



Coeficiente Kappa



En ciencia un problema de inferencia importante a resolver es decidir qué tan bien un método de toma de decisiones coincide con otro.

En este caso hablaremos de decisiones binarias.

Ejemplo: tratamientos médicos.

Tenemos un conjunto X de datos y queremos saber que tan bien realizan inferencias ambos métodos. Contamos con dos modelos: el estándar (X) y el desafiante (Y). Contamos con n observaciones

Por lo tanto tenemos las siguientes combinaciones:

- A) Ambos métodos deciden 1
- B) El método A decide 1 y el método B decide 0
- C) El método A decide 0 y el método B decide 1
- D) Ambos métodos deciden 0


$$n=a+b+c+d$$

Existen varios métodos para evaluar el acuerdo entre dos métodos pero el más usado es el coeficiente Kappa.

Coeficiente Kappa

Es una medida estadística que ajusta el efecto del azar en la proporción de la concordancia observada para elementos cualitativos.

Es más que un cálculo de probabilidades ya que Kappa toma en cuenta el acuerdo por azar.


$$\kappa = \frac{\text{Pr}(a) - \text{Pr}(e)}{1 - \text{Pr}(e)}$$

$\text{Pr}(a)$ = el acuerdo observado
relativo entre observadores

$\text{Pr}(e)$ =probabilidad
hipotética de acuerdo por
azar

Si $k=1$ los observadores
están completamente de
acuerdo.

Si $k=0$ entonces totalmente
desacuerdo.

En 1960 Cohen propuso el estadístico kappa

A COEFFICIENT OF AGREEMENT FOR
NOMINAL SCALES¹

JACOB COHEN
New York University

kappa de Cohen solo mide acuerdo entre dos observadores.

Una medida de acuerdo similar es kappa de Fleiss y está puede ser utilizada cuando hay más de dos observadores.

Ejemplo:

Reclutamiento de personal

Ejemplo kappa de Cohen

A \ B	B	
	SI	NO
SI	40	10
NO	20	30

Diagonal de arriba a abajo i de izquierda a derecha representa acuerdo.

Diagonal de de abajo a arriba y de izquierda a derecha representa desacuerdo.

$$\text{Pr}(a) = (40+30)/100 = .7$$

$$\kappa = \frac{\Pr(a) - \Pr(e)}{1 - \Pr(e)}$$

Evaluador A dice Si 50 veces y dice no 50 veces. Es decir el 50% de las veces dice si.

Evaluador B dice si 60 veces y dice no 40 veces. Es decir dice Si el 60% de las veces.

Por lo tanto la
probabilidad de que
ambos evaluadores
digan si al azar es:

$$\Pr(A) \cdot \Pr(B) = .5 \cdot .6 = .30$$


La probabilidad de
que ambos
evaluadores digan no
al azar es:

$$\Pr(A) \cdot \Pr(B) = .5 \cdot .4 = .20$$

La probabilidad de $\Pr(e)$ se calcula como la suma de las probabilidades de decir Si y No al azar

$$\Pr(e) = .30 + .20 = .5$$

$$\kappa = \frac{\Pr(a) - \Pr(e)}{1 - \Pr(e)}$$


$$\kappa = \frac{\Pr(a) - \Pr(e)}{1 - \Pr(e)}$$

Aplicando los valores de $\Pr(a)$ y $\Pr(e)$ en la fórmula

$$k = (.7 - .5) / (1 - .5) = .40$$

Mismos porcentajes diferentes números

Dos pares de evaluadores

	SI	NO
SI	45	15
NO	15	15

$$k = (.60 - .54) / (1 - .54) = .1304$$

	SI	NO
SI	25	35
NO	5	35

$$k = (.60 - .46) / (1 - .46) = .2593$$

Transformación

$$\kappa = \frac{p_o - p_e}{1 - p_e}$$

$$p_o = \frac{a + d}{n}$$

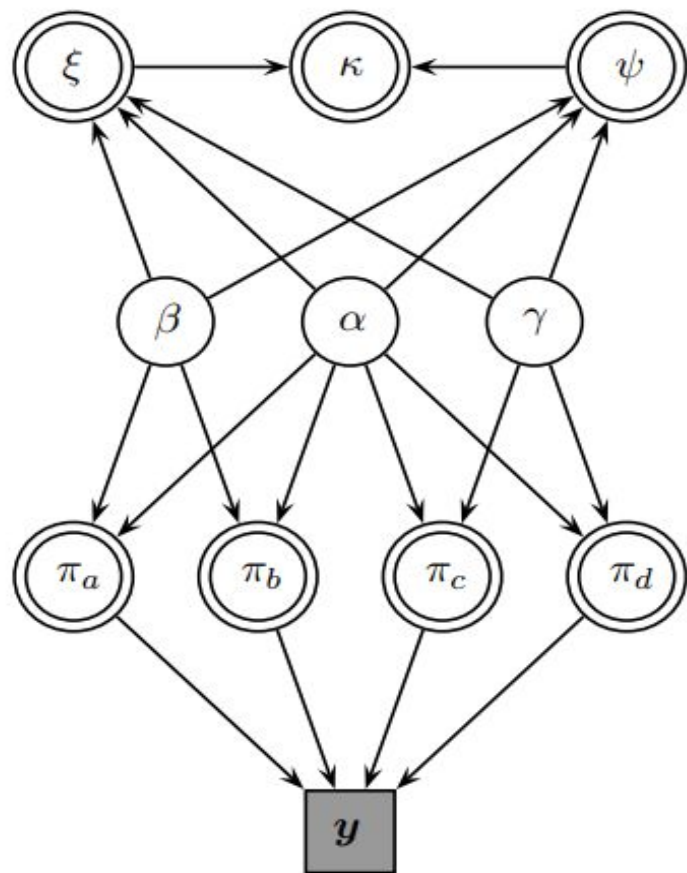
$$p_e = \frac{(a + b)(a + c) + (b + d)(c + d)}{n^2}$$

Kappa recae en una escala de -1 a 1.

Valores absolutos menores a .4 normalmente son interpretados como un acuerdo pobre por encima del azar.

Valores absolutos entre .4 y .75 buen acuerdo entre observadores

Valores absolutos mayores a .75 es un acuerdo excelente entre observadores.



$$\kappa \leftarrow (\xi - \psi) / (1 - \psi)$$

$$\xi \leftarrow \alpha\beta + (1 - \alpha)\gamma$$

$$\psi \leftarrow (\pi_a + \pi_b)(\pi_a + \pi_c) \\ + (\pi_b + \pi_d)(\pi_c + \pi_d)$$

$$\alpha, \beta, \gamma \sim \text{Beta}(1, 1)$$

$$\pi_a \leftarrow \alpha\beta$$

$$\pi_b \leftarrow \alpha(1 - \beta)$$

$$\pi_c \leftarrow (1 - \alpha)(1 - \gamma)$$

$$\pi_d \leftarrow (1 - \alpha)\gamma$$

$$\mathbf{y} \sim \text{Multinomial}([\pi_a, \pi_b, \pi_c, \pi_d], n)$$

Fig. 5.5

Graphical model for inferring the kappa coefficient of agreement.

Alfa es la tasa en la cual el método uno decide uno.

Por lo tanto $1 - \alpha$ es la tasa en la cual el método 1 decide cero.

Beta es la tasa en la cual el método 2 decide uno y el método 1 también decide 1

Gamma es la tasa en la cual el método 2 decide 0 cuando el método 1 decide 0

Beta y Gamma son los parámetros de acuerdo.

Traducir kappa a Bayes

Usando Alfa, Beta y Gamma se pueden calcular las probabilidades de que ambos métodos decidan 1

$$\pi_a = \alpha\beta$$

Las probabilidades de que el método 1 decida uno pero el método 2 decida cero

$$\pi_b = \alpha(1 - \beta)$$

El método 1 decida 0 pero el método 2 decida 1

$$\pi_c = (1 - \alpha)(1 - \gamma)$$

Ambos métodos eligen 0

$$\pi_d = (1 - \alpha)\gamma$$

Psi representa acuerdo por azar

Epsilon representa el acuerdo por observadores

Kappa es la medida de acuerdo corregida.