Introducción a Modelos Psicométricos

Clase 12-13

Los Modelos Logísticos de Dos y Tres Parámetros

Iwin Leenen y Ramsés Vázquez-Lira

Facultad de Psicología, UNAM

Programa de Licenciatura y Posgrado en Psicología
Semestre 2019–1

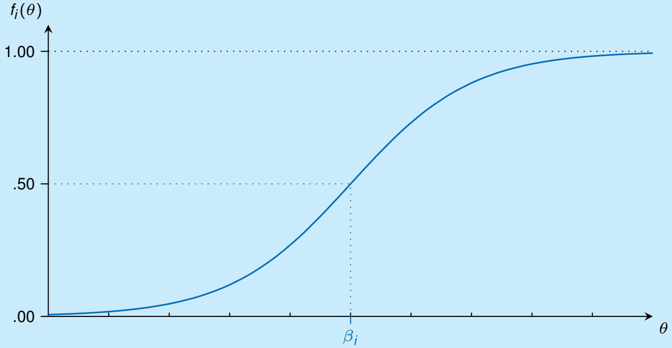
Índice

Índice

Índice

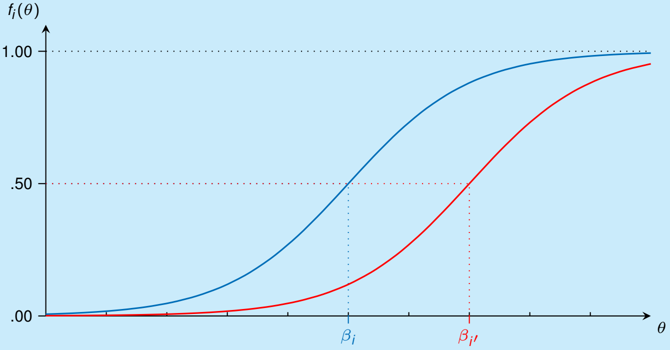
El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

La curva característica en el modelo logístico de dos parámetros



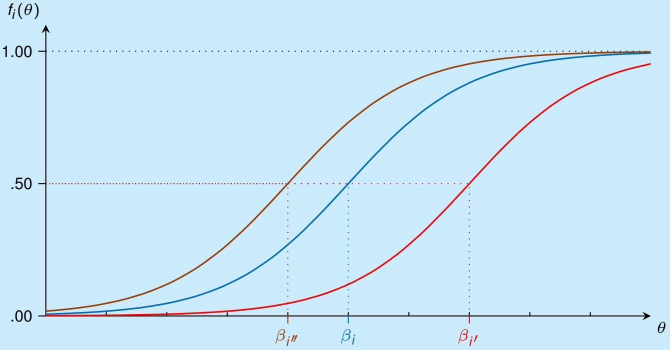
El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

La curva característica en el modelo logístico de dos parámetros



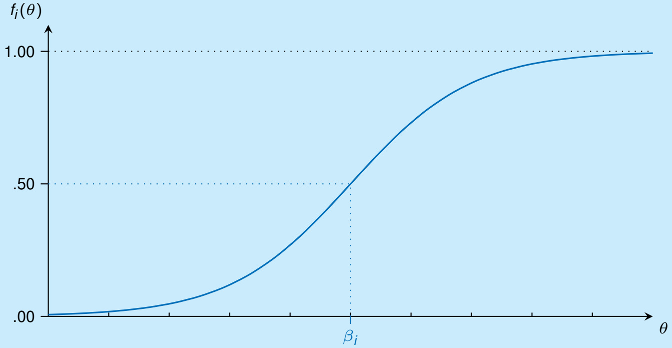
El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

La curva característica en el modelo logístico de dos parámetros



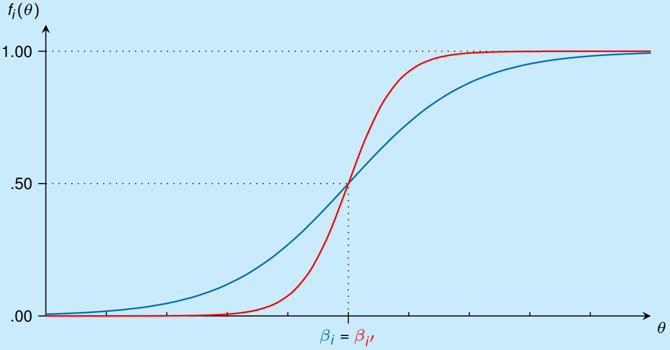
El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

La curva característica en el modelo logístico de dos parámetros



El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

La curva característica en el modelo logístico de dos parámetros

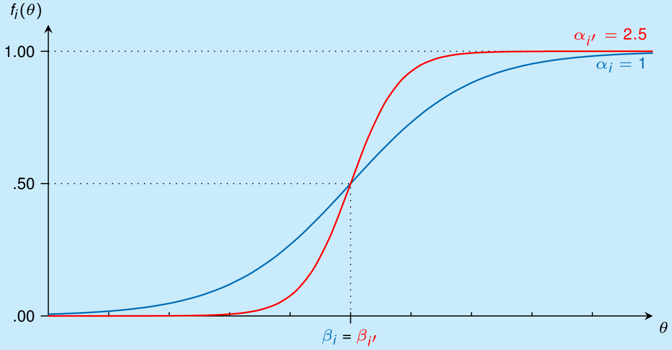


El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

La curva característica en el modelo logístico de dos parámetros

La CCI en el 2PL se da por:

$$f_i(\theta) = \frac{e^{\alpha_i(\theta-\beta_i)}}{1 + e^{\alpha_i(\theta-\beta_i)}}.$$

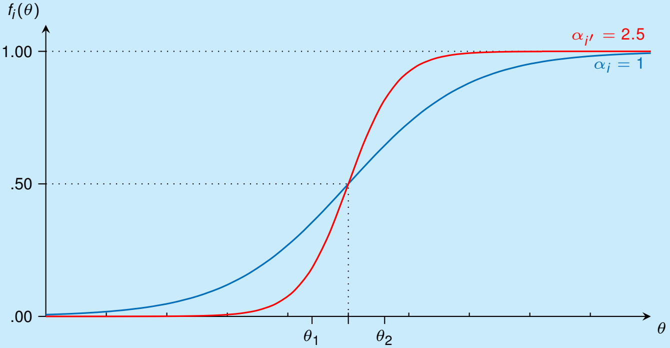


El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

La curva característica en el modelo logístico de dos parámetros

La CCI en el 2PL se da por:

$$f_i(\theta) \;=\; \frac{e^{\alpha_i\,(\theta-\beta_i)}}{1\;+\;e^{\alpha_i\,(\theta-\beta_i)}}.$$

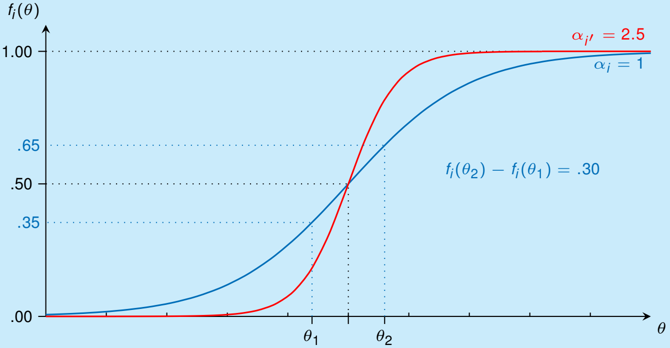


El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

La curva característica en el modelo logístico de dos parámetros

La CCI en el 2PL se da por:

$$f_i(\theta) = \frac{e^{\alpha_i(\theta-\beta_i)}}{1 + e^{\alpha_i(\theta-\beta_i)}}.$$

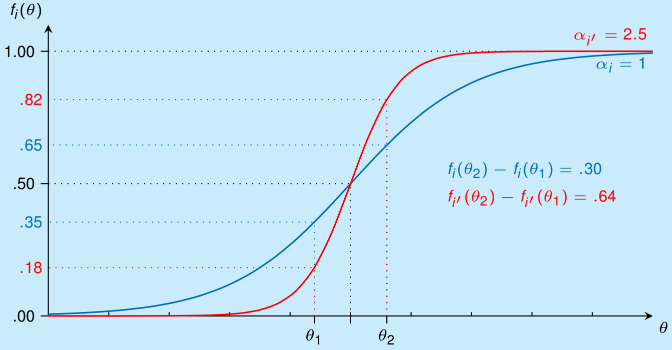


El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

La curva característica en el modelo logístico de dos parámetros

La CCI en el 2PL se da por:

$$f_i(\theta) = \frac{e^{\alpha_i(\theta-\beta_i)}}{1 + e^{\alpha_i(\theta-\beta_i)}}.$$

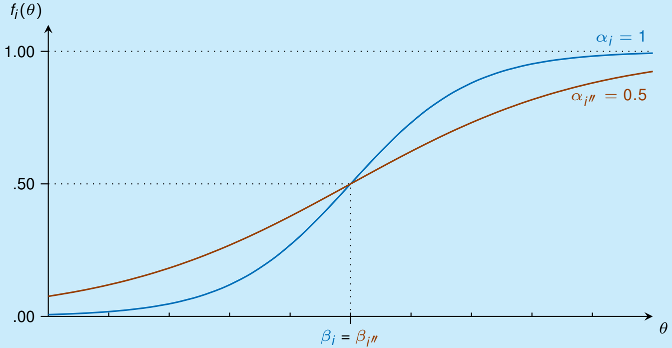


El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

La curva característica en el modelo logístico de dos parámetros

La CCI en el 2PL se da por:

$$f_i(\theta) \;=\; \frac{e^{\alpha_i\,(\theta-\beta_i)}}{1\;+\;e^{\alpha_i\,(\theta-\beta_i)}}.$$

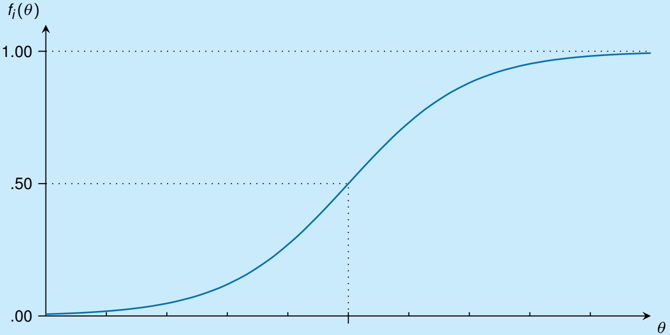


El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

La curva característica en el modelo logístico de dos parámetros

La CCI en el 2PL se da por:

$$f_i(\theta) = \frac{e^{\alpha_i(\theta-\beta_i)}}{1 + e^{\alpha_i(\theta-\beta_i)}}.$$

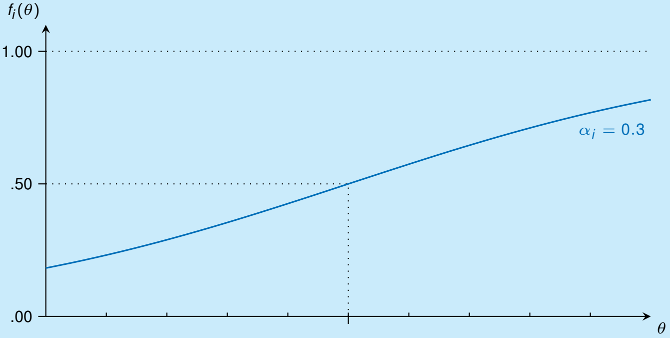


El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

La curva característica en el modelo logístico de dos parámetros

La CCI en el 2PL se da por:

$$f_i(\theta) = \frac{e^{\alpha_i (\theta - \beta_i)}}{1 + e^{\alpha_i (\theta - \beta_i)}}.$$

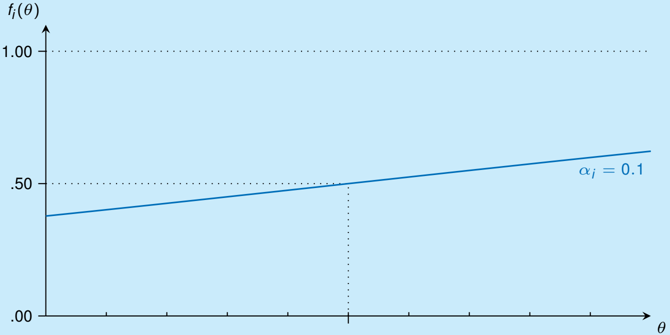


El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

La curva característica en el modelo logístico de dos parámetros

La CCI en el 2PL se da por:

$$f_i(\theta) = \frac{e^{\alpha_i (\theta - \beta_i)}}{1 + e^{\alpha_i (\theta - \beta_i)}}.$$

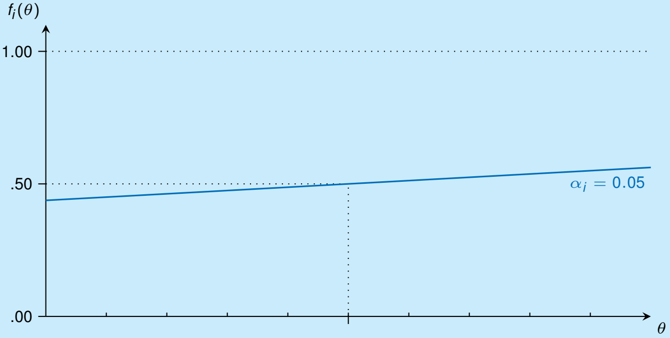


El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

La curva característica en el modelo logístico de dos parámetros

La CCI en el 2PL se da por:

$$f_i(\theta) \;=\; \frac{e^{\alpha_i\,(\theta-\beta_i)}}{1\;+\;e^{\alpha_i\,(\theta-\beta_i)}}.$$

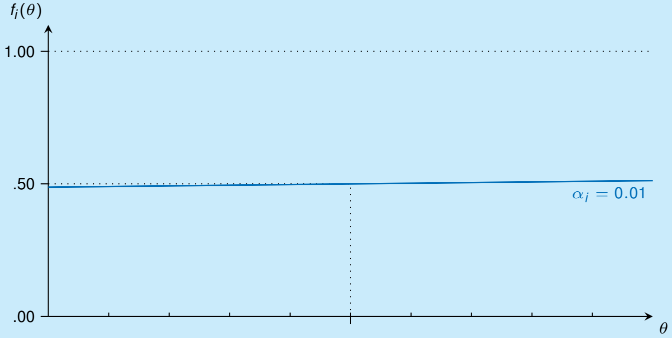


El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

La curva característica en el modelo logístico de dos parámetros

La CCI en el 2PL se da por:

$$f_i(\theta) = \frac{e^{\alpha_i(\theta-\beta_i)}}{1 + e^{\alpha_i(\theta-\beta_i)}}.$$

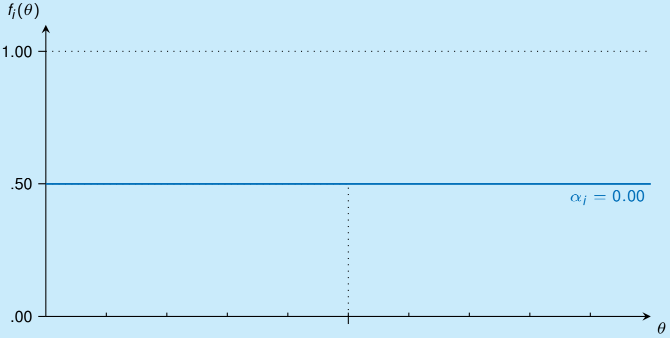


El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

La curva característica en el modelo logístico de dos parámetros

La CCI en el 2PL se da por:

$$f_i(\theta) = \frac{e^{\alpha_i (\theta - \beta_i)}}{1 + e^{\alpha_i (\theta - \beta_i)}}.$$

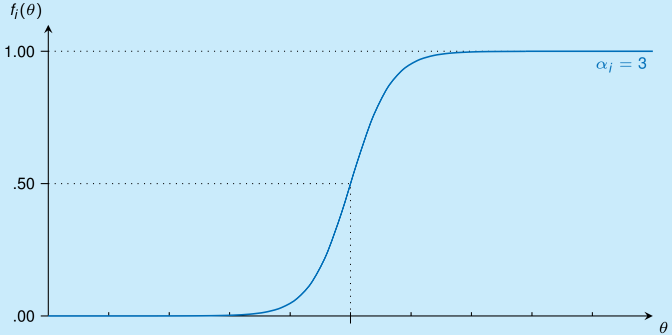


El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

La curva característica en el modelo logístico de dos parámetros

La CCI en el 2PL se da por:

$$f_i(\theta) = \frac{e^{\alpha_i (\theta - \beta_i)}}{1 + e^{\alpha_i (\theta - \beta_i)}}.$$

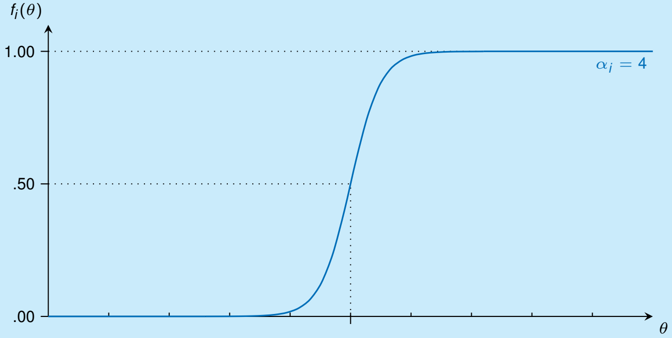


El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

La curva característica en el modelo logístico de dos parámetros

La CCI en el 2PL se da por:

$$f_i(\theta) \;=\; \frac{\mathrm{e}^{\alpha_i\,(\theta-\beta_i)}}{1 \,+\, \mathrm{e}^{\alpha_i\,(\theta-\beta_i)}}.$$

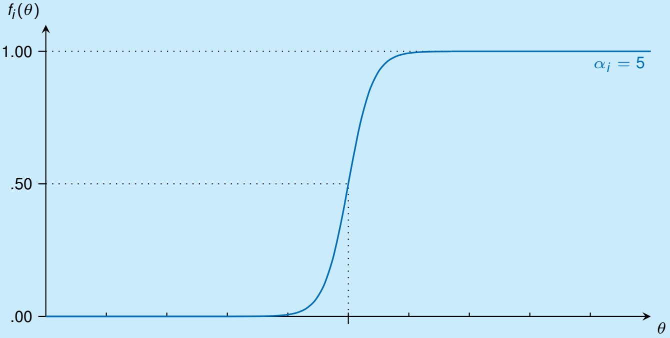


El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

La curva característica en el modelo logístico de dos parámetros

La CCI en el 2PL se da por:

$$f_i(\theta) \;=\; \frac{\mathrm{e}^{\alpha_i\,(\theta-\beta_i)}}{1\;+\;\mathrm{e}^{\alpha_i\,(\theta-\beta_i)}}.$$

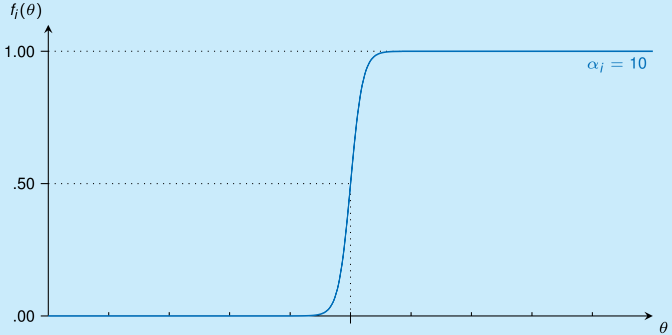


El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

La curva característica en el modelo logístico de dos parámetros

La CCI en el 2PL se da por:

$$f_i(\theta) = \frac{e^{\alpha_i (\theta - \beta_i)}}{1 + e^{\alpha_i (\theta - \beta_i)}}.$$

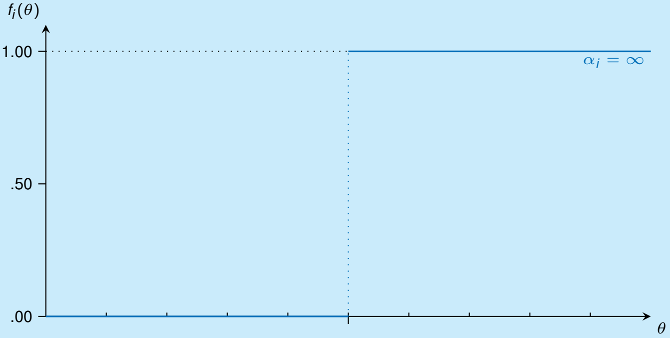


El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

La curva característica en el modelo logístico de dos parámetros

La CCI en el 2PL se da por:

$$f_i(\theta) = \frac{e^{\alpha_i(\theta-\beta_i)}}{1 + e^{\alpha_i(\theta-\beta_i)}}.$$



El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

Interpretación de los parámetros en el modelo logístico de dos parámetros

En el modelo 2PL, cada ítem se caracteriza por dos parámetros:

1. $\beta_i \quad (-\infty < \beta_i < +\infty)$
   Interpretación: Grado de dificultad
   Ojo: La interpretación de β_i no es uniforme

El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

Interpretación de los parámetros en el modelo logístico de dos parámetros

En el modelo 2PL, cada ítem se caracteriza por dos parámetros:

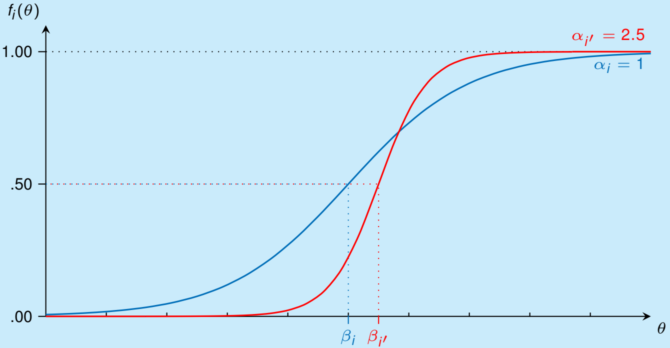
1. $\beta_i \quad (-\infty < \beta_i < +\infty)$
   Interpretación: Grado de dificultad
   Ojo: La interpretación de β_i no es uniforme

El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

Interpretación de los parámetros en el modelo logístico de dos parámetros

En el modelo 2PL, cada ítem se caracteriza por dos parámetros:

1. $\beta_i \quad (-\infty < \beta_i < +\infty)$
   Interpretación: Grado de dificultad
   Ojo: La interpretación de β_i no es uniforme

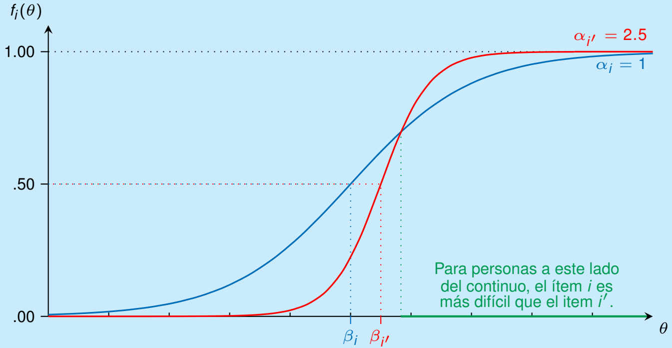


El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

Interpretación de los parámetros en el modelo logístico de dos parámetros

En el modelo 2PL, cada ítem se caracteriza por dos parámetros:

1. $\beta_i \quad (-\infty < \beta_i < +\infty)$
   Interpretación: Grado de dificultad
   Ojo: La interpretación de β_i no es uniforme

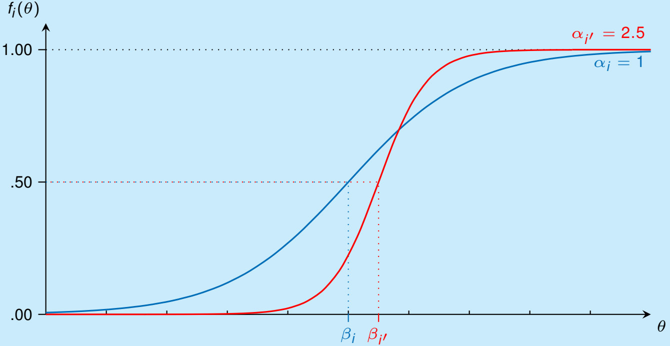


El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

Interpretación de los parámetros en el modelo logístico de dos parámetros

En el modelo 2PL, cada ítem se caracteriza por dos parámetros:

2. $\alpha_i \quad (0 < \alpha_i < +\infty)$
   Interpretación: Grado de discriminación
   Ojo: La interpretación de α_i no es uniforme

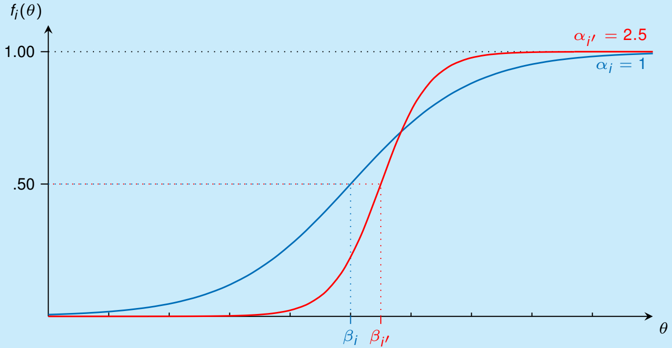


El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

Interpretación de los parámetros en el modelo logístico de dos parámetros

En el modelo 2PL, cada ítem se caracteriza por dos parámetros:

2. $\alpha_i \quad (0 < \alpha_i < +\infty)$
   Interpretación: Grado de discriminación
   Ojo: La interpretación de α_i no es uniforme

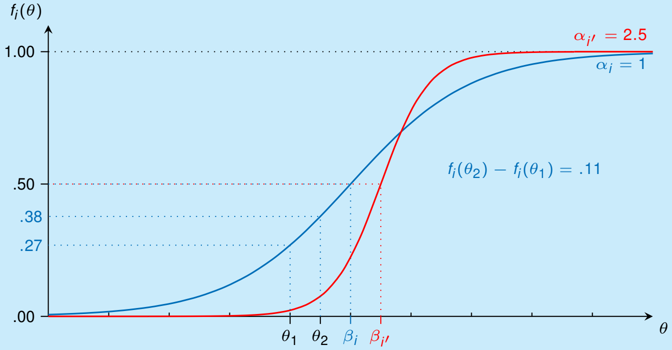


El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

Interpretación de los parámetros en el modelo logístico de dos parámetros

En el modelo 2PL, cada ítem se caracteriza por dos parámetros:

2. $\alpha_i \quad (0 < \alpha_i < +\infty)$
   Interpretación: Grado de discriminación
   Ojo: La interpretación de α_i no es uniforme

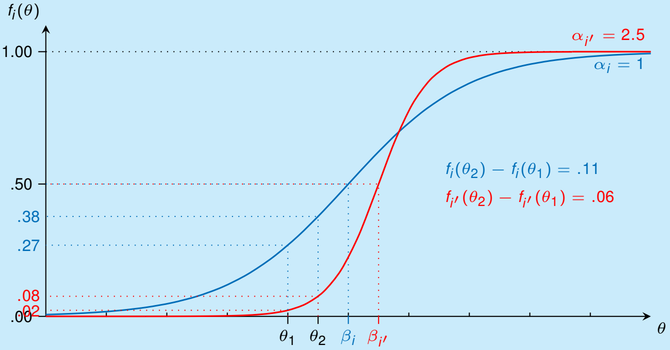


El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

Interpretación de los parámetros en el modelo logístico de dos parámetros

En el modelo 2PL, cada ítem se caracteriza por dos parámetros:

2. $\alpha_i \quad (0 < \alpha_i < +\infty)$
   Interpretación: Grado de discriminación
   Ojo: La interpretación de α_i no es uniforme



Índice

El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

Indeterminaciones en el modelo logístico de dos parámetros

La ecuación básica del modelo 2PL es:

$$\Pr(Y_{pi} = 1 | \theta_p, \beta_i, \alpha_i) \; = \; \frac{e^{\alpha_i\,(\theta_p - \beta_i)}}{1 \; + \; e^{\alpha_i\,(\theta_p - \beta_i)}}$$

- Similar al modelo de Rasch, sumar la misma constante a todas las θ_p's y β_i's no afecta las probabilidades de acertar.
- Multiplicar todas las α_i's con una constante y simultáneamente dividir todas las θ_p's y β_i's por esta misma constante tampoco afecta las probabilidades de acertar.

  Es otra indeterminación, que se suele resolver añadiendo una de las siguientes restricciones:
  - $\prod_i \alpha_i = 1$.
  - la varianza de las θ sea 1.

El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

Indeterminaciones en el modelo logístico de dos parámetros

La ecuación básica del modelo 2PL es:

$$\Pr(Y_{pi} = 1|\theta_p, \beta_i, \alpha_i) = \frac{e^{\alpha_i (\theta_p - \beta_i)}}{1 + e^{\alpha_i (\theta_p - \beta_i)}}$$

- Similar al modelo de Rasch, sumar la misma constante a todas las θ_p's y β_i's no afecta las probabilidades de acertar.
- Multiplicar todas las α_i's con una constante y simultáneamente dividir todas las θ_p's y β_i's por esta misma constante tampoco afecta las probabilidades de acertar.

  Es otra indeterminación, que se suele resolver añadiendo una de las siguientes restricciones:
  - $\prod_i \alpha_i = 1$.
  - la varianza de las θ sea 1.

El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

Indeterminaciones en el modelo logístico de dos parámetros

La ecuación básica del modelo 2PL es:

$$\Pr(Y_{pi} = 1|\theta_p, \beta_i, \alpha_i) \; = \; \frac{e^{\alpha_i\,(\theta_p - \beta_i)}}{1 \; + \; e^{\alpha_i\,(\theta_p - \beta_i)}}$$

- Similar al modelo de Rasch, sumar la misma constante a todas las θ_p's y β_i's no afecta las probabilidades de acertar.
- Multiplicar todas las α_i's con una constante y simultáneamente dividir todas las θ_p's y β_i's por esta misma constante tampoco afecta las probabilidades de acertar.

Es otra indeterminación, que se suele resolver añadiendo una de las siguientes restricciones:

- $\prod_i \alpha_i = 1$.
- la varianza de las θ sea 1.

El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

Indeterminaciones en el modelo logístico de dos parámetros

La ecuación básica del modelo 2PL es:

$$\Pr(Y_{pi} = 1|\theta_p, \beta_i, \alpha_i) \; = \; \frac{\mathrm{e}^{\alpha_i\,(\theta_p - \beta_i)}}{1 \; + \; \mathrm{e}^{\alpha_i\,(\theta_p - \beta_i)}}$$

- Similar al modelo de Rasch, sumar la misma constante a todas las θ_p's y β_i's no afecta las probabilidades de acertar.
- Multiplicar todas las α_i's con una constante y simultáneamente dividir todas las θ_p's y β_i's por esta misma constante tampoco afecta las probabilidades de acertar.

  Es otra indeterminación, que se suele resolver añadiendo una de las siguientes restricciones:
  - $\prod_i \alpha_i = 1$.
  - la varianza de las θ sea 1.

Índice

El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

Estimación de parámetros en el modelo logístico de dos parámetros

Similar al modelo de Rasch, se suele estimar los parámetros por máxima verosimilitud:

- Primero, se estiman los parámetros de los ítems por
  - Máxima verosimilitud marginal (MML), donde se maximiza:

    $$\ell(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_s, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_s, \mu, \sigma^2; \; \mathbf{Y})$$

  - ¡Ojo! No es deseable utilizar máxima verosimilitud conjunta (JML) ya que las estimaciones no son consistentes.
  - ¡Ojo! No es posible utilizar máxima verosimilitud condicional ya que el número de aciertos ya no es un estadístico suficiente para θ.

- Segundo, se estima el parámetro θ_p de cada persona, maximizando:

  $$\ell(\theta_p; \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{y})$$

  donde α y β son las estimaciones de los parámetros de los ítems obtenidas en el paso anterior.

El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

Estimación de parámetros en el modelo logístico de dos parámetros

Similar al modelo de Rasch, se suele estimar los parámetros por máxima verosimilitud:

- Primero, se estiman los parámetros de los ítems por
  - Máxima verosimilitud marginal (MML), donde se maximiza:

$$\ell(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_s, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_s, \mu, \sigma^2;\ \mathbf{Y})$$

  - ¡Ojo! No es deseable utilizar máxima verosimilitud conjunta (JML) ya que las estimaciones no son consistentes.
  - ¡Ojo! No es posible utilizar máxima verosimilitud condicional ya que el número de aciertos ya no es un estadístico suficiente para θ.

- Segundo, se estima el parámetro θ_p de cada persona, maximizando:

$$\ell(\theta_p; \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{y})$$

  donde $\boldsymbol{\alpha}$ y $\boldsymbol{\beta}$ son las estimaciones de los parámetros de los ítems obtenidas en el paso anterior.

El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

Estimación de parámetros en el modelo logístico de dos parámetros

Similar al modelo de Rasch, se suele estimar los parámetros por máxima verosimilitud:

- Primero, se estiman los parámetros de los ítems por
  - Máxima verosimilitud marginal (MML), donde se maximiza:

$$\ell(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_s, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_s, \mu, \sigma^2; \mathbf{Y})$$

  - ¡Ojo! No es deseable utilizar máxima verosimilitud conjunta (JML) ya que las estimaciones no son consistentes.
  - ¡Ojo! No es posible utilizar máxima verosimilitud condicional ya que el número de aciertos ya no es un estadístico suficiente para θ.

- Segundo, se estima el parámetro θ_p de cada persona, maximizando:

$$\ell(\theta_p; \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{y})$$

  donde $\boldsymbol{\alpha}$ y $\boldsymbol{\beta}$ son las estimaciones de los parámetros de los ítems obtenidas en el paso anterior.

El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

Estimación de parámetros en el modelo logístico de dos parámetros

Similar al modelo de Rasch, se suele estimar los parámetros por máxima verosimilitud:

- Primero, se estiman los parámetros de los ítems por
  - Máxima verosimilitud marginal (MML), donde se maximiza:

    $$\ell(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_s, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_s, \mu, \sigma^2;\ \mathbf{Y})$$

  - ¡Ojo! No es deseable utilizar máxima verosimilitud conjunta (JML) ya que las estimaciones no son consistentes.
  - ¡Ojo! No es posible utilizar máxima verosimilitud condicional ya que el número de aciertos ya no es un estadístico suficiente para θ.

- Segundo, se estima el parámetro θ_p de cada persona, maximizando:

  $$\ell(\theta_p; \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{y})$$

  donde $\boldsymbol{\alpha}$ y $\boldsymbol{\beta}$ son las estimaciones de los parámetros de los ítems obtenidas en el paso anterior.

Índice

El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

La función de información en el modelo logístico de dos parámetros

En el modelo lógistics de dos parámetros, la función de información del test se da por:

$$\mathcal{I}_{\text{test}}(\theta) = \sum_{i=1}^{n} \mathcal{I}_i(\theta),$$

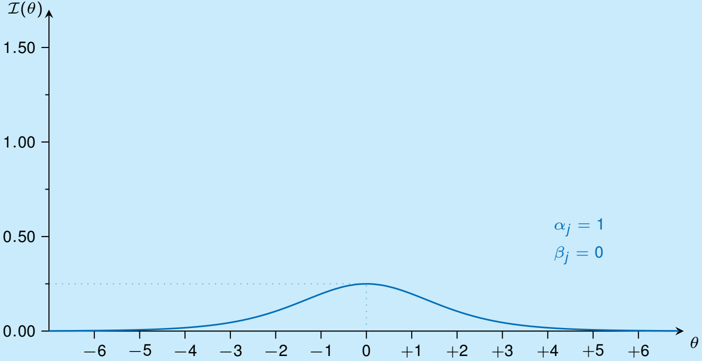
donde $\mathcal{I}_i(\theta)$ es la función de información del ítem i, la cual se da por:

$$\mathcal{I}_i(\theta) = \alpha_i^2 \times f_i(\theta) \times \big(1 - f_i(\theta)\big).$$

El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

Representación gráfica de la función de información

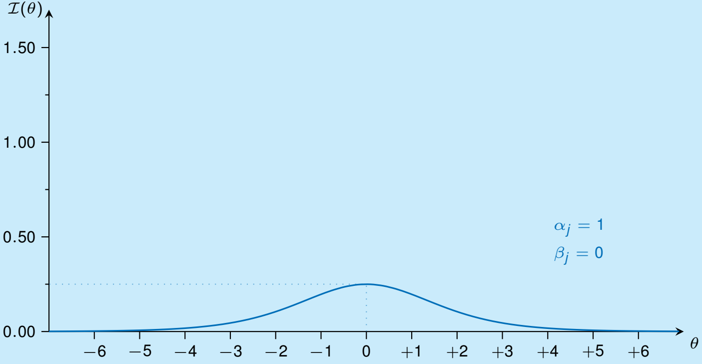
$$\mathcal{I}_i(\theta) = \alpha_i^2 \times f_i(\theta) \times \big(1 - f_i(\theta)\big)$$



El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

Representación gráfica de la función de información

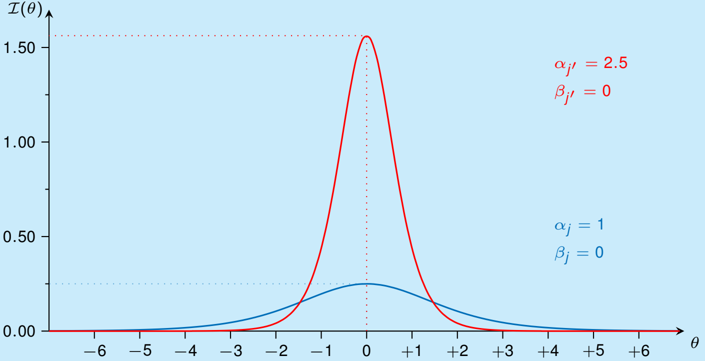
$$\mathcal{I}_i(\theta) = \alpha_i^2 \times f_i(\theta) \times \big(1 - f_i(\theta)\big)$$



El modelo logístico de dos parámetros (2PL)

Representación gráfica de la función de información

$$\mathcal{I}_i(\theta) = \alpha_i^2 \times f_i(\theta) \times \big(1 - f_i(\theta)\big)$$



Índice

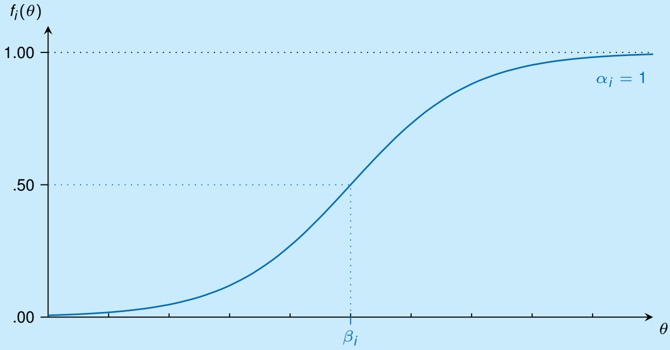
Índice

El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

La curva característica en el modelo logístico de tres parámetros

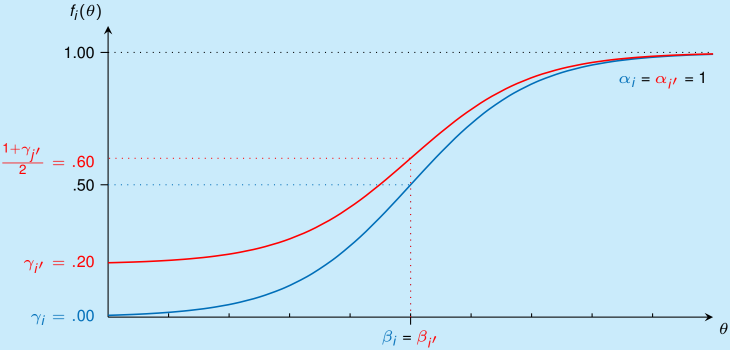
El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

La curva característica en el modelo logístico de tres parámetros



El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

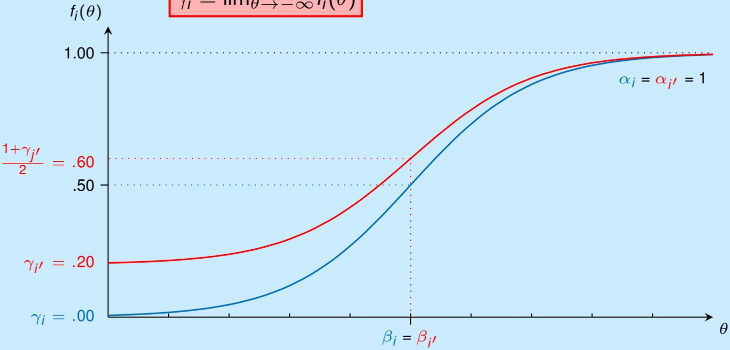
La curva característica en el modelo logístico de tres parámetros



El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

La curva característica en el modelo logístico de tres parámetros

$$\boxed{\gamma_i = \lim_{\theta \to -\infty} f_i(\theta)}$$



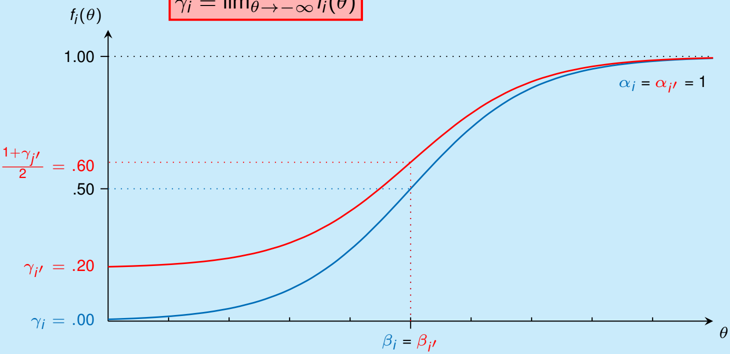
El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

La curva característica en el modelo logístico de tres parámetros

La CCI en el 3PL se da por:

$$f_i(\theta) = \gamma_i + (1 - \gamma_i) \times \frac{e^{\alpha_i(\theta - \beta_i)}}{1 + e^{\alpha_i(\theta - \beta_i)}}.$$

$$\boxed{\gamma_i = \lim_{\theta \to -\infty} f_i(\theta)}$$



El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

Interpretación de los parámetros en el modelo logístico de 3 parámetros

En el modelo 3PL, cada ítem se caracteriza por tres parámetros:

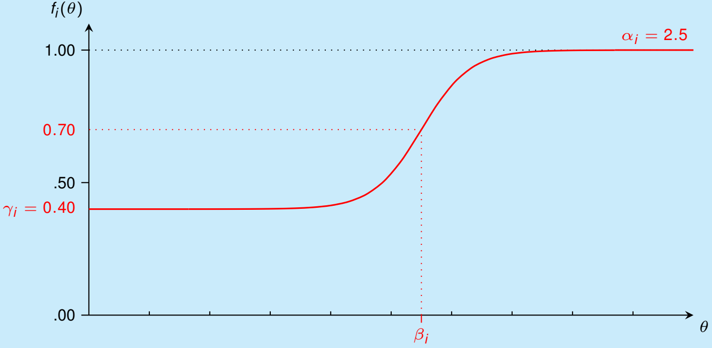
1. $\beta_i \quad (-\infty < \beta_i < +\infty)$
   Interpretación: Grado de dificultad

El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

Interpretación de los parámetros en el modelo logístico de 3 parámetros

En el modelo 3PL, cada ítem se caracteriza por tres parámetros:

1. $\beta_i \quad (-\infty < \beta_i < +\infty)$
   Interpretación: Grado de dificultad

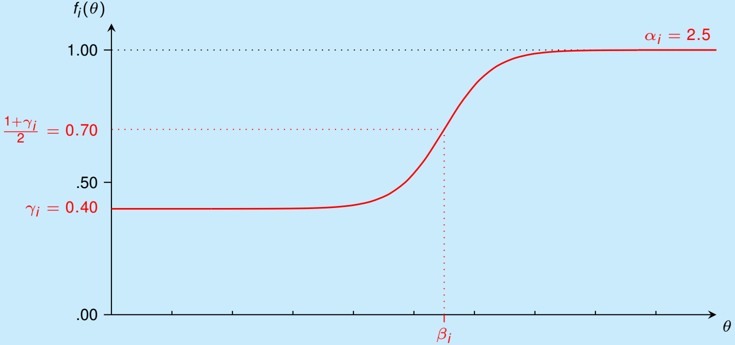


El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

Interpretación de los parámetros en el modelo logístico de 3 parámetros

En el modelo 3PL, cada ítem se caracteriza por tres parámetros:

1. $\beta_i \quad (-\infty < \beta_i < +\infty)$
   Interpretación: Grado de dificultad
   Ojo: $\theta = \beta_i \not\Rightarrow f_i(\theta) = 0.50$.

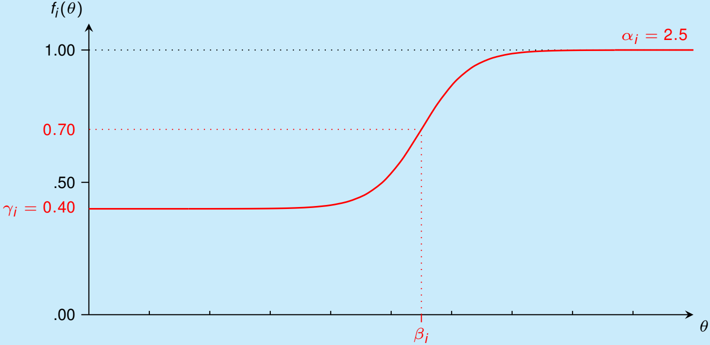


El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

Interpretación de los parámetros en el modelo logístico de 3 parámetros

En el modelo 3PL, cada ítem se caracteriza por tres parámetros:

1. $\beta_i \quad (-\infty < \beta_i < +\infty)$
   Interpretación: Grado de dificultad
   Ojo: $\theta = \beta_i \not\Rightarrow f_i(\theta) = 0.50$.
   Ojo: La interpretación de β_i puede ser no congruente

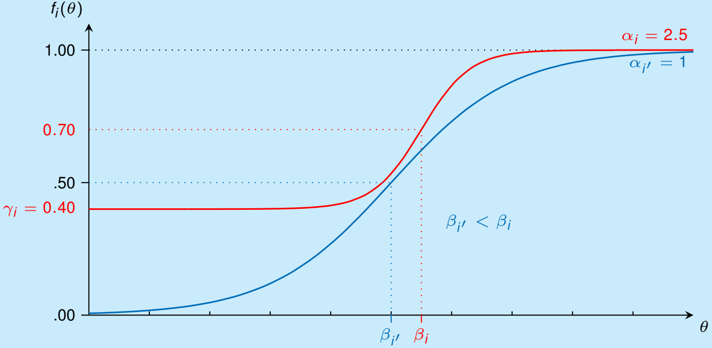


El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

Interpretación de los parámetros en el modelo logístico de 3 parámetros

En el modelo 3PL, cada ítem se caracteriza por tres parámetros:

1. $\beta_i \quad (-\infty < \beta_i < +\infty)$
   Interpretación: Grado de dificultad
   Ojo: $\theta = \beta_i \not\Rightarrow f_i(\theta) = 0.50$.
   Ojo: La interpretación de β_i puede ser no congruente

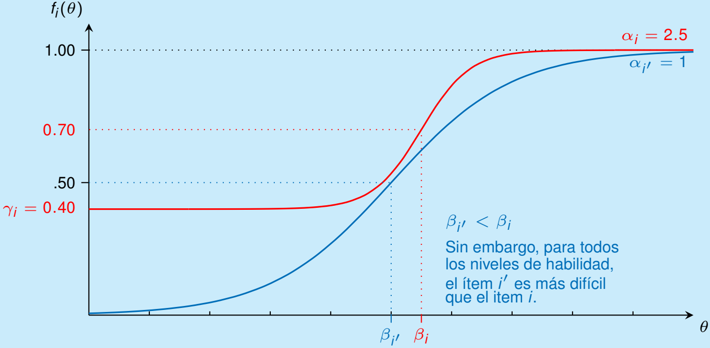


El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

Interpretación de los parámetros en el modelo logístico de 3 parámetros

En el modelo 3PL, cada ítem se caracteriza por tres parámetros:

1. $\beta_i \quad (-\infty < \beta_i < +\infty)$
   Interpretación: Grado de dificultad
   Ojo: $\theta = \beta_i \nRightarrow f_i(\theta) = 0.50$.
   Ojo: La interpretación de β_i puede ser no congruente

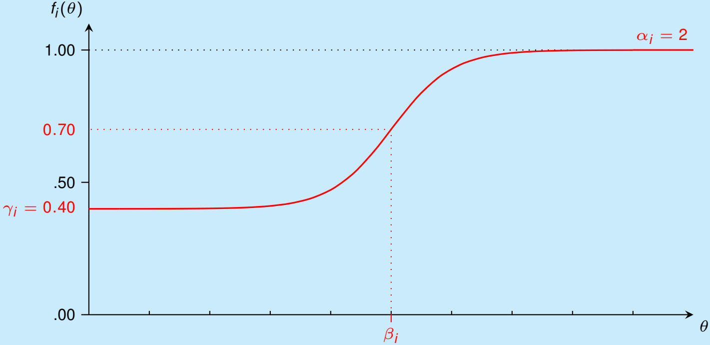


El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

Interpretación de los parámetros en el modelo logístico de 3 parámetros

En el modelo 3PL, cada ítem se caracteriza por tres parámetros:

2. $\alpha_i \quad (0 < \alpha_i < +\infty)$
   Interpretación: Grado de discriminación



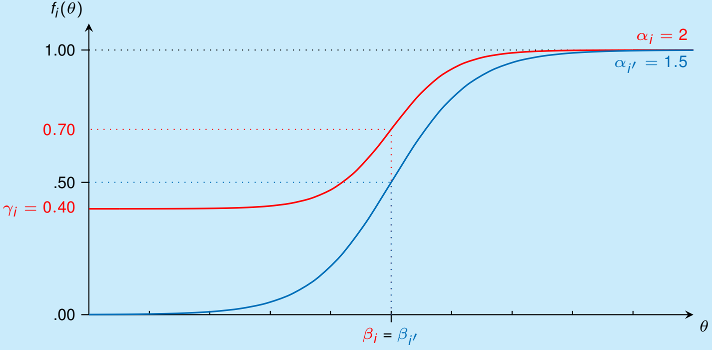
El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

Interpretación de los parámetros en el modelo logístico de 3 parámetros

En el modelo 3PL, cada ítem se caracteriza por tres parámetros:

2. $\alpha_i \quad (0 < \alpha_i < +\infty)$
   Interpretación: Grado de discriminación

   Ojo: La interpretación de α_i puede ser no congruente.



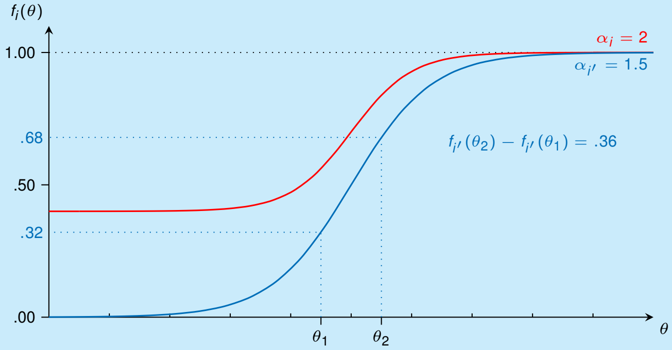
El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

Interpretación de los parámetros en el modelo logístico de 3 parámetros

En el modelo 3PL, cada ítem se caracteriza por tres parámetros:

2. $\alpha_i \quad (0 < \alpha_i < +\infty)$
   Interpretación: Grado de discriminación

   Ojo: La interpretación de α_i puede ser no congruente.



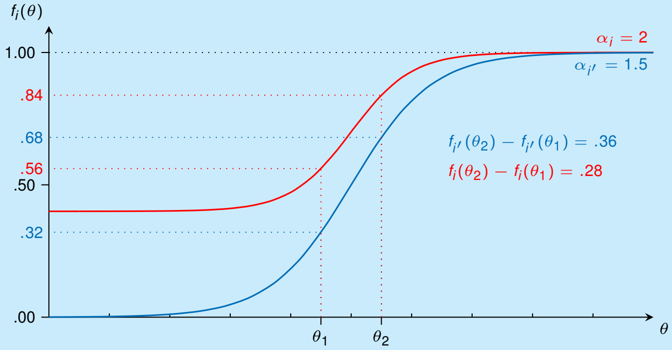
El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

Interpretación de los parámetros en el modelo logístico de 3 parámetros

En el modelo 3PL, cada ítem se caracteriza por tres parámetros:

2. $\alpha_i \quad (0 < \alpha_i < +\infty)$
   Interpretación: Grado de discriminación

   Ojo: La interpretación de α_i puede ser no congruente.



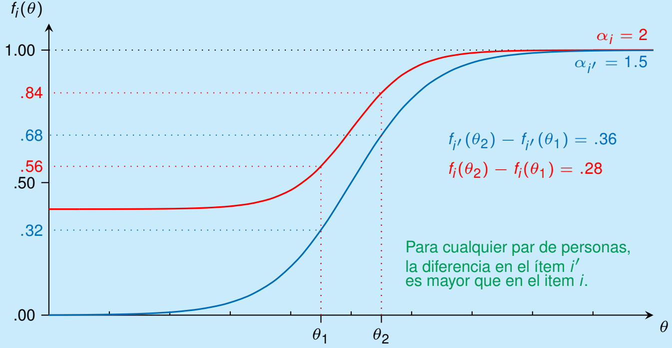
El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

Interpretación de los parámetros en el modelo logístico de 3 parámetros

En el modelo 3PL, cada ítem se caracteriza por tres parámetros:

2. $\alpha_i \quad (0 < \alpha_i < +\infty)$
   Interpretación: Grado de discriminación

   Ojo: La interpretación de α_i puede ser no congruente.



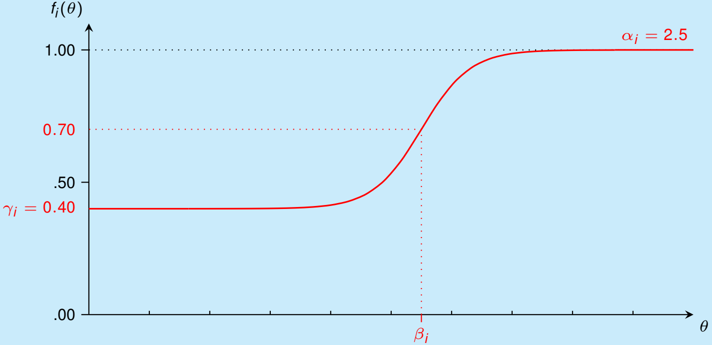
El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

Interpretación de los parámetros en el modelo logístico de 3 parámetros

En el modelo 3PL, cada ítem se caracteriza por tres parámetros:

3. $\gamma_i \quad (0 < \gamma_i < 1)$
   Interpretación: Parámetro de adivinación

   Ojo: El valor de γ_i influye en la interpretación de α_i y β_i



El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

El modelo cognitivo que subyace el modelo logístico de tres parámetros

Consideramos las siguientes cuatro posibilidades:

	Respuesta	Probabilidad
Conoce la respuesta, pero se equivoca	Incorrecta	$f_i \times h_i$
Conoce la respuesta y no se equivoca	Correcta	$f_i \times (1 - h_i)$
No conoce la respuesta, pero acierta adivinando	Correcta	$(1 - f_i) \times g_i$
No conoce la respuesta y falla adivinando	Incorrecta	$(1 - f_i) \times (1 - g_i)$

Sigue que:

$$\begin{aligned}
\Pr(\text{Respuesta correcta}) &= f_i \times (1 - h_i) + (1 - f_i) \times g_i \\
&= f_i - (f_i \times h_i) + g_i - (f_i \times g_i) \\
&= g_i + f_i \times (1 - g_i) - (f_i \times h_i)
\end{aligned}$$

En el modelo 3PL:

- f_i se da por el modelo de dos parámetros;
- $g_i = \gamma_i$;
- $h_i = 0$.

Entonces:

$$\Pr(\text{Respuesta correcta}) = \gamma_i + (1 - \gamma_i) \times \frac{e^{\alpha_i(\theta - \beta_i)}}{1 + e^{\alpha_i(\theta - \beta_i)}}.$$

El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

El modelo cognitivo que subyace el modelo logístico de tres parámetros

Consideramos las siguientes cuatro posibilidades:

	Respuesta	Probabilidad
Conoce la respuesta, pero se equivoca	Incorrecta	$f_i \times h_i$
Conoce la respuesta y no se equivoca	Correcta	$f_i \times (1 - h_i)$
No conoce la respuesta, pero acierta adivinando	Correcta	$(1 - f_i) \times g_i$
No conoce la respuesta y falla adivinando	Incorrecta	$(1 - f_i) \times (1 - g_i)$

Sigue que:

$$\begin{aligned}\Pr(\text{Respuesta correcta}) &= f_i \times (1 - h_i) + (1 - f_i) \times g_i \\ &= f_i - (f_i \times h_i) + g_i - (f_i \times g_i) \\ &= g_i + f_i \times (1 - g_i) - (f_i \times h_i)\end{aligned}$$

En el modelo 3PL:

- f_i se da por el modelo de dos parámetros;
- $g_i = \gamma_i$;
- $h_i = 0$.

Entonces:

$$\Pr(\text{Respuesta correcta}) = \gamma_i + (1 - \gamma_i) \times \frac{e^{\alpha_i(\theta - \beta_i)}}{1 + e^{\alpha_i(\theta - \beta_i)}}.$$

El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

El modelo cognitivo que subyace el modelo logístico de tres parámetros

Consideramos las siguientes cuatro posibilidades:

	Respuesta	Probabilidad
Conoce la respuesta, pero se equivoca	Incorrecta	$f_i \times h_i$
Conoce la respuesta y no se equivoca	Correcta	$f_i \times (1 - h_i)$
No conoce la respuesta, pero acierta adivinando	Correcta	$(1 - f_i) \times g_i$
No conoce la respuesta y falla adivinando	Incorrecta	$(1 - f_i) \times (1 - g_i)$

Sigue que:

$$\begin{aligned}\Pr(\text{Respuesta correcta}) &= f_i \times (1 - h_i) + (1 - f_i) \times g_i \\ &= f_i - (f_i \times h_i) + g_i - (f_i \times g_i) \\ &= g_i + f_i \times (1 - g_i) - (f_i \times h_i)\end{aligned}$$

En el modelo 3PL:

- f_i se da por el modelo de dos parámetros;
- $g_i = \gamma_i$;
- $h_i = 0$.

Entonces:

$$\Pr(\text{Respuesta correcta}) = \gamma_i + (1 - \gamma_i) \times \frac{e^{\alpha_i(\theta - \beta_i)}}{1 + e^{\alpha_i(\theta - \beta_i)}}.$$

El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

El modelo cognitivo que subyace el modelo logístico de tres parámetros

Consideramos las siguientes cuatro posibilidades:

	Respuesta	Probabilidad
Conoce la respuesta, pero se equivoca	Incorrecta	$f_i \times h_i$
Conoce la respuesta y no se equivoca	Correcta	$f_i \times (1 - h_i)$
No conoce la respuesta, pero acierta adivinando	Correcta	$(1 - f_i) \times g_i$
No conoce la respuesta y falla adivinando	Incorrecta	$(1 - f_i) \times (1 - g_i)$

Sigue que:

$$
\begin{aligned}
\Pr(\text{Respuesta correcta}) &= f_i \times (1 - h_i) + (1 - f_i) \times g_i \\
&= f_i - (f_i \times h_i) + g_i - (f_i \times g_i) \\
&= g_i + f_i \times (1 - g_i) - (f_i \times h_i)
\end{aligned}
$$

En el modelo 3PL:

- f_i se da por el modelo de dos parámetros;
- $g_i = \gamma_i$;
- $h_i = 0$.

Entonces:

$$\Pr(\text{Respuesta correcta}) = \gamma_i + (1 - \gamma_i) \times \frac{e^{\alpha_i(\theta - \beta_i)}}{1 + e^{\alpha_i(\theta - \beta_i)}}.$$

El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

El modelo cognitivo que subyace el modelo logístico de tres parámetros

Consideramos las siguientes cuatro posibilidades:

	Respuesta	Probabilidad
Conoce la respuesta, pero se equivoca	Incorrecta	$f_i \times h_i$
Conoce la respuesta y no se equivoca	Correcta	$f_i \times (1 - h_i)$
No conoce la respuesta, pero acierta adivinando	Correcta	$(1 - f_i) \times g_i$
No conoce la respuesta y falla adivinando	Incorrecta	$(1 - f_i) \times (1 - g_i)$

Sigue que:

$$\begin{aligned}\Pr(\text{Respuesta correcta}) &= f_i \times (1 - h_i) + (1 - f_i) \times g_i \\ &= f_i - (f_i \times h_i) + g_i - (f_i \times g_i) \\ &= g_i + f_i \times (1 - g_i) - (f_i \times h_i)\end{aligned}$$

En el modelo 3PL:

- f_i se da por el modelo de dos parámetros;
- $g_i = \gamma_i$;
- $h_i = 0$.

Entonces:

$$\Pr(\text{Respuesta correcta}) = \gamma_i + (1 - \gamma_i) \times \frac{e^{\alpha_i(\theta - \beta_i)}}{1 + e^{\alpha_i(\theta - \beta_i)}}.$$

El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

El modelo cognitivo que subyace el modelo logístico de tres parámetros

Consideramos las siguientes cuatro posibilidades:

	Respuesta	Probabilidad
Conoce la respuesta, pero se equivoca	Incorrecta	$f_i \times h_i$
Conoce la respuesta y no se equivoca	Correcta	$f_i \times (1 - h_i)$
No conoce la respuesta, pero acierta adivinando	Correcta	$(1 - f_i) \times g_i$
No conoce la respuesta y falla adivinando	Incorrecta	$(1 - f_i) \times (1 - g_i)$

Sigue que:

$$\begin{aligned}\Pr(\text{Respuesta correcta}) &= f_i \times (1 - h_i) + (1 - f_i) \times g_i \\ &= f_i - (f_i \times h_i) + g_i - (f_i \times g_i) \\ &= g_i + f_i \times (1 - g_i) - (f_i \times h_i)\end{aligned}$$

En el modelo 3PL:

- f_i se da por el modelo de dos parámetros;
- $g_i = \gamma_i$;
- $h_i = 0$.

Entonces:

$$\Pr(\text{Respuesta correcta}) = \gamma_i + (1 - \gamma_i) \times \frac{e^{\alpha_i(\theta - \beta_i)}}{1 + e^{\alpha_i(\theta - \beta_i)}}.$$

El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

El modelo cognitivo que subyace el modelo logístico de tres parámetros

Consideramos las siguientes cuatro posibilidades:

	Respuesta	Probabilidad
Conoce la respuesta, pero se equivoca	Incorrecta	$f_i \times h_i$
Conoce la respuesta y no se equivoca	Correcta	$f_i \times (1 - h_i)$
No conoce la respuesta, pero acierta adivinando	Correcta	$(1 - f_i) \times g_i$
No conoce la respuesta y falla adivinando	Incorrecta	$(1 - f_i) \times (1 - g_i)$

Sigue que:

$$\begin{aligned} \Pr(\text{Respuesta correcta}) &= f_i \times (1 - h_i) + (1 - f_i) \times g_i \\ &= f_i - (f_i \times h_i) + g_i - (f_i \times g_i) \\ &= g_i + f_i \times (1 - g_i) - (f_i \times h_i) \end{aligned}$$

En el modelo 3PL:

- f_i se da por el modelo de dos parámetros;
- $g_i = \gamma_i$;
- $h_i = 0$.

Entonces:

$$\Pr(\text{Respuesta correcta}) = \gamma_i + (1 - \gamma_i) \times \frac{e^{\alpha_i(\theta - \beta_i)}}{1 + e^{\alpha_i(\theta - \beta_i)}}.$$

El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

El modelo cognitivo que subyace el modelo logístico de tres parámetros

Consideramos las siguientes cuatro posibilidades:

	Respuesta	Probabilidad
Conoce la respuesta, pero se equivoca	Incorrecta	$f_i \times h_i$
Conoce la respuesta y no se equivoca	Correcta	$f_i \times (1 - h_i)$
No conoce la respuesta, pero acierta adivinando	Correcta	$(1 - f_i) \times g_i$
No conoce la respuesta y falla adivinando	Incorrecta	$(1 - f_i) \times (1 - g_i)$

Sigue que:

$$\begin{aligned}\Pr(\text{Respuesta correcta}) &= f_i \times (1 - h_i) + (1 - f_i) \times g_i \\ &= f_i - (f_i \times h_i) + g_i - (f_i \times g_i) \\ &= g_i + f_i \times (1 - g_i) - (f_i \times h_i)\end{aligned}$$

En el modelo 3PL:

- f_i se da por el modelo de dos parámetros;
- $g_i = \gamma_i$;
- $h_i = 0$.

Entonces:

$$\Pr(\text{Respuesta correcta}) = \gamma_i + (1 - \gamma_i) \times \frac{e^{\alpha_i(\theta - \beta_i)}}{1 + e^{\alpha_i(\theta - \beta_i)}}.$$

El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

El modelo cognitivo que subyace el modelo logístico de tres parámetros

Consideramos las siguientes cuatro posibilidades:

	Respuesta	Probabilidad
Conoce la respuesta, pero se equivoca	Incorrecta	$f_i \times h_i$
Conoce la respuesta y no se equivoca	Correcta	$f_i \times (1 - h_i)$
No conoce la respuesta, pero acierta adivinando	Correcta	$(1 - f_i) \times g_i$
No conoce la respuesta y falla adivinando	Incorrecta	$(1 - f_i) \times (1 - g_i)$

Sigue que:

$$\begin{aligned}\Pr(\text{Respuesta correcta}) &= f_i \times (1 - h_i) + (1 - f_i) \times g_i \\ &= f_i - (f_i \times h_i) + g_i - (f_i \times g_i) \\ &= g_i + f_i \times (1 - g_i) - (f_i \times h_i)\end{aligned}$$

En el modelo 3PL:

- f_i se da por el modelo de dos parámetros;
- $g_i = \gamma_i$;
- $h_i = 0$.

Entonces:

$$\Pr(\text{Respuesta correcta}) = \gamma_i + (1 - \gamma_i) \times \frac{e^{\alpha_i(\theta - \beta_i)}}{1 + e^{\alpha_i(\theta - \beta_i)}}.$$

Índice

El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

La función de información en el modelo logístico de tres parámetros

En el modelo 3PL, la **función de información del test** para el parámetro θ se da por:

$$\mathcal{I}_{\text{test}}(\theta) = \sum_{i=1}^{n} \mathcal{I}_i(\theta)$$

donde $\mathcal{I}_i(\theta)$ es la función de información del ítem i:

$$\mathcal{I}_i(\theta) = \alpha_i^2 \times \frac{1 - f_i(\theta)}{f_i(\theta)} \times \left(\frac{f_i(\theta) - \gamma_i}{1 - \gamma_i} \right)^2$$

El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

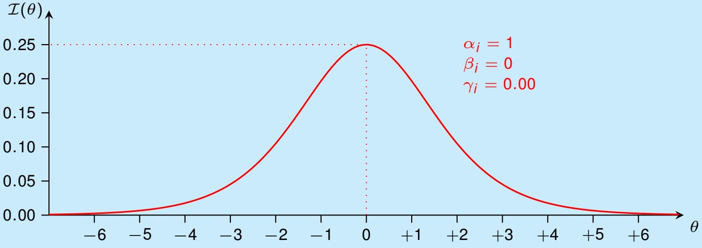
La función de información en el modelo logístico de tres parámetros

En el modelo 3PL, la **función de información del test** para el parámetro θ se da por:

$$\mathcal{I}_{\text{test}}(\theta) = \sum_{i=1}^{n} \mathcal{I}_i(\theta)$$

donde $\mathcal{I}_i(\theta)$ es la función de información del ítem i:

$$\mathcal{I}_i(\theta) = \alpha_i^2 \times \frac{1 - f_i(\theta)}{f_i(\theta)} \times \left(\frac{f_i(\theta) - \gamma_i}{1 - \gamma_i} \right)^2$$



El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

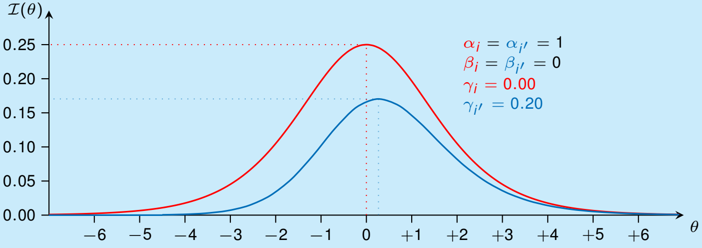
La función de información en el modelo logístico de tres parámetros

En el modelo 3PL, la **función de información del test** para el parámetro θ se da por:

$$\mathcal{I}_{\text{test}}(\theta) = \sum_{i=1}^{n} \mathcal{I}_i(\theta)$$

donde $\mathcal{I}_i(\theta)$ es la función de información del ítem *i*:

$$\mathcal{I}_i(\theta) = \alpha_i^2 \times \frac{1 - f_i(\theta)}{f_i(\theta)} \times \left(\frac{f_i(\theta) - \gamma_i}{1 - \gamma_i} \right)^2$$



El modelo logístico de tres parámetros (3PL)

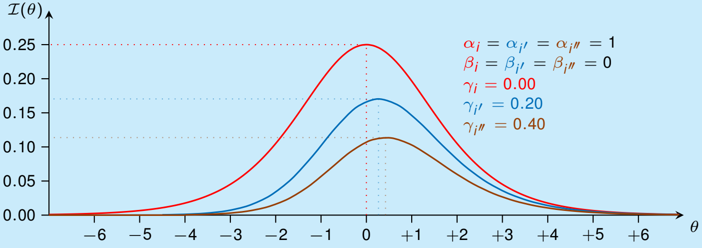
La función de información en el modelo logístico de tres parámetros

En el modelo 3PL, la **función de información del test** para el parámetro θ se da por:

$$\mathcal{I}_{\text{test}}(\theta) = \sum_{i=1}^{n} \mathcal{I}_i(\theta)$$

donde $\mathcal{I}_i(\theta)$ es la función de información del ítem i:

$$\mathcal{I}_i(\theta) = \alpha_i^2 \times \frac{1 - f_i(\theta)}{f_i(\theta)} \times \left(\frac{f_i(\theta) - \gamma_i}{1 - \gamma_i} \right)^2$$



Índice

Índice

La función de enlace en los modelos logísticos

La función logística

- En el modelo de Rasch y los modelos 2PLM y 3PLM, se utiliza la función logística para transformar valores reales cualesquiera a probabilidades entre 0 y 1:

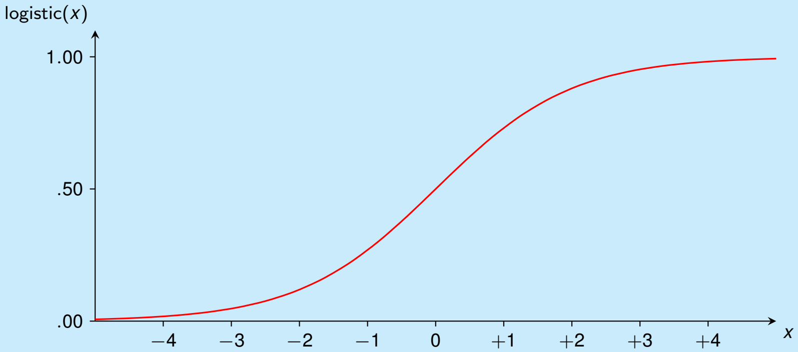
$$\text{logistic}(x) = \frac{e^{x}}{1 + e^{x}}$$

La función de enlace en los modelos logísticos

La función logística

- En el modelo de Rasch y los modelos 2PLM y 3PLM, se utiliza la función logística para transformar valores reales cualesquiera a probabilidades entre 0 y 1:

$$\text{logistic}(x) = \frac{\mathrm{e}^x}{1 + \mathrm{e}^x}$$



La función de enlace en los modelos logísticos

La función logística en los modelos de Rasch, 2PLM y 3PLM

- En este sentido, para el modelo de Rasch se tiene, para cualquier persona p y cualquier ítem i:

$$\Pr(Y_{pi} = 1|\theta_p, \beta_i) = \text{logistic}\,(\theta_p - \beta_i)$$

- Para el modelo logístico de dos parámetros:

$$\Pr(Y_{pi} = 1|\theta_p, \alpha_i, \beta_i) = \text{logistic}\,[\alpha_i\ (\theta_p - \beta_i)]$$

- Para el modelo logístico de tres parámetros:

$$\Pr(Y_{pi} = 1|\theta_p, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i) = \gamma_i + (1 - \gamma_i)\ \text{logistic}\,[\alpha_i\ (\theta_p - \beta_i)]$$

La función de enlace en los modelos logísticos

La función logística en los modelos de Rasch, 2PLM y 3PLM

- En este sentido, para el modelo de Rasch se tiene, para cualquier persona p y cualquier ítem i:

$$\Pr(Y_{pi} = 1 | \theta_p, \beta_i) = \text{logistic}\,(\theta_p - \beta_i)$$

- Para el modelo logístico de dos parámetros:

$$\Pr(Y_{pi} = 1 | \theta_p, \alpha_i, \beta_i) = \text{logistic}\,[\alpha_i\ (\theta_p - \beta_i)]$$

- Para el modelo logístico de tres parámetros:

$$\Pr(Y_{pi} = 1 | \theta_p, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i) = \gamma_i + (1 - \gamma_i)\ \text{logistic}\,[\alpha_i\ (\theta_p - \beta_i)]$$

La función de enlace en los modelos logísticos

La función logística en los modelos de Rasch, 2PLM y 3PLM

- En este sentido, para el modelo de Rasch se tiene, para cualquier persona *p* y cualquier ítem *i*:

$$\Pr(Y_{pi} = 1|\theta_p, \beta_i) \;=\; \text{logistic}\,(\theta_p - \beta_i)$$

- Para el modelo logístico de dos parámetros:

$$\Pr(Y_{pi} = 1|\theta_p, \alpha_i, \beta_i) \;=\; \text{logistic}\,[\alpha_i \;(\theta_p - \beta_i)]$$

- Para el modelo logístico de tres parámetros:

$$\Pr(Y_{pi} = 1|\theta_p, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i) \;=\; \gamma_i \;+\; (1 - \gamma_i)\;\text{logistic}\,[\alpha_i \;(\theta_p - \beta_i)]$$

La ogiva normal

Una función de enlace alternativa: la ogiva normal

- Existe una familia de modelos TRI muy similares a los modelos logísticos, que utilizan como función de enlace–en vez de la función logística—la función acumulada de la densidad normal estandarizada:

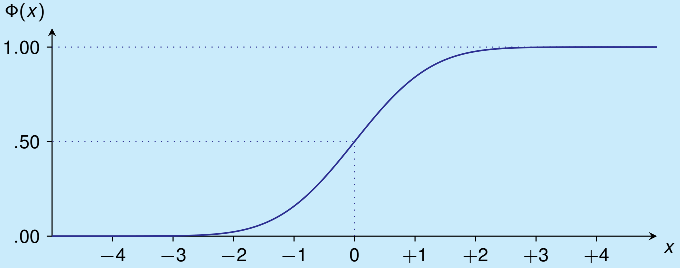
$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

La ogiva normal

Una función de enlace alternativa: la ogiva normal

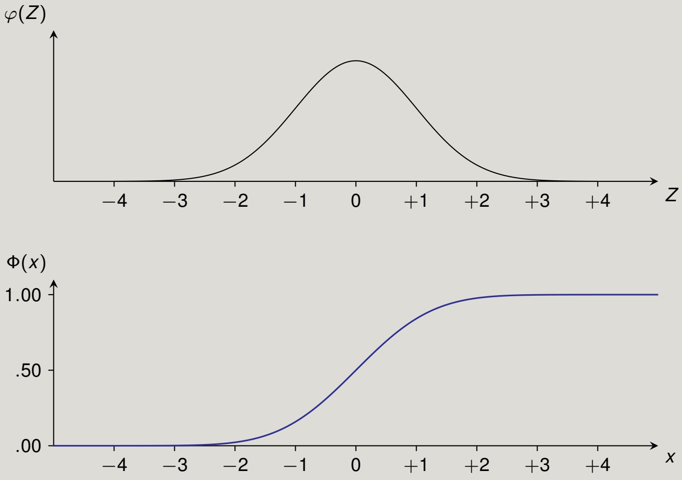
- Existe una familia de modelos TRI muy similares a los modelos logísticos, que utilizan como función de enlace–en vez de la función logística—la función acumulada de la densidad normal estandarizada:

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{z^2}{2}} dz$$



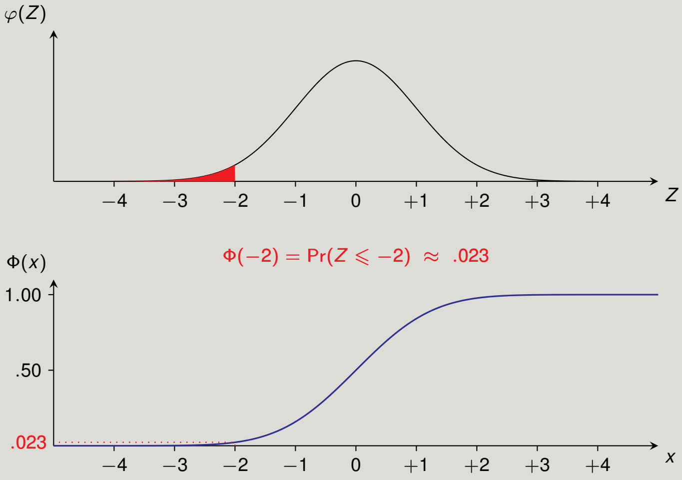
La distribución normal acumulada

Nota: La distribución normal acumulada



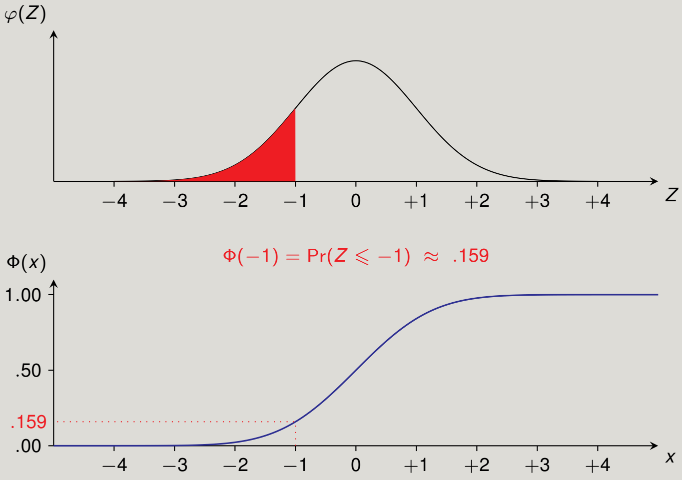
La distribución normal acumulada

Nota: La distribución normal acumulada



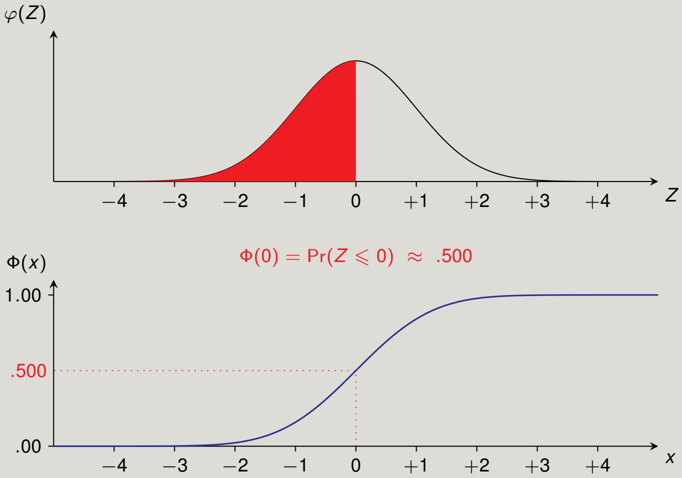
La distribución normal acumulada

Nota: La distribución normal acumulada



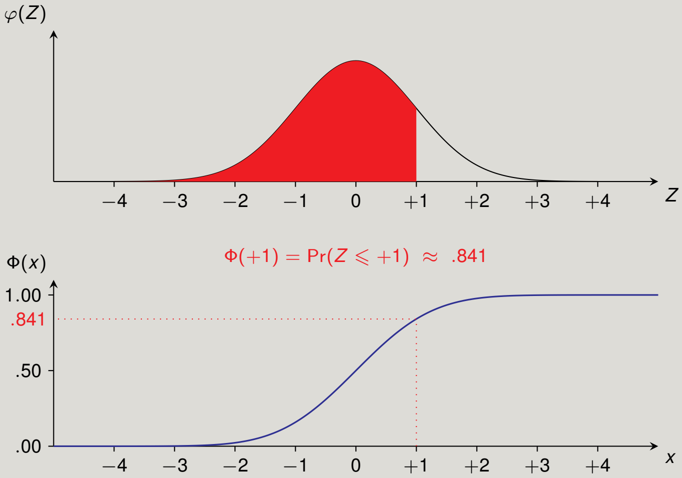
La distribución normal acumulada

Nota: La distribución normal acumulada



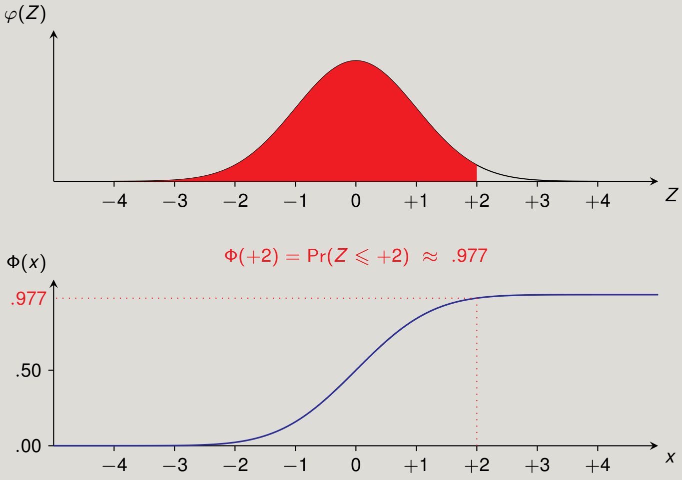
La distribución normal acumulada

Nota: La distribución normal acumulada



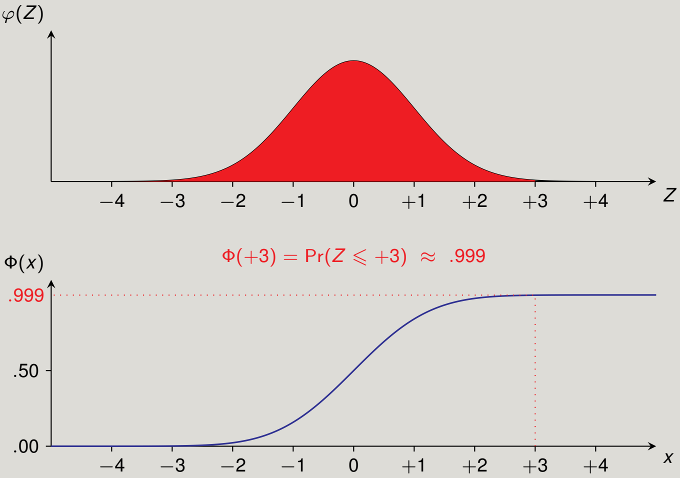
La distribución normal acumulada

Nota: La distribución normal acumulada



La distribución normal acumulada

Nota: La distribución normal acumulada



Índice

Los modelos de 1, 2 y 3 parámetros de la ogiva normal

Los modelos TRI de la ogiva normal

Utilizando la ogiva normal como función de enlace, Lord propuso los siguientes modelos de 1, 2 y 3 parámetros:

- En el modelo de un parámetro de la ogiva normal, se tiene, para cualquier persona *p* y cualquier ítem *i*:

$$\Pr(Y_{pi} = 1|\theta_p, \beta_i) = \Phi(\theta_p - \beta_i)$$

- Para el modelo de dos parámetros de la ogiva normal:

$$\Pr(Y_{pi} = 1|\theta_p, \alpha_i, \beta_i) = \Phi[\alpha_i(\theta_p - \beta_i)]$$

- Para el modelo de tres parámetros de la ogiva normal:

$$\Pr(Y_{pi} = 1|\theta_p, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i) = \gamma_i + (1 - \gamma_i)\Phi[\alpha_i(\theta_p - \beta_i)]$$

Los modelos de 1, 2 y 3 parámetros de la ogiva normal

Los modelos TRI de la ogiva normal

Utilizando la ogiva normal como función de enlace, Lord propuso los siguientes modelos de 1, 2 y 3 parámetros:

- En el modelo de un parámetro de la ogiva normal, se tiene, para cualquier persona *p* y cualquier ítem *i*:

$$\Pr(Y_{pi} = 1|\theta_p, \beta_i) \;=\; \Phi\left(\theta_p - \beta_i\right)$$

- Para el modelo de dos parámetros de la ogiva normal:

$$\Pr(Y_{pi} = 1|\theta_p, \alpha_i, \beta_i) \;=\; \Phi\left[\alpha_i \left(\theta_p - \beta_i\right)\right]$$

- Para el modelo de tres parámetros de la ogiva normal:

$$\Pr(Y_{pi} = 1|\theta_p, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i) \;=\; \gamma_i \;+\; (1 - \gamma_i)\,\Phi\left[\alpha_i \left(\theta_p - \beta_i\right)\right]$$

Los modelos de 1, 2 y 3 parámetros de la ogiva normal

Los modelos TRI de la ogiva normal

Utilizando la ogiva normal como función de enlace, Lord propuso los siguientes modelos de 1, 2 y 3 parámetros:

- En el modelo de un parámetro de la ogiva normal, se tiene, para cualquier persona *p* y cualquier ítem *i*:

$$\Pr(Y_{pi} = 1|\theta_p, \beta_i) \;=\; \Phi\left(\theta_p - \beta_i\right)$$

- Para el modelo de dos parámetros de la ogiva normal:

$$\Pr(Y_{pi} = 1|\theta_p, \alpha_i, \beta_i) \;=\; \Phi\left[\alpha_i \left(\theta_p - \beta_i\right)\right]$$

- Para el modelo de tres parámetros de la ogiva normal:

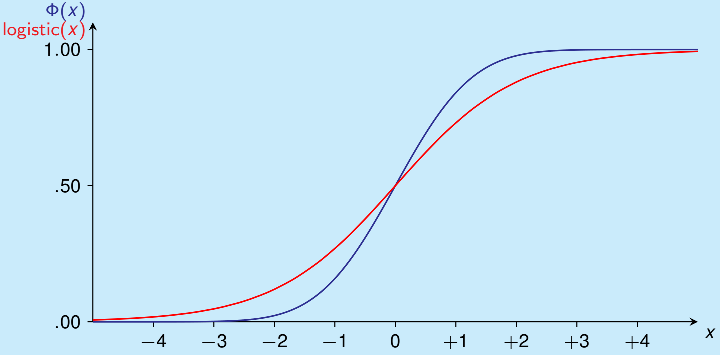
$$\Pr(Y_{pi} = 1|\theta_p, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i) \;=\; \gamma_i \;+\; (1 - \gamma_i)\,\Phi\left[\alpha_i \left(\theta_p - \beta_i\right)\right]$$

Índice

La relación entre la función logística y la ogiva normal

La función logística vs la ogiva normal

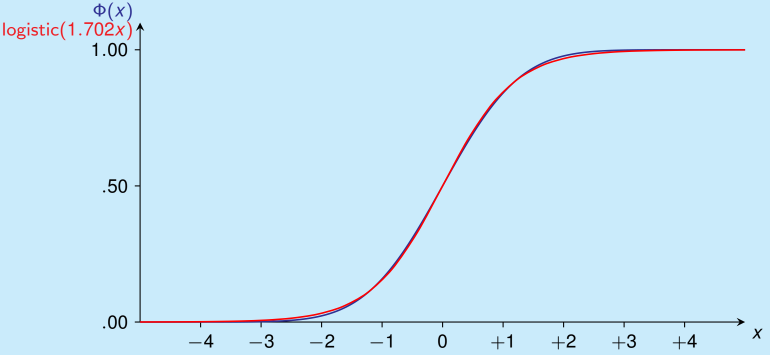
- La función logística y la ogiva normal son funciones diferentes.



La relación entre la función logística y la ogiva normal

La función logística vs la ogiva normal

- La función logística y la ogiva normal son funciones diferentes.
- Sin embargo, si utilizamos la función $\text{logistic}(1.702x)$, las dos funciones son muy similares.



Relación entre los modelos logísticos y de la ogiva normal

Algunas conclusiones

- Recuérdese que en algunas publicaciones se presenta el modelo de Rasch como:

$$\Pr(Y_{pi} = 1|\theta_p, \beta_i) \;=\; \frac{e^{D\,(\theta_p - \beta_i)}}{1 \;+\; e^{D\,(\theta_p - \beta_i)}},$$

  donde $D = 1.702$.

- De esta forma:
  - Se meten los parámetros en el modelo de Rasch en la métrica normal.
  - El modelo de Rasch y el modelo de un parámetro de la ogiva normal de Lord, para muchos fines prácticos, son muy similares.

- Sin embargo, es importante reconocer algunas ventajas del modelo de Rasch sobre el modelo de un parámetro de la ogiva normal de Lord, como:
  - El número de aciertos que tiene una persona en una prueba de n ítems es un estadístico suficiente para estimar su parámetro θ_p.
  - Posibilidad de estimación CML de los parámetros de los ítems en el modelo de Rasch.

Relación entre los modelos logísticos y de la ogiva normal

Algunas conclusiones

- Recuérdese que en algunas publicaciones se presenta el modelo de Rasch como:

$$\Pr(Y_{pi} = 1 | \theta_p, \beta_i) = \frac{e^{D(\theta_p - \beta_i)}}{1 + e^{D(\theta_p - \beta_i)}},$$

  donde $D = 1.702$.

- De esta forma:
  - Se meten los parámetros en el modelo de Rasch en la métrica normal.
  - El modelo de Rasch y el modelo de un parámetro de la ogiva normal de Lord, para muchos fines prácticos, son muy similares.

- Sin embargo, es importante reconocer algunas ventajas del modelo de Rasch sobre el modelo de un parámetro de la ogiva normal de Lord, como:
  - El número de aciertos que tiene una persona en una prueba de n ítems es un estadístico suficiente para estimar su parámetro θ_p.
  - Posibilidad de estimación CML de los parámetros de los ítems en el modelo de Rasch.

Relación entre los modelos logísticos y de la ogiva normal

Algunas conclusiones

- Recuérdese que en algunas publicaciones se presenta el modelo de Rasch como:

$$\Pr(Y_{pi} = 1 | \theta_p, \beta_i) \; = \; \frac{e^{D\,(\theta_p - \beta_i)}}{1 \; + \; e^{D\,(\theta_p - \beta_i)}},$$

  donde $D = 1.702$.

- De esta forma:
  - Se meten los parámetros en el modelo de Rasch en la métrica normal.
  - El modelo de Rasch y el modelo de un parámetro de la ogiva normal de Lord, para muchos fines prácticos, son muy similares.

- Sin embargo, es importante reconocer algunas ventajas del modelo de Rasch sobre el modelo de un parámetro de la ogiva normal de Lord, como:
  - El número de aciertos que tiene una persona en una prueba de n ítems es un estadístico suficiente para estimar su parámetro θ_p.
  - Posibilidad de estimación CML de los parámetros de los ítems en el modelo de Rasch.

Relación entre los modelos logísticos y de la ogiva normal

Algunas conclusiones

- Recuérdese que en algunas publicaciones se presenta el modelo de Rasch como:

$$\Pr(Y_{pi} = 1|\theta_p, \beta_i) \;=\; \frac{e^{D\,(\theta_p - \beta_i)}}{1 \;+\; e^{D\,(\theta_p - \beta_i)}},$$

  donde $D = 1.702$.

- De esta forma:
  - Se meten los parámetros en el modelo de Rasch en la métrica normal.
  - El modelo de Rasch y el modelo de un parámetro de la ogiva normal de Lord, para muchos fines prácticos, son muy similares.

- Sin embargo, es importante reconocer algunas ventajas del modelo de Rasch sobre el modelo de un parámetro de la ogiva normal de Lord, como:
  - El número de aciertos que tiene una persona en una prueba de n ítems es un estadístico suficiente para estimar su parámetro θ_p.
  - Posibilidad de estimación CML de los parámetros de los ítems en el modelo de Rasch.

Relación entre los modelos logísticos y de la ogiva normal

Algunas conclusiones

- Recuérdese que en algunas publicaciones se presenta el modelo de Rasch como:

$$\Pr(Y_{pi} = 1|\theta_p, \beta_i) = \frac{e^{D\,(\theta_p - \beta_i)}}{1 + e^{D\,(\theta_p - \beta_i)}},$$

  donde $D = 1.702$.

- De esta forma:
  - Se meten los parámetros en el modelo de Rasch en la métrica normal.
  - El modelo de Rasch y el modelo de un parámetro de la ogiva normal de Lord, para muchos fines prácticos, son muy similares.

- Sin embargo, es importante reconocer algunas ventajas del modelo de Rasch sobre el modelo de un parámetro de la ogiva normal de Lord, como:
  - El número de aciertos que tiene una persona en una prueba de n ítems es un estadístico suficiente para estimar su parámetro θ_p.
  - Posibilidad de estimación CML de los parámetros de los ítems en el modelo de Rasch.

Relación entre los modelos logísticos y de la ogiva normal

Algunas conclusiones

- Recuérdese que en algunas publicaciones se presenta el modelo de Rasch como:

$$\Pr(Y_{pi} = 1 | \theta_p, \beta_i) \; = \; \frac{e^{D\,(\theta_p - \beta_i)}}{1 \; + \; e^{D\,(\theta_p - \beta_i)}},$$

  donde $D = 1.702$.

- De esta forma:
  - Se meten los parámetros en el modelo de Rasch en la métrica normal.
  - El modelo de Rasch y el modelo de un parámetro de la ogiva normal de Lord, para muchos fines prácticos, son muy similares.

- Sin embargo, es importante reconocer algunas ventajas del modelo de Rasch sobre el modelo de un parámetro de la ogiva normal de Lord, como:
  - El número de aciertos que tiene una persona en una prueba de n ítems es un estadístico suficiente para estimar su parámetro θ_p.
  - Posibilidad de estimación CML de los parámetros de los ítems en el modelo de Rasch.