Introducción a Modelos Psicométricos

Clase 4

La Teoría Clásica de los Tests: Modelo, supuestos y confiabilidad

Iwin Leenen y Ramsés Vázquez-Lira

Facultad de Psicología, UNAM

Programa de Licenciatura y Posgrado en Psicología
Semestre 2019–1

Índice

El modelo clásico de la psicometría

Ecuación básica

$$\boxed{X = T + E}$$

Índice

Índice

La Teoría Clásica de los Tests para una Persona

Hagamos el siguiente experimento mental:

- Examinar a una sola persona un gran número de veces
- Disponemos para cada aplicación de un examen paralelo
- Cada vez como si fuera su primer examen. Es decir:
  - No hay efectos de memoria
  - No hay efectos de cansancio o aburrimiento
  - No hay efectos de práctica, familiarizarse
  - ...
- Registramos cada vez su puntuación observada y la añadimos a una tabla
- Supongamos que conocemos su “puntuación verdadera”

La Teoría Clásica de los Tests para una Persona

Hagamos el siguiente experimento mental:

- Examinar a una sola persona un gran número de veces
- Disponemos para cada aplicación de un examen paralelo
- Cada vez como si fuera su primer examen. Es decir:
  - No hay efectos de memoria
  - No hay efectos de cansancio o aburrimiento
  - No hay efectos de práctica, familiarizarse
  - ...
- Registramos cada vez su puntuación observada y la añadimos a una tabla
- Supongamos que conocemos su “puntuación verdadera”

La Teoría Clásica de los Tests para una Persona

Hagamos el siguiente experimento mental:

- Examinar a una sola persona un gran número de veces
- Disponemos para cada aplicación de un examen paralelo
- Cada vez como si fuera su primer examen. Es decir:
  - No hay efectos de memoria
  - No hay efectos de cansancio o aburrimiento
  - No hay efectos de práctica, familiarizarse
  - ...
- Registramos cada vez su puntuación observada y la añadimos a una tabla
- Supongamos que conocemos su “puntuación verdadera”

La Teoría Clásica de los Tests para una Persona

Hagamos el siguiente experimento mental:

- Examinar a una sola persona un gran número de veces
- Disponemos para cada aplicación de un examen paralelo
- Cada vez como si fuera su primer examen. Es decir:
  - No hay efectos de memoria
  - No hay efectos de cansancio o aburrimiento
  - No hay efectos de práctica, familiarizarse
  - ...
- Registramos cada vez su puntuación observada y la añadimos a una tabla
- Supongamos que conocemos su “puntuación verdadera”

La Teoría Clásica de los Tests para una Persona

Hagamos el siguiente experimento mental:

- Examinar a una sola persona un gran número de veces
- Disponemos para cada aplicación de un examen paralelo
- Cada vez como si fuera su primer examen. Es decir:
  - No hay efectos de memoria
  - No hay efectos de cansancio o aburrimiento
  - No hay efectos de práctica, familiarizarse
  - ...
- Registramos cada vez su puntuación observada y la añadimos a una tabla
- Supongamos que conocemos su "puntuación verdadera"

La Teoría Clásica de los Tests para una Persona

Hagamos el siguiente experimento mental:

- Examinar a una sola persona un gran número de veces
- Disponemos para cada aplicación de un examen paralelo
- Cada vez como si fuera su primer examen. Es decir:
  - No hay efectos de memoria
  - No hay efectos de cansancio o aburrimiento
  - No hay efectos de práctica, familiarizarse
  - ...
- Registramos cada vez su puntuación observada y la añadimos a una tabla
- Supongamos que conocemos su “puntuación verdadera”

La Teoría Clásica de los Tests para una Persona

$$\boxed{X_{ih} = T_i + E_{ih}}$$

h	X_{ih}	$=$	T_i	$+$	E_{ih}
1	39		37		$+2$
2	36		37		-1
3	34		37		-3
4	37		37		0
5	38		37		$+1$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
∞					

La Teoría Clásica de los Tests para una Persona

$$\boxed{X_{ih} = T_i + E_{ih}}$$

h	X_{ih}	$=$	T_i	$+$	E_{ih}
1	39		37		$+2$
2	36		37		-1
3	34		37		-3
4	37		37		0
5	38		37		$+1$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
∞					

La Teoría Clásica de los Tests para una Persona

$$\boxed{X_{ih} = T_i + E_{ih}}$$

h	X_{ih}	=	T_i	+	E_{ih}
1	39		37		$+2$
2	36		37		-1
3	34		37		-3
4	37		37		0
5	38		37		$+1$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
∞					
$\mathscr{E}$	37		37		0

La Teoría Clásica de los Tests para una Persona

$$\boxed{X_{ih} = T_i + E_{ih}}$$

h	X_{ih}	=	T_i	+	E_{ih}
1	39		37		$+2$
2	36		37		-1
3	34		37		-3
4	37		37		0
5	38		37		$+1$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
∞					
$\mathscr{E}$	37		37		0
σ^2	3				

La Teoría Clásica de los Tests para una Persona

$$\boxed{X_{ih} = T_i + E_{ih}}$$

h	X_{ih}	=	T_i	+	E_{ih}
1	39		37		$+2$
2	36		37		-1
3	34		37		-3
4	37		37		0
5	38		37		$+1$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
∞					
$\mathscr{E}$	37		37		0
σ^2	3		0		3

La Teoría Clásica de los Tests para una Persona

$$\boxed{X_{ih} = T_i + E_{ih}}$$

h	X_{ih}	=	T_i	+	E_{ih}
1	39		37		$+2$
2	36		37		-1
3	34		37		-3
4	37		37		0
5	38		37		$+1$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
∞					
$\mathscr{E}$	37		37		0
σ^2	3		0		3

Supuestos:

- $\sigma^2_{T_i} = 0$

La Teoría Clásica de los Tests para una Persona

$$\boxed{X_{ih} = T_i + E_{ih}}$$

h	X_{ih}	$=$	T_i	$+$	E_{ih}
1	39		37		$+2$
2	36		37		-1
3	34		37		-3
4	37		37		0
5	38		37		$+1$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
∞					
$\mathscr{E}$	37		37		0
σ^2	3		0		3

Supuestos:

- $\sigma^2_{T_i} = 0$
  $\Longrightarrow \sigma^2_{X_i} =$

La Teoría Clásica de los Tests para una Persona

$$\boxed{X_{ih} = T_i + E_{ih}}$$

h	X_{ih}	=	T_i	+	E_{ih}
1	39		37		$+2$
2	36		37		-1
3	34		37		-3
4	37		37		0
5	38		37		$+1$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
∞					
$\mathscr{E}$	37		37		0
σ^2	3		0		3

Supuestos:

- $\sigma^2_{T_i} = 0$
  $\Longrightarrow \sigma^2_{X_i} = \sigma^2_{T_i} + \sigma^2_{E_i} + 2\sigma_{T_i E_i}$

La Teoría Clásica de los Tests para una Persona

$$\boxed{X_{ih} = T_i + E_{ih}}$$

h	X_{ih}	$=$	T_i	$+$	E_{ih}
1	39		37		$+2$
2	36		37		-1
3	34		37		-3
4	37		37		0
5	38		37		$+1$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
∞					
$\mathscr{E}$	37		37		0
σ^2	3		0		3

Supuestos:

- $\sigma^2_{T_i} = 0$
  $\Longrightarrow \sigma^2_{X_i} = \sigma^2_{E_i}$

La Teoría Clásica de los Tests para una Persona

$$\boxed{X_{ih} = T_i + E_{ih}}$$

h	X_{ih}	=	T_i	+	E_{ih}
1	39		37		$+2$
2	36		37		-1
3	34		37		-3
4	37		37		0
5	38		37		$+1$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
∞					
$\mathscr{E}$	37		37		0
σ^2	3		0		3

Supuestos:

- $\sigma^2_{T_i} = 0$
  $\Longrightarrow \sigma^2_{X_i} = \sigma^2_{E_i}$
- $\mathscr{E}(E_i) = 0$

La Teoría Clásica de los Tests para una Persona

$$\boxed{X_{ih} = T_i + E_{ih}}$$

h	X_{ih}	=	T_i	+	E_{ih}
1	39		37		$+2$
2	36		37		-1
3	34		37		-3
4	37		37		0
5	38		37		$+1$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
∞					
$\mathscr{E}$	37		37		0
σ^2	3		0		3

Supuestos:

- $\sigma^2_{T_i} = 0$
  $\Longrightarrow \sigma^2_{X_i} = \sigma^2_{E_i}$
- $\mathscr{E}(E_i) = 0$
  $\Longrightarrow \mathscr{E}(X_i) =$

La Teoría Clásica de los Tests para una Persona

$$\boxed{X_{ih} = T_i + E_{ih}}$$

h	X_{ih}	=	T_i	+	E_{ih}
1	39		37		$+2$
2	36		37		-1
3	34		37		-3
4	37		37		0
5	38		37		$+1$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
∞					
$\mathscr{E}$	37		37		0
σ^2	3		0		3

Supuestos:

- $\sigma^2_{T_i} = 0$
  $\Longrightarrow\ \sigma^2_{X_i} = \sigma^2_{E_i}$
- $\mathscr{E}(E_i) = 0$
  $\Longrightarrow\ \mathscr{E}(X_i) = \mathscr{E}(T_i) + \mathscr{E}(E_i)$

La Teoría Clásica de los Tests para una Persona

$$\boxed{X_{ih} = T_i + E_{ih}}$$

h	X_{ih}	=	T_i	+	E_{ih}
1	39		37		$+2$
2	36		37		-1
3	34		37		-3
4	37		37		0
5	38		37		$+1$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
∞					
$\mathscr{E}$	37		37		0
σ^2	3		0		3

Supuestos:

- $\sigma^2_{T_i} = 0$
  $\Longrightarrow \sigma^2_{X_i} = \sigma^2_{E_i}$
- $\mathscr{E}(E_i) = 0$
  $\Longrightarrow \mathscr{E}(X_i) = T_i$

Índice

La Teoría Clásica de los Tests para una Persona

$$\boxed{X_{ih} = T_i + E_{ih}}$$

h	X_{ih}	=	T_i	+	E_{ih}
1	39		37		$+2$
2	36		37		-1
3	34		37		-3
4	37		37		0
5	38		37		$+1$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
∞					
$\mathscr{E}$	37		37		0
σ^2	3		0		3

Supuestos:

- $\sigma^2_{T_i} = 0$
- $\mathscr{E}(E_i) = 0$

¿Cuál sería una medida de la confiabilidad?

La Teoría Clásica de los Tests para una Persona

$$\boxed{X_{ih} = T_i + E_{ih}}$$

h	X_{ih}	=	T_i	+	E_{ih}
1	39		37		$+2$
2	36		37		-1
3	34		37		-3
4	37		37		0
5	38		37		$+1$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
∞					
$\mathscr{E}$	37		37		0
σ^2	3		0		3

Supuestos:

- $\sigma^2_{T_i} = 0$
- $\mathscr{E}(E_i) = 0$

¿Cuál sería una medida de la confiabilidad?

$$\sigma^2_{E_i}$$

La Teoría Clásica de los Tests para una Persona

$$\boxed{X_{ih} = T_i + E_{ih}}$$

Persona i

h	X_{ih}	=	T_i	+	E_{ih}
1	39		37		$+2$
2	36		37		-1
3	34		37		-3
4	37		37		0
5	38		37		$+1$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
∞					
$\mathscr{E}$	37		37		0
σ^2	3		0		3

$$\boxed{X_{i'h} = T_{i'} + E_{i'h}}$$

Persona i'

h	$X_{i'h}$	=	$T_{i'}$	+	$E_{i'h}$
1	19		24		-5
2	23		24		-1
3	31		24		$+7$
4	26		24		$+2$
5	20		24		-4
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
∞					
$\mathscr{E}$	24		24		0
σ^2	10		0		10

La Teoría Clásica de los Tests

El término E

Generalmente, se pueden considerar tres fuentes del error, que contribuyen al término E:

1. Factores transitorios: $E^{(\text{trans})}$
2. Especificidad: $E^{(\text{espec})}$
3. Factores aleatorios: $E^{(\text{alea})}$

Es decir, se puede descomponer E en tres términos:

$$E = E^{(\text{trans})} + E^{(\text{espec})} + E^{(\text{alea})}$$

La Teoría Clásica de los Tests

El término E

Generalmente, se pueden considerar tres fuentes del error, que contribuyen al término E:

1. Factores transitorios: $E^{(\text{trans})}$
2. Especificidad: $E^{(\text{espec})}$
3. Factores aleatorios: $E^{(\text{alea})}$

Es decir, se puede descomponer E en tres términos:

$$E = E^{(\text{trans})} + E^{(\text{espec})} + E^{(\text{alea})}$$

La Teoría Clásica de los Tests

El término E

Generalmente, se pueden considerar tres fuentes del error, que contribuyen al término E:

1. Factores transitorios: $E^{(\text{trans})}$
2. Especificidad: $E^{(\text{espec})}$
3. Factores aleatorios: $E^{(\text{alea})}$

Es decir, se puede descomponer E en tres términos:

$$E = E^{(\text{trans})} + E^{(\text{espec})} + E^{(\text{alea})}$$

La Teoría Clásica de los Tests

El término E

Generalmente, se pueden considerar tres fuentes del error, que contribuyen al término E:

1. Factores transitorios: $E^{(\text{trans})}$
2. Especificidad: $E^{(\text{espec})}$
3. Factores aleatorios: $E^{(\text{alea})}$

Es decir, se puede descomponer E en tres términos:

$$E = E^{(\text{trans})} + E^{(\text{espec})} + E^{(\text{alea})}$$

La Teoría Clásica de los Tests

El término E

Generalmente, se pueden considerar tres fuentes del error, que contribuyen al término E:

1. Factores transitorios: $E^{(\text{trans})}$
2. Especificidad: $E^{(\text{espec})}$
3. Factores aleatorios: $E^{(\text{alea})}$

Es decir, se puede descomponer E en tres términos:

$$E = E^{(\text{trans})} + E^{(\text{espec})} + E^{(\text{alea})}$$

Índice

Índice

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

$$\boxed{X_i = T_i + E_i}$$

i	X_i	$=$	T_i	$+$	E_i
1	39		37		$+2$
2	19		24		-5
3	26		29		-3
4	43		41		$+2$
5	37		37		0
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

$$\boxed{X_i = T_i + E_i}$$

i	X_i	=	T_i	+	E_i
1	39		37		$+2$
2	19		24		-5
3	26		29		-3
4	43		41		$+2$
5	37		37		0
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

$$\boxed{X_i = T_i + E_i}$$

i	X_i	=	T_i	+	E_i
1	39		37		$+2$
2	19		24		-5
3	26		29		-3
4	43		41		$+2$
5	37		37		0
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$\mathscr{E}$	33		33		0

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

$$\boxed{X_i = T_i + E_i}$$

i	X_i	=	T_i	+	E_i
1	39		37		$+2$
2	19		24		-5
3	26		29		-3
4	43		41		$+2$
5	37		37		0
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$\mathscr{E}$	33		33		0
σ^2	30		24		6

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

$$\boxed{X_i = T_i + E_i}$$

i	X_i	=	T_i	+	E_i
1	39		37		$+2$
2	19		24		-5
3	26		29		-3
4	43		41		$+2$
5	37		37		0
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$\mathscr{E}$	33		33		0
σ^2	30		24		6

Supuestos:

- $\mathscr{E}(E) = 0$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

$$\boxed{X_i = T_i + E_i}$$

i	X_i	=	T_i	+	E_i
1	39		37		$+2$
2	19		24		-5
3	26		29		-3
4	43		41		$+2$
5	37		37		0
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$\mathscr{E}$	33		33		0
σ^2	30		24		6

Supuestos:

- $\mathscr{E}(E) = 0$
  $\Longrightarrow \mathscr{E}(X) =$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

$$\boxed{X_i = T_i + E_i}$$

i	X_i	=	T_i	+	E_i
1	39		37		$+2$
2	19		24		-5
3	26		29		-3
4	43		41		$+2$
5	37		37		0
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$\mathscr{E}$	33		33		0
σ^2	30		24		6

Supuestos:

- $\mathscr{E}(E) = 0$
  $\Longrightarrow \mathscr{E}(X) = \mathscr{E}(T) + \mathscr{E}(E)$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

$$\boxed{X_i = T_i + E_i}$$

i	X_i	=	T_i	+	E_i
1	39		37		$+2$
2	19		24		-5
3	26		29		-3
4	43		41		$+2$
5	37		37		0
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$\mathscr{E}$	33		33		0
σ^2	30		24		6

Supuestos:

- $\mathscr{E}(E) = 0$
  $\Longrightarrow \mathscr{E}(X) = \mathscr{E}(T)$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

$$\boxed{X_i = T_i + E_i}$$

i	X_i	=	T_i	+	E_i
1	39		37		$+2$
2	19		24		-5
3	26		29		-3
4	43		41		$+2$
5	37		37		0
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$\mathscr{E}$	33		33		0
σ^2	30		24		6

Supuestos:

- $\mathscr{E}(E) = 0$
  $\Longrightarrow \mathscr{E}(X) = \mathscr{E}(T)$
- $\rho_{ET} = 0$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

$$\boxed{X_i = T_i + E_i}$$

i	X_i	=	T_i	+	E_i
1	39		37		$+2$
2	19		24		-5
3	26		29		-3
4	43		41		$+2$
5	37		37		0
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$\mathscr{E}$	33		33		0
σ^2	30		24		6

Supuestos:

- $\mathscr{E}(E) = 0$
  $\implies \mathscr{E}(X) = \mathscr{E}(T)$
- $\rho_{ET} = 0$
  $\implies \sigma_X^2 =$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

$$\boxed{X_i = T_i + E_i}$$

i	X_i	=	T_i	+	E_i
1	39		37		$+2$
2	19		24		-5
3	26		29		-3
4	43		41		$+2$
5	37		37		0
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$\mathscr{E}$	33		33		0
σ^2	30		24		6

Supuestos:

- $\mathscr{E}(E) = 0$
  $\Longrightarrow \mathscr{E}(X) = \mathscr{E}(T)$
- $\rho_{ET} = 0$
  $\Longrightarrow \sigma_X^2 = \sigma_T^2 + \sigma_E^2 + 2\sigma_{TE}$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

$$\boxed{X_i = T_i + E_i}$$

i	X_i	=	T_i	+	E_i
1	39		37		$+2$
2	19		24		-5
3	26		29		-3
4	43		41		$+2$
5	37		37		0
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$\mathscr{E}$	33		33		0
σ^2	30		24		6

Supuestos:

- $\mathscr{E}(E) = 0$
  $\Longrightarrow \mathscr{E}(X) = \mathscr{E}(T)$
- $\rho_{ET} = 0$
  $\Longrightarrow \sigma_X^2 = \sigma_T^2 + \sigma_E^2$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

$$\boxed{X_i = T_i + E_i}$$

i	X_i	=	T_i	+	E_i
1	39		37		$+2$
2	19		24		-5
3	26		29		-3
4	43		41		$+2$
5	37		37		0
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$\mathscr{E}$	33		33		0
σ^2	30		24		6

Supuestos:

- $\mathscr{E}(E) = 0$
  $\Longrightarrow \mathscr{E}(X) = \mathscr{E}(T)$
- $\rho_{ET} = 0$
  $\Longrightarrow \sigma^2_X = \sigma^2_T + \sigma^2_E$
- $\rho_{EW} = 0$
  para cualquier variable W que no incluye E

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

$$\boxed{X_i = T_i + E_i}$$

i	X_i	=	T_i	+	E_i
1	39		37		$+2$
2	19		24		-5
3	26		29		-3
4	43		41		$+2$
5	37		37		0
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$\mathscr{E}$	33		33		0
σ^2	30		24		6

Supuestos:

- $\mathscr{E}(E) = 0$
  $\Longrightarrow \mathscr{E}(X) = \mathscr{E}(T)$
- $\rho_{ET} = 0$
  $\Longrightarrow \sigma_X^2 = \sigma_T^2 + \sigma_E^2$
- $\rho_{EW} = 0$
  para cualquier variable W que no incluye E

Nota: Es difícil explorar la plausibilidad de los supuestos

Índice

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

El Coeficiente de Confiabilidad

Mostramos que :

$$\sigma_X^2 = \sigma_T^2 + \sigma_E^2$$

Definición de la confiabilidad:

$$\rho_{XX'} = \frac{\sigma_T^2}{\sigma_X^2}$$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

El Coeficiente de Confiabilidad

Mostramos que :

$$\sigma_X^2 = \sigma_T^2 + \sigma_E^2$$

Definición de la confiabilidad:

$$\rho_{XX'} = \frac{\sigma_T^2}{\sigma_X^2}$$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

El Coeficiente de Confiabilidad

Mostramos que :

$$\sigma_X^2 \;=\; \sigma_T^2 + \sigma_E^2$$

Definición de la confiabilidad:

$$\rho_{XX'} \;=\; \frac{\sigma_T^2}{\sigma_X^2}$$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

El Coeficiente de Confiabilidad

Mostramos que :

$$\sigma_X^2 = \sigma_T^2 + \sigma_E^2$$

Definición de la confiabilidad:

$$\rho_{XX'} = \frac{\sigma_T^2}{\sigma_X^2}$$

o, equivalentemente:

$$\rho_{XX'} =$$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

El Coeficiente de Confiabilidad

Mostramos que :

$$\sigma_X^2 \; = \; \sigma_T^2 + \sigma_E^2$$

Definición de la confiabilidad:

$$\rho_{XX'} \; = \; \frac{\sigma_T^2}{\sigma_X^2}$$

o, equivalentemente:

$$\rho_{XX'} \; = \; \frac{\sigma_X^2 - \sigma_E^2}{\sigma_X^2}$$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

El Coeficiente de Confiabilidad

Mostramos que :

$$\sigma_X^2 \;=\; \sigma_T^2 + \sigma_E^2$$

Definición de la confiabilidad:

$$\rho_{XX'} \;=\; \frac{\sigma_T^2}{\sigma_X^2}$$

o, equivalentemente:

$$\rho_{XX'} \;=\; \frac{\sigma_X^2}{\sigma_X^2} - \frac{\sigma_E^2}{\sigma_X^2}$$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

El Coeficiente de Confiabilidad

Mostramos que :

$$\sigma_X^2 = \sigma_T^2 + \sigma_E^2$$

Definición de la confiabilidad:

$$\rho_{XX'} = \frac{\sigma_T^2}{\sigma_X^2}$$

o, equivalentemente:

$$\rho_{XX'} = 1 - \frac{\sigma_E^2}{\sigma_X^2}$$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

Interpretación del Coeficiente de Confiabilidad

Propiedades:

- Siempre se cumple: $0 \leqslant \rho_{XX'} \leqslant 1$
- $\rho_{XX'}$ indica cuánto de las diferencias entre las calificaciones observadas en el test reflejan diferencias verdaderas.
- $\rho_{XX'} = 0 \implies$ Todas las diferencias observadas se deben a factores no sistemáticos
- $\rho_{XX'} = 1 \implies$ Todas las diferencias observadas son diferencias sistemáticas.
  $\implies$ Para todas las personas, la puntuación observada coincide con la verdadera.

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

Interpretación del Coeficiente de Confiabilidad

Propiedades:

- Siempre se cumple: $0 \leqslant \rho_{XX'} \leqslant 1$
- $\rho_{XX'}$ indica cuánto de las diferencias entre las calificaciones observadas en el test reflejan diferencias verdaderas.
- $\rho_{XX'} = 0 \implies$ Todas las diferencias observadas se deben a factores no sistemáticos
- $\rho_{XX'} = 1 \implies$ Todas las diferencias observadas son diferencias sistemáticas.
  $\implies$ Para todas las personas, la puntuación observada coincide con la verdadera.

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

Interpretación del Coeficiente de Confiabilidad

Propiedades:

- Siempre se cumple: $0 \leqslant \rho_{XX'} \leqslant 1$
- $\rho_{XX'}$ indica cuánto de las diferencias entre las calificaciones observadas en el test reflejan diferencias verdaderas.
- $\rho_{XX'} = 0 \implies$ Todas las diferencias observadas se deben a factores no sistemáticos
- $\rho_{XX'} = 1 \implies$ Todas las diferencias observadas son diferencias sistemáticas.
  $\implies$ Para todas las personas, la puntuación observada coincide con la verdadera.

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

Interpretación del Coeficiente de Confiabilidad

Propiedades:

- Siempre se cumple: $0 \leqslant \rho_{XX'} \leqslant 1$
- $\rho_{XX'}$ indica cuánto de las diferencias entre las calificaciones observadas en el test reflejan diferencias verdaderas.
- $\rho_{XX'} = 0 \implies$ Todas las diferencias observadas se deben a factores no sistemáticos
- $\rho_{XX'} = 1 \implies$ Todas las diferencias observadas son diferencias sistemáticas.
  $\implies$ Para todas las personas, la puntuación observada coincide con la verdadera.

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

Interpretación del Coeficiente de Confiabilidad

Propiedades:

- Siempre se cumple: $0 \leqslant \rho_{XX'} \leqslant 1$
- $\rho_{XX'}$ indica cuánto de las diferencias entre las calificaciones observadas en el test reflejan diferencias verdaderas.
- $\rho_{XX'} = 0 \quad \Longrightarrow$ Todas las diferencias observadas se deben a factores no sistemáticos
- $\rho_{XX'} = 1 \quad \Longrightarrow$ Todas las diferencias observadas son diferencias sistemáticas.
  $\Longrightarrow$ Para todas las personas, la puntuación observada coincide con la verdadera.

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

Interpretación del Coeficiente de Confiabilidad

Propiedades:

- Siempre se cumple: $0 \leqslant \rho_{XX'} \leqslant 1$
- $\rho_{XX'}$ indica cuánto de las diferencias entre las calificaciones observadas en el test reflejan diferencias verdaderas.
- $\rho_{XX'} = 0 \implies$ Todas las diferencias observadas se deben a factores no sistemáticos
- $\rho_{XX'} = 1 \implies$ Todas las diferencias observadas son diferencias sistemáticas.
  $\implies$ Para todas las personas, la puntuación observada coincide con la verdadera. Es decir, $X = T$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

Otra forma para interpretar el coeficiente de confiabilidad

Propiedad

Se demuestra que:

$$\begin{aligned}
\rho_{XT} &= \frac{\sigma_{XT}}{\sigma_X\,\sigma_T} \\
&= \frac{\sigma_{T+E,T}}{\sigma_X\,\sigma_T} \\
&= \frac{\sigma_{T,T}+\sigma_{E,T}}{\sigma_X\,\sigma_T} \\
&= \frac{\sigma_T^2}{\sigma_X\,\sigma_T} \\
&= \frac{\sigma_T}{\sigma_X} \\
&= \sqrt{\rho_{XX'}}
\end{aligned}$$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

Otra forma para interpretar el coeficiente de confiabilidad

Propiedad

Se demuestra que:

$$
\begin{aligned}
\rho_{XT} &= \frac{\sigma_{XT}}{\sigma_X\,\sigma_T} \\
&= \frac{\sigma_{T+E,T}}{\sigma_X\,\sigma_T} \\
&= \frac{\sigma_{T,T} + \sigma_{E,T}}{\sigma_X\,\sigma_T} \\
&= \frac{\sigma_T^2}{\sigma_X\,\sigma_T} \\
&= \frac{\sigma_T}{\sigma_X} \\
&= \sqrt{\rho_{XX'}}
\end{aligned}
$$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

Otra forma para interpretar el coeficiente de confiabilidad

Propiedad

Se demuestra que:

$$
\begin{aligned}
\rho_{XT} &= \frac{\sigma_{XT}}{\sigma_X\,\sigma_T} \\
&= \frac{\sigma_{T+E,T}}{\sigma_X\,\sigma_T} \\
&= \frac{\sigma_{T,T} + \sigma_{E,T}}{\sigma_X\,\sigma_T} \\
&= \frac{\sigma_T^2}{\sigma_X\,\sigma_T} \\
&= \frac{\sigma_T}{\sigma_X} \\
&= \sqrt{\rho_{XX'}}
\end{aligned}
$$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

Otra forma para interpretar el coeficiente de confiabilidad

Propiedad

Se demuestra que:

$$\begin{aligned}
\rho_{XT} &= \frac{\sigma_{XT}}{\sigma_X \, \sigma_T} \\
&= \frac{\sigma_{T+E,T}}{\sigma_X \, \sigma_T} \\
&= \frac{\sigma_{T,T} + \sigma_{E,T}}{\sigma_X \, \sigma_T} \\
&= \frac{\sigma_T^2}{\sigma_X \, \sigma_T} \\
&= \frac{\sigma_T}{\sigma_X} \\
&= \sqrt{\rho_{XX'}}
\end{aligned}$$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

Otra forma para interpretar el coeficiente de confiabilidad

Propiedad

Se demuestra que:

$$
\begin{aligned}
\rho_{XT} &= \frac{\sigma_{XT}}{\sigma_X \, \sigma_T} \\
&= \frac{\sigma_{T+E,T}}{\sigma_X \, \sigma_T} \\
&= \frac{\sigma_{T,T} + \sigma_{E,T}}{\sigma_X \, \sigma_T} \\
&= \frac{\sigma_T^2}{\sigma_X \, \sigma_T} \\
&= \frac{\sigma_T}{\sigma_X} \\
&= \sqrt{\rho_{XX'}}
\end{aligned}
$$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

Otra forma para interpretar el coeficiente de confiabilidad

Propiedad

Se demuestra que:

$$
\begin{aligned}
\rho_{XT} &= \frac{\sigma_{XT}}{\sigma_X\,\sigma_T} \\
&= \frac{\sigma_{T+E,T}}{\sigma_X\,\sigma_T} \\
&= \frac{\sigma_{T,T} + \sigma_{E,T}}{\sigma_X\,\sigma_T} \\
&= \frac{\sigma_T^2}{\sigma_X\,\sigma_T} \\
&= \frac{\sigma_T}{\sigma_X} \\
&= \sqrt{\rho_{XX'}}
\end{aligned}
$$

Índice

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

El Error Estándar de Medición

Definición

El error estándar de medición se define como la raiz cuadrada de la varianza del error:

$$\sigma_E = \sqrt{\sigma_E^2}.$$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

Relación entre el error estándar de medición y la confiabilidad

Relación entre σ_E y $\rho_{XX'}$

Se demuestra que:

$$\rho_{XX'} = 1 - \frac{\sigma_E^2}{\sigma_X^2}$$

$$\Longleftrightarrow \quad \frac{\sigma_E^2}{\sigma_X^2} = 1 - \rho_{XX'}$$

$$\Longleftrightarrow \quad \sigma_E^2 = \sigma_X^2 \left(1 - \rho_{XX'}\right)$$

$$\Longleftrightarrow \quad \sigma_E = \sigma_X \sqrt{1 - \rho_{XX'}}$$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

Relación entre el error estándar de medición y la confiabilidad

Relación entre σ_E y $\rho_{XX'}$

Se demuestra que:

$$\begin{aligned} & \rho_{XX'} = 1 - \frac{\sigma_E^2}{\sigma_X^2} \\ \Longleftrightarrow \quad & \frac{\sigma_E^2}{\sigma_X^2} = 1 - \rho_{XX'} \\ \Longleftrightarrow \quad & \sigma_E^2 = \sigma_X^2 \left(1 - \rho_{XX'}\right) \\ \Longleftrightarrow \quad & \sigma_E = \sigma_X \sqrt{1 - \rho_{XX'}} \end{aligned}$$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

Relación entre el error estándar de medición y la confiabilidad

Relación entre σ_E y $\rho_{XX'}$

Se demuestra que:

$$
\begin{aligned}
& & \rho_{XX'} &= 1 - \frac{\sigma_E^2}{\sigma_X^2} \\
&\Longleftrightarrow & \frac{\sigma_E^2}{\sigma_X^2} &= 1 - \rho_{XX'} \\
&\Longleftrightarrow & \sigma_E^2 &= \sigma_X^2 \left(1 - \rho_{XX'}\right) \\
&\Longleftrightarrow & \sigma_E &= \sigma_X \sqrt{1 - \rho_{XX'}}
\end{aligned}
$$

La Teoría Clásica de los Tests para una Población de Personas

Relación entre el error estándar de medición y la confiabilidad

Relación entre σ_E y $\rho_{XX'}$

Se demuestra que:

$$
\begin{aligned}
& \rho_{XX'} &&= 1 - \frac{\sigma_E^2}{\sigma_X^2} \\
\iff & \frac{\sigma_E^2}{\sigma_X^2} &&= 1 - \rho_{XX'} \\
\iff & \sigma_E^2 &&= \sigma_X^2 \left(1 - \rho_{XX'}\right) \\
\iff & \sigma_E &&= \sigma_X \sqrt{1 - \rho_{XX'}}
\end{aligned}
$$