asigna un parámetro  $\beta_i$ .

Las  $\theta_p$  y  $\beta_i$  corresponden con las posiciones de personas e ítems sobre una dimensión latente.

- Con base en la distancia (diferencia absoluta) entre  
la posición  $\theta_p$  de la persona  $p$   
y las posiciones  $\beta_i$  de los ítems

se puede reconstruir el orden de preferencias que tiene la persona  $p$  con respecto a los distintos ítems.

- En particular, este orden de preferencias corresponde con el orden de las distancias entre  $\theta_p$  y las respectivas  $\beta_i$ s.

## El modelo unidimensional de desdoblamiento de Coombs (1950)

El modelo de Coombs incluye los siguientes supuestos:

- Se puede asignar parámetros a cada persona y cada ítem:
  - A cada persona  $p$  se asigna un parámetro  $\theta_p$ .
  - A cada ítem  $i$  se asigna un parámetro  $\beta_i$ .

Las  $\theta_p$  y  $\beta_i$  corresponden con las posiciones de personas e ítems sobre una dimensión latente.

- Con base en la distancia (diferencia absoluta) entre
  - la posición  $\theta_p$  de la persona  $p$
  - y las posiciones  $\beta_i$  de los ítems

se puede reconstruir el orden de preferencias que tiene la persona  $p$  con respecto a los distintos ítems.

- En particular, este orden de preferencias corresponde con el orden de las distancias entre  $\theta_p$  y las respectivas  $\beta_i$ s.

## El modelo unidimensional de desdoblamiento de Coombs (1950)

### Ejemplo:

- La siguiente tabla representa el orden de preferencia de 4 personas con respecto a 5 ítems:

	Ítems				
	A	B	C	D	E
Persona 1:	3	2	1	4	5
Persona 2:	5	4	3	1	2
Persona 3:	2	1	3	4	5
Persona 4:	5	3	1	2	4

- En el modelo de Coombs, se asigna parámetros a las personas y los ítems de tal forma que las distancias entre la persona y los ítems refleja el orden de preferencia de esta persona.

## El modelo unidimensional de desdoblamiento de Coombs (1950)

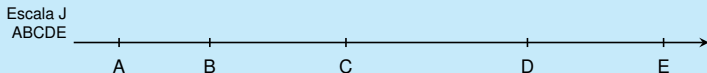
### Ejemplo:

- La siguiente tabla representa el orden de preferencia de 4 personas con respecto a 5 ítems:

	Ítems				
	A	B	C	D	E
Persona 1:	3	2	1	4	5
Persona 2:	5	4	3	1	2
Persona 3:	2	1	3	4	5
Persona 4:	5	3	1	2	4

- En el modelo de Coombs, se asigna parámetros a las personas y los ítems de tal forma que las distancias entre la persona y los ítems refleja el orden de preferencia de esta persona.

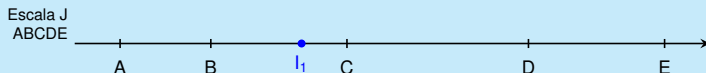
## Doblar y desdoblar una escala



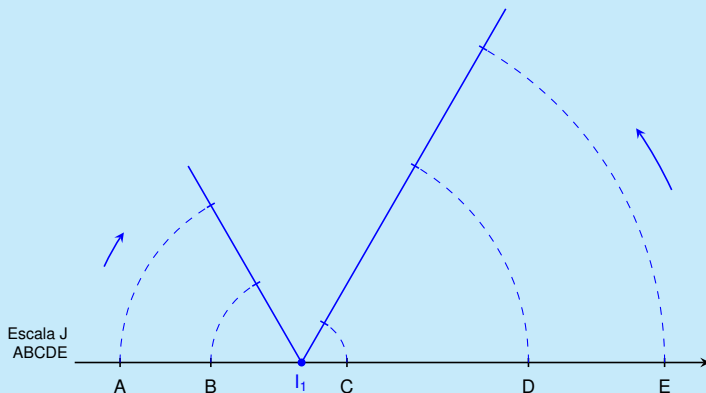
└ Modelos determinísticos de desdoblamiento (*unfolding*)

└ El modelo unidimensional de desdoblamiento de Coombs (1950)

## Doblar y desdoblar una escala

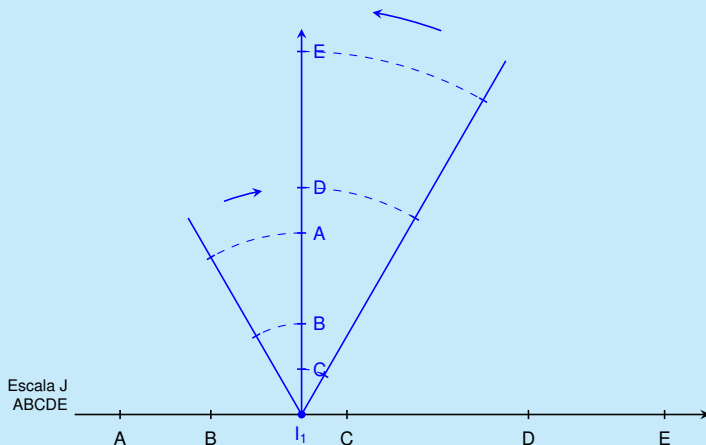


## Doblar y desdoblar una escala

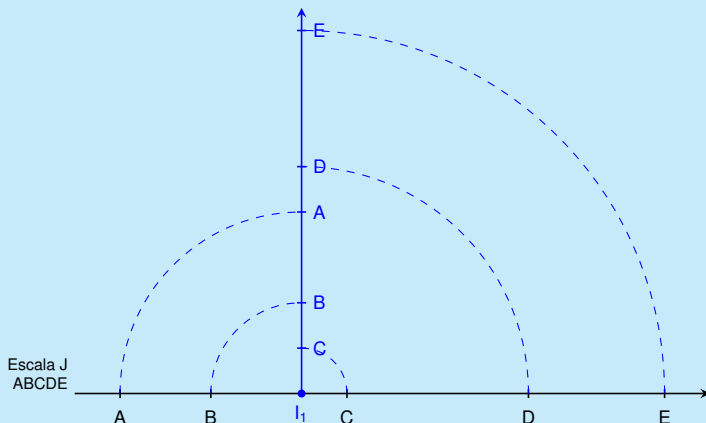




## Doblar y desdoblar una escala



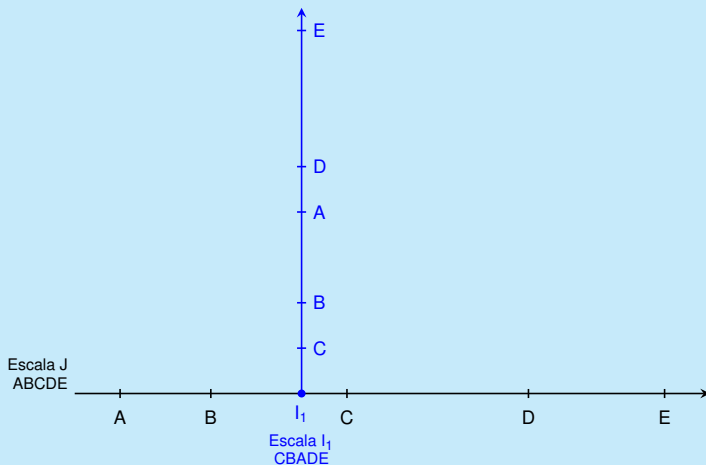
## Doblar y desdoblar una escala



└ Modelos determinísticos de desdoblamiento (*unfolding*)

└ El modelo unidimensional de desdoblamiento de Coombs (1950)

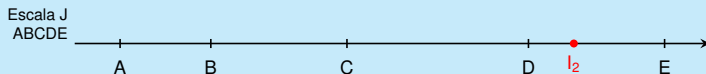
## Doblar y desdoblar una escala



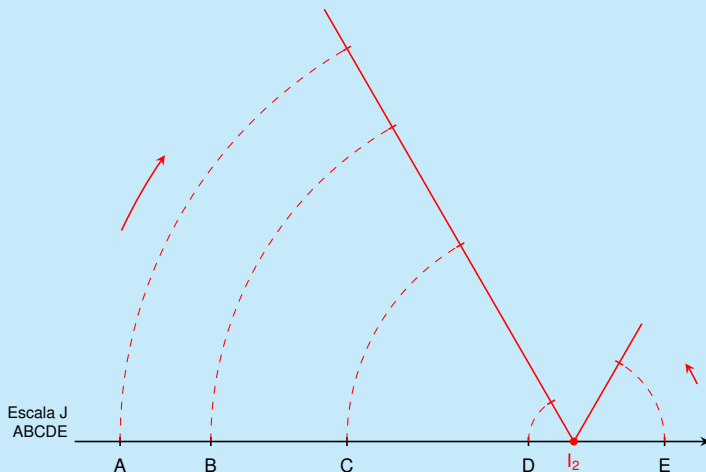
└ Modelos determinísticos de desdoblamiento (*unfolding*)

└ El modelo unidimensional de desdoblamiento de Coombs (1950)

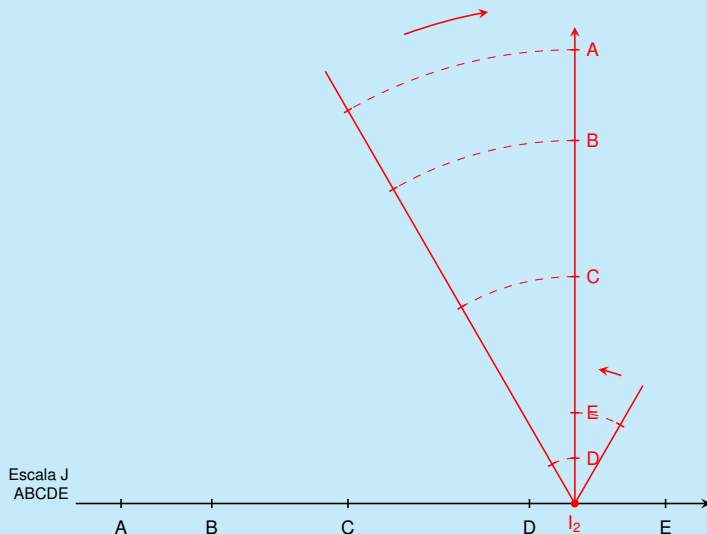
## Doblar y desdoblar una escala



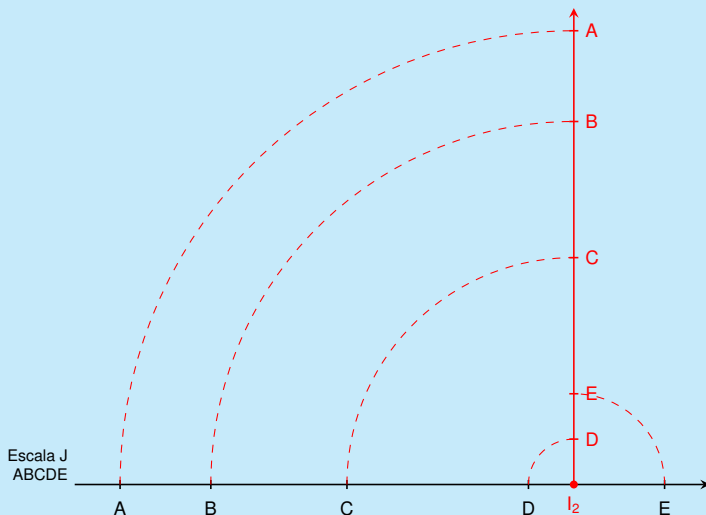
## Doblar y desdoblar una escala



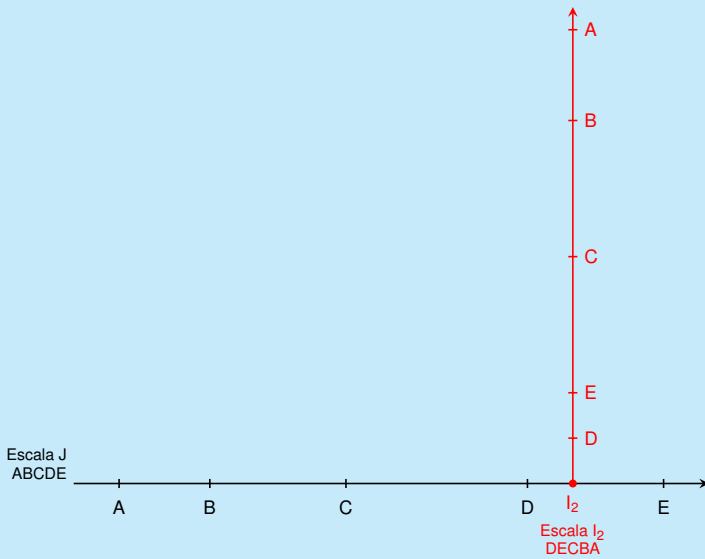
## Doblar y desdoblar una escala



## Doblar y desdoblar una escala

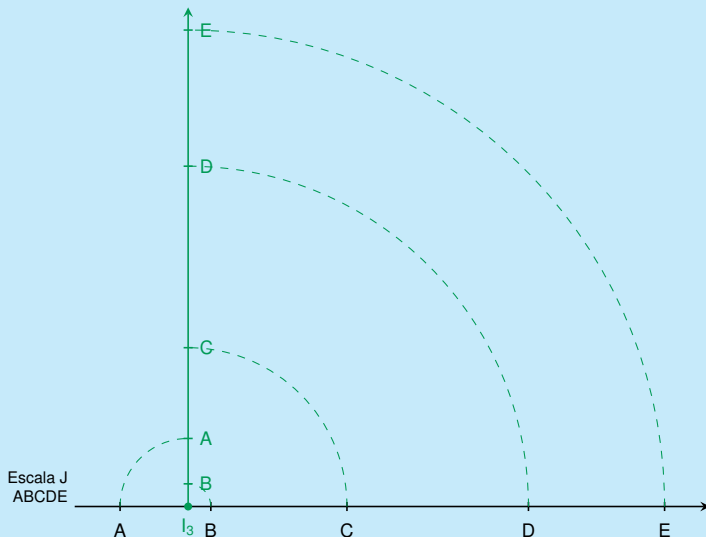


## Doblar y desdoblar una escala

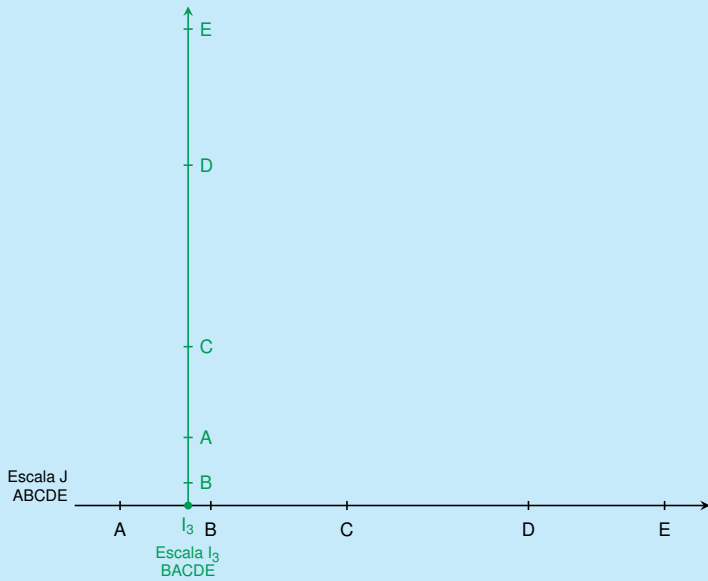




## Doblar y desdoblar una escala



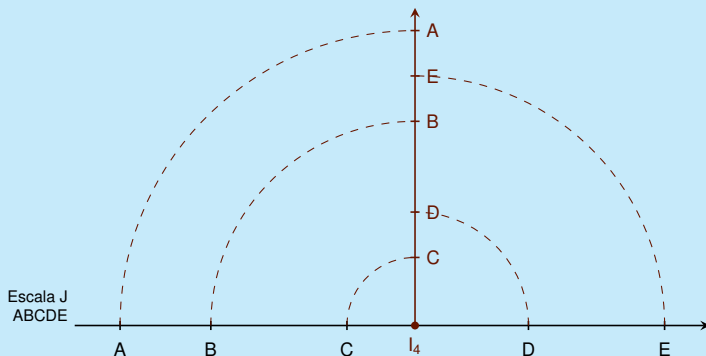
## Doblar y desdoblar una escala



└ Modelos determinísticos de desdoblamiento (*unfolding*)

└ El modelo unidimensional de desdoblamiento de Coombs (1950)

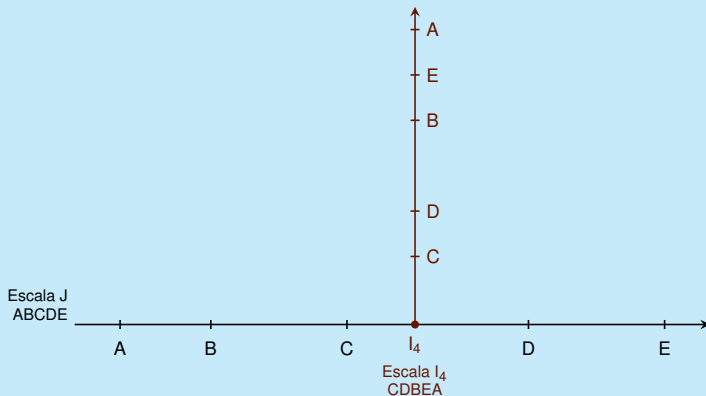
## Doblar y desdoblar una escala



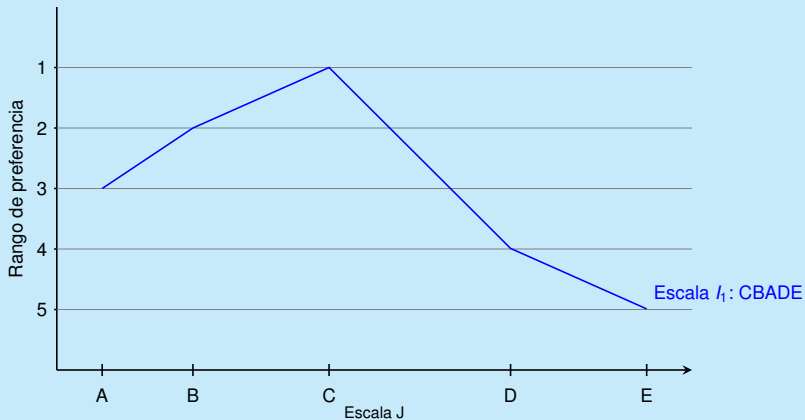
└ Modelos determinísticos de desdoblamiento (*unfolding*)

└ El modelo unidimensional de desdoblamiento de Coombs (1950)

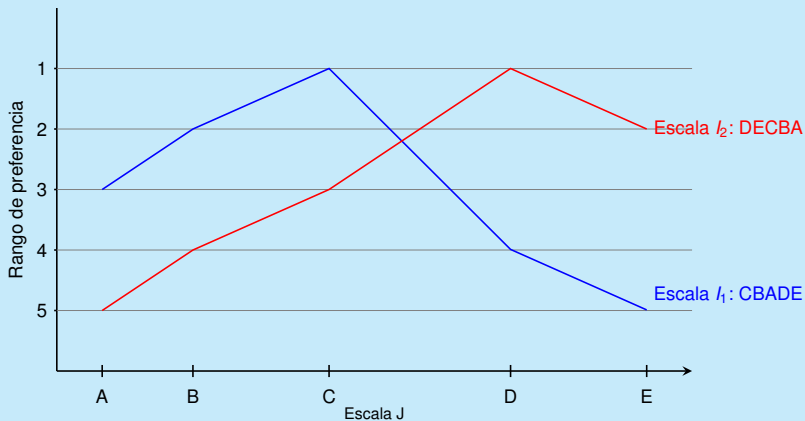
## Doblar y desdoblar una escala



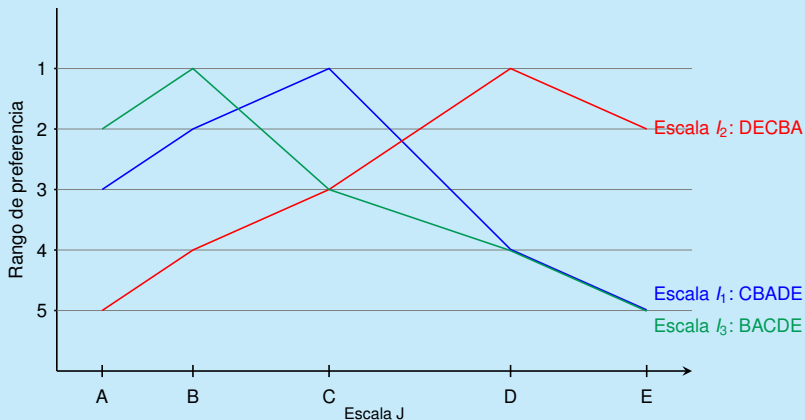
## Funciones de preferencia (*single-peaked*)



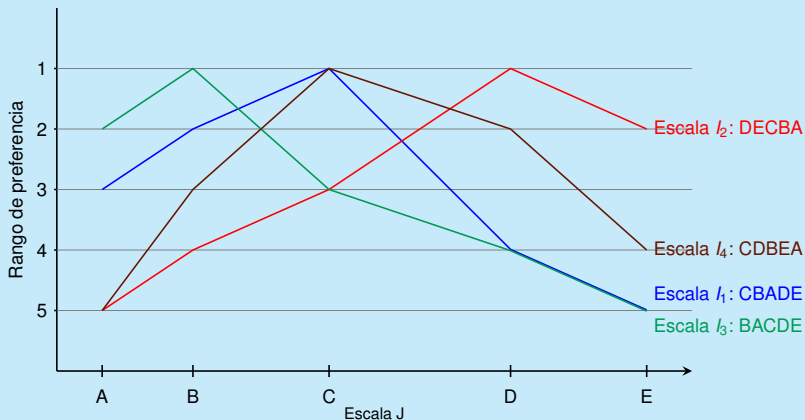
## Funciones de preferencia (*single-peaked*)



## Funciones de preferencia (*single-peaked*)



## Funciones de preferencia (*single-peaked*)

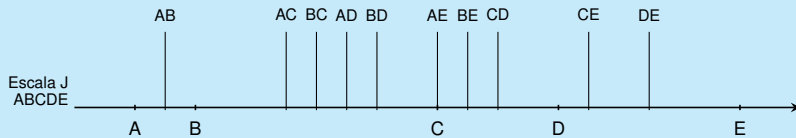




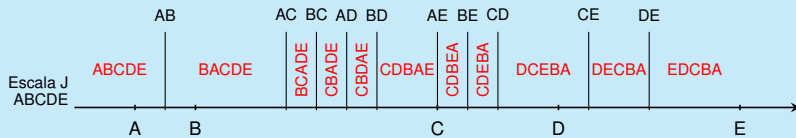
## Las escalas I: patrones admisibles



## Las escalas I: patrones admisibles



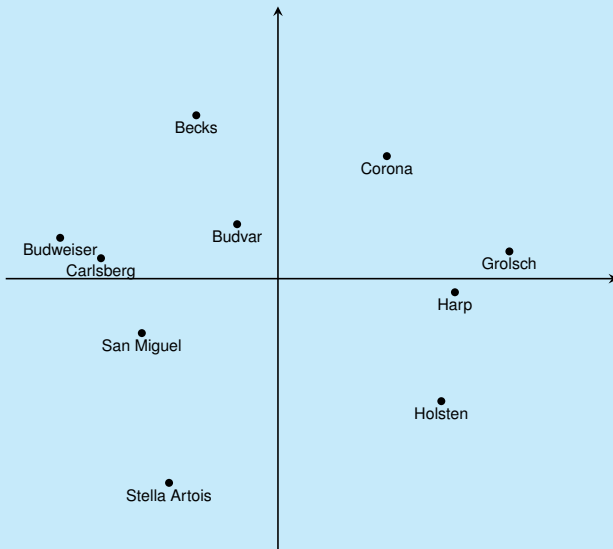
## Las escalas I: patrones admisibles



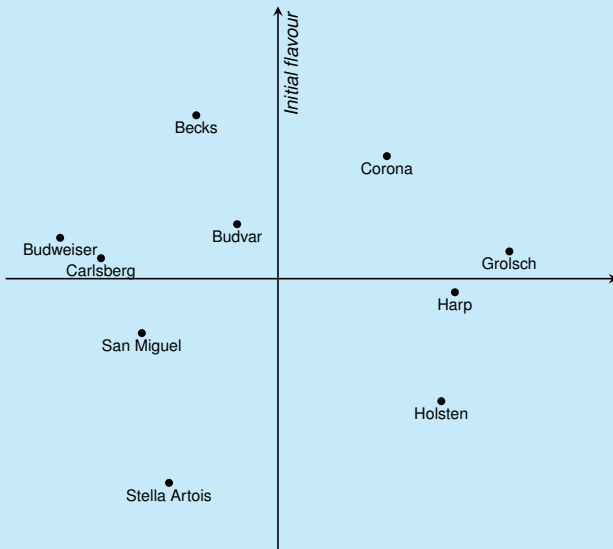
# Índice:

- 1 Modelos de “dominancia” vs. modelos de “proximidad”
- 2 Modelos determinísticos de desdoblamiento (*unfolding*)
  - El modelo unidimensional de desdoblamiento de Coombs (1950)
  - Modelos multidimensionales de desdoblamiento
- 3 El Modelo de Coseno Hiperbólico (Andrich y Luo, 1993)
- 4 El Modelo de Desdoblamiento Graduado Generalizado (Roberts et al., 2000)

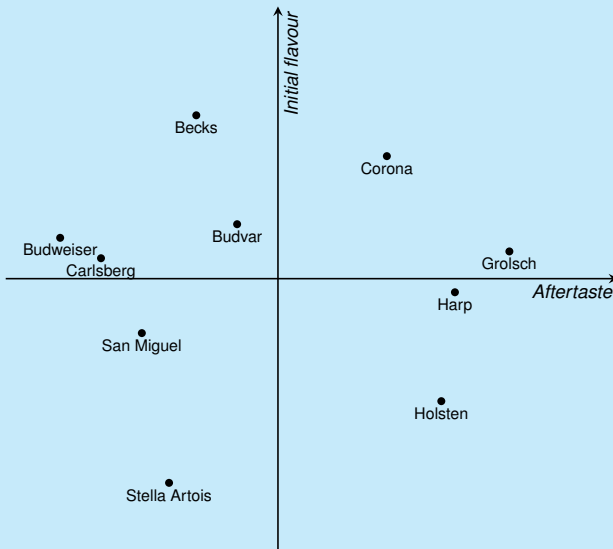
## Desdoblamiento en más dimensiones



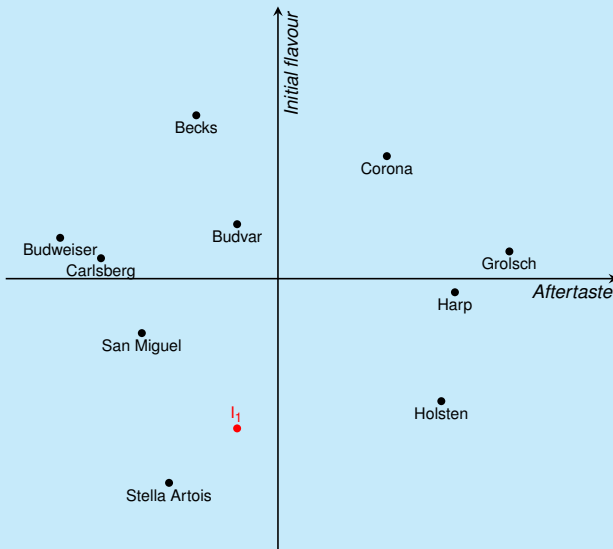
## Desdoblamiento en más dimensiones



## Desdoblamiento en más dimensiones



## Desdoblamiento en más dimensiones





## Desdoblamiento en más dimensiones



## Índice:

- 1 Modelos de “dominancia” vs. modelos de “proximidad”
- 2 Modelos determinísticos de desdoblamiento (*unfolding*)
- 3 El Modelo de Coseno Hiperbólico (Andrich y Luo, 1993)
  - Principios básicos
  - Curva característica del ítem
  - Derivación desde el modelo de Rasch para ítems politómicos
- 4 El Modelo de Desdoblamiento Graduado Generalizado (Roberts et al., 2000)

# Índice:

- 1 Modelos de “dominancia” vs. modelos de “proximidad”
- 2 Modelos determinísticos de desdoblamiento (*unfolding*)
- 3 El Modelo de Coseno Hiperbólico (Andrich y Luo, 1993)
  - Principios básicos
    - Curva característica del ítem
    - Derivación desde el modelo de Rasch para ítems politómicos
- 4 El Modelo de Desdoblamiento Graduado Generalizado (Roberts et al., 2000)

# El Modelo de Coseno Hiperbólico: Principios Básicos

El modelo de coseno hiperbólico (Andrich y Luo, 1993):

- Es un **modelo probabilístico** de la Teoría de Respuesta al Ítem para **ítems dicotómicos**.

Comúnmente, 1 significa “De acuerdo”;  
y 0 significa “En desacuerdo”.

- Especifica los siguientes parámetros:
  - A cada persona se asigna 1 parámetro:
    - $\theta_p$ : La posición de la persona  $p$  en la dimensión latente.
  - A cada ítem se asignan 2 parámetros:
    - $\beta_i$ : La posición del ítem  $i$  en la dimensión latente.
    - $\rho_i$ : La **latitud de aceptación** asociada con el ítem  $i$ ;  
Nota:  $\rho_i \geq 0$ .

## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Principios Básicos

El modelo de coseno hiperbólico (Andrich y Luo, 1993):

- Es un **modelo probabilístico** de la Teoría de Respuesta al Ítem para **ítems dicotómicos**.

Comúnmente, 1 significa “De acuerdo”;  
y 0 significa “En desacuerdo”.

- Especifica los siguientes parámetros:
  - A cada persona se asigna 1 parámetro:
    - $\theta_p$ : La posición de la persona  $p$  en la dimensión latente.
  - A cada ítem se asignan 2 parámetros:
    - $\beta_i$ : La posición del ítem  $i$  en la dimensión latente.
    - $\rho_i$ : La **latitud de aceptación** asociada con el ítem  $i$ ;  
Nota:  $\rho_i \geq 0$ .

## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Principios Básicos

El modelo de coseno hiperbólico (Andrich y Luo, 1993):

- Es un **modelo probabilístico** de la Teoría de Respuesta al Ítem para **ítems dicotómicos**.

Comúnmente, 1 significa “De acuerdo”;  
y 0 significa “En desacuerdo”.

- Especifica los siguientes parámetros:
  - A cada persona se asigna 1 parámetro:
    - $\theta_p$ : La posición de la persona  $p$  en la dimensión latente.
  - A cada ítem se asignan 2 parámetros:
    - $\beta_i$ : La posición del ítem  $i$  en la dimensión latente.
    - $\rho_i$ : La **latitud de aceptación** asociada con el ítem  $i$ ;  
Nota:  $\rho_i \geq 0$ .

## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Principios Básicos

El modelo de coseno hiperbólico (Andrich y Luo, 1993):

- Es un **modelo probabilístico** de la Teoría de Respuesta al Ítem para **ítems dicotómicos**.

Comúnmente, 1 significa “De acuerdo”;  
y 0 significa “En desacuerdo”.

- Especifica los siguientes parámetros:
  - A cada persona se asigna 1 parámetro:
    - $\theta_p$ : La posición de la persona  $p$  en la dimensión latente.
  - A cada ítem se asignan 2 parámetros:
    - $\beta_i$ : La posición del ítem  $i$  en la dimensión latente.
    - $\rho_i$ : La **latitud de aceptación** asociada con el ítem  $i$ ;  
Nota:  $\rho_i \geq 0$ .

## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Principios Básicos

El modelo de coseno hiperbólico (Andrich y Luo, 1993):

- Es un **modelo probabilístico** de la Teoría de Respuesta al Ítem para **ítems dicotómicos**.

Comúnmente, 1 significa “De acuerdo”;  
y 0 significa “En desacuerdo”.

- Especifica los siguientes parámetros:
  - A cada persona se asigna 1 parámetro:
    - $\theta_p$ : La posición de la persona  $p$  en la dimensión latente.
  - A cada ítem se asignan 2 parámetros:
    - $\beta_i$ : La posición del ítem  $i$  en la dimensión latente.
    - $\rho_i$ : La **latitud de aceptación** asociada con el ítem  $i$ ;  
Nota:  $\rho_i \geq 0$ .



## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Principios Básicos

El modelo de coseno hiperbólico (Andrich y Luo, 1993):

- combina de la siguiente manera los parámetros de la persona  $p$  y el ítem  $i$  para modelar la probabilidad de que la persona responde “De acuerdo” en el ítem:

$$\Pr(Y_{pi} = 1 | \theta_p, \beta_i, \rho_i) = \frac{\cosh(\rho_i)}{\cosh(\rho_i) + \cosh(\theta_p - \beta_i)},$$

reconociendo que la función de coseno hiperbólico se define para cualquier  $x$  como:

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Principios Básicos

El modelo de coseno hiperbólico (Andrich y Luo, 1993):

- combina de la siguiente manera los parámetros de la persona  $p$  y el ítem  $i$  para modelar la probabilidad de que la persona responde “De acuerdo” en el ítem:

$$\Pr(Y_{pi} = 1 | \theta_p, \beta_i, \rho_i) = \frac{\cosh(\rho_i)}{\cosh(\rho_i) + \cosh(\theta_p - \beta_i)},$$

reconociendo que la función de coseno hiperbólico se define para cualquier  $x$  como:

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

- └ El Modelo de Coseno Hiperbólico (Andrich y Luo, 1993)
  - └ Curva característica del ítem

## Índice:

- 1 Modelos de “dominancia” vs. modelos de “proximidad”
- 2 Modelos determinísticos de desdoblamiento (*unfolding*)
- 3 El Modelo de Coseno Hiperbólico (Andrich y Luo, 1993)
  - Principios básicos
  - **Curva característica del ítem**
  - Derivación desde el modelo de Rasch para ítems politómicos
- 4 El Modelo de Desdoblamiento Graduado Generalizado (Roberts et al., 2000)

## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Curva característica

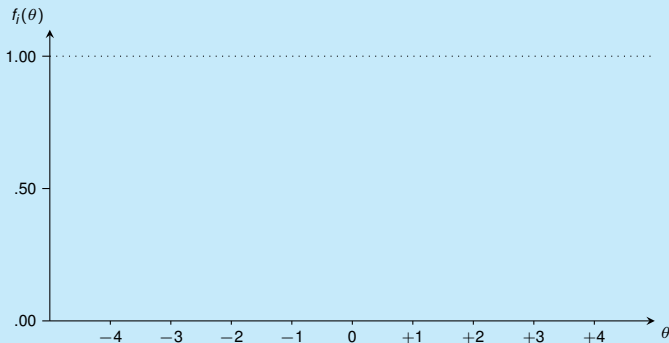
Con base en el anterior, la curva característica del ítem  $i$  en el modelo de coseno hiperbólico se da por:

$$f_i(\theta) = \frac{\cosh(\rho_i)}{\cosh(\rho_i) + \cosh(\theta - \beta_i)}$$

## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Curva característica

Con base en el anterior, la curva característica del ítem  $i$  en el modelo de coseno hiperbólico se da por:

$$f_i(\theta) = \frac{\cosh(\rho_i)}{\cosh(\rho_i) + \cosh(\theta - \beta_i)}$$

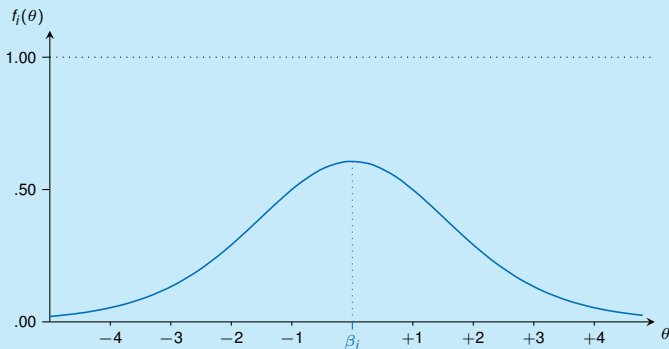


## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Curva característica

Con base en el anterior, la curva característica del ítem  $i$  en el modelo de coseno hiperbólico se da por:

$$f_i(\theta) = \frac{\cosh(\rho_i)}{\cosh(\rho_i) + \cosh(\theta - \beta_i)}$$

Para  $\beta_i = 0.0$  y  $\rho_i = 1.0$ .

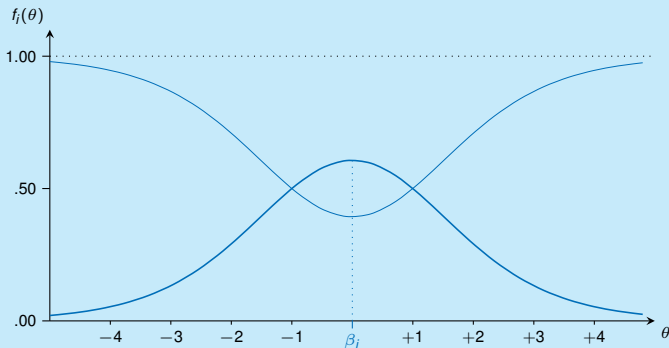


## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Curva característica

Con base en el anterior, la curva característica del ítem  $i$  en el modelo de coseno hiperbólico se da por:

$$f_i(\theta) = \frac{\cosh(\rho_i)}{\cosh(\rho_i) + \cosh(\theta - \beta_i)}$$

Para  $\beta_i = 0.0$  y  $\rho_i = 1.0$ .

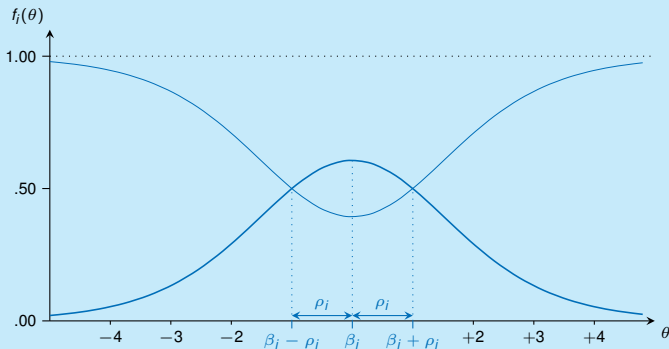


## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Curva característica

Con base en el anterior, la curva característica del ítem  $i$  en el modelo de coseno hiperbólico se da por:

$$f_i(\theta) = \frac{\cosh(\rho_i)}{\cosh(\rho_i) + \cosh(\theta - \beta_i)}$$

Para  $\beta_i = 0.0$  y  $\rho_i = 1.0$ .





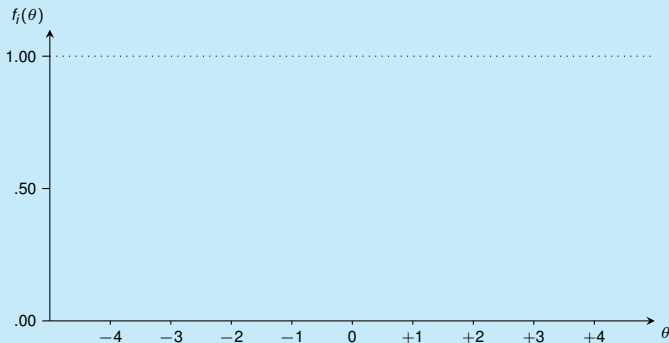
## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Curva característica

Con base en el anterior, la curva característica del ítem  $i$  en el modelo de coseno hiperbólico se da por:

$$f_i(\theta) = \frac{\cosh(\rho_i)}{\cosh(\rho_i) + \cosh(\theta - \beta_i)}$$

Para  $\beta_i = 0.0$  y  $\rho_i = 1.0$ .

Para  $\beta_{i'} = 2.0$  y  $\rho_{i'} = 1.0$ .



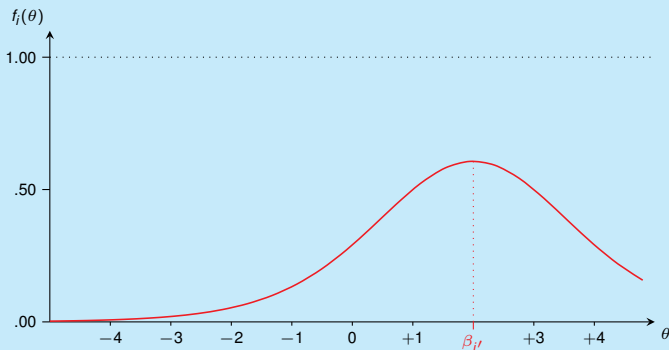
## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Curva característica

Con base en el anterior, la curva característica del ítem  $i$  en el modelo de coseno hiperbólico se da por:

$$f_i(\theta) = \frac{\cosh(\rho_i)}{\cosh(\rho_i) + \cosh(\theta - \beta_i)}$$

Para  $\beta_i = 0.0$  y  $\rho_i = 1.0$ .

Para  $\beta_{i'} = 2.0$  y  $\rho_{i'} = 1.0$ .



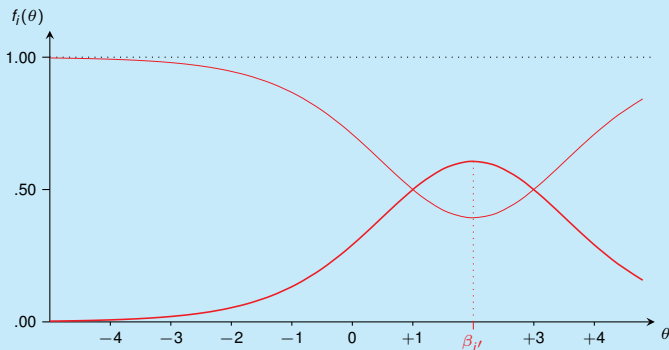
## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Curva característica

Con base en el anterior, la curva característica del ítem  $i$  en el modelo de coseno hiperbólico se da por:

$$f_i(\theta) = \frac{\cosh(\rho_i)}{\cosh(\rho_i) + \cosh(\theta - \beta_i)}$$

Para  $\beta_i = 0.0$  y  $\rho_i = 1.0$ .

Para  $\beta_{i'} = 2.0$  y  $\rho_{i'} = 1.0$ .



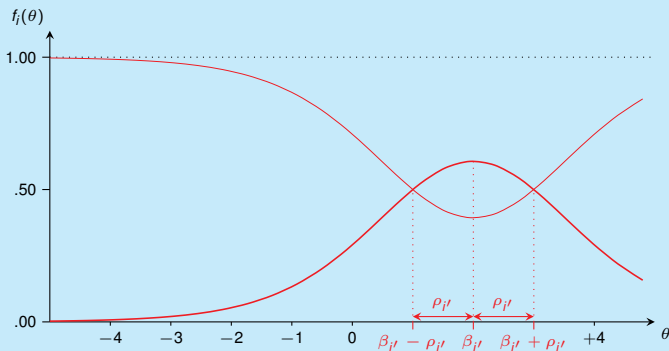
## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Curva característica

Con base en el anterior, la curva característica del ítem  $i$  en el modelo de coseno hiperbólico se da por:

$$f_i(\theta) = \frac{\cosh(\rho_i)}{\cosh(\rho_i) + \cosh(\theta - \beta_i)}$$

Para  $\beta_i = 0.0$  y  $\rho_i = 1.0$ .

Para  $\beta_{i'} = 2.0$  y  $\rho_{i'} = 1.0$ .



## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Curva característica

Con base en el anterior, la curva característica del ítem  $i$  en el modelo de coseno hiperbólico se da por:

$$f_i(\theta) = \frac{\cosh(\rho_i)}{\cosh(\rho_i) + \cosh(\theta - \beta_i)}$$

Para  $\beta_i = 0.0$  y  $\rho_i = 1.0$ .

Para  $\beta_{i''} = 0.0$  y  $\rho_{i''} = 2.0$ .

Para  $\beta_{i'} = 2.0$  y  $\rho_{i'} = 1.0$ .



## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Curva característica

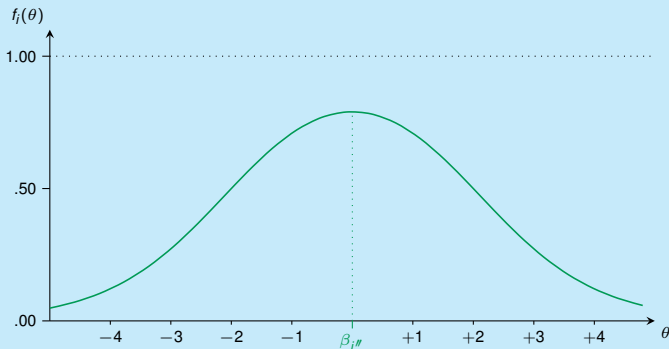
Con base en el anterior, la curva característica del ítem  $i$  en el modelo de coseno hiperbólico se da por:

$$f_i(\theta) = \frac{\cosh(\rho_i)}{\cosh(\rho_i) + \cosh(\theta - \beta_i)}$$

Para  $\beta_i = 0.0$  y  $\rho_i = 1.0$ .

Para  $\beta_{i''} = 0.0$  y  $\rho_{i''} = 2.0$ .

Para  $\beta_{i'} = 2.0$  y  $\rho_{i'} = 1.0$ .



## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Curva característica

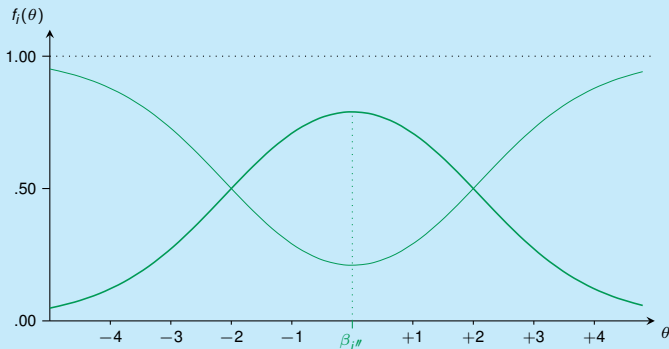
Con base en el anterior, la curva característica del ítem  $i$  en el modelo de coseno hiperbólico se da por:

$$f_i(\theta) = \frac{\cosh(\rho_i)}{\cosh(\rho_i) + \cosh(\theta - \beta_i)}$$

Para  $\beta_i = 0.0$  y  $\rho_i = 1.0$ .

Para  $\beta_{i''} = 0.0$  y  $\rho_{i''} = 2.0$ .

Para  $\beta_{i'} = 2.0$  y  $\rho_{i'} = 1.0$ .



## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Curva característica

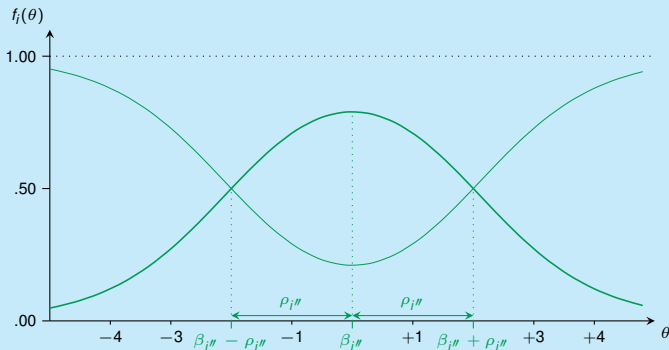
Con base en el anterior, la curva característica del ítem  $i$  en el modelo de coseno hiperbólico se da por:

$$f_i(\theta) = \frac{\cosh(\rho_i)}{\cosh(\rho_i) + \cosh(\theta - \beta_i)}$$

Para  $\beta_i = 0.0$  y  $\rho_i = 1.0$ .

Para  $\beta_{i''} = 0.0$  y  $\rho_{i''} = 2.0$ .

Para  $\beta_{i'} = 2.0$  y  $\rho_{i'} = 1.0$ .





## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Curva característica

Con base en el anterior, la curva característica del ítem  $i$  en el modelo de coseno hiperbólico se da por:

$$f_i(\theta) = \frac{\cosh(\rho_i)}{\cosh(\rho_i) + \cosh(\theta - \beta_i)}$$

Para  $\beta_i = 0.0$  y  $\rho_i = 1.0$ .

Para  $\beta_{i'} = 2.0$  y  $\rho_{i'} = 1.0$ .

Para  $\beta_{i''} = 0.0$  y  $\rho_{i''} = 2.0$ .

Para  $\beta_{i'''} = 0.0$  y  $\rho_{i'''} = 0.0$ .



## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Curva característica

Con base en el anterior, la curva característica del ítem  $i$  en el modelo de coseno hiperbólico se da por:

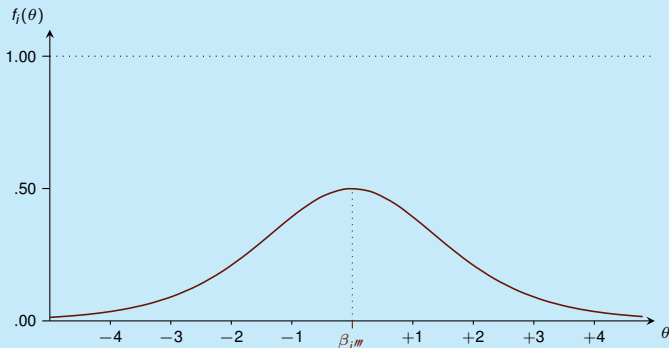
$$f_i(\theta) = \frac{\cosh(\rho_i)}{\cosh(\rho_i) + \cosh(\theta - \beta_i)}$$

Para  $\beta_i = 0.0$  y  $\rho_i = 1.0$ .

Para  $\beta_{i'} = 2.0$  y  $\rho_{i'} = 1.0$ .

Para  $\beta_{i''} = 0.0$  y  $\rho_{i''} = 2.0$ .

Para  $\beta_{i'''} = 0.0$  y  $\rho_{i'''} = 0.0$ .



## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Curva característica

Con base en el anterior, la curva característica del ítem  $i$  en el modelo de coseno hiperbólico se da por:

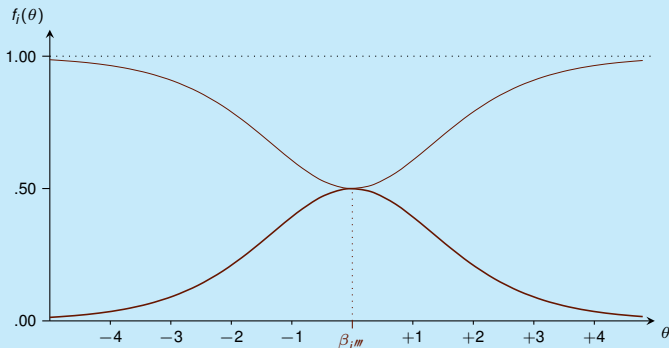
$$f_i(\theta) = \frac{\cosh(\rho_i)}{\cosh(\rho_i) + \cosh(\theta - \beta_i)}$$

Para  $\beta_i = 0.0$  y  $\rho_i = 1.0$ .

Para  $\beta_{i'} = 2.0$  y  $\rho_{i'} = 1.0$ .

Para  $\beta_{i''} = 0.0$  y  $\rho_{i''} = 2.0$ .

Para  $\beta_{i'''} = 0.0$  y  $\rho_{i'''} = 0.0$ .



## Índice:

- 1 Modelos de “dominancia” vs. modelos de “proximidad”
- 2 Modelos determinísticos de desdoblamiento (*unfolding*)
- 3 El Modelo de Coseno Hiperbólico (Andrich y Luo, 1993)
  - Principios básicos
  - Curva característica del ítem
  - Derivación desde el modelo de Rasch para ítems politómicos
- 4 El Modelo de Desdoblamiento Graduado Generalizado (Roberts et al., 2000)

## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Derivación

- Andrich y Luo derivaron el modelo de coseno hiperbólico del modelo de Rasch para ítems politómicos.

Específicamente, para el caso especial de ítems politómicos de  $m = 3$  categorías.

Recuérdese: Para ítems politómicos las categorías intermedias son "*single-peaked*".

- La idea básicamente es que:

A pesar de que existen **solo dos** categorías de respuesta **observadas** existen **tres** categorías de respuesta **latentes**:

- Categoría 0: "En desacuerdo desde abajo" (porque la persona se encuentra más **en contra** con lo que dice el ítem);
- Categoría 1: "De acuerdo";
- Categoría 2: "En desacuerdo desde arriba" (porque la persona se encuentra más **a favor** de lo que dice el ítem);

## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Derivación

- Andrich y Luo derivaron el modelo de coseno hiperbólico del modelo de Rasch para ítems politómicos.

Específicamente, para el caso especial de ítems politómicos de  $m = 3$  categorías.

Recuérdese: Para ítems politómicos las categorías intermedias son "*single-peaked*".

- La idea básicamente es que:

A pesar de que existen **solo dos** categorías de respuesta **observadas** existen **tres** categorías de respuesta **latentes**:

- Categoría 0: "En desacuerdo desde abajo" (porque la persona se encuentra más en contra con lo que dice el ítem);
- Categoría 1: "De acuerdo";
- Categoría 2: "En desacuerdo desde arriba" (porque la persona se encuentra más a favor de lo que dice el ítem);

## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Derivación

- Andrich y Luo derivaron el modelo de coseno hiperbólico del modelo de Rasch para ítems politómicos.

Específicamente, para el caso especial de ítems politómicos de  $m = 3$  categorías.

Recuérdese: Para ítems politómicos las categorías entermedias son “*single-peaked*”.

- La idea básicamente es que:

A pesar de que existen **solo dos** categorías de respuesta **observadas** existen **tres** categorías de respuesta **latentes**:

- Categoría 0: “En desacuerdo desde abajo” (porque la persona se encuentra más en contra con lo que dice el ítem);
- Categoría 1: “De acuerdo”;
- Categoría 2: “En desacuerdo desde arriba” (porque la persona se encuentra más a favor de lo que dice el ítem);

## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Derivación

- Andrich y Luo derivaron el modelo de coseno hiperbólico del modelo de Rasch para ítems politómicos.

Específicamente, para el caso especial de ítems politómicos de  $m = 3$  categorías.

Recuérdese: Para ítems politómicos las categorías entermedias son “*single-peaked*”.

- La idea básicamente es que:

A pesar de que existen **solo dos** categorías de respuesta **observadas** existen **tres** categorías de respuesta **latentes**:

- Categoría 0: “En desacuerdo desde abajo” (porque la persona se encuentra más **en contra** con lo que dice el ítem);
- Categoría 1: “De acuerdo”;
- Categoría 2: “En desacuerdo desde arriba” (porque la persona se encuentra más **a favor** de lo que dice el ítem);



## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Derivación

- Andrich y Luo derivaron el modelo de coseno hiperbólico del modelo de Rasch para ítems politómicos.

Específicamente, para el caso especial de ítems politómicos de  $m = 3$  categorías.

Recuérdese: Para ítems politómicos las categorías entermedias son “*single-peaked*”.

- La idea básicamente es que:

A pesar de que existen **solo dos** categorías de respuesta **observadas** existen **tres** categorías de respuesta **latentes**:

- Categoría 0: “En desacuerdo desde abajo” (porque la persona se encuentra más **en contra** con lo que dice el ítem);
- Categoría 1: “De acuerdo”;
- Categoría 2: “En desacuerdo desde arriba” (porque la persona se encuentra más **a favor** de lo que dice el ítem);

## El Modelo de Coseno Hiperbólico: Derivación

- Andrich y Luo derivaron el modelo de coseno hiperbólico del modelo de Rasch para ítems politómicos.

Específicamente, para el caso especial de ítems politómicos de  $m = 3$  categorías.

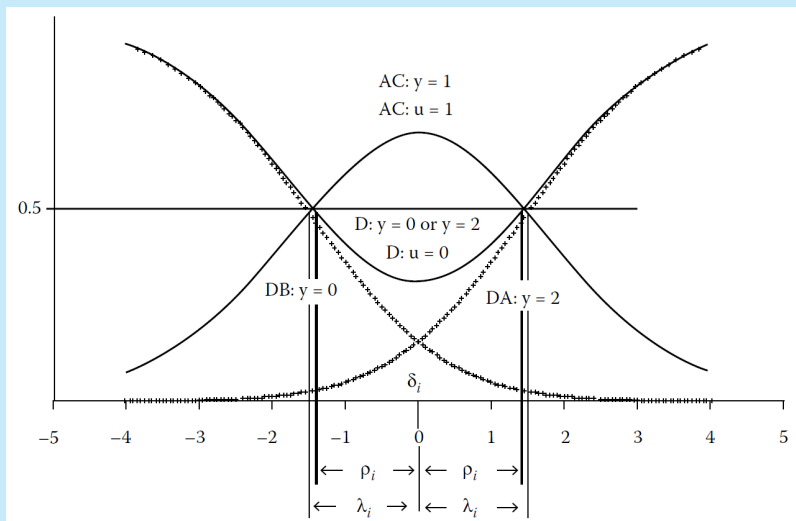
Recuérdese: Para ítems politómicos las categorías entermedias son “*single-peaked*”.

- La idea básicamente es que:

A pesar de que existen **solo dos** categorías de respuesta **observadas** existen **tres** categorías de respuesta **latentes**:

- Categoría 0: “**En desacuerdo desde abajo**” (porque la persona se encuentra más **en contra** con lo que dice el ítem);
- Categoría 1: “De acuerdo”;
- Categoría 2: “**En desacuerdo desde arriba**” (porque la persona se encuentra más **a favor** de lo que dice el ítem);

# El Modelo de Coseno Hiperbólico



## Índice:

- 1 Modelos de “dominancia” vs. modelos de “proximidad”
- 2 Modelos determinísticos de desdoblamiento (*unfolding*)
- 3 El Modelo de Coseno Hiperbólico (Andrich y Luo, 1993)
- 4 El Modelo de Desdoblamiento Graduado Generalizado (Roberts et al., 2000)