> Exámen de Adrian Alejandro González Domínguez [359834]
> Lunes 15 de abril del 2024.

Pregunta 1. Ejercicio 1: Modelo algrebráico.

$Maximizar Z = 8x_1 + 6x_2$

Sujeto a

$R_1 \to 2x_1 + 8x_2 \leq 24$

$R_2 \to 3x_1 + 4x_2 \leq 18$

$R_3 \to x_1, x_2 \geq 0$

Definir ecuaciones

$R_1 \to 2x_1 + 8x_2 + s_1 = 24$

$R_2 \to 3x_1 + 4x_2 + s_2 = 28$

$m = 2, n = 4$

a)

Determine cuantos puntos de esquina se tienen en el modelo.

$C_m^n = \frac{n!}{m(n-m)!} = \frac{4!}{2(4-2)!} = 6$

b)

Identifique el valor de m y n, posteriormente defina las variables básicas y no básicas del modelo

$m = 2, n = 4$

$V_N B$	V_B	PE
x_1, x_2	s_1, s_2	A
x_1, s_1	x_2, s_2	B
x_1, s_2	x_2, s_1	C
x_2, s_1	x_1, s_2	D

$V_N B$	V_B	PE
x_2, s_2	x_1, s_1	E
s_1, s_2	x_1, x_2	F

c)

Determine si los puntos de esquina son factibles

Punto A

$x_1, x_2 = 0$

$R_1 \to 2x_1 + 8x_2 + s_1 = 24$

$R_1 \to 2(0) + 8(0) + s_1 = 24$

$R_1 \to s_1 = 24$

$R_2 \to 3x_1 + 4x_2 + s_2 = 28$

$R_2 \to 3(0) + 4(0) + s_2 = 28$

$R_2 \to s_2 = 28$

Punto B

$x_1, s_1 = 0$

$R_1 \to 2x_1 + 8x_2 + s_1 = 24$

$R_1 \to 2(0) + 8x_2 + (0) = 24$

$R_1 \to x_2 = \frac{24}{8} = 3 $

$R_2 \to 3x_1 + 4x_2 + s_2 = 28$

$R_2 \to 3(0) + 4(3) + s_2 = 28$

$R_2 \to 12 + s_2 = 28$

$R_2 \to s_2 = 28 - 12 = 16$

Punto C

$x_1, s_2 = 0$

$R_1 \rightarrow 2x_1 + 8x_2 + s_1 = 24$

$R_1 \rightarrow 2(0) + 8x_2 + s_1 = 24$

$R_2 \rightarrow 3x_1 + 4x_2 + s_2 = 28$

$R_2 \rightarrow 3(0) + 4x_2 + (0) = 28$

$R_2 \rightarrow x_2 = \frac{28}{4} = 7$

$R_1 \rightarrow 8(7) + s_1 = 24$

$R_1 \rightarrow 56 + s_1 = 24$

$R_1 \rightarrow s_1 = 24 - 56 = -32$

Punto D

$x_2, s_1 = 0$

$R_1 \rightarrow 2x_1 + 8x_2 + s_1 = 24$

$R_1 \rightarrow 2x_1 + 8(0) + (0) = 24$

$R_1 \rightarrow x_1 = \frac{24}{2} = 12$

$R_2 \rightarrow 3x_1 + 4x_2 + s_2 = 28$

$R_2 \rightarrow 3(12) + 4(0) + s_2 = 28$

$R_2 \rightarrow 36 + s_2 = 28$

=$R_2 \rightarrow s_2 = 28 - 36 = -8$=

Punto E

$x_2, s_2 = 0$

$R_1 \rightarrow 2x_1 + 8x_2 + s_1 = 24$

$R_1 \rightarrow 2x_1 + 8(0) + s_1 = 24$

$R_2 \rightarrow 3x_1 + 4x_2 + s_2 = 28$

$R_2 \rightarrow 3x_1 + 4(0) + (0) = 28$

$R_2 \rightarrow x_1 = \frac{28}{3}$

$R_1 \rightarrow 2(\frac{28}{3}) + s_1 = 24$

$R_1 \rightarrow \frac{56}{3} + s_1 = 24$

$R_1 \rightarrow s_1 = 24 - \frac{56}{3} = \frac{72-56}{3} = \frac{16}{3}$

Punto F

$s_1, s_2 = 0$

$R_1 \rightarrow 2x_1 + 8x_2 + s_1 = 24$

$R_1 \rightarrow 2x_1 + 8x_2 + (0) = 24$

$R_1 \rightarrow 2x_1 + 8x_2 = 24$

$R_1 \rightarrow x_2 = \frac{24-2x_1}{8} = 3 - \frac{x_1}{4}$

$R_2 \rightarrow 3x_1 + 4x_2 + s_2 = 28$

$R_2 \rightarrow 3x_1 + 4x_2 = 28$

$R_2 \rightarrow 3x_1 + 4(3 - \frac{x_1}{4}) = 28$

$R_2 \rightarrow 3x_1 + 12 - x_1 = 28$

$R_2 \rightarrow 2x_1 = 28 - 12 = 16$

$R_2 \rightarrow x_1 = \frac{16}{2} = 8$

$R_1 \rightarrow x_2 = 3 - \frac{(8)}{4} = 3 - 2 = 1$

$V_N B$	V_B	**Solución básica**	PE	**Factible**
x_1, x_2	s_1, s_2	$24, 28$	A	Sí
x_1, s_1	x_2, s_2	$3, 16$	B	Sí
x_1, s_2	x_2, s_1	$7, -32$	C	No
x_2, s_1	x_1, s_2	$12, -8$	D	No
x_2, s_2	x_1, s_1	$\frac{28}{3}, \frac{16}{3}$	E	Sí
s_1, s_2	x_1, x_2	$8, 1$	F	Sí

d)

Obtenga el valor de z para aquellos puntos de esquina factibles.

V_NB	V_B	**Solución básica**	PE	**Factible**	$Z = 8x_1 + 6x_2$
x_1, x_2	s_1, s_2	$24, 28$	A	Sí	$Z = 0$
x_1, s_1	x_2, s_2	$3, 16$	B	Sí	$Z = 120$
x_2, s_2	x_1, s_1	$\frac{28}{3}, \frac{16}{3}$	E	Sí	$Z = \frac{320}{3} \approx 106.66$
s_1, s_2	x_1, x_2	$8, 1$	F	Sí	$Z = 70$

Pregunta 2. Ejercicio 2: Método Simplex

Instrucciones. Considerando el modelo y utilizando el desarrollo del método Simplex, obtenga la tabla inicial,
tablas intermedias y la tabla óptima así como su interpretación.

$Maximizarz = 3x1 + 6x2$

Sujeto a

$5x_1 + 4x_2 <= 20$

$-x_1 + x_2 <= 1$

$x_1 - 2x_2 <= 2$

$x_1, x_2 >= 0$

Definir ecuaciones

$z - 3x1 - 6x2 = 0$

$5x_1 + 4x_2 + s_1 \leq 20$

$-x_1 + x_2 + s_2 \leq 1$

$x_1 - 2x_2 + s_3 \leq 2$

Definir variables básicas y nó basicas

Para el PE inicial (A), las holguras son las variables básicas.

V_B	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	$Solución$
Z	1	-3	-6	0	0	0	0
s_1	0	5	4	1	0	0	20
s_2	0	-1	1	0	1	0	1

V_B	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	$Solución$
s_3	0	1	-2	0	0	1	2

Primera iteración

Variable de entrada

La variable de entrada V_E es x_2

V_B	**Columna V_E**	$Solución$	**Relación mínima**	**¿Factible?**
s_1	4	20	$\frac{20}{4} = 5$	Sí
s_2	1	1	$\frac{1}{1} = 1$	Sí
s_3	-2	2	$\frac{2}{-2} = -1$	No

La variable pivote V_P es s_2

Actualizar fila pivote

$\text{Valor divisor} = 1$

$s_2 \rightarrow x_2$

V_B	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	$Solución$
x_2	0	-1	1	0	1	0	1

V_B	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	$Solución$
Z	1	-3	-6	0	0	0	0
s_1	0	5	4	1	0	0	20
x_2	0	-1	1	0	1	0	1
s_3	0	1	-2	0	0	1	2

Actualizar las demás filas

Actualizar Z

V_B	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	$Solución$
Z	1	-3	-6	0	0	0	0
x_2	0	-1	1	0	1	0	1
$-6x_2$	0	6	-6	0	-6	0	-6
$Z = Z - (-6x_2)$	1	-9	0	0	6	0	6

Actualizar s_1

V_B	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	$Solución$
s_1	0	5	4	1	0	0	20
x_2	0	-1	1	0	1	0	1
$4x_2$	0	-4	4	0	4	0	4
$s_1 = s_1 - 4x_2$	0	9	0	1	-4	0	16

Actualizar s_3

V_B	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	$Solución$
s_3	0	1	-2	0	0	1	2
x_2	0	-1	1	0	1	0	1
$-2x_2$	0	2	-2	0	-2	0	-2
$s_3 = s_3 - (-2x_2)$	0	-1	0	0	2	1	4

Actualizar tabla con filas actualizadas

V_B	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	$Solución$
Z	1	-9	0	0	6	0	6
s_1	0	9	0	1	-4	0	16
x_2	0	-1	1	0	1	0	1
s_3	0	-1	0	0	2	1	4

Este PE es B.

Segunda iteración

Variable de entrada

La variable de entrada V_E es x_1

V_B	**Columna V_E**	$Solución$	**Relación mínima**	**¿Factible?**
s_1	9	16	$\frac{16}{9}$	Sí
x_2	-1	1	$\frac{1}{-1} = -1$	No
s_3	-1	4	$\frac{4}{-1} = -4$	No

La variable pivote V_P es s_1

Actualizar fila pivote

Valor divisor $= 9$

$s_1 \rightarrow x_1$

V_B	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	$Solución$
x_1	0	$\frac{9}{9} = 1$	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{-4}{9}$	0	$\frac{16}{9}$

V_B	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	$Solución$
Z	1	-9	0	0	6	0	6
x_1	0	1	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{-4}{9}$	0	$\frac{16}{9}$
x_2	0	-1	1	0	1	0	1
s_3	0	-1	0	0	2	1	4

Actualizar las demás filas

Actualizar Z

V_B	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	$Solución$
Z	1	-9	0	0	6	0	6
x_1	0	1	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{-4}{9}$	0	$\frac{16}{9}$
$-9x_1$	0	-9	0	-1	4	0	-16
$Z = Z - (-9x_1)$	1	0	0	1	2	0	22

Actualizar x_2

V_B	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	$Solución$
x_2	0	-1	1	0	1	0	1
x_1	0	1	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{-4}{9}$	0	$\frac{16}{9}$
$-1x_1$	0	-1	0	$\frac{-1}{9}$	$\frac{4}{9}$	0	$\frac{-16}{9}$
$x_2 = x_2 - (-1x_1)$	0	0	1	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{9}$	0	$\frac{25}{9}$

Actualizar x_2

V_B	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	$Solución$
s_3	0	-1	0	0	2	1	4
x_1	0	1	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{-4}{9}$	0	$\frac{16}{9}$
$-1x_1$	0	-1	0	$\frac{-1}{9}$	$\frac{4}{9}$	0	$\frac{-16}{9}$

V_B	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	$Solución$
$s_3 = s_3 - (-1x_1)$	0	0	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{14}{9}$	1	$\frac{52}{9}$

Actualizar tabla con filas actualizadas

V_B	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	$Solución$
Z	1	0	0	1	2	0	22
x_1	0	1	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{-4}{9}$	0	$\frac{16}{9}$
x_2	0	0	1	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{9}$	0	$\frac{25}{9}$
s_3	0	0	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{14}{9}$	1	$\frac{52}{9}$

Este PE es C. Dado que ya no hay más variables que impacten en la función Z, encontramos su máximo valor, es decir 22.

El punto C se encuentra en $x_1 = \frac{16}{9}, x_2 0 \frac{25}{9}$.

Pregunta 3

Considerando el modelo

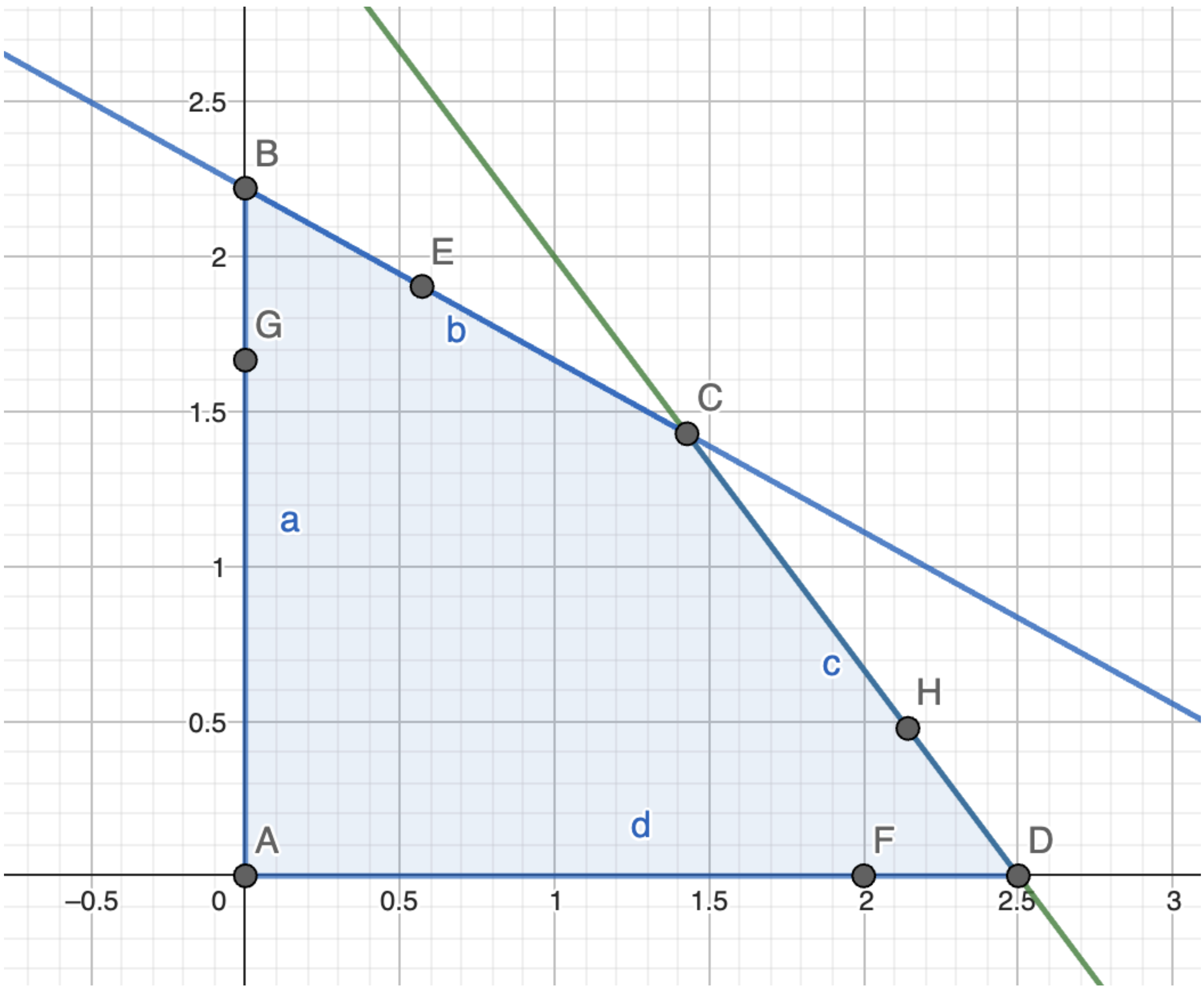
$Maximizar Z = 4x_1 + 6x_2$

Sujeto a

$4x_1 + 3x_2 \leq 10$

$5x_1 + 9x_2 \leq 20$

$x_1, x_2 \geq 0$



PE	$x_1, x_2	$Z = 4x_1 + 6x_2$
A	$0, 0$	0
B	$0, 2.22$	13.32
C	$1.42, 1.42$	14.2
D	$2.5, 0$	10

$4x_1 + 3x_2 \leq 8$

PE	$x_1, x_2	$Z = 4x_1 + 6x_2$
A	$0, 0$	0
B	$0, 2.22$	13.32
E	$0.57, 1.9$	13.68
F	$2, 0$	8

$\frac{14.2-13.68}{10-8} = \frac{0.52}{2} = 0.26$

PE	$x_1, x_2	4x_1 + 3x_2
B	$0, 2.22$	6.66
I	$4, 0$	16

$6.66 \leq \text{Disp. recurso 1} \leq 0.26$

Pregunta 8

Considerando el siguiente modelo PL

$Maximizarz = 3x_1 + 4x_2$

Sujeto a

$x_1 + 7x_2 \leq 8$

$2x_1 + 4x_2 \geq 12$

$x_1, x_2 \geq 0$

¿Cuantas variables de holgura, superavit y variables artificiales debe incluir el modelo?

$x_1 + 7x_2 + s_1 = 8$

$2x_1 + 4x_2 - S_1 + R_1 = 12$

Respuesta: 1 Holgura, 1 Superavit y 1 variable artificial

Pregunta 9

De acuerdo a método Simplex determine:

En la siguiente tabla Inicial, cual es la variable que se debe elegir como entrada y cuál es la variable de salida?, cuando se pretende máximizar z.

v.básicas	z	x1	x2	s1	s2	Solución
z	1	-6	-4	0	0	0
s1	0	2	1	1	0	14
s2	0	1	2	0	1	12

$\text{Variable de entrada} = x_1$

V_B	**Columna** V_E	$Solución$	**Relación mínima**	**¿Factible?**
s_1	2	14	$\frac{14}{2} = 7$	Sí
s_2	1	12	$\frac{12}{1} = 12$	Sí

Respuesta: x_1, s_1 **son las variables de entrada y salida**