Introducción a Modelos Psicométricos

Clase 5

La Teoría Clásica de los Tests: Aplicaciones

Iwin Leenen y Ramsés Vázquez-Lira

Facultad de Psicología, UNAM

Programa de Licenciatura y Posgrado en Psicología
Semestre 2019–1

Índice

Índice

Índice

La Teoría Clásica de los Tests para una Persona

$$\boxed{X_{ih} = T_i + E_{ih}}$$

Persona i

h	X_{ih}	=	T_i	+	E_{ih}
1	39		37		$+2$
2	36		37		-1
3	34		37		-3
4	37		37		0
5	38		37		$+1$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
∞					
$\mathscr{E}$	37		37		0
σ^2	3		0		3

$$\boxed{X_{i'h} = T_{i'} + E_{i'h}}$$

Persona i'

h	$X_{i'h}$	=	$T_{i'}$	+	$E_{i'h}$
1	19		24		-5
2	23		24		-1
3	31		24		$+7$
4	26		24		$+2$
5	20		24		-4
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
∞					
$\mathscr{E}$	24		24		0
σ^2	10		0		10

Estimar la puntuación verdadera

La puntuación observada como estimador de la puntuación verdadera

Estimar la puntuación verdadera, considerando la teoría clásica para una persona

- De los supuestos de la teoría clasica de los tests, sigue que:

$$\mathscr{E}(X_i) = T_i$$

- A partir de este resultado es natural proponer X_i como estimador de T_i:

$$\widehat{T}_i \longleftarrow X_i$$

- Entonces, se puede derivar que:
  - X_i es un estimador insesgado:

$$\mathscr{E}(X_i - T_i) = 0$$

  - La eficiencia del estimador X_i es

$$\mathscr{E}\left[(X_i - T_i)^2\right]$$

Estimar la puntuación verdadera

La puntuación observada como estimador de la puntuación verdadera

Estimar la puntuación verdadera, considerando la teoría clásica para una persona

- De los supuestos de la teoría clasica de los tests, sigue que:

$$\mathscr{E}(X_i) = T_i$$

- A partir de este resultado es natural proponer X_i como estimador de T_i:

$$\widehat{T}_i \longleftarrow X_i$$

- Entonces, se puede derivar que:
  - X_i es un estimador insesgado:

$$\mathscr{E}(X_i - T_i) = 0$$

  - La eficiencia del estimador X_i es

$$\mathscr{E}\left[(X_i - T_i)^2\right]$$

Estimar la puntuación verdadera

La puntuación observada como estimador de la puntuación verdadera

Estimar la puntuación verdadera, considerando la teoría clásica para una persona

- De los supuestos de la teoría clasica de los tests, sigue que:

$$\mathscr{E}(X_i) = T_i$$

- A partir de este resultado es natural proponer X_i como estimador de T_i:

$$\widehat{T}_i \longleftarrow X_i$$

- Entonces, se puede derivar que:
  - X_i es un estimador insesgado:

$$\mathscr{E}(X_i - T_i) = 0$$

  - La eficiencia del estimador X_i es

$$\mathscr{E}\left[(X_i - T_i)^2\right]$$

Estimar la puntuación verdadera

La puntuación observada como estimador de la puntuación verdadera

Estimar la puntuación verdadera, considerando la teoría clásica para una persona

- De los supuestos de la teoría clasica de los tests, sigue que:

$$\mathscr{E}(X_i) = T_i$$

- A partir de este resultado es natural proponer X_i como estimador de T_i:

$$\widehat{T}_i \longleftarrow X_i$$

- Entonces, se puede derivar que:
  - X_i es un estimador insesgado:

$$\mathscr{E}(X_i - T_i) = 0$$

  - La eficiencia del estimador X_i es

$$\mathscr{E}\left[(X_i - T_i)^2\right]$$

Estimar la puntuación verdadera

La puntuación observada como estimador de la puntuación verdadera

Estimar la puntuación verdadera, considerando la teoría clásica para una persona

- De los supuestos de la teoría clasica de los tests, sigue que:

$$\mathscr{E}(X_i) = T_i$$

- A partir de este resultado es natural proponer X_i como estimador de T_i:

$$\widehat{T}_i \longleftarrow X_i$$

- Entonces, se puede derivar que:
  - X_i es un estimador insesgado:

$$\mathscr{E}(X_i - T_i) = 0$$

  - La eficiencia del estimador X_i es

$$\mathscr{E}\left[(X_i - T_i)^2\right] = \sigma^2_{X_i}$$

Estimar la puntuación verdadera

La puntuación observada como estimador de la puntuación verdadera

Estimar la puntuación verdadera, considerando la teoría clásica para una persona

- De los supuestos de la teoría clasica de los tests, sigue que:

$$\mathscr{E}(X_i) = T_i$$

- A partir de este resultado es natural proponer X_i como estimador de T_i:

$$\widehat{T}_i \longleftarrow X_i$$

- Entonces, se puede derivar que:
  - X_i es un estimador insesgado:

$$\mathscr{E}(X_i - T_i) = 0$$

  - La eficiencia del estimador X_i es

$$\begin{aligned} \mathscr{E}\left[(X_i - T_i)^2\right] &= \sigma^2_{X_i} \\ &= \sigma^2_{E_i} \end{aligned}$$

Índice

Regresión lineal simple

El modelo de regresión lineal simple *in a nutshell*

- En un modelo de regresión lineal simple, se estima una variable criterio (Y) con base en una variable predictora (X), a través de una función lineal:

$$\widehat{Y} = aX + b$$

donde a y b son constantes y se llaman los *coeficientes de regresión*.

- Un objetivo primario de un análisis de regresión es obtener valores "óptimos" para las constantes a y b.

- Utilicemos el criterio de mínimos cuadrados para definir "óptimo":
Esto quiere decir que se busquen los valores para a y b que minimicen:

$$\mathscr{E}\left[(\widehat{Y} - Y)^2\right]$$

Regresión lineal simple

El modelo de regresión lineal simple *in a nutshell*

- En un modelo de regresión lineal simple, se estima una variable criterio (Y) con base en una variable predictora (X), a través de una función lineal:

$$\widehat{Y} = aX + b$$

donde a y b son constantes y se llaman los *coeficientes de regresión*.

- Un objetivo primario de un análisis de regresión es obtener valores “óptimos” para las constantes a y b.

- Utilicemos el criterio de mínimos cuadrados para definir “óptimo”:
Esto quiere decir que se busquen los valores para a y b que minimicen:

$$\mathscr{E}\left[(\widehat{Y} - Y)^2\right]$$

Regresión lineal simple

El modelo de regresión lineal simple *in a nutshell*

- En un modelo de regresión lineal simple, se estima una variable criterio (Y) con base en una variable predictora (X), a través de una función lineal:

$$\widehat{Y} = aX + b$$

donde a y b son constantes y se llaman los *coeficientes de regresión*.

- Un objetivo primario de un análisis de regresión es obtener valores “óptimos” para las constantes a y b.

- Utilicemos el criterio de mínimos cuadrados para definir “óptimo”:
Esto quiere decir que se busquen los valores para a y b que minimicen:

$$\mathscr{E}\left[(\widehat{Y} - Y)^2\right]$$

Regresión lineal simple

El modelo de regresión lineal simple *in a nutshell*

- En un modelo de regresión lineal simple, se estima una variable criterio (Y) con base en una variable predictora (X), a través de una función lineal:

$$\widehat{Y} = aX + b$$

donde a y b son constantes y se llaman los *coeficientes de regresión*.

- Un objetivo primario de un análisis de regresión es obtener valores "óptimos" para las constantes a y b.

- Utilicemos el criterio de mínimos cuadrados para definir "óptimo":
Esto quiere decir que se busquen los valores para a y b que minimicen:

$$\mathscr{E}\left[(\widehat{Y} - Y)^2\right]$$

Regresión lineal simple

El modelo de regresión lineal simple *in a nutshell*

- En un modelo de regresión lineal simple, se estima una variable criterio (Y) con base en una variable predictora (X), a través de una función lineal:

$$\widehat{Y} = aX + b$$

  donde a y b son constantes y se llaman los *coeficientes de regresión*.

- Un objetivo primario de un análisis de regresión es obtener valores “óptimos” para las constantes a y b.

- Utilicemos el criterio de mínimos cuadrados para definir “óptimo”:
  Esto quiere decir que se busquen los valores para a y b que minimicen:

$$\mathscr{E}\left[(\widehat{Y} - Y)^2\right]$$

Regresión lineal simple

El modelo de regresión lineal simple *in a nutshell*

- En un modelo de regresión lineal simple, se estima una variable criterio (Y) con base en una variable predictora (X), a través de una función lineal:

$$\widehat{Y} = aX + b$$

  donde a y b son constantes y se llaman los *coeficientes de regresión*.

- Un objetivo primario de un análisis de regresión es obtener valores "óptimos" para las constantes a y b.

- Utilicemos el criterio de mínimos cuadrados para definir "óptimo":
  Esto quiere decir que se busquen los valores para a y b que minimicen:

$$\mathscr{E}\left[(aX + b - Y)^2\right]$$

Regresión lineal simple

El modelo de regresión lineal simple *in a nutshell*

- Con base en el criterio de mínimos cuadrados, se puede derivar matemáticamente las siguientes fórmulas para los valores "optimos" para a y b:

$$a = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X^2}$$

$$b = \mathscr{E}(Y) - a\mathscr{E}(X)$$

Regresión lineal simple

El modelo de regresión lineal simple *in a nutshell*

- Con base en el criterio de mínimos cuadrados, se puede derivar matemáticamente las siguientes fórmulas para los valores "optimos" para *a* y *b*:

$$a = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X^2}$$

$$b = \mathscr{E}(Y) - a\mathscr{E}(X)$$

Regresión lineal simple

El modelo de regresión lineal simple *in a nutshell*

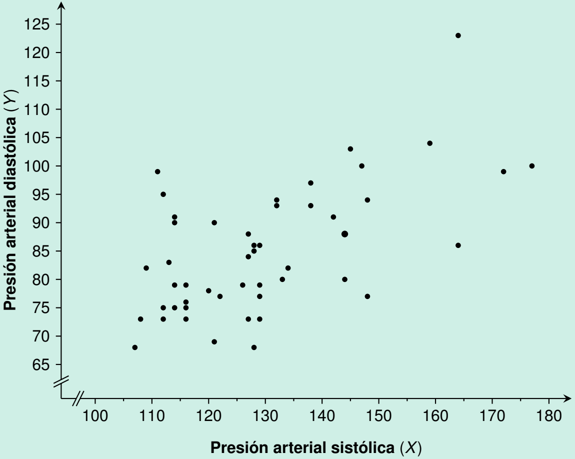
- Con base en el criterio de mínimos cuadrados, se puede derivar matemáticamente las siguientes fórmulas para los valores "optimos" para a y b:

$$a = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X^2}$$

$$b = \mathscr{E}(Y) - a\mathscr{E}(X)$$

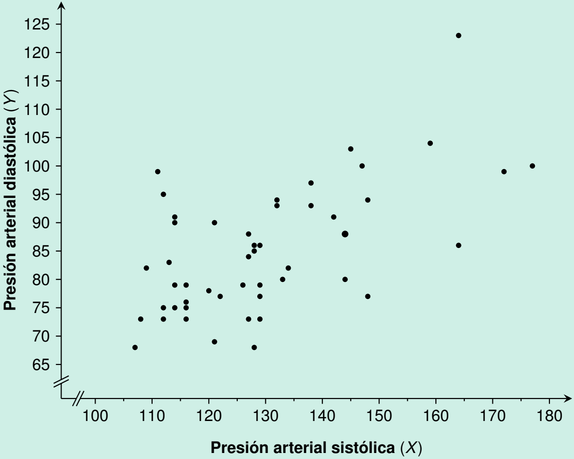
Regresión lineal simple

Regresión lineal simple: Ejemplo (con datos empíricos)



Regresión lineal simple

Regresión lineal simple: Ejemplo (con datos empíricos)



Estadísticos para (X, Y)

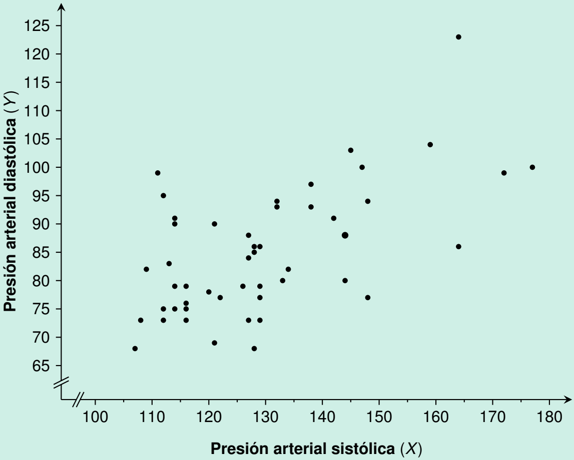
$\overline{x} = 130$ $\overline{y} = 85$

$s_x = 17$ $s_y = 11$

$s_{XY} = 112.2$

Regresión lineal simple

Regresión lineal simple: Ejemplo (con datos empíricos)



Estadísticos para (X, Y)

$\bar{x} = 130$ $\bar{y} = 85$

$s_x = 17$ $s_y = 11$

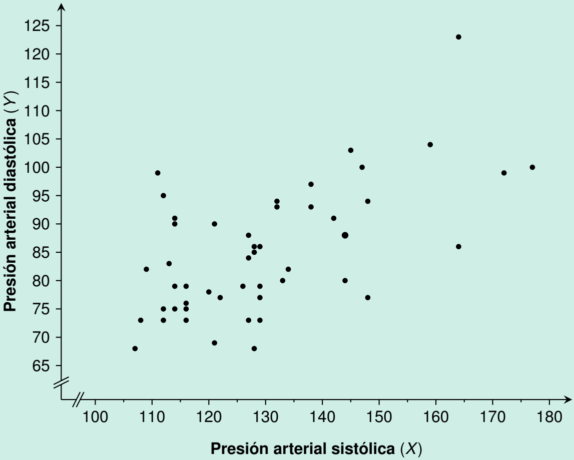
$s_{XY} = 112.2$

Ecuación de regresión

$$a = \frac{s_{XY}}{s_X^2} = \frac{112.2}{17^2} = 0.388$$

Regresión lineal simple

Regresión lineal simple: Ejemplo (con datos empíricos)



Estadísticos para (X, Y)

$\overline{x} = 130 \qquad \overline{y} = 85$

$s_x = 17 \qquad s_y = 11$

$s_{XY} = 112.2$

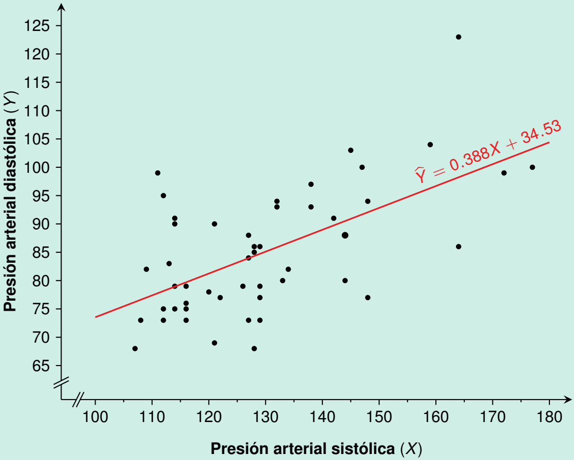
Ecuación de regresión

$$a = \frac{s_{XY}}{s_X^2} = \frac{112.2}{17^2} = 0.388$$

$$b = \overline{y} - a\overline{x} = 85 - 0.388 \times 130 = 34.53$$

Regresión lineal simple

Regresión lineal simple: Ejemplo (con datos empíricos)



Estadísticos para (X, Y)

$\overline{x} = 130 \qquad \overline{y} = 85$

$s_x = 17 \qquad s_y = 11$

$s_{XY} = 112.2$

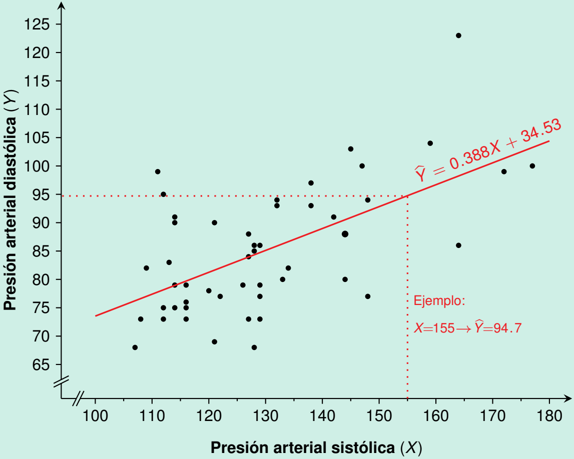
Ecuación de regresión

$$a = \frac{s_{XY}}{s_X^2} = \frac{112.2}{17^2} = 0.388$$

$$b = \overline{y} - a\overline{x} = 85 - 0.388 \times 130 = 34.53$$

Regresión lineal simple

Regresión lineal simple: Ejemplo (con datos empíricos)



Estadísticos para (X, Y)

$\overline{x} = 130 \qquad \overline{y} = 85$

$s_x = 17 \qquad s_y = 11$

$s_{XY} = 112.2$

Ecuación de regresión

$$a = \frac{s_{XY}}{s_X^2} = \frac{112.2}{17^2} = 0.388$$

$$b = \overline{y} - a\,\overline{x} = 85 - 0.388 \times 130 = 34.53$$

Estimar la puntuación verdadera

Utilizando un modelo de regresión lineal

Estimar la puntuación verdadera, considerando la teoría clásica para una población de personas

- Adoptamos el marco del modelo de la teoría clásica de los tests, considerado para una población de personas.
- Aplicamos un modelo de regresión lineal simple, donde
  - la puntuación verdadera T es la variable criterio;
  - la puntuación observada X es la variable predictora.

  Es decir, estimamos la puntuación verdadera T a través de la siguiente función lineal de la puntuación observada X:

  $$\widehat{T} = aX + b.$$

- Los valores óptimos para a y b son:

$$a = \frac{\sigma_{XT}}{\sigma_X^2}$$

$$b = \mathscr{E}(T) - a\mathscr{E}(X)$$

Estimar la puntuación verdadera

Utilizando un modelo de regresión lineal

Estimar la puntuación verdadera, considerando la teoría clásica para una población de personas

- Adoptamos el marco del modelo de la teoría clásica de los tests, considerado para una población de personas.
- Aplicamos un modelo de regresión lineal simple, donde
  - la puntuación verdadera T es la variable criterio;
  - la puntuación observada X es la variable predictora.

  Es decir, estimamos la puntuación verdadera T a través de la siguiente función lineal de la puntuación observada X:

$$\widehat{T} = aX + b.$$

- Los valores óptimos para a y b son:

$$a = \frac{\sigma_{XT}}{\sigma_X^2}$$
$$b = \mathscr{E}(T) - a\mathscr{E}(X)$$

Estimar la puntuación verdadera

Utilizando un modelo de regresión lineal

Estimar la puntuación verdadera, considerando la teoría clásica para una población de personas

- Adoptamos el marco del modelo de la teoría clásica de los tests, considerado para una población de personas.
- Aplicamos un modelo de regresión lineal simple, donde
  - la puntuación verdadera T es la variable criterio;
  - la puntuación observada X es la variable predictora.

  Es decir, estimamos la puntuación verdadera T a través de la siguiente función lineal de la puntuación observada X:

$$\widehat{T} = aX + b.$$

- Los valores óptimos para a y b son:

$$a = \frac{\sigma_{XT}}{\sigma_X^2}$$

$$b = \mathscr{E}(T) - a\mathscr{E}(X)$$

Estimar la puntuación verdadera

Utilizando un modelo de regresión lineal

Estimar la puntuación verdadera, considerando la teoría clásica para una población de personas

- Adoptamos el marco del modelo de la teoría clásica de los tests, considerado para una población de personas.

- Aplicamos un modelo de regresión lineal simple, donde
  - la puntuación verdadera T es la variable criterio;
  - la puntuación observada X es la variable predictora.

  Es decir, estimamos la puntuación verdadera T a través de la siguiente función lineal de la puntuación observada X:

$$\widehat{T} = aX + b.$$

- Los valores óptimos para a y b son:

$$a = \frac{\sigma_{XT}}{\sigma_X^2}$$

$$b = \mathscr{E}(T) - a\mathscr{E}(X)$$

Estimar la puntuación verdadera

Utilizando un modelo de regresión lineal

Estimar la puntuación verdadera, considerando la teoría clásica para una población de personas

- Adoptamos el marco del modelo de la teoría clásica de los tests, considerado para una población de personas.

- Aplicamos un modelo de regresión lineal simple, donde
  - la puntuación verdadera T es la variable criterio;
  - la puntuación observada X es la variable predictora.

  Es decir, estimamos la puntuación verdadera T a través de la siguiente función lineal de la puntuación observada X:

$$\widehat{T} = aX + b.$$

- Los valores óptimos para a y b son:

$$a = \frac{\sigma_{XT}}{\sigma_X^2}$$

$$b = \mathscr{E}(T) - a\mathscr{E}(X)$$

Estimar la puntuación verdadera

Utilizando un modelo de regresión lineal

Estimar la puntuación verdadera, considerando la teoría clásica para una población de personas

- Adoptamos el marco del modelo de la teoría clásica de los tests, considerado para una población de personas.
- Aplicamos un modelo de regresión lineal simple, donde
  - la puntuación verdadera T es la variable criterio;
  - la puntuación observada X es la variable predictora.

  Es decir, estimamos la puntuación verdadera T a través de la siguiente función lineal de la puntuación observada X:

$$\widehat{T} = aX + b.$$

- Los valores óptimos para a y b son:

$$a = \frac{\sigma_{T+E,T}}{\sigma_X^2}$$
$$b = \mathscr{E}(T) - a\mathscr{E}(X)$$

Estimar la puntuación verdadera

Utilizando un modelo de regresión lineal

Estimar la puntuación verdadera, considerando la teoría clásica para una población de personas

- Adoptamos el marco del modelo de la teoría clásica de los tests, considerado para una población de personas.
- Aplicamos un modelo de regresión lineal simple, donde
  - la puntuación verdadera T es la variable criterio;
  - la puntuación observada X es la variable predictora.

  Es decir, estimamos la puntuación verdadera T a través de la siguiente función lineal de la puntuación observada X:

$$\widehat{T} = aX + b.$$

- Los valores óptimos para a y b son:

$$a = \frac{\sigma_{T,T} + \sigma_{E,T}}{\sigma_X^2}$$

$$b = \mathscr{E}(T) - a\mathscr{E}(X)$$

Estimar la puntuación verdadera

Utilizando un modelo de regresión lineal

Estimar la puntuación verdadera, considerando la teoría clásica para una población de personas

- Adoptamos el marco del modelo de la teoría clásica de los tests, considerado para una población de personas.
- Aplicamos un modelo de regresión lineal simple, donde
  - la puntuación verdadera T es la variable criterio;
  - la puntuación observada X es la variable predictora.

  Es decir, estimamos la puntuación verdadera T a través de la siguiente función lineal de la puntuación observada X:

$$\widehat{T} = aX + b.$$

- Los valores óptimos para a y b son:

$$a = \frac{\sigma_T^2}{\sigma_X^2}$$

$$b = \mathscr{E}(T) - a\mathscr{E}(X)$$

Estimar la puntuación verdadera

Utilizando un modelo de regresión lineal

Estimar la puntuación verdadera, considerando la teoría clásica para una población de personas

- Adoptamos el marco del modelo de la teoría clásica de los tests, considerado para una población de personas.
- Aplicamos un modelo de regresión lineal simple, donde
  - la puntuación verdadera T es la variable criterio;
  - la puntuación observada X es la variable predictora.

  Es decir, estimamos la puntuación verdadera T a través de la siguiente función lineal de la puntuación observada X:

$$\widehat{T} = aX + b.$$

- Los valores óptimos para a y b son:

$$a = \rho_{XX'}$$

$$b = \mathscr{E}(T) - a\mathscr{E}(X)$$

Estimar la puntuación verdadera

Utilizando un modelo de regresión lineal

Estimar la puntuación verdadera, considerando la teoría clásica para una población de personas

- Adoptamos el marco del modelo de la teoría clásica de los tests, considerado para una población de personas.

- Aplicamos un modelo de regresión lineal simple, donde
  - la puntuación verdadera T es la variable criterio;
  - la puntuación observada X es la variable predictora.

  Es decir, estimamos la puntuación verdadera T a través de la siguiente función lineal de la puntuación observada X:

$$\widehat{T} = aX + b.$$

- Los valores óptimos para a y b son:

$$a = \rho_{XX'}$$

$$b = \mathscr{E}(X) - a\mathscr{E}(X)$$

Estimar la puntuación verdadera

Utilizando un modelo de regresión lineal

Estimar la puntuación verdadera, considerando la teoría clásica para una población de personas

- Adoptamos el marco del modelo de la teoría clásica de los tests, considerado para una población de personas.
- Aplicamos un modelo de regresión lineal simple, donde
  - la puntuación verdadera T es la variable criterio;
  - la puntuación observada X es la variable predictora.

  Es decir, estimamos la puntuación verdadera T a través de la siguiente función lineal de la puntuación observada X:

$$\widehat{T} = aX + b.$$

- Los valores óptimos para a y b son:

$$a = \rho_{XX'}$$

$$b = \mathscr{E}(X) - \rho_{XX'}\,\mathscr{E}(X)$$

Estimar la puntuación verdadera

Utilizando un modelo de regresión lineal

Estimar la puntuación verdadera, considerando la teoría clásica para una población de personas

- Adoptamos el marco del modelo de la teoría clásica de los tests, considerado para una población de personas.
- Aplicamos un modelo de regresión lineal simple, donde
  - la puntuación verdadera T es la variable criterio;
  - la puntuación observada X es la variable predictora.

  Es decir, estimamos la puntuación verdadera T a través de la siguiente función lineal de la puntuación observada X:

$$\widehat{T} = aX + b.$$

- Los valores óptimos para a y b son:

$$a = \rho_{XX'}$$

$$b = \left(1 - \rho_{XX'}\right) \mathscr{E}(X)$$

Estimar la puntuación verdadera

Utilizando un modelo de regresión lineal

Estimar la puntuación verdadera, considerando la teoría clásica para una población de personas

- Resumiendo:

$$\widehat{T} = aX + b,$$

donde:

$$a = \rho_{XX'}$$
$$b = \left(1 - \rho_{XX'}\right) \mathscr{E}(X)$$

lo cual resulta en:

$$\widehat{T} = \rho_{XX'}\, X + (1 - \rho_{XX'})\, \mathscr{E}(X)$$

- $\rho_{XX'} < 1 \longrightarrow$ Regresión a la media

Estimar la puntuación verdadera

Utilizando un modelo de regresión lineal

Estimar la puntuación verdadera, considerando la teoría clásica para una población de personas

- Resumiendo:

$$\widehat{T} = aX + b,$$

donde:

$$\begin{aligned} a &= \rho_{XX'} \\ b &= \left(1 - \rho_{XX'}\right) \mathscr{E}(X) \end{aligned}$$

lo cual resulta en:

$$\widehat{T} = \rho_{XX'} X + (1 - \rho_{XX'}) \mathscr{E}(X)$$

- $\rho_{XX'} < 1 \longrightarrow$ Regresión a la media

Estimar la puntuación verdadera

Utilizando un modelo de regresión lineal

Estimar la puntuación verdadera, considerando la teoría clásica para una población de personas

- Resumiendo:

$$\widehat{T} = a X + b,$$

donde:

$$\begin{aligned} a &= \rho_{XX'} \\ b &= \left(1 - \rho_{XX'}\right) \mathscr{E}(X) \end{aligned}$$

lo cual resulta en:

$$\widehat{T} = \rho_{XX'} X + (1 - \rho_{XX'}) \mathscr{E}(X)$$

- $\rho_{XX'} < 1 \longrightarrow$ Regresión a la media

Estimar la puntuación verdadera

Utilizando un modelo de regresión lineal

Ejemplo

- En el manual de la Escala Wechsler de Inteligencia para Adultos (WAIS) se reporta para el coeficiente intelectual global X:

$$\begin{aligned} \mathscr{E}(X) &= 100 \\ \sigma_X &= 15 \\ \rho_{XX'} &= .87 \end{aligned}$$

- Se aplicó la prueba a Juan Pedro y se observó una puntuación de 130. Entonces, ¿cuál sería la estimación de su puntuación verdadera?

- Aplicamos el modelo lineal a la puntuación observada de Juan Pedro (X_i);

$$\begin{aligned} \widehat{T}_i &= \rho_{XX'} X_i + (1 - \rho_{XX'}) \mathscr{E}(X) \\ &= .87 \times 130 + (1 - .87) \times 100 \\ &= 126.1 \end{aligned}$$

Estimar la puntuación verdadera

Utilizando un modelo de regresión lineal

Ejemplo

- En el manual de la Escala Wechsler de Inteligencia para Adultos (WAIS) se reporta para el coeficiente intelectual global X:

$$\begin{aligned} \mathscr{E}(X) &= 100 \\ \sigma_X &= 15 \\ \rho_{XX'} &= .87 \end{aligned}$$

- Se aplicó la prueba a Juan Pedro y se observó una puntuación de 130. Entonces, ¿cuál sería la estimación de su puntuación verdadera?

- Aplicamos el modelo lineal a la puntuación observada de Juan Pedro (X_i);

$$\begin{aligned} \widehat{T}_i &= \rho_{XX'} X_i + (1 - \rho_{XX'}) \mathscr{E}(X) \\ &= .87 \times 130 + (1 - .87) \times 100 \\ &= 126.1 \end{aligned}$$

Estimar la puntuación verdadera

Utilizando un modelo de regresión lineal

Ejemplo

- En el manual de la Escala Wechsler de Inteligencia para Adultos (WAIS) se reporta para el coeficiente intelectual global X:

$$\begin{aligned} \mathscr{E}(X) &= 100 \\ \sigma_X &= 15 \\ \rho_{XX'} &= .87 \end{aligned}$$

- Se aplicó la prueba a Juan Pedro y se observó una puntuación de 130. Entonces, ¿cuál sería la estimación de su puntuación verdadera?

- Aplicamos el modelo lineal a la puntuación observada de Juan Pedro (X_i);

$$\begin{aligned} \widehat{T}_i &= \rho_{XX'} X_i + (1 - \rho_{XX'}) \mathscr{E}(X) \\ &= .87 \times 130 + (1 - .87) \times 100 \\ &= 126.1 \end{aligned}$$

Estimar la puntuación verdadera

Utilizando un modelo de regresión lineal

Ejemplo

- En el manual de la Escala Wechsler de Inteligencia para Adultos (WAIS) se reporta para el coeficiente intelectual global X:

$$\begin{aligned} \mathscr{E}(X) &= 100 \\ \sigma_X &= 15 \\ \rho_{XX'} &= .87 \end{aligned}$$

- Se aplicó la prueba a Juan Pedro y se observó una puntuación de 130. Entonces, ¿cuál sería la estimación de su puntuación verdadera?

- Aplicamos el modelo lineal a la puntuación observada de Juan Pedro (X_i);

$$\begin{aligned} \widehat{T}_i &= \rho_{XX'} X_i + (1 - \rho_{XX'}) \mathscr{E}(X) \\ &= .87 \times 130 + (1 - .87) \times 100 \\ &= 126.1 \end{aligned}$$

Índice

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

- En general, es deseable acompañar la estimación puntual con información sobre la precisión de la estimación.
  $\Longrightarrow$ Intervalo de confianza

- Para construir el intervalo de confianza para la puntuación verdadera T_i:
  - consideramos el modelo de la teoría clásica para una persona;
  - se extiende este modelo con un supuesto sobre la distribución exacta de la puntuación error E_i.

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

- En general, es deseable acompañar la estimación puntual con información sobre la precisión de la estimación.
$\Longrightarrow$ Intervalo de confianza

- Para construir el intervalo de confianza para la puntuación verdadera T_i:
  - consideramos el modelo de la teoría clásica para una persona;
  - se extiende este modelo con un supuesto sobre la distribución exacta de la puntuación error E_i.

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Ejemplo

Consideremos el siguiente caso:

- Se aplica un examen de 20 preguntas de opción múltiple sobre psicometría y la puntuación en el examen es el número de preguntas contestadas correctamente.

  $\Rightarrow$ La puntuación observada X_i de la persona i es un número entero entre 0 y 20.

- Supongamos que la puntuación verdadera T_i de la persona i es igual a 15.2.

- ¿Qué implicaciones tiene sobre la puntuación error E_i?

  $\Rightarrow$ Puesto que $X_i = T_i + E_i$, los posibles valores para E_i son:

$$-15.2, -14.2, -13.2, \ldots, -0.2, +0.8, +1.8, \ldots, +4.8.$$

  Un supuesto sobre la distribución de E_i indica cómo se distribuyen estos valores de E_i en el número infinito de "universos paralelos".

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Ejemplo

Consideremos el siguiente caso:

- Se aplica un examen de 20 preguntas de opción múltiple sobre psicometría y la puntuación en el examen es el número de preguntas contestadas correctamente.

  $\Rightarrow$ La puntuación observada X_i de la persona i es un número entero entre 0 y 20.

- Supongamos que la puntuación verdadera T_i de la persona i es igual a 15.2.

- ¿Qué implicaciones tiene sobre la puntuación error E_i?

  $\Rightarrow$ Puesto que $X_i = T_i + E_i$, los posibles valores para E_i son:

$$-15.2, -14.2, -13.2, \ldots, -0.2, +0.8, +1.8, \ldots, +4.8.$$

  Un supuesto sobre la distribución de E_i indica cómo se distribuyen estos valores de E_i en el número infinito de "universos paralelos".

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Ejemplo

Consideremos el siguiente caso:

- Se aplica un examen de 20 preguntas de opción múltiple sobre psicometría y la puntuación en el examen es el número de preguntas contestadas correctamente.

  $\Rightarrow$ La puntuación observada X_i de la persona i es un número entero entre 0 y 20.

- Supongamos que la puntuación verdadera T_i de la persona i es igual a 15.2.

- ¿Qué implicaciones tiene sobre la puntuación error E_i?

  $\Rightarrow$ Puesto que $X_i = T_i + E_i$, los posibles valores para E_i son:

$$-15.2, -14.2, -13.2, \ldots, -0.2, +0.8, +1.8, \ldots, +4.8.$$

  Un supuesto sobre la distribución de E_i indica cómo se distribuyen estos valores de E_i en el número infinito de "universos paralelos".

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Ejemplo

Consideremos el siguiente caso:

- Se aplica un examen de 20 preguntas de opción múltiple sobre psicometría y la puntuación en el examen es el número de preguntas contestadas correctamente.
  $\Rightarrow$ La puntuación observada X_i de la persona i es un número entero entre 0 y 20.
- Supongamos que la puntuación verdadera T_i de la persona i es igual a 15.2.
- ¿Qué implicaciones tiene sobre la puntuación error E_i?
  $\Rightarrow$ Puesto que $X_i = T_i + E_i$, los posibles valores para E_i son:
  $$-15.2, -14.2, -13.2, \ldots, -0.2, +0.8, +1.8, \ldots, +4.8.$$
  Un supuesto sobre la distribución de E_i indica cómo se distribuyen estos valores de E_i en el número infinito de "universos paralelos".

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Ejemplo

Consideremos el siguiente caso:

- Se aplica un examen de 20 preguntas de opción múltiple sobre psicometría y la puntuación en el examen es el número de preguntas contestadas correctamente.

  $\Rightarrow$ La puntuación observada X_i de la persona i es un número entero entre 0 y 20.

- Supongamos que la puntuación verdadera T_i de la persona i es igual a 15.2.

- ¿Qué implicaciones tiene sobre la puntuación error E_i?

  $\Rightarrow$ Puesto que $X_i = T_i + E_i$, los posibles valores para E_i son:

$$-15.2, -14.2, -13.2, \ldots, -0.2, +0.8, +1.8, \ldots, +4.8.$$

Un supuesto sobre la distribución de E_i indica cómo se distribuyen estos valores de E_i en el número infinito de “universos paralelos”.

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Ejemplo

Consideremos el siguiente caso:

- Se aplica un examen de 20 preguntas de opción múltiple sobre psicometría y la puntuación en el examen es el número de preguntas contestadas correctamente.

  $\Rightarrow$ La puntuación observada X_i de la persona i es un número entero entre 0 y 20.

- Supongamos que la puntuación verdadera T_i de la persona i es igual a 15.2.

- ¿Qué implicaciones tiene sobre la puntuación error E_i?

  $\Rightarrow$ Puesto que $X_i = T_i + E_i$, los posibles valores para E_i son:

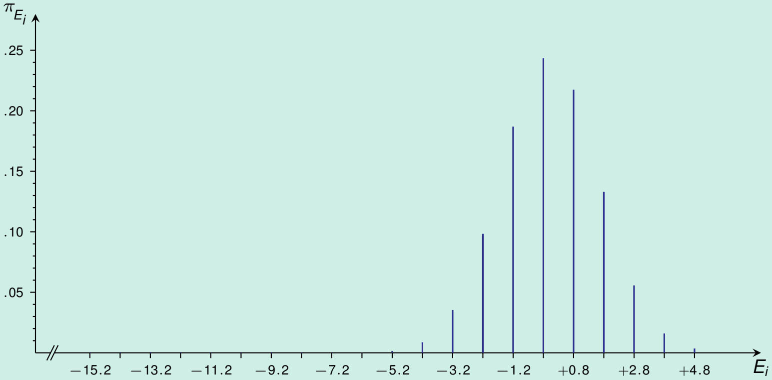
  $$-15.2, -14.2, -13.2, \ldots, -0.2, +0.8, +1.8, \ldots, +4.8.$$

  Un supuesto sobre la distribución de E_i indica cómo se distribuyen estos valores de E_i en el número infinito de “universos paralelos”.

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Ejemplo

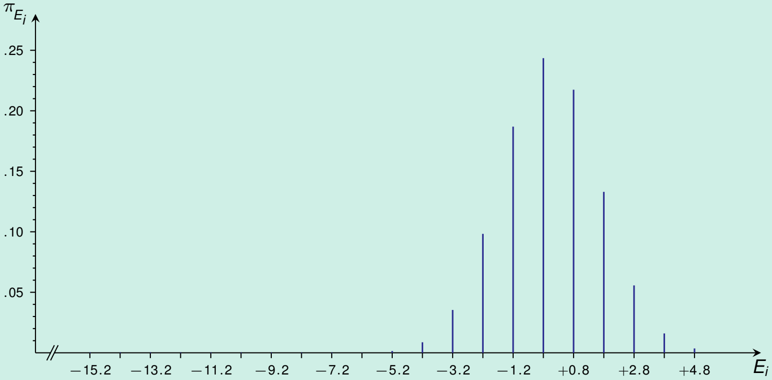
Por ejemplo:



Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Ejemplo

Por ejemplo:



Recuerda que $\mathscr{E}(E_i) = 0$

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Sin embargo...

En la práctica, se suele hacer como supuesto adicional sobre E_i, que:

- es una variable continua;
- sigue una distribución normal:

¿Por qué se hace este supuesto (incompatible con la realidad)?

- Es más general;
  Se puede suponer la misma distribución para E_i para cualquier persona i
- Por facilidad;
- Suele resultar en buenas aproximaciones.

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Sin embargo...

En la práctica, se suele hacer como supuesto adicional sobre E_i, que:

- es una variable continua;
- sigue una distribución normal:

¿Por qué se hace este supuesto (incompatible con la realidad)?

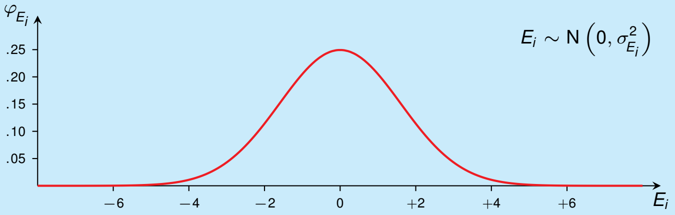
- Es más general;
  Se puede suponer la misma distribución para E_i para cualquier persona i
- Por facilidad;
- Suele resultar en buenas aproximaciones.

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Sin embargo...

En la práctica, se suele hacer como supuesto adicional sobre E_i, que:

- es una variable continua;
- sigue una distribución normal:



¿Por qué se hace este supuesto (incompatible con la realidad)?

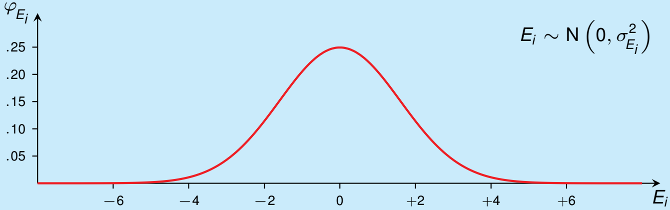
- Es más general;
  Se puede suponer la misma distribución para E_i para cualquier persona i
- Por facilidad;
- Suele resultar en buenas aproximaciones.

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Sin embargo...

En la práctica, se suele hacer como supuesto adicional sobre E_i, que:

- es una variable continua;
- sigue una distribución normal:



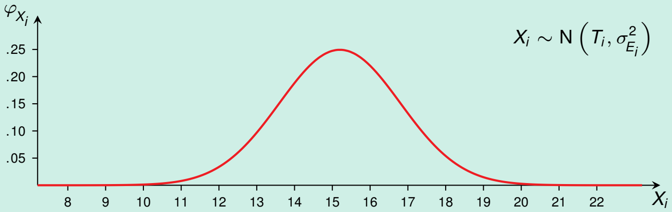
¿Por qué se hace este supuesto (incompatible con la realidad)?

- Es más general;
  Se puede suponer la misma distribución para E_i para cualquier persona i
- Por facilidad;
- Suele resultar en buenas aproximaciones.

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Siguiendo con el ejemplo...

- Si $E_i \sim \mathrm{N}\left(0, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces sigue para la distribución de X_i:

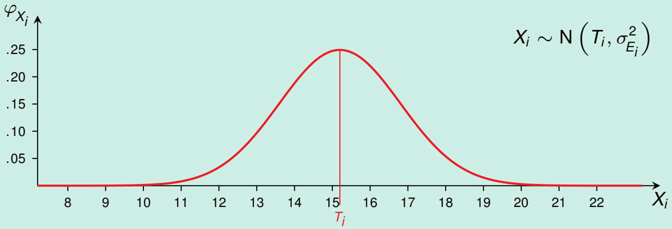


- En general, si $X \sim \mathrm{N}\left(\mu, \sigma^2\right)$, entonces:

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Siguiendo con el ejemplo...

- Si $E_i \sim \mathrm{N}\left(0, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces sigue para la distribución de X_i:

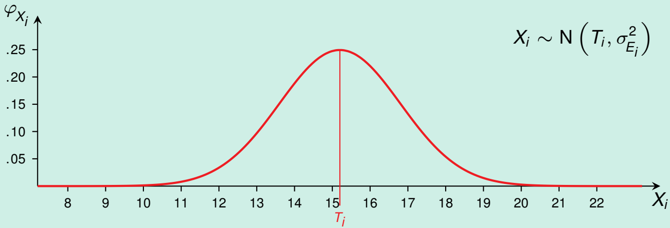


- En general, si $X \sim \mathrm{N}\left(\mu, \sigma^2\right)$, entonces:

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Siguiendo con el ejemplo...

- Si $E_i \sim \mathrm{N}\left(0, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces sigue para la distribución de X_i:



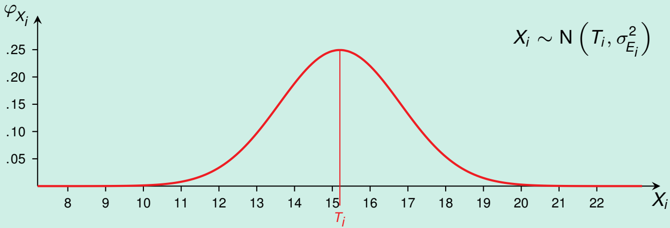
En nuestro ejemplo: $T_i = 15.2$ y $\sigma_{E_i} = 1.6$.

- En general, si $X \sim \mathrm{N}\left(\mu, \sigma^2\right)$, entonces:

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Siguiendo con el ejemplo...

- Si $E_i \sim \mathrm{N}\left(0, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces sigue para la distribución de X_i:



En nuestro ejemplo: $T_i = 15.2$ y $\sigma_{E_i} = 1.6$.

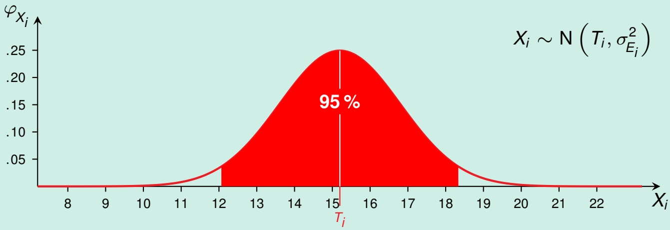
- En general, si $X \sim \mathrm{N}\left(\mu, \sigma^2\right)$, entonces:

$$\Pr\left(\mu - 1.96\,\sigma \leqslant X \leqslant \mu + 1.96\,\sigma \right) = 0.95$$

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Siguiendo con el ejemplo...

- Si $E_i \sim \mathrm{N}\left(0, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces sigue para la distribución de X_i:



En nuestro ejemplo: $T_i = 15.2$ y $\sigma_{E_i} = 1.6$.

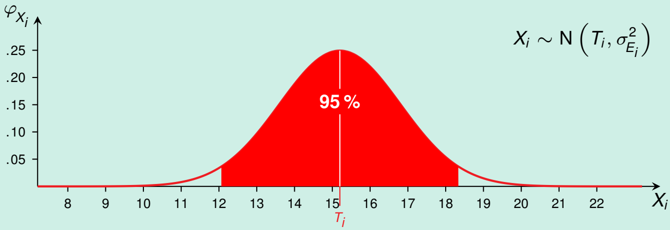
- En general, si $X_i \sim \mathrm{N}\left(T_i, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces:

$$\Pr\left(T_i - 1.96\,\sigma_{E_i} \leqslant X_i \leqslant T_i + 1.96\,\sigma_{E_i} \right) = 0.95$$

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Siguiendo con el ejemplo...

- Si $E_i \sim \mathrm{N}\left(0, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces sigue para la distribución de X_i:



En nuestro ejemplo: $T_i = 15.2$ y $\sigma_{E_i} = 1.6$.

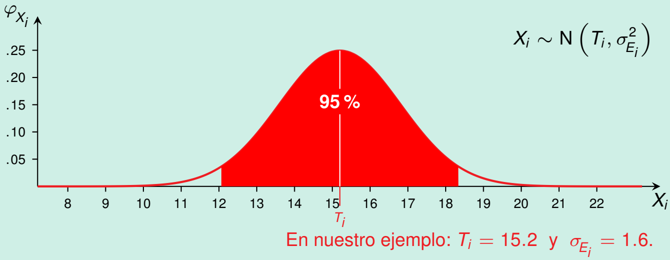
- En general, si $X_i \sim \mathrm{N}\left(T_i, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces:

$$\Pr\left(15.2 - 1.96 \times 1.6 \leqslant X_i \leqslant 15.2 + 1.96 \times 1.6 \right) = 0.95$$

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Siguiendo con el ejemplo...

- Si $E_i \sim \mathrm{N}\left(0, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces sigue para la distribución de X_i:



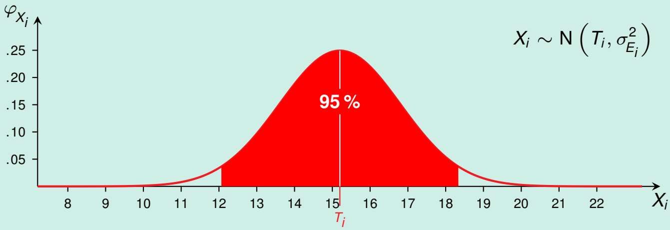
- En general, si $X_i \sim \mathrm{N}\left(T_i, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces:

$$\Pr\left(\quad 12.064 \quad \leqslant \quad X_i \quad \leqslant \quad 18.336 \quad \right) = 0.95$$

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Siguiendo con el ejemplo...

- Si $E_i \sim \mathrm{N}\left(0, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces sigue para la distribución de X_i:



En nuestro ejemplo: $T_i = 15.2$ y $\sigma_{E_i} = 1.6$.

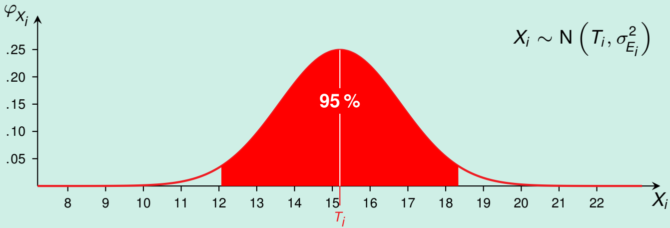
- En general, si $X_i \sim \mathrm{N}\left(T_i, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces:

$$\Pr\left(T_i - 1.96\,\sigma_{E_i} \leqslant X_i \leqslant T_i + 1.96\,\sigma_{E_i} \right) = 0.95$$

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Siguiendo con el ejemplo...

- Si $E_i \sim \mathrm{N}\left(0, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces sigue para la distribución de X_i:



En nuestro ejemplo: $T_i = 15.2$ y $\sigma_{E_i} = 1.6$.

- En general, si $X_i \sim \mathrm{N}\left(T_i, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces:

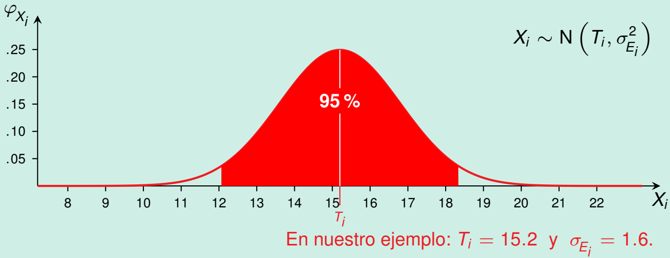
$$\Pr\left(T_i - 1.96\,\sigma_{E_i} \leqslant X_i \leqslant T_i + 1.96\,\sigma_{E_i} \right) = 0.95$$

$$\Longleftrightarrow \quad \Pr\left(T_i - 1.96\,\sigma_{E_i} - X_i - T_i \leqslant X_i - X_i - T_i \leqslant T_i + 1.96\,\sigma_{E_i} - X_i - T_i\right) = 0.95$$

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Siguiendo con el ejemplo...

- Si $E_i \sim \mathrm{N}\left(0, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces sigue para la distribución de X_i:



- En general, si $X_i \sim \mathrm{N}\left(T_i, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces:

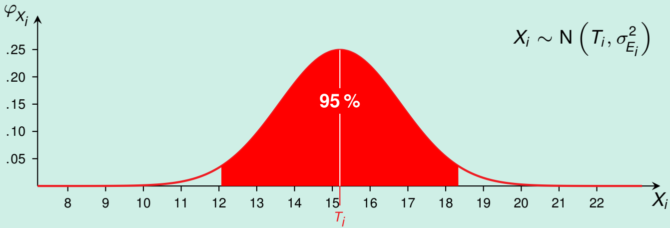
$$\Pr\left(T_i - 1.96\,\sigma_{E_i} \leqslant X_i \leqslant T_i + 1.96\,\sigma_{E_i} \right) = 0.95$$

$$\Longleftrightarrow \Pr\left(-1.96\,\sigma_{E_i} - X_i \leqslant T_i \leqslant 1.96\,\sigma_{E_i} - X_i \right) = 0.95$$

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Siguiendo con el ejemplo...

- Si $E_i \sim \mathrm{N}\left(0, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces sigue para la distribución de X_i:



En nuestro ejemplo: $T_i = 15.2$ y $\sigma_{E_i} = 1.6$.

- En general, si $X_i \sim \mathrm{N}\left(T_i, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces:

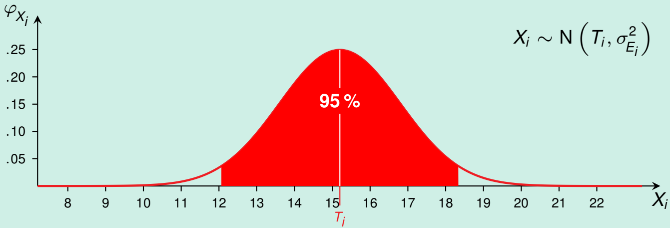
$$\Pr\left(T_i - 1.96\,\sigma_{E_i} \leqslant X_i \leqslant T_i + 1.96\,\sigma_{E_i} \right) = 0.95$$

$$\Longleftrightarrow \Pr\left(1.96\,\sigma_{E_i} + X_i \geqslant T_i \geqslant -1.96\,\sigma_{E_i} + X_i \right) = 0.95$$

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Siguiendo con el ejemplo...

- Si $E_i \sim \mathrm{N}\left(0, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces sigue para la distribución de X_i:



En nuestro ejemplo: $T_i = 15.2$ y $\sigma_{E_i} = 1.6$.

- En general, si $X_i \sim \mathrm{N}\left(T_i, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces:

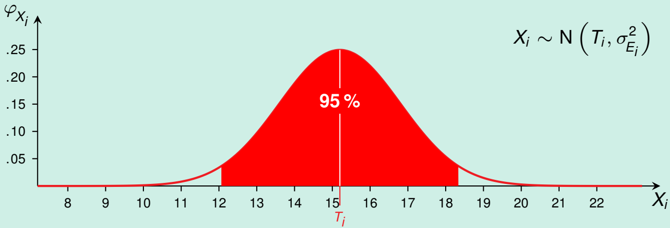
$$\mathrm{Pr}\left(T_i - 1.96\,\sigma_{E_i} \leqslant X_i \leqslant T_i + 1.96\,\sigma_{E_i} \right) = 0.95$$

$$\Longleftrightarrow \quad \mathrm{Pr}\left(-1.96\,\sigma_{E_i} + X_i \leqslant T_i \leqslant 1.96\,\sigma_{E_i} + X_i \right) = 0.95$$

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Siguiendo con el ejemplo...

- Si $E_i \sim \mathrm{N}\left(0, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces sigue para la distribución de X_i:



En nuestro ejemplo: $T_i = 15.2$ y $\sigma_{E_i} = 1.6$.

- En general, si $X_i \sim \mathrm{N}\left(T_i, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces:

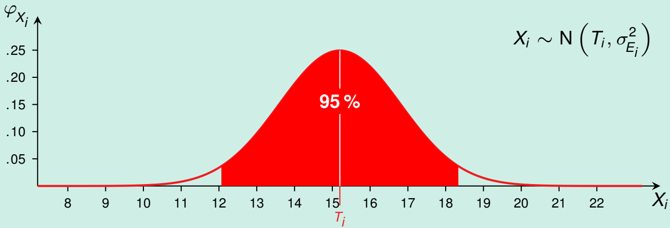
$$\Pr\left(T_i - 1.96\,\sigma_{E_i} \leqslant X_i \leqslant T_i + 1.96\,\sigma_{E_i} \right) = 0.95$$

$$\Longleftrightarrow \Pr\left(X_i - 1.96\,\sigma_{E_i} \leqslant T_i \leqslant X_i + 1.96\,\sigma_{E_i} \right) = 0.95$$

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Siguiendo con el ejemplo...

- Si $E_i \sim \mathrm{N}\left(0, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces sigue para la distribución de X_i:



En nuestro ejemplo: $T_i = 15.2$ y $\sigma_{E_i} = 1.6$.

- En general, si $X_i \sim \mathrm{N}\left(T_i, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces:

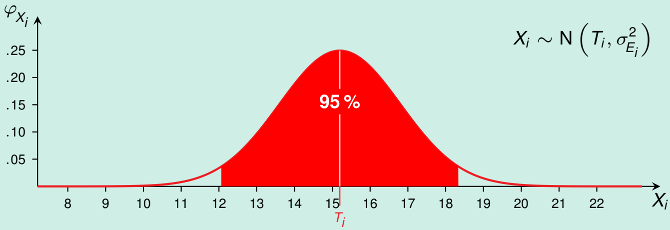
$$\Pr\left(T_i - 1.96\,\sigma_{E_i} \leqslant X_i \leqslant T_i + 1.96\,\sigma_{E_i} \right) = 0.95$$

$$\Longleftrightarrow \Pr\left(X_i - 1.96 \times 1.6 \leqslant 15.2 \leqslant X_i + 1.96 \times 1.6 \right) = 0.95$$

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Siguiendo con el ejemplo...

- Si $E_i \sim \mathrm{N}\left(0, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces sigue para la distribución de X_i:



En nuestro ejemplo: $T_i = 15.2$ y $\sigma_{E_i} = 1.6$.

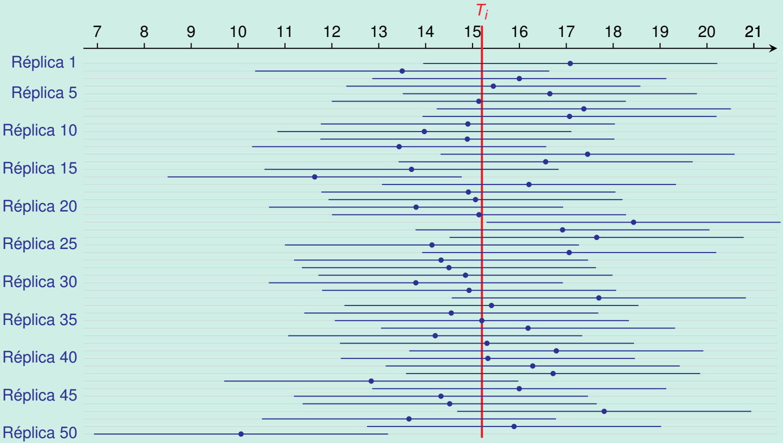
- En general, si $X_i \sim \mathrm{N}\left(T_i, \sigma^2_{E_i}\right)$, entonces:

$$\Pr\left(T_i - 1.96\,\sigma_{E_i} \leqslant X_i \leqslant T_i + 1.96\,\sigma_{E_i} \right) = 0.95$$

$$\Longleftrightarrow \Pr\left(X_i - 3.136 \leqslant 15.2 \leqslant X_i + 3.136 \right) = 0.95$$

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Siguiendo con el ejemplo...



Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Derivar el intervalo de confianza para T_i

A partir de:

$$\Pr\left(X_i - 1.96\,\sigma_{E_i} \leqslant T_i \leqslant X_i + 1.96\,\sigma_{E_i}\right) = 0.95,$$

y una puntuación observada en una réplica concreta X_{ih},

se construye un intervalo de confianza de 95 %:

$$\left[X_{ih} - 1.96\,\sigma_{E_i}, X_{ih} + 1.96\,\sigma_{E_i}\right].$$

Ejemplo

- Suponiendo que $\sigma_{E_i} = 1.6$
- y una puntuación observada concreta de $X_{ih} = 16$
- se deriva del intervalo de confianza de 95 %:

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Derivar el intervalo de confianza para T_i

A partir de:

$$\Pr\left(X_i - 1.96\,\sigma_{E_i} \;\leqslant\; T_i \;\leqslant\; X_i + 1.96\,\sigma_{E_i}\right) = 0.95,$$

y una puntuación observada en una réplica concreta X_{ih},
se construye un intervalo de confianza de 95 %:

$$\left[X_{ih} - 1.96\,\sigma_{E_i}, X_{ih} + 1.96\,\sigma_{E_i}\right].$$

Ejemplo

- Suponiendo que $\sigma_{E_i} = 1.6$
- y una puntuación observada concreta de $X_{ih} = 16$
- se deriva del intervalo de confianza de 95 %:

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Derivar el intervalo de confianza para T_i

A partir de:

$$\Pr\left(X_i - 1.96\,\sigma_{E_i} \leqslant T_i \leqslant X_i + 1.96\,\sigma_{E_i}\right) = 0.95,$$

y una puntuación observada en una réplica concreta X_{ih},
se construye un intervalo de confianza de 95 %:

$$\left[X_{ih} - 1.96\,\sigma_{E_i}, X_{ih} + 1.96\,\sigma_{E_i}\right].$$

Ejemplo

- Suponiendo que $\sigma_{E_i} = 1.6$
- y una puntuación observada concreta de $X_{ih} = 16$
- se deriva del intervalo de confianza de 95 %:

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Derivar el intervalo de confianza para T_i

A partir de:

$$\Pr\left(X_i - 1.96\,\sigma_{E_i} \;\leqslant\; T_i \;\leqslant\; X_i + 1.96\,\sigma_{E_i}\right) = 0.95,$$

y una puntuación observada en una réplica concreta X_{ih},

se construye un intervalo de confianza de 95 %:

$$\left[X_{ih} - 1.96\,\sigma_{E_i}, X_{ih} + 1.96\,\sigma_{E_i}\right].$$

Ejemplo

- Suponiendo que $\sigma_{E_i} = 1.6$
- y una puntuación observada concreta de $X_{ih} = 16$
- se deriva del intervalo de confianza de 95 %:

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Derivar el intervalo de confianza para T_i

A partir de:

$$\Pr\left(X_i - 1.96\,\sigma_{E_i} \leqslant T_i \leqslant X_i + 1.96\,\sigma_{E_i}\right) = 0.95,$$

y una puntuación observada en una réplica concreta X_{ih},
se construye un intervalo de confianza de 95 %:

$$\left[X_{ih} - 1.96\,\sigma_{E_i}, X_{ih} + 1.96\,\sigma_{E_i}\right].$$

Ejemplo

- Suponiendo que $\sigma_{E_i} = 1.6$
- y una puntuación observada concreta de $X_{ih} = 16$
- se deriva del intervalo de confianza de 95 %:

$$[16 - 1.96 \times 1.6, 16 + 1.96 \times 1.6]$$

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Derivar el intervalo de confianza para T_i

A partir de:

$$\Pr\left(X_i - 1.96\,\sigma_{E_i} \leqslant T_i \leqslant X_i + 1.96\,\sigma_{E_i}\right) = 0.95,$$

y una puntuación observada en una réplica concreta X_{ih},
se construye un intervalo de confianza de 95 %:

$$\left[X_{ih} - 1.96\,\sigma_{E_i}, X_{ih} + 1.96\,\sigma_{E_i}\right].$$

Ejemplo

- Suponiendo que $\sigma_{E_i} = 1.6$
- y una puntuación observada concreta de $X_{ih} = 16$
- se deriva del intervalo de confianza de 95 %:

$$\left[12.864, 19.136\right]$$

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Consideraciones finales

- La explicación anterior ejemplificó el caso de construir un intervalo de confianza de 95 %:

$$\left[X_{ih} - 1.96\,\sigma_{E_i}, X_{ih} + 1.96\,\sigma_{E_i}\right].$$

Si se desea un intervalo con otro nivel de confianza, se cambia 1.96 por:

$$\begin{aligned} 90\,\% &\longrightarrow 1.645 \\ 95\,\% &\longrightarrow 1.960 \\ 99\,\% &\longrightarrow 2.576 \end{aligned}$$

O generalmente, para un intervalo de nivel de confianza de $(1-\alpha)$

$$(1-\alpha) \longrightarrow \xi_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

donde ξ_r es el cuantil r de la distribución normal estandarizada.

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Consideraciones finales

- La explicación anterior ejemplificó el caso de construir un intervalo de confianza de 95 %:

$$\left[X_{ih} - 1.96\,\sigma_{E_i}, X_{ih} + 1.96\,\sigma_{E_i}\right].$$

Si se desea un intervalo con otro nivel de confianza, se cambia 1.96 por:

$$\begin{aligned} 90\,\% &\longrightarrow 1.645 \\ 95\,\% &\longrightarrow 1.960 \\ 99\,\% &\longrightarrow 2.576 \end{aligned}$$

O generalmente, para un intervalo de nivel de confianza de $(1-\alpha)$

$$(1-\alpha) \longrightarrow \xi_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

donde ξ_r es el cuantil r de la distribución normal estandarizada.

Un intervalo de confianza para la puntuación verdadera

Consideraciones finales (continuación)

- Para derivar el intervalo de confianza, se requiere (una estimación de) σ_{E_i}. Comúnmente, se obtiene σ_{E_i} a través de:

$$\sigma_E = \sigma_X \sqrt{1 - \rho_{XX'}}$$

y se supone que $\sigma_{E_i} = \sigma_E$ para cualquier persona i.

Índice

Índice

Formas paralelas: Definición

Definición

Definición Se dice que las puntuaciones observadas X_1 y X_2 corresponden con formas paralelas de una medición si se cumplen las siguientes dos condiciones:

- Las puntuaciones verdaderas de todas las personas de la población es la misma en ambas formas.
  Es decir, para cualquier persona i:
  $$T_{1i} = T_{2i}$$
- La varianza de la puntuación error (en la población de personas) es la misma para ambas formas:
  $$\sigma^2_{E_1} = \sigma^2_{E_2}$$

Formas paralelas: Definición

Definición

Definición Se dice que las puntuaciones observadas X_1 y X_2 corresponden con formas paralelas de una medición si se cumplen las siguientes dos condiciones:

- Las puntuaciones verdaderas de todas las personas de la población es la misma en ambas formas.
  Es decir, para cualquier persona i:

$$T_{1i} = T_{2i}$$

- La varianza de la puntuación error (en la población de personas) es la misma para ambas formas:

$$\sigma^2_{E_1} = \sigma^2_{E_2}$$

Formas paralelas: Definición

Definición

Definición Se dice que las puntuaciones observadas X_1 y X_2 corresponden con formas paralelas de una medición si se cumplen las siguientes dos condiciones:

- Las puntuaciones verdaderas de todas las personas de la población es la misma en ambas formas.
  Es decir, para cualquier persona *i*:
  $$T_{1i} = T_{2i}$$
- La varianza de la puntuación error (en la población de personas) es la misma para ambas formas:
  $$\sigma^2_{E_1} = \sigma^2_{E_2}$$

Formas paralelas: Ejemplo

Ejemplo formas paralelas

Forma 1

$$\boxed{X_{1i} = T_{1i} + E_{1i}}$$

i	X_{1i}	=	T_{1i}	+	E_{1i}
1	39		38.2		$+0.8$
2	24		24.5		-0.5
3	37		39.8		-2.8
4	27		27.6		-0.6
5	36		33.0		$+3.0$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
∞					
$\mathscr{E}$	34.1		34.1		0.0
σ^2	15.2		13.1		2.1

Forma 2

$$\boxed{X_{2i} = T_{2i} + E_{2i}}$$

i	X_{2i}	=	T_{2i}	+	E_{2i}
1	36		38.2		-2.2
2	25		24.5		$+0.5$
3	40		39.8		$+0.2$
4	29		27.6		$+1.4$
5	33		33.0		$+0.0$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
∞					
$\mathscr{E}$	34.1		34.1		0.0
σ^2	15.2		13.1		2.1

Formas paralelas: Implicaciones

Propiedades de formas paralelas

Si X_1 y X_2 corresponden con formas paralelas, entonces:

- ambas formas tienen la misma media

$$\mathscr{E}(X_1) = \mathscr{E}(X_2)$$

- ambas formas tienen la misma varianza

$$\sigma^2_{X_1} = \sigma^2_{X_2}$$

- ambas formas mantienen la misma covarianza con cualquier otra variable Z

$$\sigma_{X_1 Z} = \sigma_{X_2 Z}$$

- ambas formas tienen la misma confiabilidad:

$$\rho_{X_1 X_1'} = \rho_{X_2 X_2'}$$

Formas paralelas: Implicaciones

Propiedades de formas paralelas

Si X_1 y X_2 corresponden con formas paralelas, entonces:

- ambas formas tienen la misma media

$$\mathscr{E}(X_1) = \mathscr{E}(X_2)$$

- ambas formas tienen la misma varianza

$$\sigma^2_{X_1} = \sigma^2_{X_2}$$

- ambas formas mantienen la misma covarianza con cualquier otra variable Z

$$\sigma_{X_1 Z} = \sigma_{X_2 Z}$$

- ambas formas tienen la misma confiabilidad:

$$\rho_{X_1 X_1'} = \rho_{X_2 X_2'}$$

Formas paralelas: Implicaciones

Propiedades de formas paralelas

Si X_1 y X_2 corresponden con formas paralelas, entonces:

- ambas formas tienen la misma media

$$\mathscr{E}(X_1) = \mathscr{E}(X_2)$$

- ambas formas tienen la misma varianza

$$\sigma^2_{X_1} = \sigma^2_{X_2}$$

- ambas formas mantienen la misma covarianza con cualquier otra variable Z

$$\sigma_{X_1 Z} = \sigma_{X_2 Z}$$

- ambas formas tienen la misma confiabilidad:

$$\rho_{X_1 X_1'} = \rho_{X_2 X_2'}$$

Formas paralelas: Implicaciones

Propiedades de formas paralelas

Si X_1 y X_2 corresponden con formas paralelas, entonces:

- ambas formas tienen la misma media

$$\mathscr{E}(X_1) = \mathscr{E}(X_2)$$

- ambas formas tienen la misma varianza

$$\sigma^2_{X_1} = \sigma^2_{X_2}$$

- ambas formas mantienen la misma covarianza con cualquier otra variable Z

$$\sigma_{X_1 Z} = \sigma_{X_2 Z}$$

- ambas formas tienen la misma confiabilidad:

$$\rho_{X_1 X_1'} = \rho_{X_2 X_2'}$$

Formas paralelas: Implicaciones

Propiedades de formas paralelas

Si X_1 y X_2 corresponden con formas paralelas, entonces:

- ambas formas tienen la misma media

$$\mathscr{E}(X_1) = \mathscr{E}(X_2)$$

- ambas formas tienen la misma varianza

$$\sigma^2_{X_1} = \sigma^2_{X_2}$$

- ambas formas mantienen la misma covarianza con cualquier otra variable Z

$$\sigma_{X_1 Z} = \sigma_{X_2 Z}$$

- ambas formas tienen la misma confiabilidad:

$$\rho_{X_1 X_1'} = \rho_{X_2 X_2'}$$

Índice

Fórmula de Spearman-Brown

Fórmula de Spearman-Brown

Supongamos que:

- tenemos n formas paralelas $X_1, X_2, \ldots, X_n$ para la medición de un constructo;
- la confiabilidad de cada forma paralela es igual a $\rho_{XX'}$.
- se construye un nuevo test ("el test alargado") sumando las puntuaciones observadas de las n formas paralelas;

$$X = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$$

Entonces, Spearman y Brown comprobaron que la confiabilidad del test alargado se obtiene por:

$$\boxed{\rho_{XX'}^{\text{alarg}} = \frac{n\,\rho_{XX'}}{1 + (n-1)\,\rho_{XX'}}}$$

Fórmula de Spearman-Brown

Fórmula de Spearman-Brown

Supongamos que:

- tenemos n formas paralelas $X_1, X_2, \ldots, X_n$ para la medición de un constructo;
- la confiabilidad de cada forma paralela es igual a $\rho_{XX'}$.
- se construye un nuevo test ("el test alargado") sumando las puntuaciones observadas de las n formas paralelas;

$$X = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$$

Entonces, Spearman y Brown comprobaron que la confiabilidad del test alargado se obtiene por:

$$\boxed{\rho_{XX'}^{\text{alarg}} = \frac{n\,\rho_{XX'}}{1 + (n-1)\,\rho_{XX'}}}$$

Fórmula de Spearman-Brown

Fórmula de Spearman-Brown

Supongamos que:

- tenemos n formas paralelas $X_1, X_2, \ldots, X_n$ para la medición de un constructo;
- la confiabilidad de cada forma paralela es igual a $\rho_{XX'}$.
- se construye un nuevo test ("el test alargado") sumando las puntuaciones observadas de las n formas paralelas;

$$X = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$$

Entonces, Spearman y Brown comprobaron que la confiabilidad del test alargado se obtiene por:

$$\boxed{\rho^{\text{alarg}}_{XX'} = \frac{n\,\rho_{XX'}}{1 + (n-1)\,\rho_{XX'}}}$$

Fórmula de Spearman-Brown

Fórmula de Spearman-Brown

Supongamos que:

- tenemos n formas paralelas $X_1, X_2, \ldots, X_n$ para la medición de un constructo;
- la confiabilidad de cada forma paralela es igual a $\rho_{XX'}$.
- se construye un nuevo test ("el test alargado") sumando las puntuaciones observadas de las n formas paralelas;

$$X = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$$

Entonces, Spearman y Brown comprobaron que la confiabilidad del test alargado se obtiene por:

$$\boxed{\rho^{\text{alarg}}_{XX'} = \frac{n\,\rho_{XX'}}{1 + (n-1)\,\rho_{XX'}}}$$

Fórmula de Spearman-Brown

Fórmula de Spearman-Brown

Supongamos que:

- tenemos n formas paralelas $X_1, X_2, \ldots, X_n$ para la medición de un constructo;
- la confiabilidad de cada forma paralela es igual a $\rho_{XX'}$.
- se construye un nuevo test (“el test alargado”) sumando las puntuaciones observadas de las n formas paralelas;

$$X = \sum_{k=1}^{n} X_k$$

Entonces, Spearman y Brown comprobaron que la confiabilidad del test alargado se obtiene por:

$$\boxed{\rho_{XX'}^{\text{alarg}} = \frac{n\,\rho_{XX'}}{1 + (n-1)\,\rho_{XX'}}}$$

Fórmula de Spearman-Brown

Fórmula de Spearman-Brown

Supongamos que:

- tenemos n formas paralelas $X_1, X_2, \ldots, X_n$ para la medición de un constructo;
- la confiabilidad de cada forma paralela es igual a $\rho_{XX'}$.
- se construye un nuevo test ("el test alargado") sumando las puntuaciones observadas de las n formas paralelas;

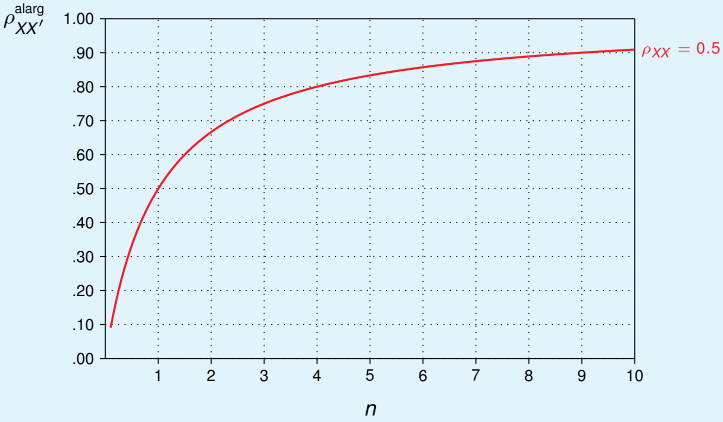
$$X = \sum_{k=1}^{n} X_k$$

Entonces, Spearman y Brown comprobaron que la confiabilidad del test alargado se obtiene por:

$$\boxed{\rho_{XX'}^{\text{alarg}} = \frac{n\,\rho_{XX'}}{1 + (n-1)\,\rho_{XX'}}}$$

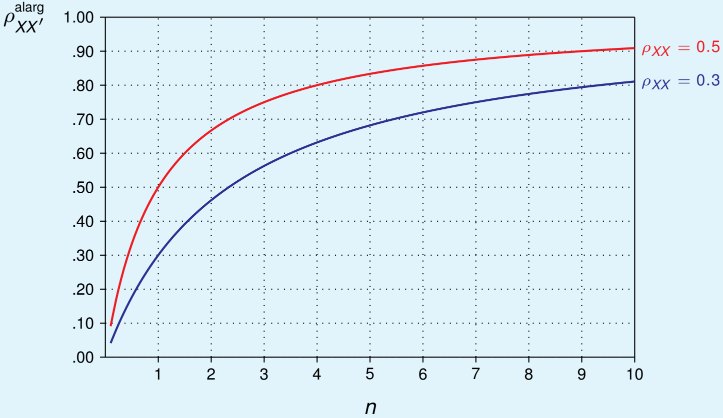
Fórmula de Spearman-Brown

$$\boxed{\rho_{XX'}^{\text{alarg}} = \frac{n\,\rho_{XX'}}{1 + (n-1)\,\rho_{XX'}}}$$



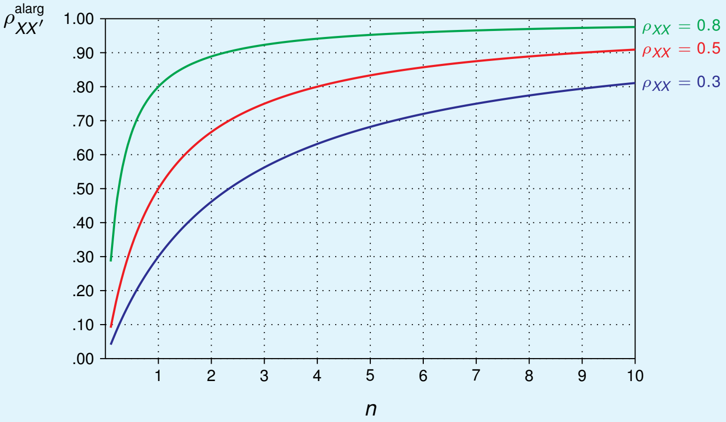
Fórmula de Spearman-Brown

$$\boxed{\rho_{XX'}^{\text{alarg}} = \frac{n\,\rho_{XX'}}{1 + (n-1)\,\rho_{XX'}}}$$



Fórmula de Spearman-Brown

$$\boxed{\rho_{XX'}^{\text{alarg}} = \frac{n\,\rho_{XX'}}{1 + (n-1)\,\rho_{XX'}}}$$



Fórmula de Spearman-Brown: Aplicaciones

Usos de la fórmula de Spearman-Brown

Si se cumplen los supuestos que subyacen la fórmula de Spearman-Brown, puede utilizarse para responder las siguientes preguntas:

1. ¿Qué confiabilidad obtendríamos si a un test inicial añadieramos cierto número de ítems paralelos?

   Para responder esta pregunta, supongamos que:

   - el número de ítems en el test inicial es m;
   - se añaden q ítems paralelos.

   Entonces, el test alargado tendría $m + q$ ítems y el factor de alargamiento n sería:

   $$n = \frac{m+q}{m}$$

   y se aplica la fórmula de Spearman-Brown con este valor de n:

   $$\rho_{XX'}^{\text{alarg}} = \frac{n\,\rho_{XX'}}{1 + (n-1)\,\rho_{XX'}}$$

Fórmula de Spearman-Brown: Aplicaciones

Usos de la fórmula de Spearman-Brown

Si se cumplen los supuestos que subyacen la fórmula de Spearman-Brown, puede utilizarse para responder las siguientes preguntas:

1. ¿Qué confiabilidad obtendríamos si a un test inicial añadieramos cierto número de ítems paralelos?

   Para responder esta pregunta, supongamos que:

   - el número de ítems en el test inicial es m;
   - se añaden q ítems paralelos.

   Entonces, el test alargado tendría $m + q$ ítems y el factor de alargamiento n sería:

$$n = \frac{m+q}{m}$$

   y se aplica la fórmula de Spearman-Brown con este valor de n:

$$\rho_{XX'}^{\text{alarg}} = \frac{n\,\rho_{XX'}}{1 + (n-1)\,\rho_{XX'}}$$

Fórmula de Spearman-Brown: Aplicaciones

Usos de la fórmula de Spearman-Brown

Si se cumplen los supuestos que subyacen la fórmula de Spearman-Brown, puede utilizarse para responder las siguientes preguntas:

1. ¿Qué confiabilidad obtendríamos si a un test inicial añadieramos cierto número de ítems paralelos?

   Para responder esta pregunta, supongamos que:

   - el número de ítems en el test inicial es m;
   - se añaden q ítems paralelos.

   Entonces, el test alargado tendría $m+q$ ítems y el factor de alargamiento n sería:

   $$n = \frac{m+q}{m}$$

   y se aplica la fórmula de Spearman-Brown con este valor de n:

   $$\rho_{XX'}^{\text{alarg}} = \frac{n\,\rho_{XX'}}{1 + (n-1)\,\rho_{XX'}}$$

Fórmula de Spearman-Brown: Aplicaciones

Usos de la fórmula de Spearman-Brown

Si se cumplen los supuestos que subyacen la fórmula de Spearman-Brown, puede utilizarse para responder las siguientes preguntas:

1. ¿Qué confiabilidad obtendríamos si a un test inicial añadieramos cierto número de ítems paralelos?

   Para responder esta pregunta, supongamos que:

   - el número de ítems en el test inicial es m;
   - se añaden q ítems paralelos.

   Entonces, el test alargado tendría $m + q$ ítems y el factor de alargamiento n sería:

   $$n = \frac{m+q}{m}$$

   y se aplica la fórmula de Spearman-Brown con este valor de n:

   $$\rho_{XX'}^{\text{alarg}} = \frac{n\,\rho_{XX'}}{1 + (n-1)\,\rho_{XX'}}$$

Fórmula de Spearman-Brown: Aplicaciones

Ejemplo

Consideremos el siguiente ejemplo:

- Un test inicial consiste en 25 ítems y tiene una confiabilidad $(\rho_{XX'})$ de .80.
- Se añaden 15 ítems al test inicial.

Entonces, el test alargado tendrá:

- $25 + 15 = 40$ ítems y el factor de alargamiento sería:

$$n = \frac{40}{25} = 1.6$$

- una confiabilidad de:

$$\rho_{XX'}^{\text{alarg}} = \frac{n\,\rho_{XX'}}{1 + (n-1)\,\rho_{XX'}}$$

$$= \frac{1.6 \times .80}{1 + (1.6-1).80}$$

$$= .865.$$

Fórmula de Spearman-Brown: Aplicaciones

Ejemplo

Consideremos el siguiente ejemplo:

- Un test inicial consiste en 25 ítems y tiene una confiabilidad $(\rho_{XX'})$ de .80.
- Se añaden 15 ítems al test inicial.

Entonces, el test alargado tendrá:

- $25 + 15 = 40$ ítems y el factor de alargamiento sería:

$$n = \frac{40}{25} = 1.6$$

- una confiabilidad de:

$$\rho_{XX'}^{\text{alarg}} = \frac{n\,\rho_{XX'}}{1 + (n-1)\,\rho_{XX'}}$$

$$= \frac{1.6 \times .80}{1 + (1.6-1).80}$$

$$= .865.$$

Fórmula de Spearman-Brown: Aplicaciones

Ejemplo

Consideremos el siguiente ejemplo:

- Un test inicial consiste en 25 ítems y tiene una confiabilidad $(\rho_{XX'})$ de .80.
- Se añaden 15 ítems al test inicial.

Entonces, el test alargado tendrá:

- $25 + 15 = 40$ ítems y el factor de alargamiento sería:

$$n = \frac{40}{25} = 1.6$$

- una confiabilidad de:

$$\rho_{XX'}^{\text{alarg}} = \frac{n\,\rho_{XX'}}{1 + (n-1)\,\rho_{XX'}}$$

$$= \frac{1.6 \times .80}{1 + (1.6-1).80}$$

$$= .865.$$

Fórmula de Spearman-Brown: Aplicaciones

Ejemplo

Consideremos el siguiente ejemplo:

- Un test inicial consiste en 25 ítems y tiene una confiabilidad $(\rho_{XX'})$ de .80.
- Se añaden 15 ítems al test inicial.

Entonces, el test alargado tendrá:

- $25 + 15 = 40$ ítems y el factor de alargamiento sería:

$$n = \frac{40}{25} = 1.6$$

- una confiabilidad de:

$$\rho_{XX'}^{\text{alarg}} = \frac{n\,\rho_{XX'}}{1 + (n-1)\,\rho_{XX'}}$$

$$= \frac{1.6 \times .80}{1 + (1.6-1).80}$$

$$= .865.$$

Fórmula de Spearman-Brown: Aplicaciones

Ejemplo

Consideremos el siguiente ejemplo:

- Un test inicial consiste en 25 ítems y tiene una confiabilidad $(\rho_{XX'})$ de .80.
- Se añaden 15 ítems al test inicial.

Entonces, el test alargado tendrá:

- $25 + 15 = 40$ ítems y el factor de alargamiento sería:

$$n = \frac{40}{25} = 1.6$$

- una confiabilidad de:

$$\rho_{XX'}^{\text{alarg}} = \frac{n\,\rho_{XX'}}{1 + (n-1)\,\rho_{XX'}}$$

$$= \frac{1.6 \times .80}{1 + (1.6-1).80}$$

$$= .865.$$

Fórmula de Spearman-Brown: Aplicaciones

Ejemplo

Consideremos el siguiente ejemplo:

- Un test inicial consiste en 25 ítems y tiene una confiabilidad $\left(\rho_{XX'}\right)$ de .80.
- Se añaden 15 ítems al test inicial.

Entonces, el test alargado tendrá:

- $25 + 15 = 40$ ítems y el factor de alargamiento sería:

$$n = \frac{40}{25} = 1.6$$

- una confiabilidad de:

$$\begin{aligned} \rho_{XX'}^{\text{alarg}} &= \frac{n\,\rho_{XX'}}{1 + (n-1)\,\rho_{XX'}} \\ &= \frac{1.6 \times .80}{1 + (1.6-1).80} \\ &= .865. \end{aligned}$$

Fórmula de Spearman-Brown: Aplicaciones

Usos de la fórmula de Spearman-Brown

Si se cumplen los supuestos que subyacen la fórmula de Spearman-Brown, puede utilizarse para responder las siguientes preguntas:

2. ¿Cuántos números de ítems paralelos se requieren añadir al test para obtener una confiabilidad deseada de $\rho_{XX'}^{\text{alarg}}$?

   Para esta pregunta, se considera que:

$$\rho_{XX'}^{\text{alarg}} = \frac{n\,\rho_{XX'}}{1 + (n-1)\,\rho_{XX'}}$$

$$\iff \quad n = \frac{\rho_{XX'}^{\text{alarg}}\left(1 - \rho_{XX'}\right)}{\rho_{XX'}\left(1 - \rho_{XX'}^{\text{alarg}}\right)}$$

Fórmula de Spearman-Brown: Aplicaciones

Usos de la fórmula de Spearman-Brown

Si se cumplen los supuestos que subyacen la fórmula de Spearman-Brown, puede utilizarse para responder las siguientes preguntas:

2. ¿Cuántos números de ítems paralelos se requieren añadir al test para obtener una confiabilidad deseada de $\rho_{XX'}^{\text{alarg}}$?

   Para esta pregunta, se considera que:

$$\rho_{XX'}^{\text{alarg}} = \frac{n\,\rho_{XX'}}{1 + (n-1)\,\rho_{XX'}}$$

$$\iff \quad n = \frac{\rho_{XX'}^{\text{alarg}}\,\left(1-\rho_{XX'}\right)}{\rho_{XX'}\,\left(1-\rho_{XX'}^{\text{alarg}}\right)}$$

Fórmula de Spearman-Brown: Aplicaciones

Usos de la fórmula de Spearman-Brown

Si se cumplen los supuestos que subyacen la fórmula de Spearman-Brown, puede utilizarse para responder las siguientes preguntas:

2. ¿Cuántos números de ítems paralelos se requieren añadir al test para obtener una confiabilidad deseada de $\rho_{XX'}^{\text{alarg}}$?

   Para esta pregunta, se considera que:

$$\rho_{XX'}^{\text{alarg}} = \frac{n\,\rho_{XX'}}{1 + (n-1)\,\rho_{XX'}}$$

$$\Longleftrightarrow \quad n = \frac{\rho_{XX'}^{\text{alarg}}\,\left(1 - \rho_{XX'}\right)}{\rho_{XX'}\,\left(1 - \rho_{XX'}^{\text{alarg}}\right)}$$

Fórmula de Spearman-Brown: Aplicaciones

Ejemplo

Consideremos el siguiente ejemplo:

- Tenemos un test inicial, que consiste en 25 ítems y tiene una confiabilidad $\left(\rho_{XX'}\right)$ de .65.
- Se desea tener una confiabilidad $\left(\rho_{XX'}^{\text{alarg}}\right)$ de .80

Entonces:

- El factor de alargamiento será:

$$n = \frac{\rho_{XX'}^{\text{alarg}} \ (1 - \rho_{XX'})}{\rho_{XX'} \ \left(1 - \rho_{XX'}^{\text{alarg}}\right)}$$

$$= \frac{.80 \ (1 - .65)}{.65 \ (1 - .80)} = 2.154$$

- El test alargado debe tener $2.154 \times 25 = 53.85$ ítems.
Es decir, se deben añadir $54 - 25 = 29$ ítems.

Fórmula de Spearman-Brown: Aplicaciones

Ejemplo

Consideremos el siguiente ejemplo:

- Tenemos un test inicial, que consiste en 25 ítems y tiene una confiabilidad $\left(\rho_{XX'}\right)$ de .65.
- Se desea tener una confiabilidad $\left(\rho_{XX'}^{\text{alarg}}\right)$ de .80

Entonces:

- El factor de alargamiento será:

$$n = \frac{\rho_{XX'}^{\text{alarg}}\left(1-\rho_{XX'}\right)}{\rho_{XX'}\left(1-\rho_{XX'}^{\text{alarg}}\right)}$$

$$= \frac{.80\ (1-.65)}{.65\ (1-.80)} = 2.154$$

- El test alargado debe tener $2.154 \times 25 = 53.85$ ítems.
  Es decir, se deben añadir $54 - 25 = 29$ ítems.

Fórmula de Spearman-Brown: Aplicaciones

Ejemplo

Consideremos el siguiente ejemplo:

- Tenemos un test inicial, que consiste en 25 ítems y tiene una confiabilidad $(\rho_{XX'})$ de .65.
- Se desea tener una confiabilidad $\left(\rho_{XX'}^{\text{alarg}}\right)$ de .80

Entonces:

- El factor de alargamiento será:

$$n = \frac{\rho_{XX'}^{\text{alarg}} \ (1 - \rho_{XX'})}{\rho_{XX'} \ \left(1 - \rho_{XX'}^{\text{alarg}}\right)}$$

$$= \frac{.80 \ (1 - .65)}{.65 \ (1 - .80)} = 2.154$$

- El test alargado debe tener $2.154 \times 25 = 53.85$ items.
  Es decir, se deben añadir $54 - 25 = 29$ ítems.

Fórmula de Spearman-Brown: Aplicaciones

Ejemplo

Consideremos el siguiente ejemplo:

- Tenemos un test inicial, que consiste en 25 ítems y tiene una confiabilidad $\left(\rho_{XX'}\right)$ de .65.
- Se desea tener una confiabilidad $\left(\rho_{XX'}^{\text{alarg}}\right)$ de .80

Entonces:

- El factor de alargamiento será:

$$n = \frac{\rho_{XX'}^{\text{alarg}}\ \left(1 - \rho_{XX'}\right)}{\rho_{XX'}\ \left(1 - \rho_{XX'}^{\text{alarg}}\right)}$$

$$= \frac{.80\ (1 - .65)}{.65\ (1 - .80)} = 2.154$$

- El test alargado debe tener $2.154 \times 25 = 53.85$ items.
  Es decir, se deben añadir $54 - 25 = 29$ ítems.

Fórmula de Spearman-Brown: Aplicaciones

Ejemplo

Consideremos el siguiente ejemplo:

- Tenemos un test inicial, que consiste en 25 ítems y tiene una confiabilidad $(\rho_{XX'})$ de .65.
- Se desea tener una confiabilidad $\left(\rho_{XX'}^{\text{alarg}}\right)$ de .80

Entonces:

- El factor de alargamiento será:

$$n = \frac{\rho_{XX'}^{\text{alarg}} \left(1 - \rho_{XX'}\right)}{\rho_{XX'} \left(1 - \rho_{XX'}^{\text{alarg}}\right)}$$

$$= \frac{.80\ (1 - .65)}{.65\ (1 - .80)} = 2.154$$

- El test alargado debe tener $2.154 \times 25 = 53.85$ items.
Es decir, se deben añadir $54 - 25 = 29$ ítems.

Fórmula de Spearman-Brown: Aplicaciones

Ejemplo

Consideremos el siguiente ejemplo:

- Tenemos un test inicial, que consiste en 25 ítems y tiene una confiabilidad $\left(\rho_{XX'}\right)$ de .65.
- Se desea tener una confiabilidad $\left(\rho_{XX'}^{\text{alarg}}\right)$ de .80

Entonces:

- El factor de alargamiento será:

$$n = \frac{\rho_{XX'}^{\text{alarg}}\ \left(1 - \rho_{XX'}\right)}{\rho_{XX'}\ \left(1 - \rho_{XX'}^{\text{alarg}}\right)}$$

$$= \frac{.80\ (1 - .65)}{.65\ (1 - .80)} = 2.154$$

- El test alargado debe tener $2.154 \times 25 = 53.85$ items.
  Es decir, se deben añadir $54 - 25 = 29$ ítems.

Índice