

# Inferencia Probabilística

# Introducción a Teoría de la Probabilidad

## Fenómenos deterministas



## Fenómenos aleatorios

No se puede predecir el resultado (mecanismos aleatorios).

# Introducción a Teoría de la Probabilidad

## Fenómenos deterministas



## Fenómenos aleatorios

No se puede predecir el resultado (mecanismos aleatorios).

$$\Omega = \{ \}$$

# Introducción a Teoría de la Probabilidad

## Fenómenos deterministas

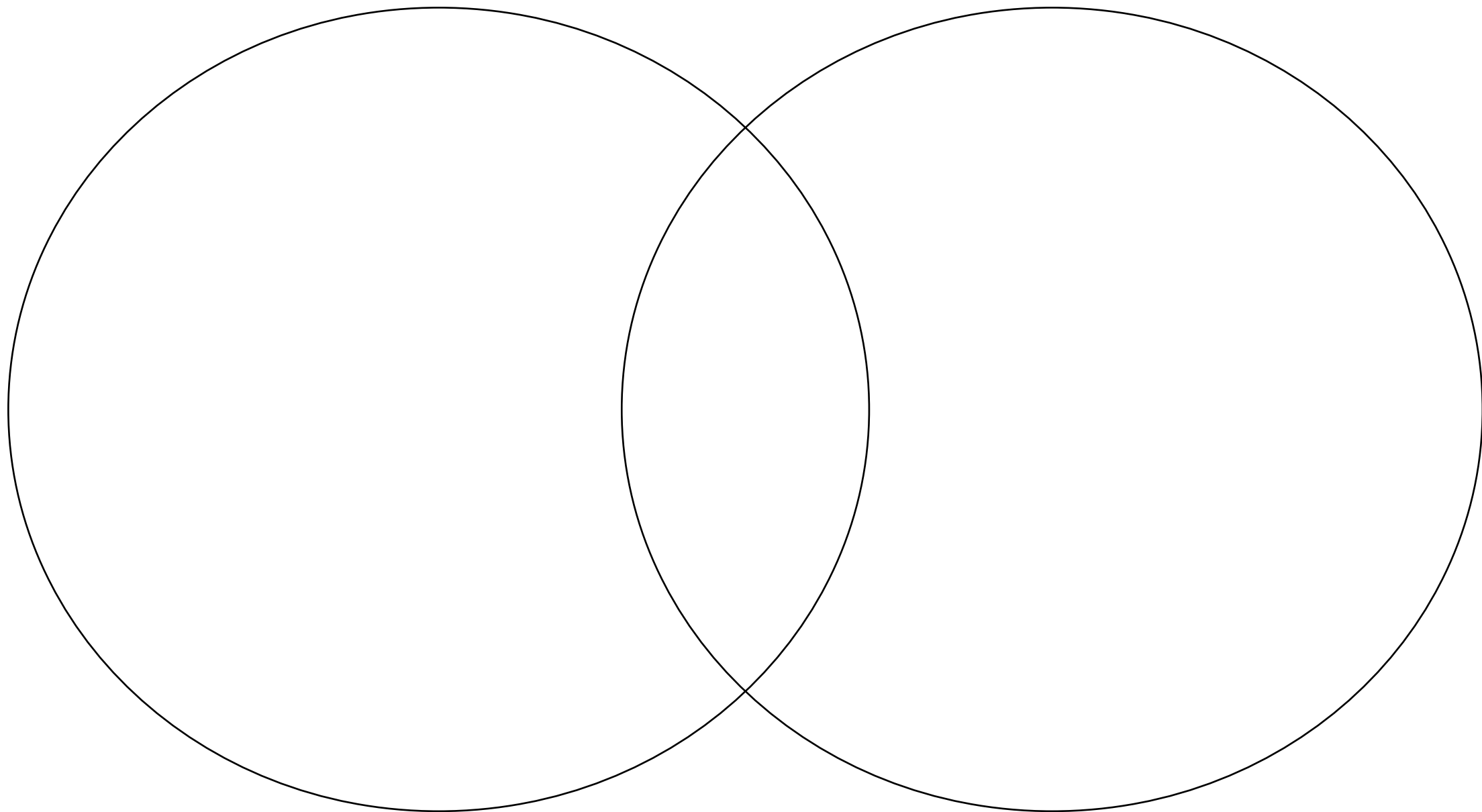


## Fenómenos aleatorios

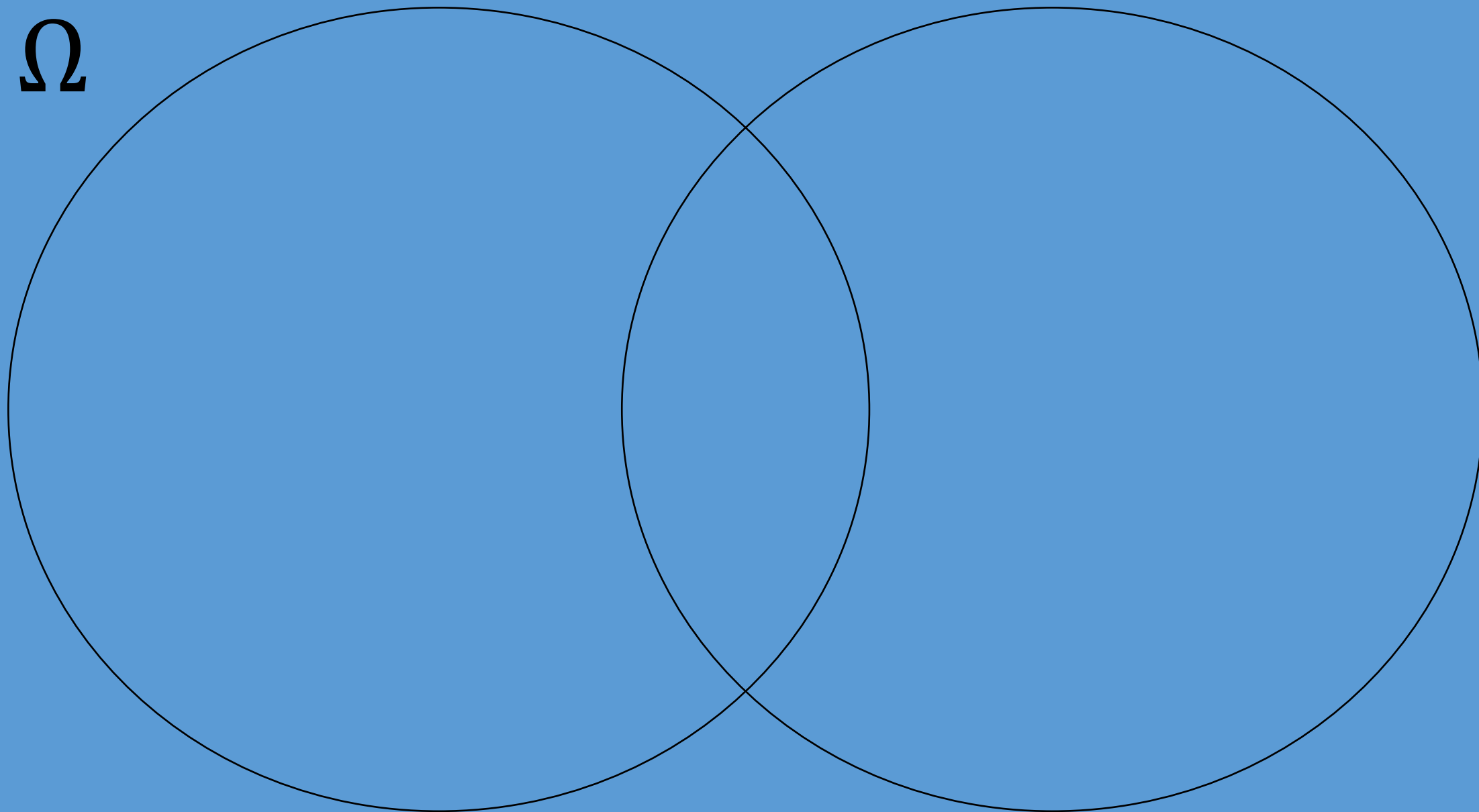
No se puede predecir el resultado (mecanismos aleatorios).

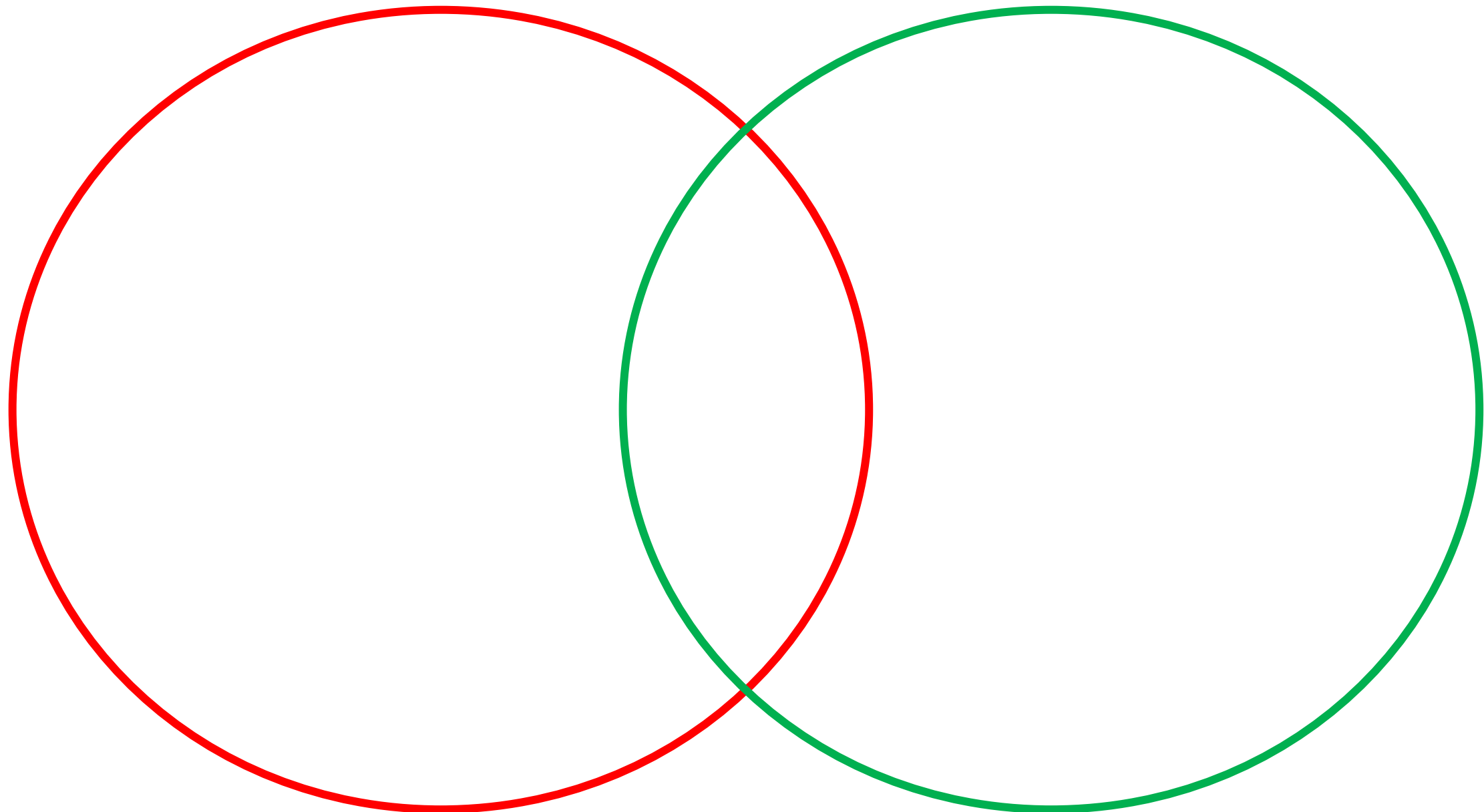
$$\Omega = \{ \}$$

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$



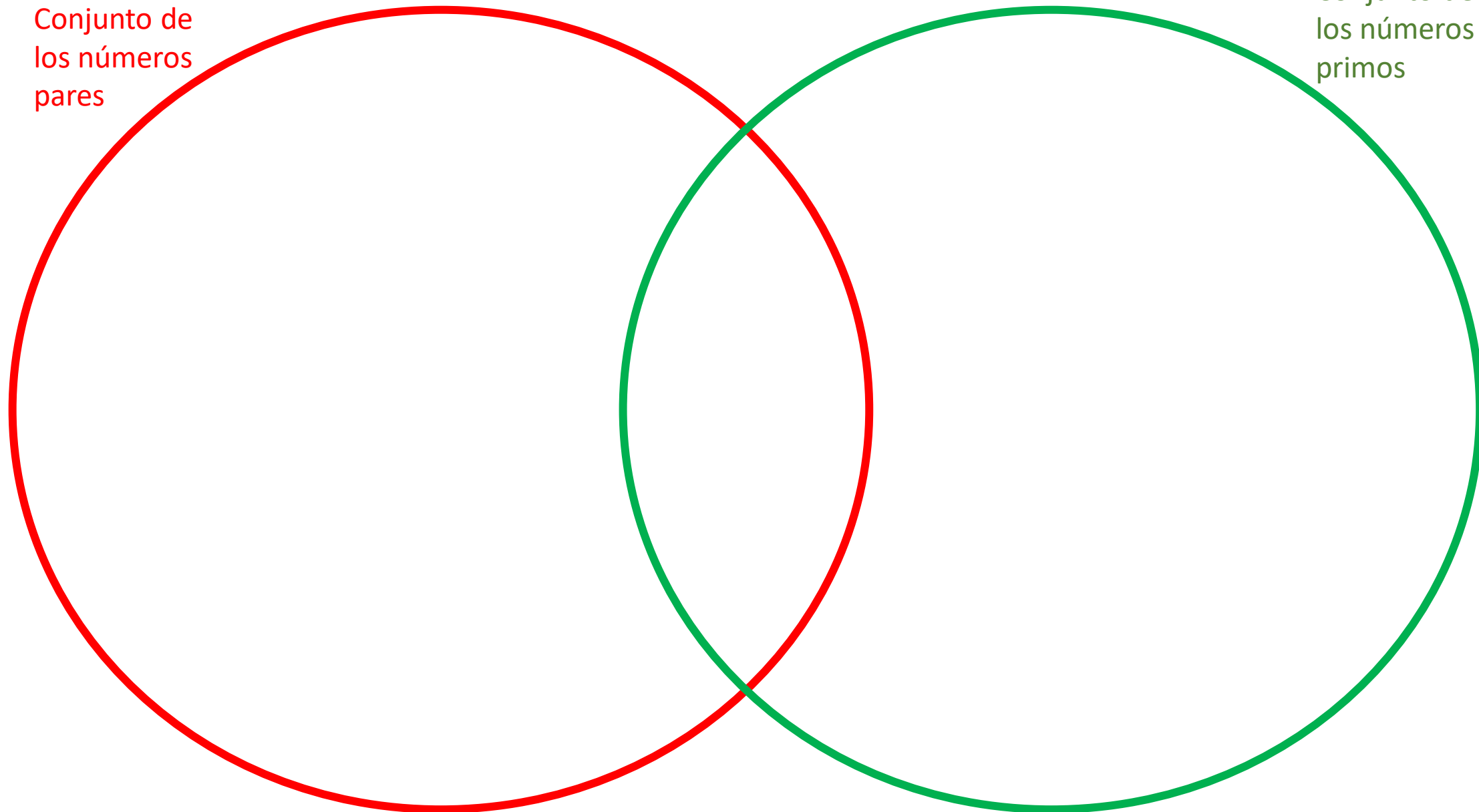
$\Omega$





Conjunto de  
los números  
pares

Conjunto de  
los números  
primos

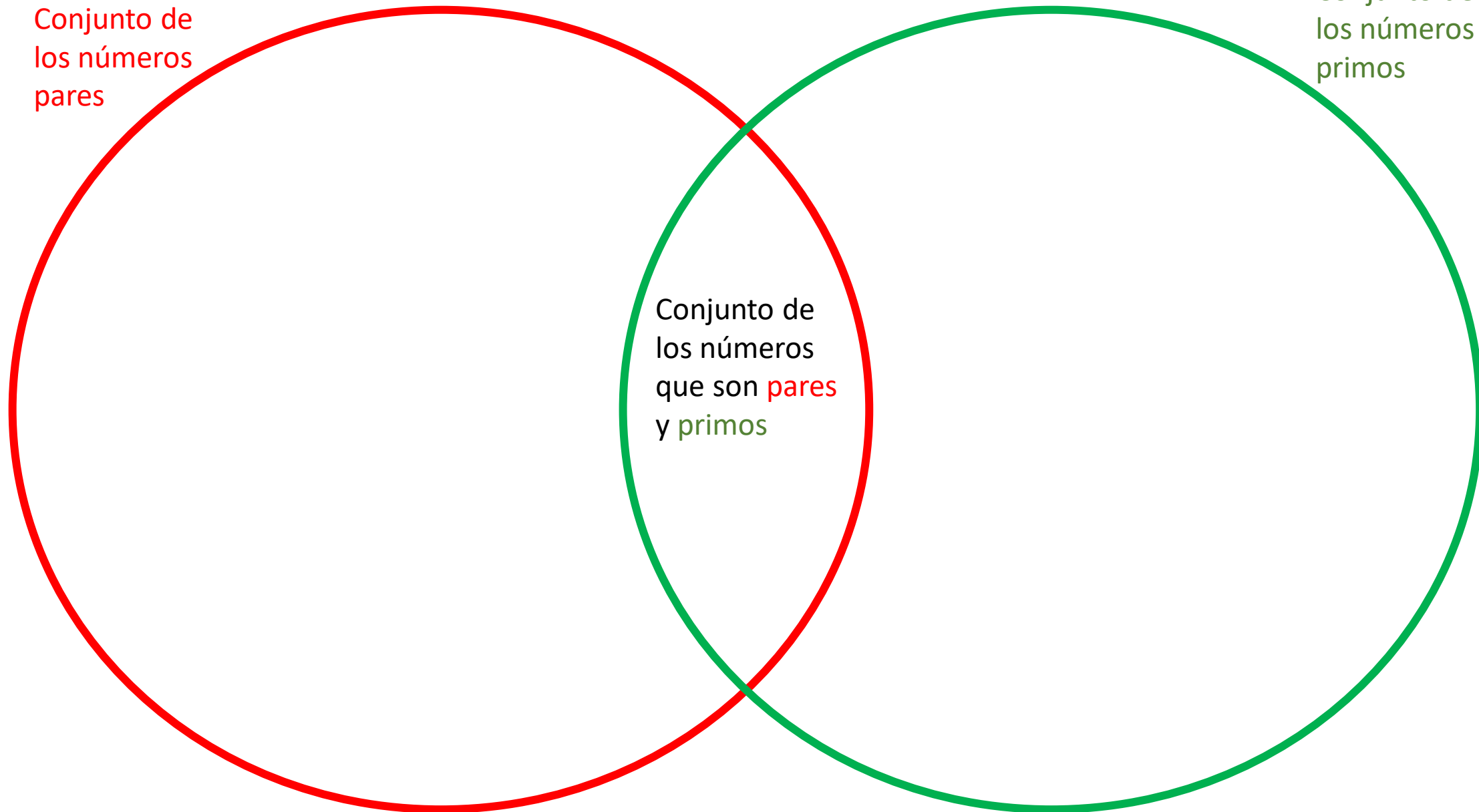


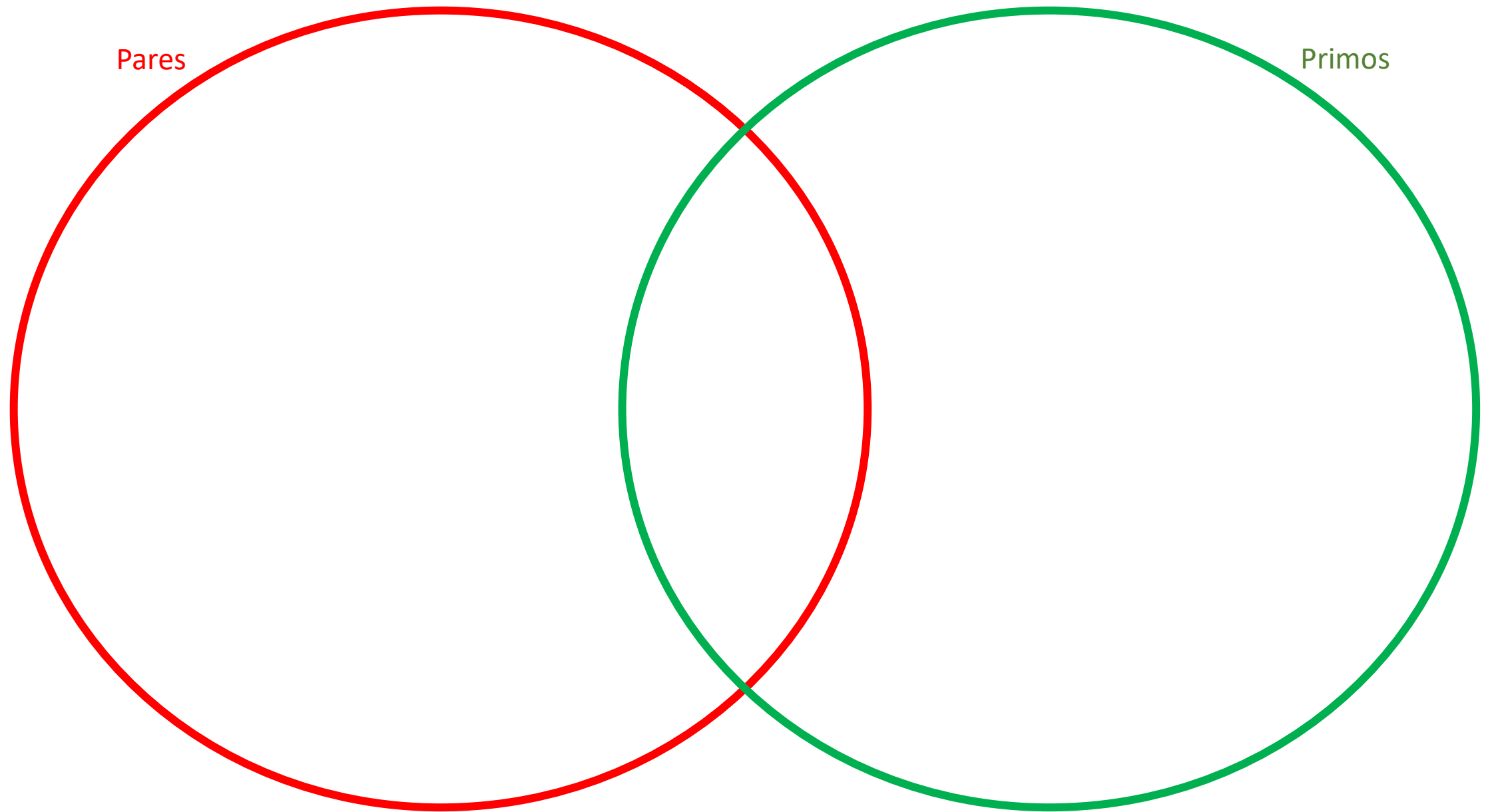


Conjunto de  
los números  
pares

Conjunto de  
los números  
primos

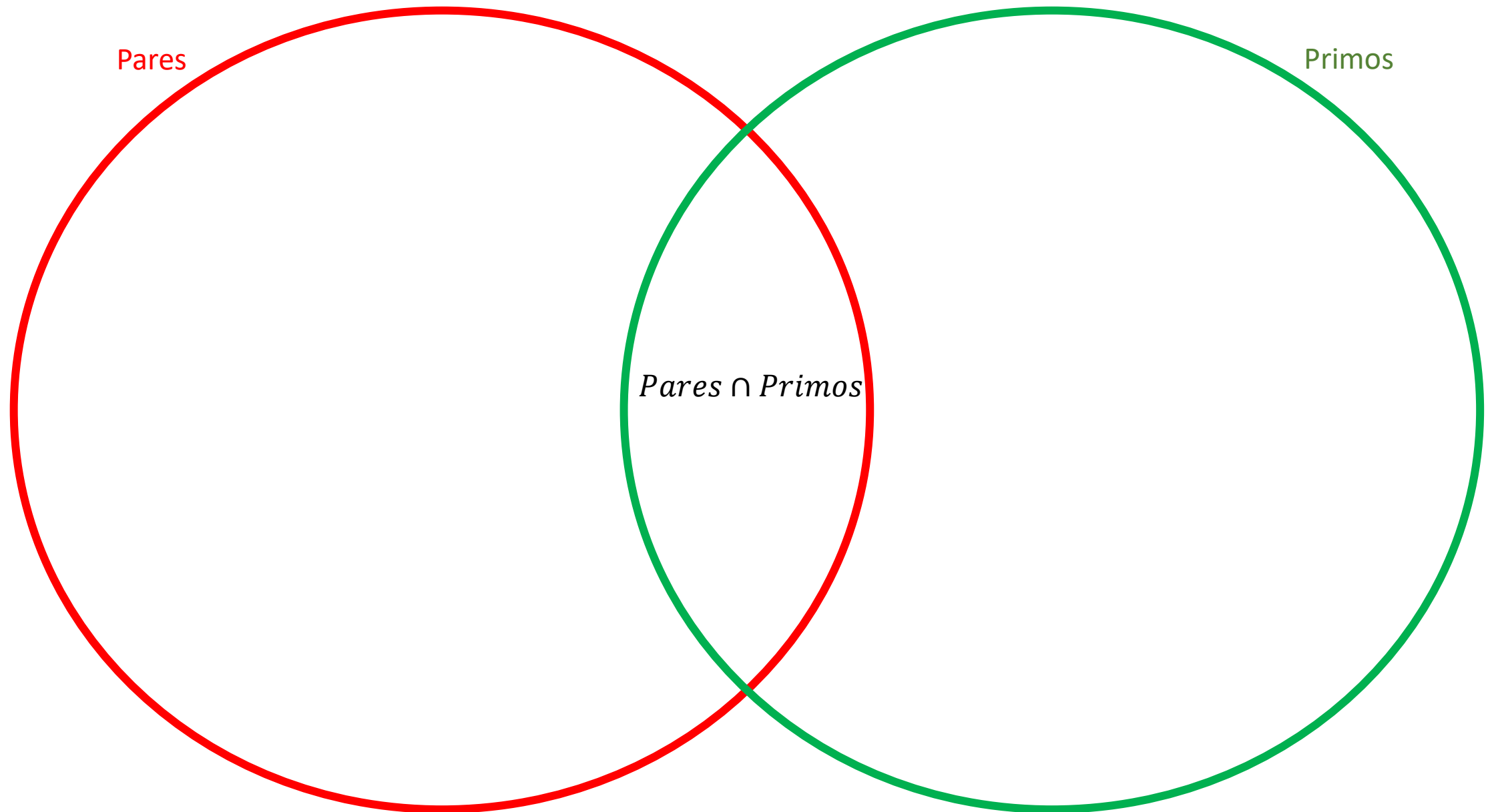
Conjunto de  
los números  
que son pares  
y primos

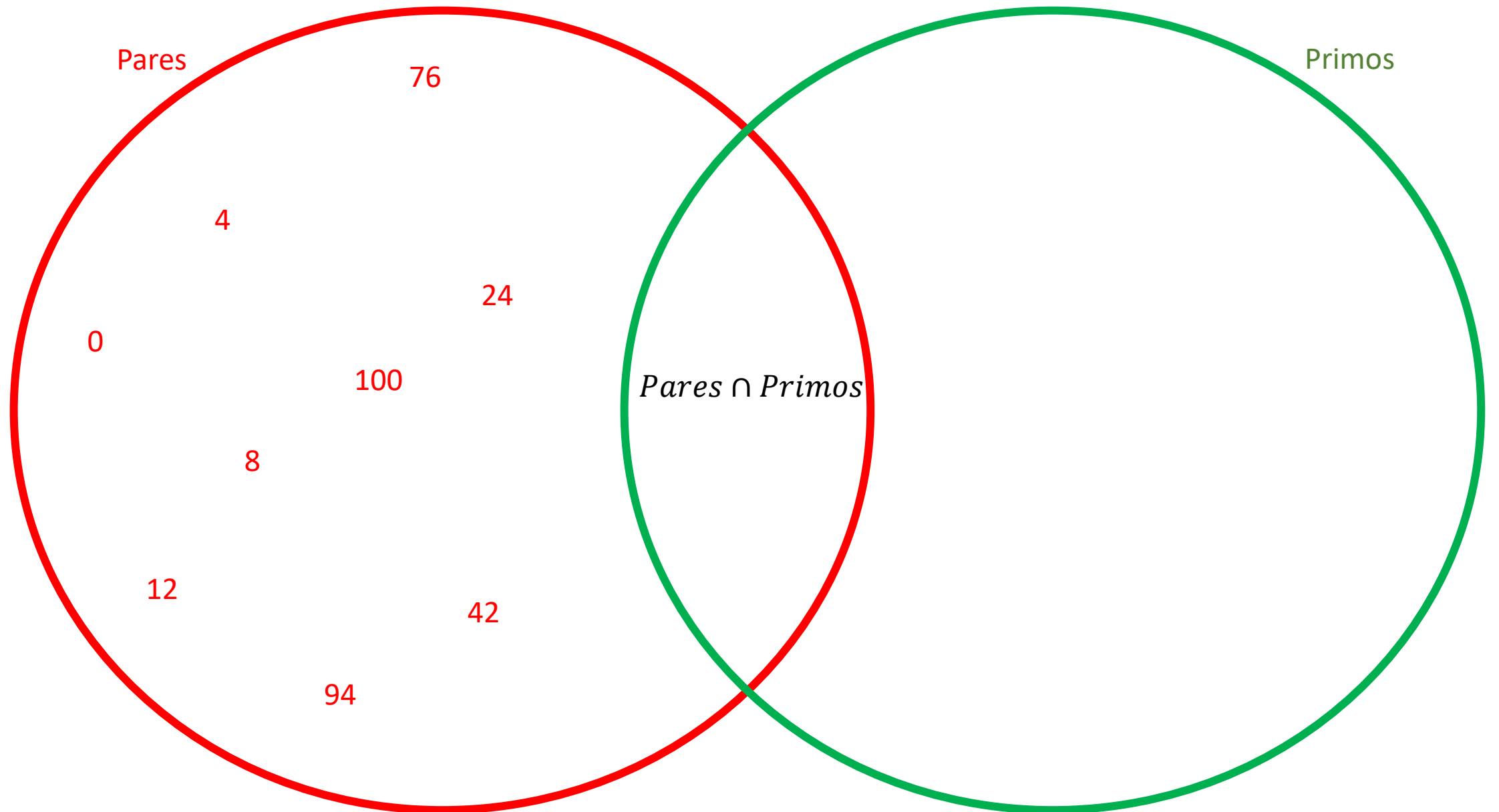


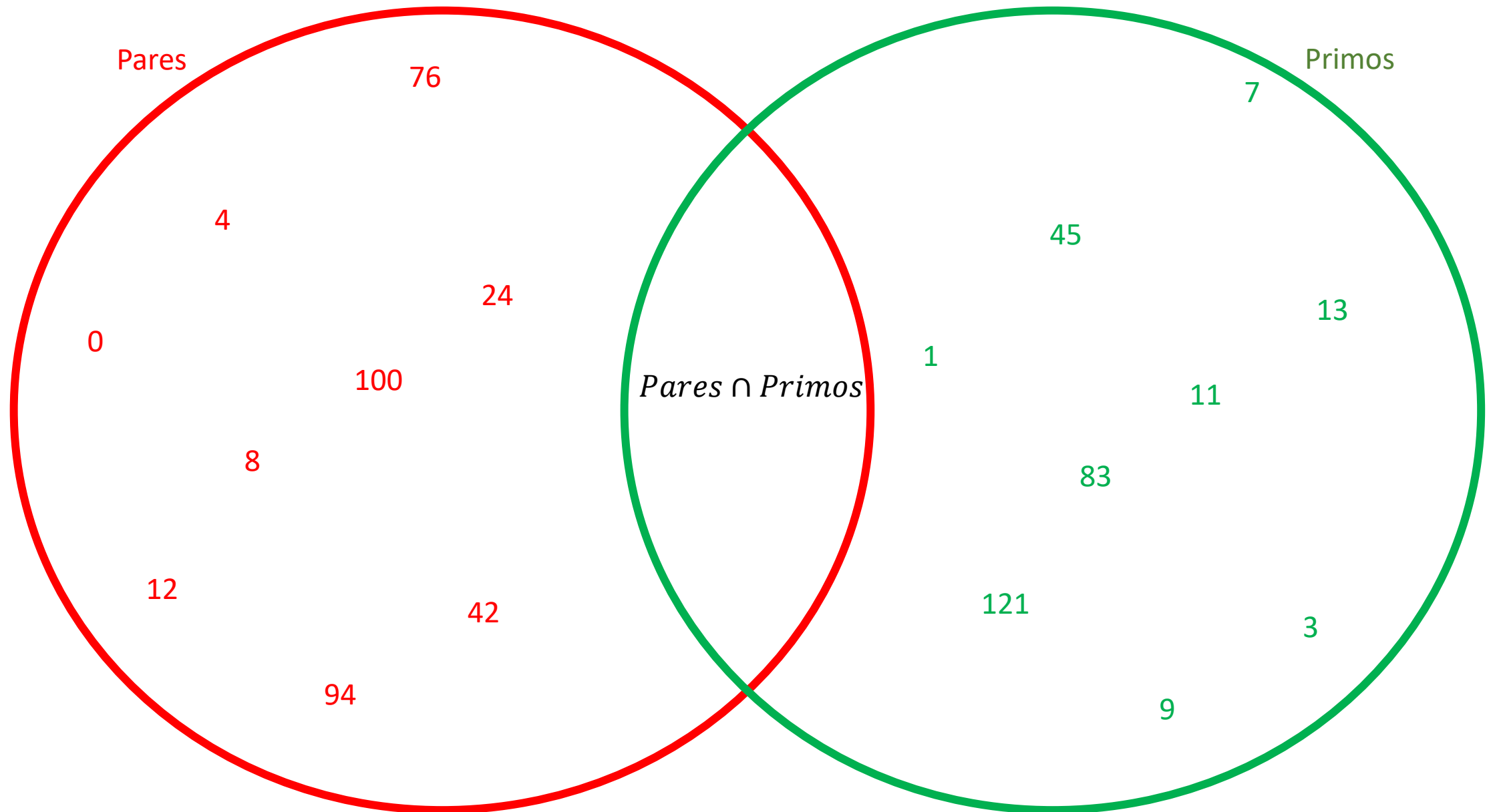


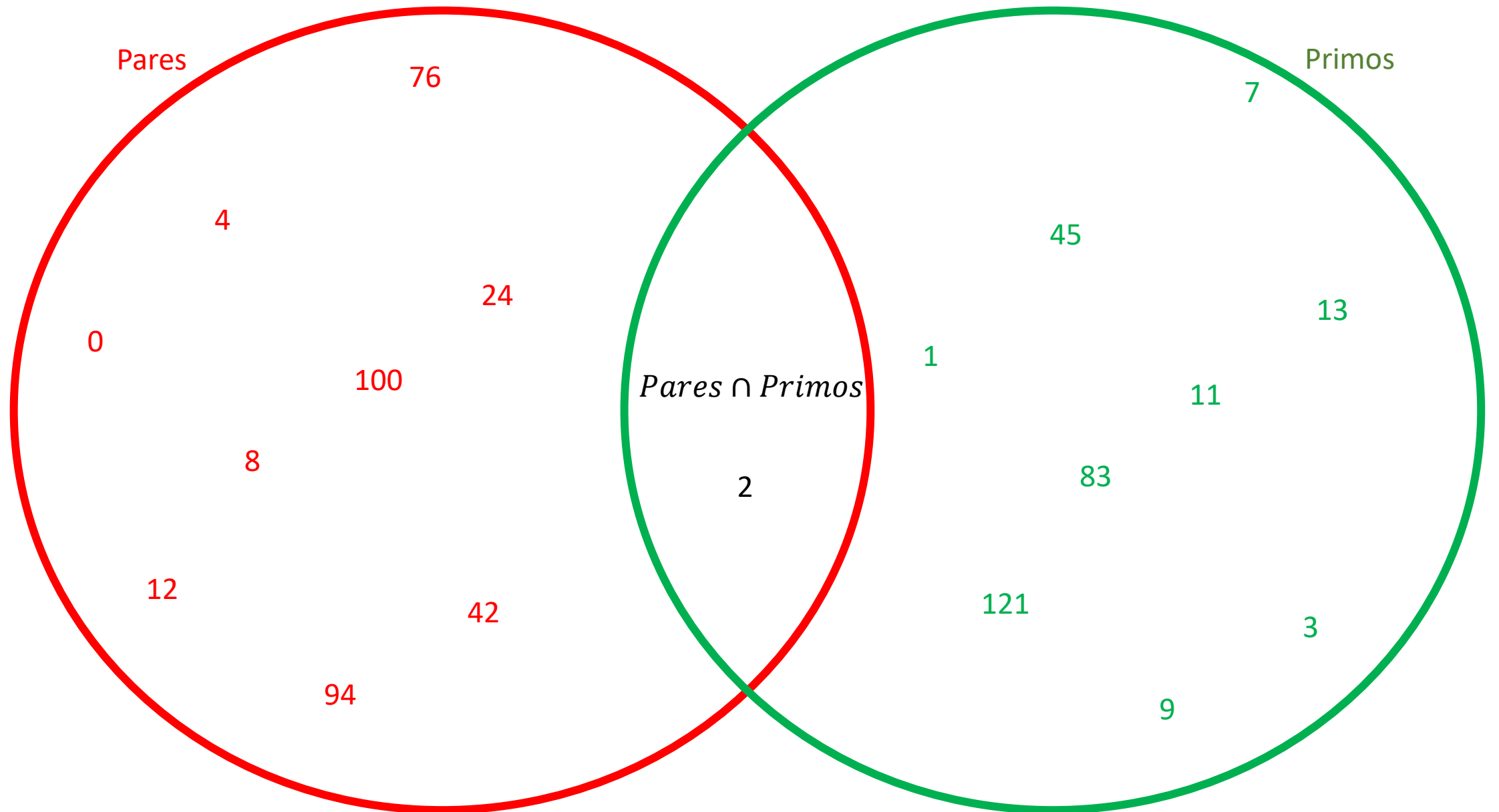
Pares

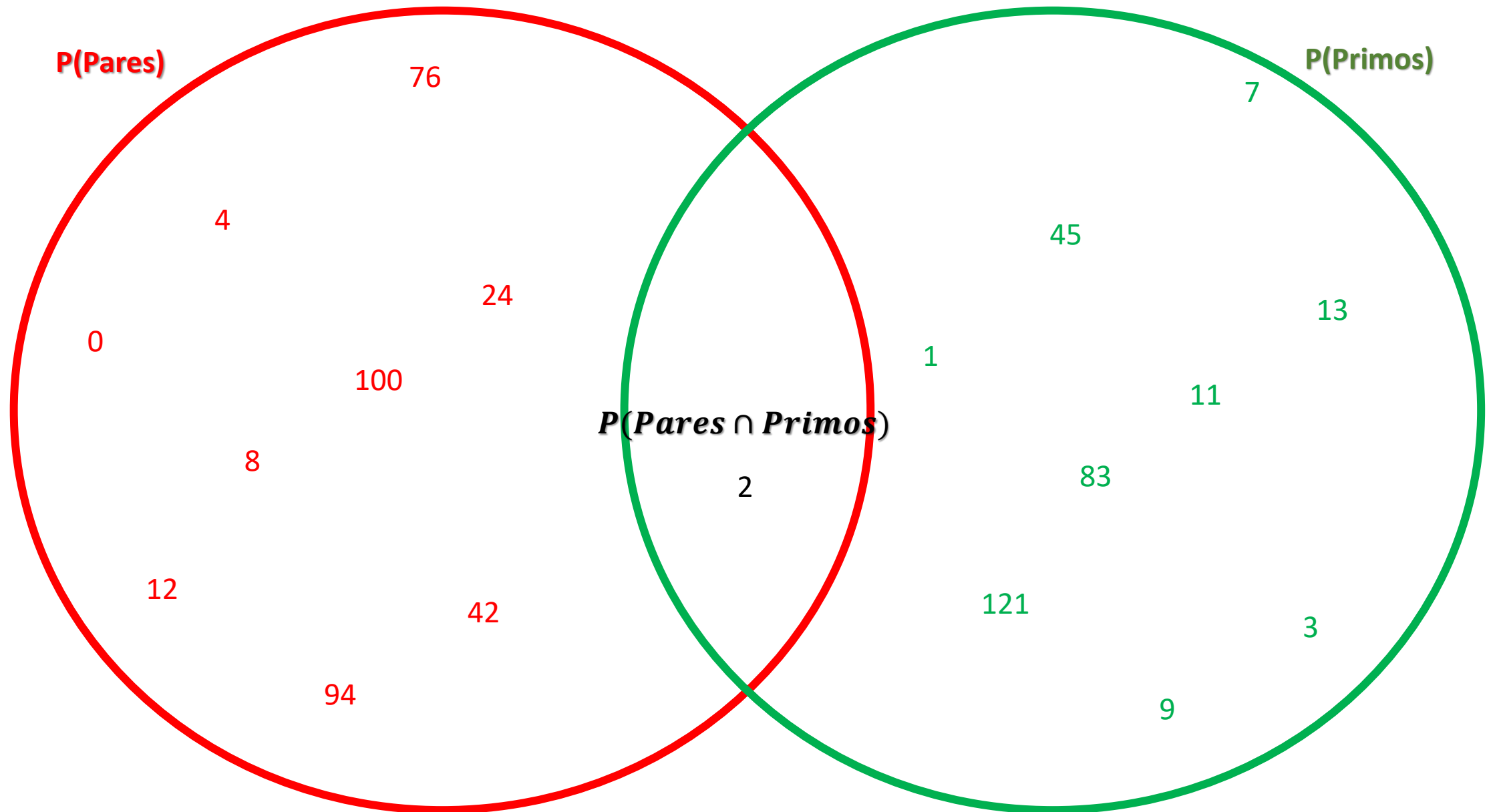
Primos











# Conceptos clave:

- **Probabilidad:** Un número real del 0 al 1 que indica qué tan probable es que un evento  $X$  ocurra.

$$p(X)$$



# Conceptos clave:

- **Probabilidad:** Un número real del 0 al 1 que indica qué tan probable es que un evento  $X$  ocurra.

$$p(X)$$

- **Probabilidad conjunta:** Indica la probabilidad de que **dos eventos** ocurran de manera simultánea.

$$p(X \cap Y)$$

# Inferencia Probabilística

- Determinar qué tan probable es que ocurra un evento X

# Inferencia Probabilística

- Determinar qué tan **probable** es que ocurra un evento X

# Inferencia Probabilística

- Determinar qué tan **probable** es que ocurra un evento X



- Definición clásica (Equiprobabilidad)
- Definición frecuentista
- Definición subjetiva
- Definición axiomática

# 1. Definición clásica de probabilidad

- Asume equiprobabilidad

**Definición 1.2** Sea  $A$  un subconjunto de un espacio muestral  $\Omega$  de cardinalidad finita. Se define la **probabilidad clásica** del evento  $A$  como el cociente:

$$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega},$$

en donde el símbolo  $\#A$  denota la cardinalidad o número de elementos del conjunto  $A$ .

# 1. Definición clásica de probabilidad

- Asume equiprobabilidad

**Definición 1.2** Sea  $A$  un subconjunto de un espacio muestral  $\Omega$  de cardinalidad finita. Se define la **probabilidad clásica** del evento  $A$  como el cociente:

$$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega},$$

en donde el símbolo  $\#A$  denota la cardinalidad o número de elementos del conjunto  $A$ .

$$P(A) = \frac{\#\{2, 4, 6\}}{\#\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

## 2. Definición frecuentista de probabilidad

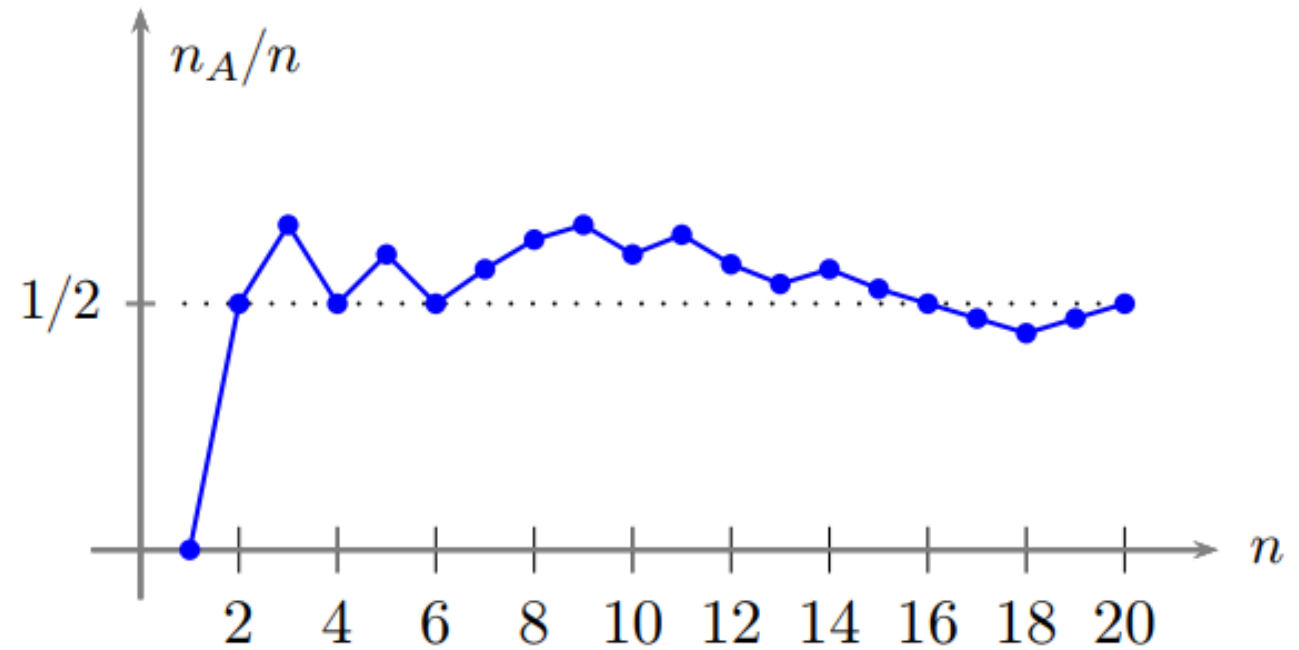
Núm.	Resultado	$n_A/n$
1	3	0/1
2	6	1/2
3	2	2/3
4	1	2/4
5	4	3/5
6	6	4/6
7	3	4/7
8	4	5/8
9	2	6/9
10	5	6/10

Núm.	Resultado	$n_A/n$
11	2	7/11
12	5	7/12
13	1	7/13
14	6	8/14
15	3	8/15
16	1	8/16
17	5	8/17
18	5	8/18
19	2	9/19
20	6	10/20

## 2. Definición frecuentista de probabilidad

Núm.	Resultado	$n_A/n$
1	3	0/1
2	6	1/2
3	2	2/3
4	1	2/4
5	4	3/5
6	6	4/6
7	3	4/7
8	4	5/8
9	2	6/9
10	5	6/10

Núm.	Resultado	$n_A/n$
11	2	7/11
12	5	7/12
13	1	7/13
14	6	8/14
15	3	8/15
16	1	8/16
17	5	8/17
18	5	8/18
19	2	9/19
20	6	10/20





## 2. Definición frecuentista de probabilidad

**Definición 1.4** Sea  $n_A$  el número de ocurrencias de un evento  $A$  en  $n$  realizaciones de un experimento aleatorio. La **probabilidad frecuentista** del evento  $A$  se define como el límite

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_A}{n}.$$

### 3. Definición subjetiva de probabilidad

- Un número del 0 al 1 que representa la certidumbre que se tiene respecto de la ocurrencia de un evento.

## 4. Definición axiomática de probabilidad

### Axiomas de la probabilidad

1.  $P(A) \geq 0$ .

2.  $P(\Omega) = 1$ .

3.  $P\left(\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k\right) = \sum_{k=1}^{\infty} P(A_k)$  cuando  $A_1, A_2, \dots$  son ajenos dos a dos.

# Probabilidad condicional

¿Qué tan probable es...

... que un individuo X sea zurdo?

¿Qué tan probable es...

... que un individuo X sea zurdo?

$p(\text{Zurdo})$

¿Qué tan probable es...

... que un individuo X sea zurdo?

$$p(\text{Zurdo}) = .08$$

¿Qué tan probable es... que X sea zurdo?





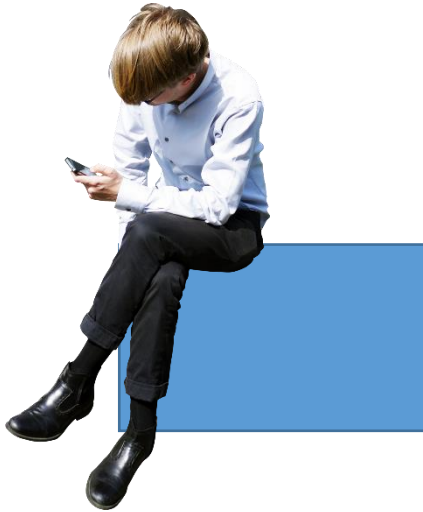
# Probabilidad Condicional



# Probabilidad Condicional

- La probabilidad de un evento A, a la luz de ciertos datos B

$$P(A | B)$$



# Probabilidad Condicional

- La probabilidad de un evento A, a la luz de ciertos datos B

$$P(A | B)$$



$p(\text{El chico es zurdo} \mid \text{Celular en mano izquierda})$



$p(\text{El chico es zurdo} \mid \text{Escribe con mano derecha})$

# Probabilidad Condicional

- La probabilidad de un evento A, a la luz de ciertos datos B

$$P(A | B)$$



$p(\text{El chico es zurdo} \mid \text{Celular en mano izquierda})$

$$p(A | B) > p(A)$$



$p(\text{El chico es zurdo} \mid \text{Escribe con mano derecha})$

# Probabilidad Condicional

- La probabilidad de un evento A, a la luz de ciertos datos B

$$P(A | B)$$



$p(\text{El chico es zurdo} \mid \text{Celular en mano izquierda})$

$$p(A | B) > p(A)$$



$p(\text{El chico es zurdo} \mid \text{Escribe con mano derecha})$

$$p(A | B) < p(A)$$

# Probabilidad Condicional

Eventos independientes

Eventos no independientes

# Probabilidad Condicional

## Eventos independientes

Evento A:

La probabilidad  
de que va a llover

Evento B:

Hoy es miércoles

## Eventos no independientes

# Probabilidad Condicional

## Eventos independientes

Evento A:

La probabilidad  
de que va a llover

Evento B:

Hoy es miércoles

$$p(A | B) = p(A)$$

## Eventos no independientes



# Probabilidad Condicional

## Eventos independientes

Evento A:

La probabilidad  
de que va a llover

Evento B:

Hoy es miércoles

$$p(A | B) = p(A)$$

## Eventos no independientes

Evento A:

La probabilidad  
de que va a llover

Evento B:

Está nublado

# Probabilidad Condicional

## Eventos independientes

Evento A:

La probabilidad  
de que va a llover

Evento B:

Hoy es miércoles

$$p(A | B) = p(A)$$

## Eventos no independientes

Evento A:

La probabilidad  
de que va a llover

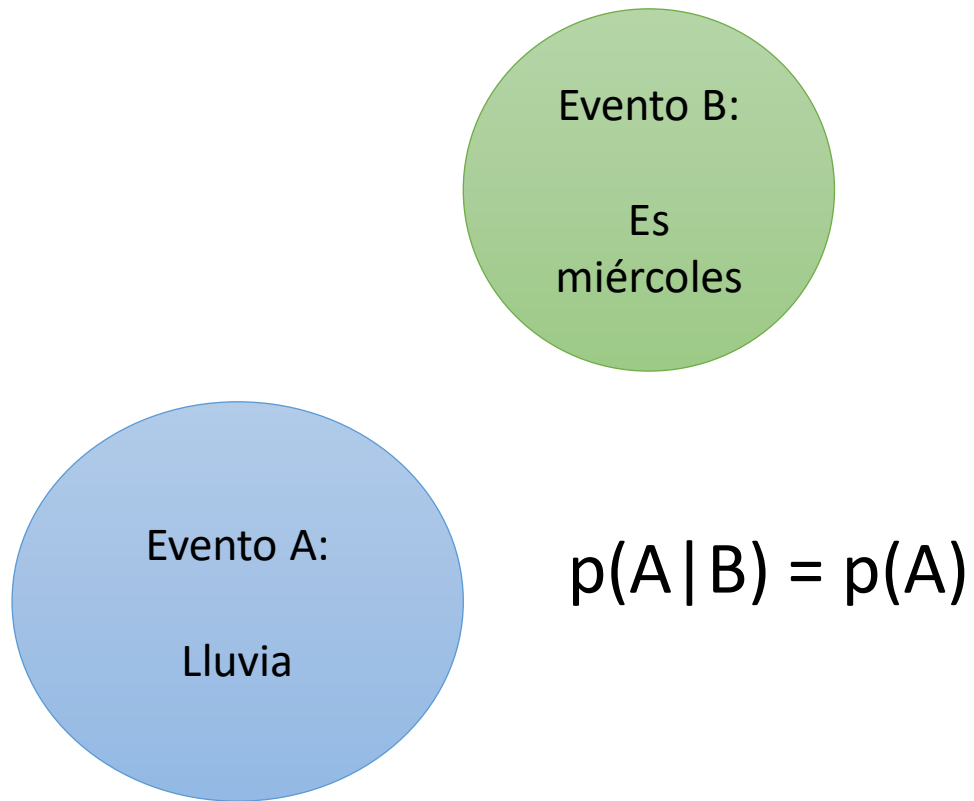
Evento B:

Está nublado

$$p(A | B) > p(A)$$

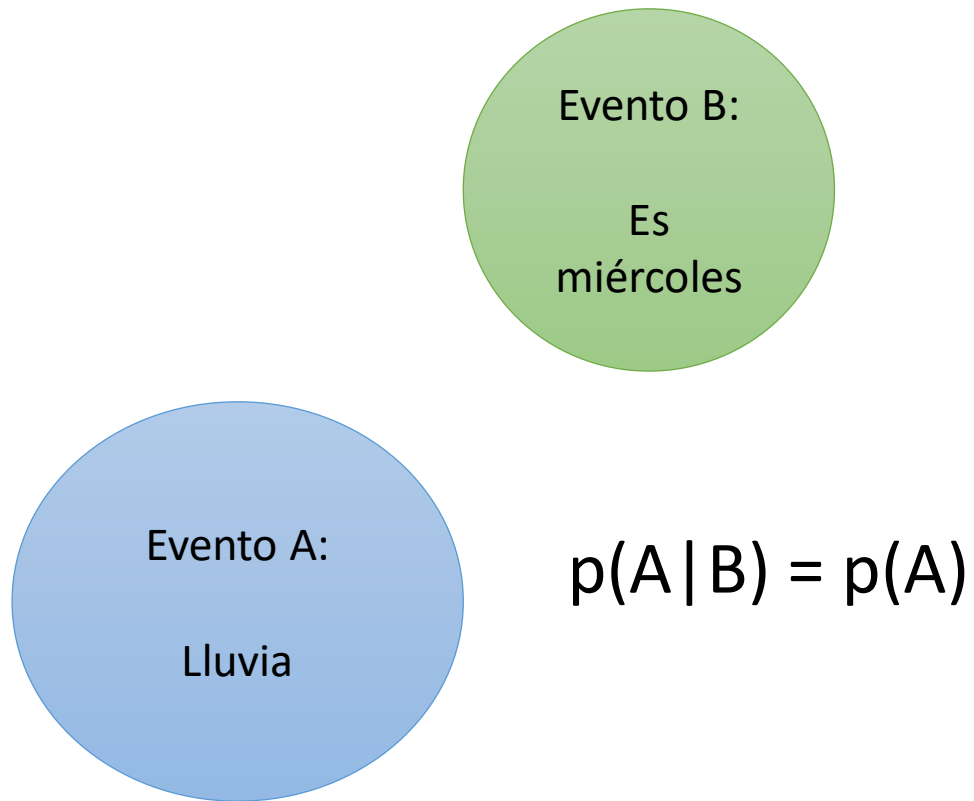
# Probabilidad Condicional

## Eventos independientes

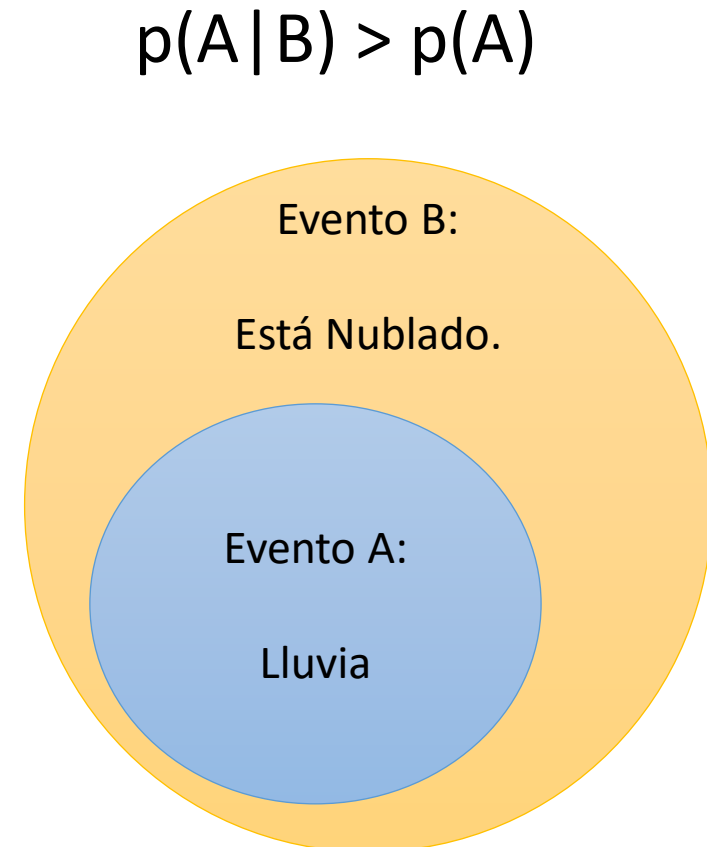


# Probabilidad Condicional

## Eventos independientes



## Eventos no independientes



# Probabilidad conjunta

De acuerdo con la **Ley de la multiplicación de probabilidades**, la **Probabilidad Conjunta** se computa como:

$$p(A \cap B) = p(A|B) \cdot p(B)$$

$$p(A \cap B) = p(B|A) \cdot p(A)$$

De acuerdo con la **Ley de la multiplicación de probabilidades**, la **Probabilidad Conjunta** se computa como:

$$p(A \cap B) = p(A|B) \cdot p(B)$$

$$p(A \cap B) = p(B|A) \cdot p(A)$$

De acuerdo con la **Ley de la multiplicación de probabilidades**, la **Probabilidad Conjunta** se computa como:

$$p(A \cap B) = p(A|B) \cdot p(B)$$

$$p(A \cap B) = p(B|A) \cdot p(A)$$

- Eventos independientes

Evento A:

La probabilidad  
de que va a llover

Evento B:

Hoy es miércoles

$$p(A | B) = p(A)$$



De acuerdo con la **Ley de la multiplicación de probabilidades**, la **Probabilidad Conjunta** se computa como:

$$p(A \cap B) = p(A|B) \cdot p(B)$$

$$p(A \cap B) = p(B|A) \cdot p(A)$$

- Eventos independientes

Evento A:

La probabilidad  
de que va a llover

Evento B:

Hoy es miércoles

$$p(A | B) = p(A)$$

De acuerdo con la **Ley de la multiplicación de probabilidades**, la **Probabilidad Conjunta** se computa como:

$$p(A \cap B) = p(A|B) \cdot p(B) = p(A) \cdot p(B)$$

$$p(A \cap B) = p(B|A) \cdot p(A) = p(B) \cdot p(A)$$

De acuerdo con la **Ley de la multiplicación de probabilidades**, la **Probabilidad Conjunta** se computa como:

$$p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$$

$$p(A \cap B) = p(B) \cdot p(A)$$

De acuerdo con la **Ley de la multiplicación de probabilidades**, la **Probabilidad Conjunta** se computa como:

$$p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$$

$$p(A \cap B) = p(B) \cdot p(A)$$

$$Pr(A) \geq Pr(A \wedge B) \leq Pr(B)$$

# Linda la cajera



Linda tiene 31 años de edad, soltera, inteligente y muy brillante. Se especializó en filosofía. Como estudiante, estaba profundamente preocupada por los problemas de discriminación y justicia social, participando también en manifestaciones anti-nucleares.

¿Que es más probable?

- A) Linda es una cajera de banco.
- B) Linda es una cajera de banco y es activista de movimientos feministas.

# Linda la cajera



Linda tiene 31 años de edad, soltera, inteligente y muy brillante. Se especializó en filosofía. Como estudiante, estaba profundamente preocupada por los problemas de discriminación y justicia social, participando también en manifestaciones anti-nucleares.

¿Que es más probable?

**A) Linda es una cajera de banco.**

B) Linda es una cajera de banco y es activista de movimientos feministas.

# Linda la cajera



Linda tiene 31 años de edad, soltera, inteligente y muy brillante. Se especializó en filosofía. Como estudiante, estaba profundamente preocupada por los problemas de discriminación y justicia social, participando también en manifestaciones anti-nucleares.

¿Que es más probable?

**A) Linda es una cajera de banco.**

B) Linda es una cajera de banco y es activista de movimientos feministas.

**¿Por qué?**

Ser feminista y ser cajera de banco son eventos **independientes**

# Linda la cajera



Linda tiene 31 años de edad, soltera, inteligente y muy brillante. Se especializó en filosofía. Como estudiante, estaba profundamente preocupada por los problemas de discriminación y justicia social, participando también en manifestaciones anti-nucleares.

¿Que es más probable?

**A) Linda es una cajera de banco.**

B) Linda es una cajera de banco y es activista de movimientos feministas.

**¿Por qué?**

Ser feminista y ser cajera de banco son eventos **independientes**

$$p(F \cap B) = p(F) \cdot p(B)$$



# Linda la cajera



Linda tiene 31 años de edad, soltera, inteligente y muy brillante. Se especializó en filosofía. Como estudiante, estaba profundamente preocupada por los problemas de discriminación y justicia social, participando también en manifestaciones anti-nucleares.

¿Que es más probable?

**A) Linda es una cajera de banco.**

B) Linda es una cajera de banco y es activista de movimientos feministas.

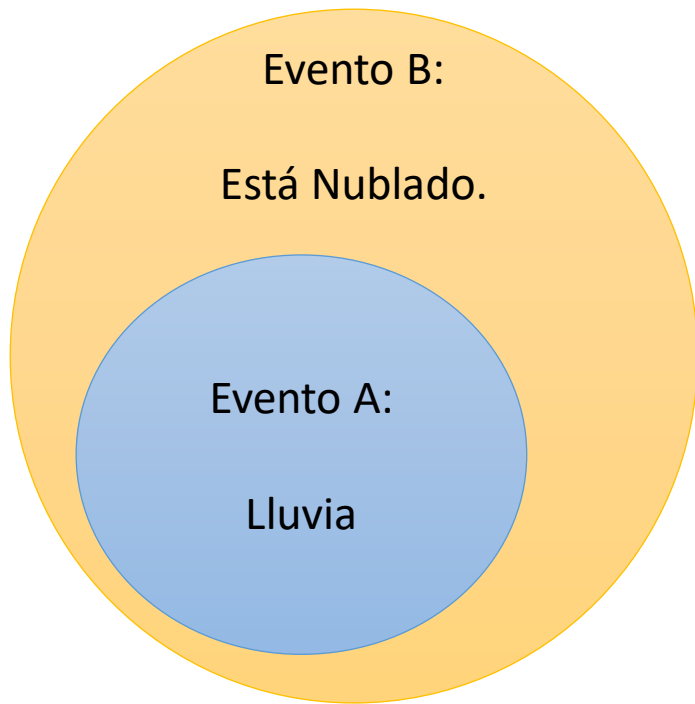
**¿Por qué?**

Ser feminista y ser cajera de banco son eventos **independientes**

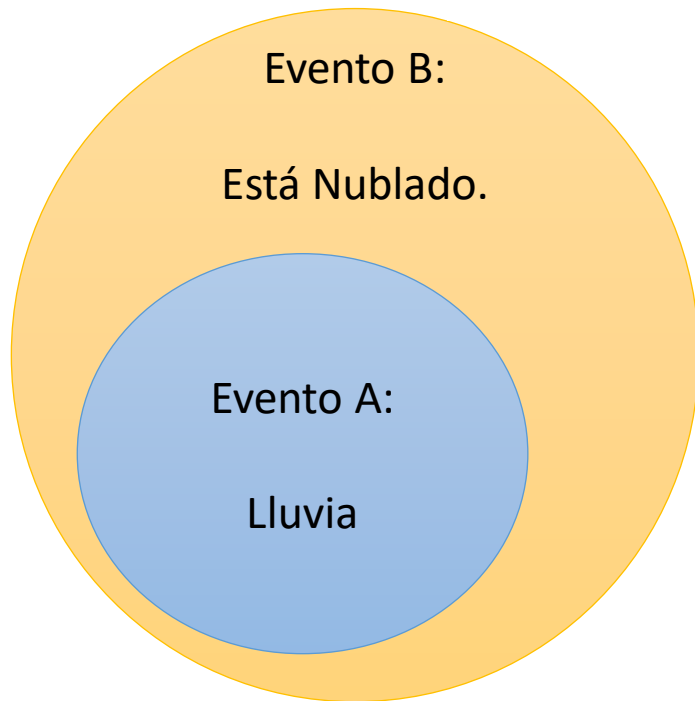
$$p(F \cap B) = p(F) \cdot p(B)$$

$$Pr(A) \geq Pr(A \cap B) \leq Pr(B)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



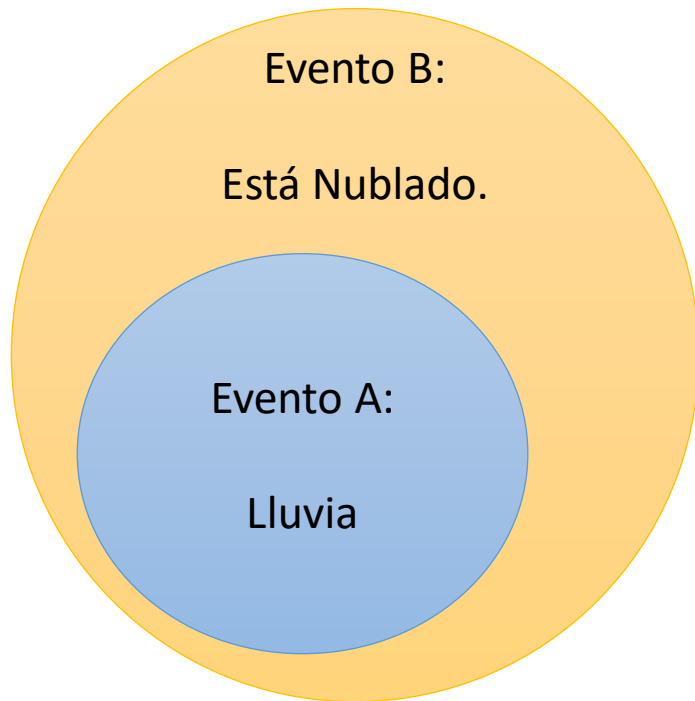
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



$$p(A \cap B) = p(A|B) \cdot p(B)$$

$$p(A \cap B) = p(B|A) \cdot p(A)$$

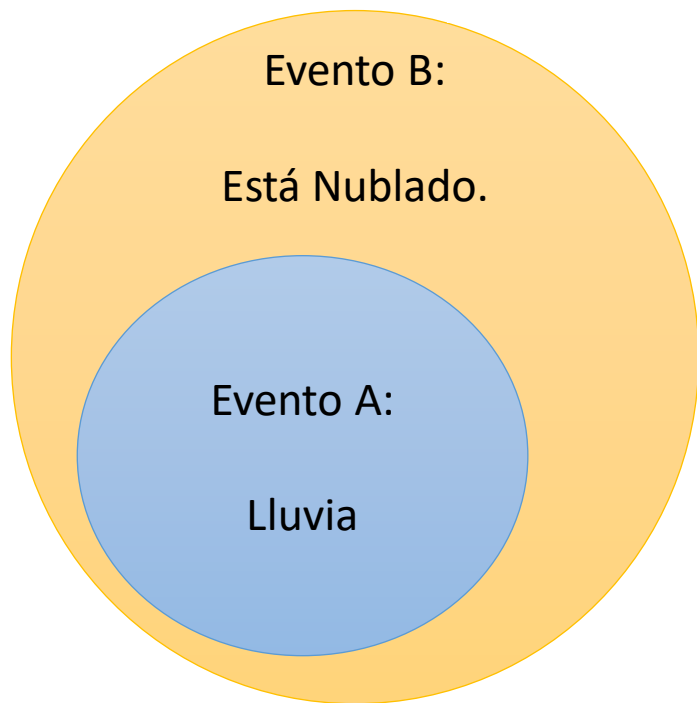
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



$$p(A \cap B) = p(A|B) \cdot p(B)$$

$$p(A \cap B) = p(B|A) \cdot p(A)$$

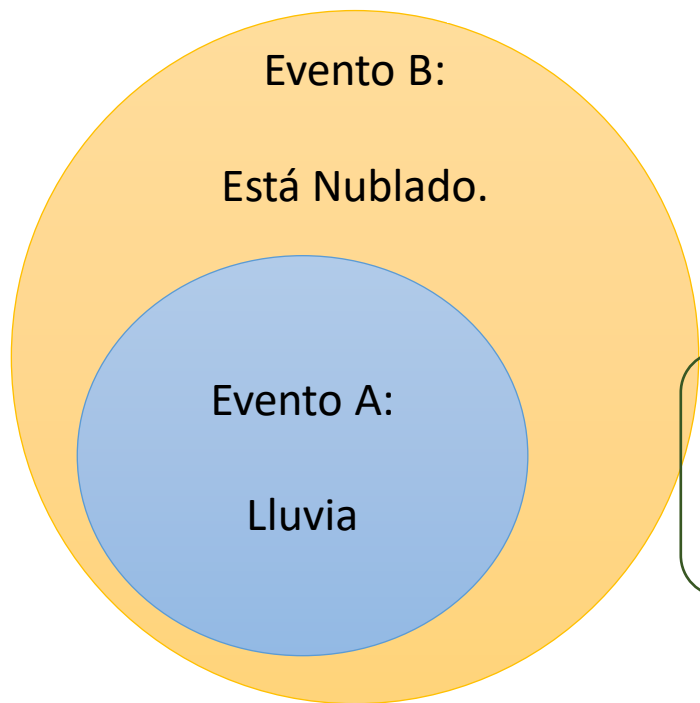
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



$$p(A \cap B) = p(A|B) \cdot p(B)$$

$$p(A \cap B) = p(B|A) \cdot p(A)$$

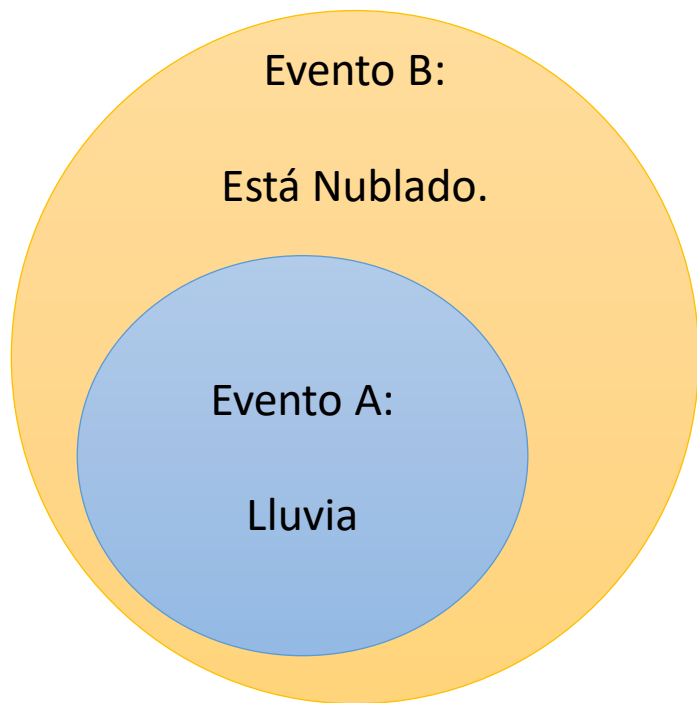
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



$$p(A \cap B) = p(A|B) \cdot p(B)$$

$$p(A \cap B) = p(B|A) \cdot p(A)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

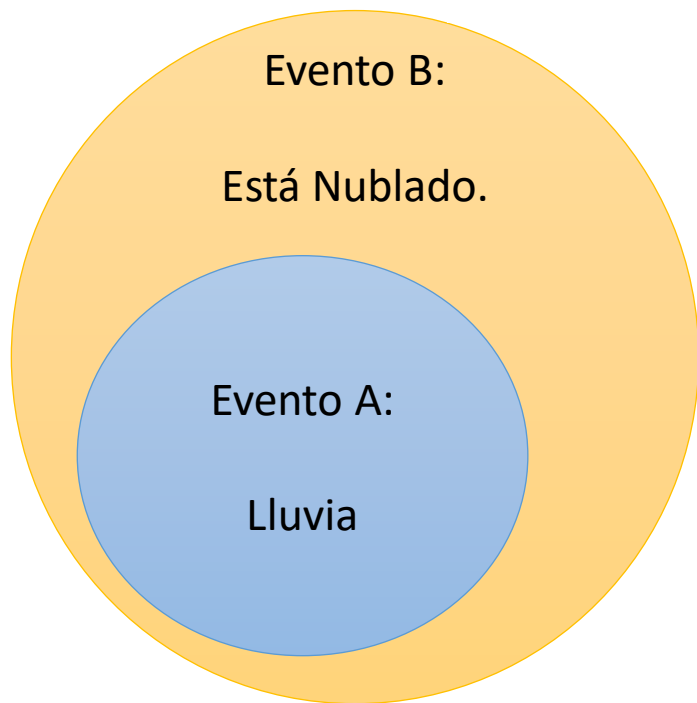


$$p(A \cap B) = p(A|B) \cdot p(B)$$

$$p(A \cap B) = p(B|A) \cdot p(A)$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) P(A)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



$$p(A \cap B) = p(A|B) \cdot p(B)$$

$$p(A \cap B) = p(B|A) \cdot p(A)$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) P(A)}{P(B)}$$

*¡Teorema de Bayes!*



# Teorema de Bayes en acción:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) P(A)}{P(B)}$$



# Teorema de Bayes en acción:

- **Probabilidad Posterior:** La probabilidad de un evento A, dada la evidencia B.

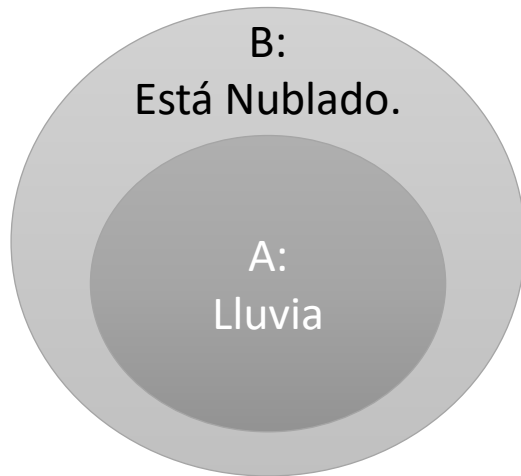
$$P(A|B) = \frac{P(B|A) P(A)}{P(B)}$$



# Teorema de Bayes en acción:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) P(A)}{P(B)}$$

- **Probabilidad Posterior:** La probabilidad de un evento A, dada la evidencia B.
  - La probabilidad de que llueva dado que está nublado.



# Teorema de Bayes en acción:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

- **Probabilidad Posterior:** La probabilidad de un evento A, dada la evidencia B.
- **Probabilidad prior:** La probabilidad del evento A, con independencia de la observación de B



# Teorema de Bayes en acción:

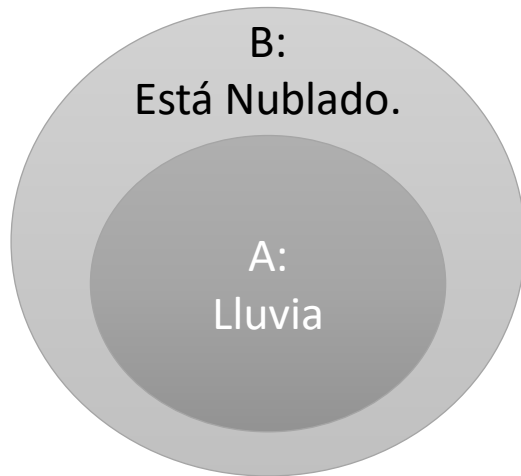
$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

- **Probabilidad Posterior:** La probabilidad de un evento A, dada la evidencia B.
- **Probabilidad prior:** La probabilidad del evento A, con independencia de la observación de B
  - La probabilidad de que llueva



# Teorema de Bayes en acción:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$



- **Probabilidad Posterior:** La probabilidad de un evento A, dada la evidencia B.
- **Probabilidad prior:** La probabilidad del evento A, con independencia de la observación de B
- **Verosimilitud:** La probabilidad de observar la evidencia B, cuando el evento A ocurre.

# Teorema de Bayes en acción:

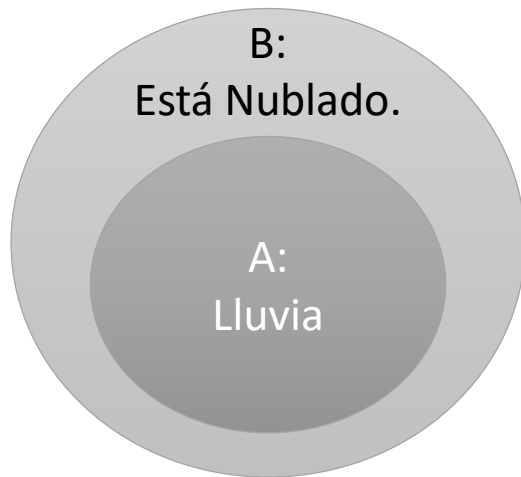
$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$



- **Probabilidad Posterior:** La probabilidad de un evento A, dada la evidencia B.
- **Probabilidad prior:** La probabilidad del evento A, con independencia de la observación de B
- **Verosimilitud:** La probabilidad de observar la evidencia B, cuando el evento A ocurre.
  - La probabilidad de que el cielo esté nublado, dado que está lloviendo

# Teorema de Bayes en acción:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

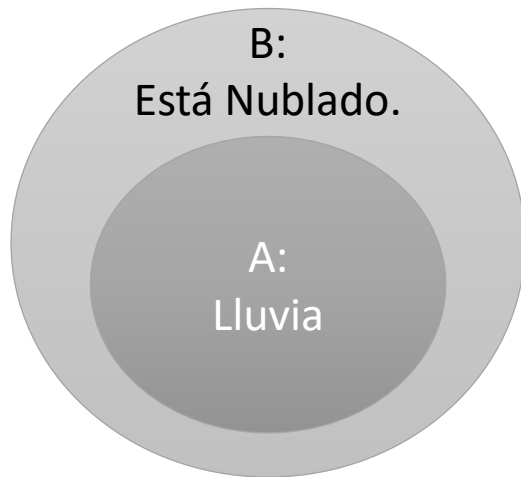


- **Probabilidad Posterior:** La probabilidad de un evento A, dada la evidencia B.
- **Probabilidad prior:** La probabilidad del evento A, con independencia de la observación de B
- **Verosimilitud:** La probabilidad de observar la evidencia B, cuando el evento A ocurre.
- **Verosimilitud marginal:** La probabilidad de observar la evidencia, con independencia de su relación con A.



# Teorema de Bayes en acción:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$



- **Probabilidad Posterior:** La probabilidad de un evento A, dada la evidencia B.
- **Probabilidad prior:** La probabilidad del evento A, con independencia de la observación de B
- **Verosimilitud:** La probabilidad de observar la evidencia B, cuando el evento A ocurre.
- **Verosimilitud marginal:** La probabilidad de observar la evidencia, con independencia de su relación con A.
  - La probabilidad de que esté nublado

# ¿Qué implica decir 'Bayesiano'?

Hay una actualización constante de la información que me permite reducir mi incertidumbre respecto a la probabilidad de ocurrencia de un evento X.

# Ejemplo: Reclamo de equipaje



- Tú y 99 personas más están esperando a recoger su equipaje.
- Tu maleta es muy común: el 5% de los pasajeros tiene una igual.

# Ejemplo: Reclamo de equipaje



- Tú y 99 personas más están esperando a recoger su equipaje.
- Tu maleta es muy común: el 5% de los pasajeros tiene una igual.

Al salir la primer maleta, esta se ve como la tuya. Varias personas comienzan a hacer ademán de recogerla, pero, ¿Cuál es la probabilidad de que de hecho sea **tu maleta**?

# Teorema de Bayes en acción:



- Tú y 99 personas más están esperando a recoger su equipaje.
- Tu maleta es muy común: el 5% de los pasajeros tiene una igual.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) P(A)}{P(B)}$$



# Teorema de Bayes en acción:



- Tú y 99 personas más están esperando a recoger su equipaje.
- Tu maleta es muy común: el 5% de los pasajeros tiene una igual.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) P(A)}{P(B)}$$

A ->

B ->

# Teorema de Bayes en acción:



- Tú y 99 personas más están esperando a recoger su equipaje.
- Tu maleta es muy común: el 5% de los pasajeros tiene una igual.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) P(A)}{P(B)}$$

A -> La maleta es mía

B ->

# Teorema de Bayes en acción:



- Tú y 99 personas más están esperando a recoger su equipaje.
- Tu maleta es muy común: el 5% de los pasajeros tiene una igual.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) P(A)}{P(B)}$$

A -> La maleta es mía

B -> La maleta **se ve** como la mía



# Teorema de Bayes en acción:



- Tú y 99 personas más están esperando a recoger su equipaje.
- Tu maleta es muy común: el 5% de los pasajeros tiene una igual.

- **Probabilidad Posterior:**

- **Probabilidad prior:**

- **Verosimilitud:**

- **Verosimilitud marginal:**

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

# Teorema de Bayes en acción:



- Tú y 99 personas más están esperando a recoger su equipaje.
- Tu maleta es muy común: el 5% de los pasajeros tiene una igual.

- **Probabilidad Posterior:**

$P(\text{Mi maleta} | \text{Se ve como mi maleta})$

- **Probabilidad prior:**

- **Verosimilitud:**

- **Verosimilitud marginal:**

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

# Teorema de Bayes en acción:



- Tú y 99 personas más están esperando a recoger su equipaje.
- Tu maleta es muy común: el 5% de los pasajeros tiene una igual.

- **Probabilidad Posterior:**

$P(\text{Mi maleta} | \text{Se ve como mi maleta})$

- **Probabilidad prior:**

$P(\text{Mi maleta})$

- **Verosimilitud:**

- **Verosimilitud marginal:**

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$



# Teorema de Bayes en acción:



- Tú y 99 personas más están esperando a recoger su equipaje.
- Tu maleta es muy común: el 5% de los pasajeros tiene una igual.

- **Probabilidad Posterior:**

$P(\text{Mi maleta} | \text{Se ve como mi maleta})$

- **Probabilidad prior:**

$P(\text{Mi maleta})$

- **Verosimilitud:**

- **Verosimilitud marginal:**

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

# Teorema de Bayes en acción:



$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

- Tú y 99 personas más están esperando a recoger su equipaje.
- Tu maleta es muy común: el 5% de los pasajeros tiene una igual.

- **Probabilidad Posterior:**

$P(\text{Mi maleta} | \text{Se ve como mi maleta})$

- **Probabilidad prior:**

$$P(\text{Mi maleta}) = \frac{1}{100} = 0.01$$

- **Verosimilitud:**

- **Verosimilitud marginal:**

# Teorema de Bayes en acción:



$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

- Tú y 99 personas más están esperando a recoger su equipaje.
- Tu maleta es muy común: el 5% de los pasajeros tiene una igual.
- **Probabilidad Posterior:**  
 $P(\text{Mi maleta} | \text{Se ve como mi maleta})$
- **Probabilidad prior:**  
 $P(\text{Mi maleta}) = \frac{1}{100} = 0.01$
- **Verosimilitud:**  
 $P(\text{Se vea como mi maleta} | \text{es mi maleta})$
- **Verosimilitud marginal:**



# Teorema de Bayes en acción:



$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

- Tú y 99 personas más están esperando a recoger su equipaje.
- Tu maleta es muy común: el 5% de los pasajeros tiene una igual.

- **Probabilidad Posterior:**

$P(\text{Mi maleta} | \text{Se ve como mi maleta})$

- **Probabilidad prior:**

$$P(\text{Mi maleta}) = \frac{1}{100} = 0.01$$

- **Verosimilitud:**

$P(\text{Se vea como mi maleta} | \text{es mi maleta})$

- **Verosimilitud marginal:**

# Teorema de Bayes en acción:



$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

- Tú y 99 personas más están esperando a recoger su equipaje.
- Tu maleta es muy común: el 5% de los pasajeros tiene una igual.

- **Probabilidad Posterior:**

$P(\text{Mi maleta} | \text{Se ve como mi maleta})$

- **Probabilidad prior:**

$$P(\text{Mi maleta}) = \frac{1}{100} = 0.01$$

- **Verosimilitud:**

$P(\text{Se vea como mi maleta} | \text{es mi maleta}) = 1$

- **Verosimilitud marginal:**



# Teorema de Bayes en acción:



$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

- Tú y 99 personas más están esperando a recoger su equipaje.
- Tu maleta es muy común: el 5% de los pasajeros tiene una igual.

- **Probabilidad Posterior:**

$P(\text{Mi maleta} | \text{Se ve como mi maleta})$

- **Probabilidad prior:**

$$P(\text{Mi maleta}) = \frac{1}{100} = 0.01$$

- **Verosimilitud:**

$P(\text{Se vea como mi maleta} | \text{es mi maleta}) = 1$

- **Verosimilitud marginal:**

$P(\text{Se vea como mi maleta})$

# Teorema de Bayes en acción:



$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

- Tú y 99 personas más están esperando a recoger su equipaje.
- Tu maleta es muy común: el 5% de los pasajeros tiene una igual.

- **Probabilidad Posterior:**

$P(\text{Mi maleta} | \text{Se ve como mi maleta})$

- **Probabilidad prior:**

$$P(\text{Mi maleta}) = \frac{1}{100} = 0.01$$

- **Verosimilitud:**

$P(\text{Se vea como mi maleta} | \text{es mi maleta}) = 1$

- **Verosimilitud marginal:**

$P(\text{Se vea como mi maleta})$

# Teorema de Bayes en acción:



$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

- Tú y 99 personas más están esperando a recoger su equipaje.
- Tu maleta es muy común: el 5% de los pasajeros tiene una igual.

- **Probabilidad Posterior:**

$P(\text{Mi maleta} | \text{Se ve como mi maleta})$

- **Probabilidad prior:**

$$P(\text{Mi maleta}) = \frac{1}{100} = 0.01$$

- **Verosimilitud:**

$$P(\text{Se vea como mi maleta} | \text{es mi maleta}) = 1$$

- **Verosimilitud marginal:**

$$P(\text{Se vea como mi maleta}) = 0.05$$





# Teorema de Bayes en acción:



$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

- Tú y 99 personas más están esperando a recoger su equipaje.
- Tu maleta es muy común: el 5% de los pasajeros tiene una igual.

- **Probabilidad Posterior:**

$P(\text{Mi maleta} | \text{Se ve como mi maleta})$

- **Probabilidad prior:**

$$P(\text{Mi maleta}) = \frac{1}{100} = 0.01$$

- **Verosimilitud:**

$P(\text{Se vea como mi maleta} | \text{es mi maleta}) = 1$

- **Verosimilitud marginal:**

$P(\text{Se vea como mi maleta}) = \text{Probabilidad general} + \text{Probabilidad sabiendo que mi maleta de hecho está ahí}$

# Verosimilitud marginal

La probabilidad de que la evidencia acompañe a cualquier estado posible del mundo.

La probabilidad de que la evidencia se presente siendo mi maleta + la probabilidad de que la evidencia se presente en el mundo **no** siendo mi maleta

# Verosimilitud marginal





# Verosimilitud marginal

Hay un 0.05 de probabilidad de que si yo tomo una maleta al azar de este montón, sea el mismo modelo que mi maleta.





# Verosimilitud marginal





# Verosimilitud marginal

La probabilidad ha incrementado un poco dado que sé por seguro que una de las maletas es mía y tiene que ser del mismo modelo.



Verosimilitud marginal

$$\sum_i p(A_i \cap B)$$

# Teorema de Bayes en acción:



$$P(A|B) = \frac{p(B|A)p(A)}{p(B)} = p(\text{Mi maleta} | \text{Aparencia}) = \frac{(1)(0.01)}{0.05}$$

- **Probabilidad Posterior:**

$P(\text{Mi maleta} | \text{Se ve como mi maleta})$

- **Probabilidad prior:**

$$P(\text{Mi maleta}) = \frac{1}{100} = 0.01$$

- **Verosimilitud:**

$$P(\text{Se vea como mi maleta} | \text{es mi maleta}) = 1$$

- **Verosimilitud marginal:**

$$P(\text{Se vea como mi maleta}) = 0.05$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$



# Teorema de Bayes en acción:



$$P(A|B) = \frac{p(B|A)p(A)}{p(B)} = p(\text{Mi maleta} | \text{Aparencia}) = \frac{(1)(0.01)}{0.05}$$

$$p(\text{Mi maleta} | \text{Aparencia}) = \frac{0.01}{0.05}$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

# Teorema de Bayes en acción:



$$P(A|B) = \frac{p(B|A)p(A)}{p(B)} = p(\text{Mi maleta} | \text{Aparencia}) = \frac{(1)(0.01)}{0.05}$$

$$p(\text{Mi maleta} | \text{Aparencia}) = \frac{0.01}{0.05} = 0.2$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

# Teorema de Bayes en acción:



Imaginemos que seguimos esperando en el aeropuerto. Cuando **sólo quedan 20 personas** (incluidas nosotras), sale otra maleta que se ve como la nuestra. ¿Cuál es la probabilidad de que sea nuestra en esta ocasión?

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

# Teorema de Bayes en acción:



Imaginemos que seguimos esperando en el aeropuerto. Cuando **sólo quedan 20 personas** (incluidas nosotras), sale otra maleta que se ve como la nuestra. ¿Cuál es la probabilidad de que sea nuestra en esta ocasión?

- **Probabilidad Posterior:**

$P(\text{Mi maleta} | \text{Se ve como mi maleta})$

- **Probabilidad prior:**

$$P(\text{Mi maleta}) = \frac{1}{100} = 0.01$$

- **Verosimilitud:**

$P(\text{Se vea como mi maleta} | \text{es mi maleta}) = 1$

- **Verosimilitud marginal:**

$P(\text{Se vea como mi maleta}) = 0.05$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$



# Teorema de Bayes en acción:



Imaginemos que seguimos esperando en el aeropuerto. Cuando **sólo quedan 20 personas** (incluidas nosotras), sale otra maleta que se ve como la nuestra. ¿Cuál es la probabilidad de que sea nuestra en esta ocasión?

- **Probabilidad Posterior:**

$P(\text{Mi maleta} | \text{Se ve como mi maleta})$

- **Probabilidad prior:**

$$P(\text{Mi maleta}) = \frac{1}{100} = 0.01$$

- **Verosimilitud:**

$$P(\text{Se vea como mi maleta} | \text{es mi maleta}) = 1$$

- **Verosimilitud marginal:**

$$P(\text{Se vea como mi maleta}) = 0.05$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$



# Teorema de Bayes en acción:



Imaginemos que seguimos esperando en el aeropuerto. Cuando **sólo quedan 20 personas** (incluidas nosotras), sale otra maleta que se ve como la nuestra. ¿Cuál es la probabilidad de que sea nuestra en esta ocasión?

- **Probabilidad Posterior:**

$P(\text{Mi maleta} | \text{Se ve como mi maleta})$

- **Probabilidad prior:**

$$P(\text{Mi maleta}) = \frac{1}{20} = 0.05$$

- **Verosimilitud:**

$$P(\text{Se vea como mi maleta} | \text{es mi maleta}) = 1$$

- **Verosimilitud marginal:**

$$P(\text{Se vea como mi maleta}) = 0.05$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

# Teorema de Bayes en acción:



$$P(A|B) = \frac{p(B|A)p(A)}{p(B)} = p(\text{Mi maleta} | \text{Aparencia}) = \frac{(1)(0.05)}{0.05}$$

$$p(\text{Mi maleta} | \text{Aparencia}) = \frac{0.05}{0.05} = 1$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

# Teorema de Bayes en acción:



$$P(A|B) = \frac{p(B|A)p(A)}{p(B)} = p(\text{Mi maleta} | \text{Aparencia}) = \frac{(1)(0.01)}{0.05}$$

$$p(\text{Mi maleta} | \text{Aparencia}) = \frac{0.01}{0.05} = 0.2$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$