Percepción y procesado de señales

Ejercicios

David Mera

Área de Lenguajes y Sistemas Informáticos
Departamento de Electrónica y Computación

Ejercicio

- Determina si las siguientes señales discretas son periódicas
  - En caso afirmativo obtener su período fundamental
  - $\cos\left(\frac{\pi n}{4}\right)$
  - $\cos\left(\frac{3\pi n}{8}\right)$
  - $5\cos n + \frac{\pi}{2}$
  - $2e^{j(\frac{n}{6}-\pi)}$
  - $e^{j(\frac{\pi}{6}n)}$

Repasar tema: Introducción al procesado de señales digitales. Pág.23

Ejercicio resuelto

- Determina si las siguientes señales discretas son periódicas
  - En caso afirmativo obtener su período fundamental
  - $\cos\left(\frac{\pi n}{4}\right)$ $(periódica\ N = 8)$
  - $\cos\left(\frac{3\pi n}{8}\right)$ $(periódica\ N = 16)$
  - $5\cos n + \frac{\pi}{2}$ $(aperiódica)$
  - $2e^{j(\frac{n}{6}-\pi)}$ $(aperiódica)$
  - $e^{j\left(\frac{\pi}{6}n\right)}(periódica\ N = 12)$

Ejercicio

- Obtén las componentes par e impar de la siguiente señal:
  - $x[n] = \{1,1,\underset{\uparrow}{2},3,3\}$
  - A modo de comprobación: la suma de las dos componentes tiene que generar la señal original

Repasar Tema 2. Señales en tiempo discreto. Pág. 50

Ejercicio resuelto

- Obtén las componentes par e impar de la siguiente señal:
  - $x[n] = \{1,1,\underset{\uparrow}{2},3,3\}$
  - Componente par: $x_e[n] = \frac{1}{2}\big[x[n] + x[-n]\big]$

$$x_e[n] = \{2,2,2,2,2\}$$

  - Componente impar: $x_o[n] = \frac{1}{2}[x[n] - x[-n]]$

$$x_o = \{-1,-1,0,1,1\}$$

Ejercicio

- Obtén la energía y la potencia media de las siguiente señales
- $x[n] = \left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]$
- $x[n] = 4e^{j\frac{1}{5}\pi n}$

Repasar Tema 2. Señales en tiempo discreto. Pág. 38

Repasar Tema 2. Señales en tiempo discreto. Pág. 48

Ejercicio resuelto

- Obtén la energía y la potencia media de las siguiente señales
- $x[n] = \left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]$

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\mathrm{x}[n]|^2 \qquad P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\mathrm{x}[n]|^2$$

$$E = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{2n} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^{n} = \frac{1}{1-\frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$$

$$P = 0$$

Repasar Tema 2. Señales en tiempo discreto. Pág. 38

Ejercicio resuelto

- Obtén la energía y la potencia media de las siguiente señales
- $x[n] = 4e^{j\frac{1}{5}\pi n}$
- ¿Es periódica? Sí

$$\omega = \frac{1}{5}\pi = 2\pi f_0 \qquad f_0 = \frac{1}{10} \qquad N = 10$$

- La energía de una señal periódica es infinita $E_{\tilde{x}} = \infty$
- La potencia media la calculo en un período

$$P_{\tilde{x}} = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{9} |\tilde{x}[n]|^2 \qquad = \frac{1}{10}\sum_{n=0}^{9} 4^2 = 4^2$$

Repasar Tema 2. Señales en tiempo discreto. Pág. 48

Ejercicio

- Clasifica la siguiente señal : $y[n] = \cos(x[n])$
- Estático o dinámico?
  - La salida no depende de las muestras anteriores o posteriores a n ?
- Lineal o no lineal?
  - Principio de superposición?
- Invariante o variante en el tiempo?
  - En un sistema invariante en el tiempo un desplazamiento en la secuencia de entrada provoca el mismo desplazamiendo en la secuencia de salida
- Causal o no causal?
  - La salida depende de las entradas pasadas o presentes pero no de las futuras
- Estable o inestable?
  - Toda entrada acotada produce una salida acotada?

Ejercicio

- Determina la transformada Z de las siguientes señales
- $x[n] = \{3,0,0,0,0,\underset{\uparrow}{6},1,-4\}$

$$X[z] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n}$$

- $x[n] = \delta[n+k], k > 0$
- $x[n] = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^n, & n \geq 5 \\ 0, & n \leq 4 \end{cases}$

Repasar Tema 4. Transformada Z. Pág. 1-26

Ejercicio resuelto

- Determina la transformada Z de las siguientes señales
- $x[n] = \{3,0,0,0,0,\underset{\uparrow}{6},1,-4\}$

$$X[z] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n}$$

$$X[z] = 3z^5 + 6 + z^{-1} - 4z^{-2}$$

$$ROC: plano\ z\ completo\ excepto\ z = 0\ y\ z = \infty$$

- $x[n] = \delta[n+k], k > 0$

$$X[z] = z^k$$

$$ROC: plano\ z\ completo\ excepto\ z = \infty$$

Ejercicio resuelto

- Determina la transformada Z de las siguientes señales

- $x[n] = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^n, & n \geq 5 \\ 0, & n \leq 4 \end{cases}$

$$X[z] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] z^{-n}$$

$$\sum_{n=5}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n z^{-n} = \sum_{n=5}^{\infty} \left(\frac{1}{2} z^{-1}\right)^n = \frac{\left(\frac{1}{2} z^{-1}\right)^5}{1 - \frac{1}{2} z^{-1}} = \frac{1}{32} \frac{z^{-5}}{1 - \frac{1}{2} z^{-1}}$$

$$ROC: \frac{1}{2} < |z|$$

Repasar Tema 4. Transformada Z. Pág. 1-26

Ejercicio

- Determina la transformada z de la siguiente señal
  - $x[n] = n(-1)^n u[n]$

$$x[n] \overset{z}{\longleftrightarrow} X[z]$$

$$x^1[n] = (-1)^n u[n]$$

$$nx[n] \overset{z}{\longleftrightarrow} -z\frac{dX[z]}{dz}$$

DIFERENCIACIÓN EN EL DOMINIO Z

$$X^1[z] = \frac{1}{1+z^{-1}}, \qquad ROC: |z| > 1$$

$$X[z] = -z\frac{d}{dz}\left[\frac{1}{1+z^{-1}}\right]$$

$$X[z] = -z\frac{z^{-2}}{(1+z^{-1})^2} = -\frac{z^{-1}}{(1+z^{-1})^2}$$

Repasar Tema 4. Transformada Z. Propiedades de la transformada

Ejercicios

- Convoluciona las siguientes señales empleando la transformada z
  - $x_1[n] = u[n]$
  - $x_2[n] = \delta[n] + \frac{1}{2}^n u[n]$

Repasar Tema 4. Transformada Z. Propiedades de la transformada

Ejercicio resultado

- Convoluciona las siguientes señales empleando la transformada z
  - $x_1[n] = u[n]$
  - $x_2[n] = \delta[n] + \frac{1}{2}^n u[n]$

$$X_1[z] = \frac{1}{1 - z^{-1}}, Roc\colon |z| > 1$$

$$\left.\begin{aligned} X_{2a}[z] &= 1 \\ X_{2b}[z] &= \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} \end{aligned}\right\} X_2[z] = 1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}$$

$$Y[z] = X_1[z]X_2[z]$$

Ejercicio resultado

$$Y[z] = X_1[z]X_2[z]$$

$$Y[z] = \frac{1}{1 - z^{-1}}\left[1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}\right] = \frac{1}{1 - z^{-1}}\left[\frac{1 - \frac{1}{2}z^{-1} + 1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}\right] = \frac{2 - \frac{1}{2}z^{-1}}{(1 - z^{-1})(1 - \frac{1}{2}z^{-1})}$$

Transformada z inversa – expansión en fracciones simples

$$\frac{Y[z]}{z} = \frac{2z - \frac{1}{2}}{(z - 1)(z - \frac{1}{2})} = \frac{A}{(z - 1)} + \frac{\mathrm{B}}{(z - \frac{1}{2})}$$

$$2z - \frac{1}{2} = A\left(z - \frac{1}{2}\right) + B(z - 1)$$

Para $z = 1,\ A = 3$

Para $z = \frac{1}{2}, B = -1$

Ejercicio resultado

$$Y[z] = X_1[z]X_2[z]$$

$$\frac{Y[z]}{z} = \frac{3}{(z-1)} - \frac{1}{(z-\frac{1}{2})}$$

$$Y[z] = \frac{3}{(1-z^{-1})} - \frac{1}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})}$$

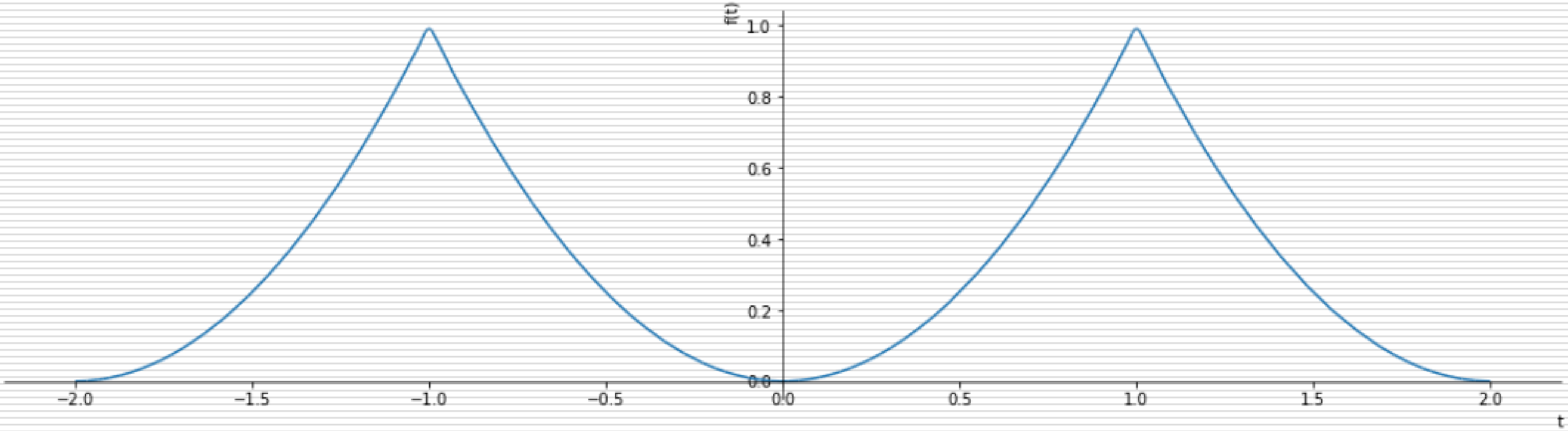
$$\mathrm{y[n]} = 3u[n] - \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

$$\mathrm{y[n]} = \left[3 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right] u[n]$$

Resultado de la convolución

Ejercicio

- Obtén los coeficientes de Fourier de la señal $\tilde{x}(t) = t^2$ definida sobre el intervalo [-1,1]



Repasar Tema 3. Dominio frecuencia. Pág: 16-47

Ejercicio resuelto

- Obtén los coeficientes de Fourier de la señal $\tilde{x}(t) = t^2$ definida sobre el intervalo [-1,1]

$$T = 2$$

$$F_0 = \frac{1}{2}$$

Ecuación de análisis

$$\boxed{c_n = \frac{1}{T_{\tilde{x}}}\int_{T_{\tilde{x}}} \tilde{x}(t)e^{-j2\pi nF_0 t}dt}$$

$$c_n = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} t^2 e^{-j2\pi nt/2}dt$$

$$c_0 = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{3}t^3\right]_{-1}^{1} \quad = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right] \quad = \frac{1}{3}$$

Ejercicio resuelto

- Obtén los coeficientes de Fourier de la señal $\tilde{x}(t) = t^2$ definida sobre el intervalo [-1,1]

$$T = 2 \qquad F_0 = \frac{1}{2}$$

Ecuación de análisis

$$\boxed{c_n = \frac{1}{T_{\tilde{x}}} \int_{T_{\tilde{x}}} \tilde{x}(t) e^{-j2\pi n F_0 t} dt}$$

$$c_n = \frac{1}{2} \int_{-1}^{1} t^2 e^{-j2\pi n t/2}\, dt$$

$$= \frac{1}{2} \int_{-1}^{1} t^2 e^{-j\pi n t} dt$$

Integramos por partes

$$u = t^2 \qquad dv = e^{-j\pi n t} dt$$

$$du = 2t\, dt \qquad v = \frac{e^{-j\pi n t}}{-j\pi n}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{t^2 e^{-j\pi n t}}{-j\pi n}\Big|_{-1}^{1} - \frac{2}{(-j\pi n)} \int_{-1}^{1} e^{-j\pi n} t\, dt\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{e^{-j\pi n} - e^{j\pi n}}{-j\pi n} - \frac{2}{(-j\pi n)} \int_{-1}^{1} e^{-j\pi n} t\, dt\right]$$

Ejercicio resuelto

- Obtén los coeficientes de Fourier de la señal $\tilde{x}(t) = t^2$ definida sobre el intervalo [-1,1]

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{e^{-j\pi n} - e^{j\pi n}}{-j\pi n} - \frac{2}{(-j\pi n)}\int_{-1}^{1} e^{-j\pi n} t \, dt\right]$$

Integramos por partes

$$u = t \qquad dv = e^{-j\pi n t} dt$$

$$du = dt \qquad v = \frac{e^{-j\pi n t}}{-j\pi n}$$

$$= -\frac{1}{2j\pi n}\left[e^{-j\pi n} - e^{j\pi n} - 2\int_{-1}^{1} e^{-j\pi n} t \, dt\right]$$

$$= -\frac{1}{2j\pi n}\left[e^{-j\pi n} - e^{j\pi n} - 2\left[\left.\frac{te^{-j\pi n t}}{-j\pi n}\right|_{-1}^{1} - \frac{1}{(-j\pi n)}\int_{-1}^{1} e^{-j\pi n t} dt\right]\right]$$

$$= -\frac{1}{2j\pi n}\left[e^{-j\pi n} - e^{j\pi n} - 2\left[\frac{e^{-j\pi n} + e^{j\pi n}}{-j\pi n} - \frac{1}{(-j\pi n)}\left[\left.\frac{e^{-j\pi n t}}{-j\pi n}\right|_{-1}^{1}\right]\right]\right]$$

Ejercicio resuelto

- Obtén los coeficientes de Fourier de la señal $\tilde{x}(t) = t^2$ definida sobre el intervalo [-1,1]

$$= -\frac{1}{2j\pi n}\left[e^{-j\pi n} - e^{j\pi n} - 2\left[\frac{e^{-j\pi n} + e^{j\pi n}}{-j\pi n} - \frac{1}{(-j\pi n)}\left[\left.\frac{e^{-j\pi n t}}{-j\pi n}\right|_{-1}^{1}\right]\right]\right]$$

$$= -\frac{1}{2j\pi n}\left[e^{-j\pi n} - e^{j\pi n} + \frac{2}{j\pi n}\left[e^{-j\pi n} + e^{j\pi n} - 1\left[\frac{(e^{-j\pi n} - e^{j\pi n})}{-j\pi n}\right]\right]\right]$$

$$= -\frac{1}{2j\pi n}\left[e^{-j\pi n} - e^{j\pi n} + \frac{2}{j\pi n}\left(e^{-j\pi n} + e^{j\pi n}\right) + \frac{2}{(j\pi n)^2}\left(e^{-j\pi n} - e^{j\pi n}\right)\right]$$

$$= +\frac{1}{2j\pi n}\left[e^{j\pi n} - e^{-j\pi n} - \frac{2}{j\pi n}\left(e^{-j\pi n} + e^{j\pi n}\right) + \frac{2}{(j\pi n)^2}\left(e^{j\pi n} - e^{-j\pi n}\right)\right]$$

Ejercicio resuelto

- Obtén los coeficientes de Fourier de la señal $\tilde{x}(t) = t^2$ definida sobre el intervalo [-1,1]

$$= \frac{1}{2j\pi n}\left[e^{j\pi n} - e^{-j\pi n} - \frac{2}{j\pi n}\left(e^{-j\pi n} + e^{j\pi n}\right) + \frac{2}{(j\pi n)^2}\left(e^{j\pi n} - e^{-j\pi n}\right)\right]$$

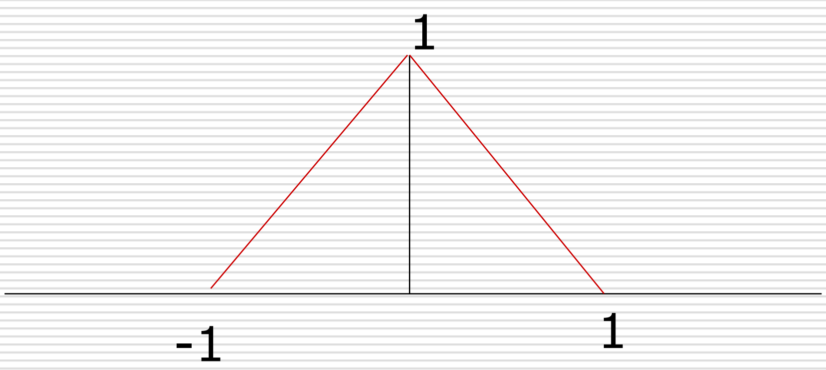
$$= \frac{1}{\pi n}\left(\frac{e^{j\pi n} - e^{-j\pi n}}{2j}\right) \overset{j^2}{+} \frac{2}{\pi^2 n^2}\left(\frac{e^{j\pi n} + e^{-j\pi n}}{2}\right) \overset{j^2}{-} \frac{2}{\pi^3 n^3}\left(\frac{e^{j\pi n} - e^{-j\pi n}}{2j}\right)$$

$$= \frac{1}{\pi n}\underbrace{\sin(\pi n)}_{0} + \frac{2}{\pi^2 n^2}\underbrace{\cos(\pi n)}_{-1^n} - \frac{2}{\pi^3 n^3}\underbrace{\sin(\pi n)}_{0}$$

$$c_n = \frac{2\,(-1^n)}{\pi^2 n^2}$$

Ejercicio

- Obtén la transformada de Fourier de la siguiente señal:



$$X(F) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi F}$$

$$x(t) = \begin{cases} 1 - |t|, & |t| \leq 1 \\ 0, & resto \end{cases}$$

Repasar Tema 3. Dominio frecuencia. Pág: 48-67

Ejercicio resuelto

- Obtén la transformada de Fourier de la siguiente señal:

$$x(t) = \begin{cases} 1 - |t|, & |t| \leq 1 \\ 0, & resto \end{cases}$$

$$X(F) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi Ft} dt$$

Integramos por partes

$$u = (1 \pm t) \qquad dv = e^{-j2\pi Ft} dt$$

$$du = \pm 1\, dt \qquad v = \frac{e^{-j2\pi Ft}}{-j2\pi F}$$

$$X(F) = \int_{-1}^{0} (1+t) e^{-j2\pi Ft} dt + \int_{0}^{1} (1-t) e^{-j2\pi Ft} dt$$

$$= \left[\frac{(1+t)e^{-j2\pi \mathrm{F}t}}{-j2\pi F} \Bigg|_{-1}^{0} + \frac{1}{j2\pi F} \left(\frac{e^{-j2\pi Ft}}{-j2\pi F} \Bigg|_{-1}^{0} \right) \right] + \left[\frac{(1-t)e^{-j2\pi Ft}}{-j2\pi F} \Bigg|_{0}^{1} - \frac{1}{j2\pi F} \left(\frac{e^{-j2\pi Ft}}{-j2\pi F} \Bigg|_{0}^{1} \right) \right]$$

Ejercicio resuelto

- Obtén la transformada de Fourier de la siguiente señal:

$$= \left[\left. \frac{(1+t)e^{-j2\pi Ft}}{-j2\pi F} \right|_{-1}^{0} + \frac{1}{j2\pi F} \left(\left. \frac{e^{-j2\pi Ft}}{-j2\pi F} \right|_{-1}^{0} \right) \right] + \left[\left. \frac{(1-t)e^{-j2\pi Ft}}{-j2\pi F} \right|_{0}^{1} - \frac{1}{j2\pi F} \left(\left. \frac{e^{-j2\pi Ft}}{-j2\pi F} \right|_{0}^{1} \right) \right]$$

$$\left[\frac{1}{-j2\pi F} + \frac{1}{j2\pi F} \left(\frac{1 - e^{j2\pi F}}{-j2\pi F} \right) \right] + \left[\frac{-1}{-j2\pi F} - \frac{1}{j2\pi F} \left(\frac{e^{-j2\pi F} - 1}{-j2\pi F} \right) \right]$$

$$\left[\cancel{\frac{1}{-j2\pi F}} + \frac{1}{4\pi^2 F^2} - \frac{e^{j2\pi F}}{4\pi^2 F^2} \right] + \left[\cancel{\frac{1}{j2\pi F}} - \frac{e^{-j2\pi F}}{4\pi^2 F^2} + \frac{1}{4\pi^2 F^2} \right]$$

$$\left[\frac{1}{4\pi^2 F^2} - \frac{e^{j2\pi F}}{4\pi^2 F^2} \right] + \left[- \frac{e^{-j2\pi F}}{4\pi^2 F^2} + \frac{1}{4\pi^2 F^2} \right] = \left[\frac{2}{4\pi^2 F^2} - \frac{1}{4\pi F^2} (e^{j2\pi F} + e^{-j2\pi F}) \right]$$

Ejercicio resuelto

- Obtén la transformada de Fourier de la siguiente señal:

$$\left[\frac{1}{4\pi^2F^2}-\frac{e^{j2\pi F}}{4\pi^2F^2}\right]+\left[-\frac{e^{-j2\pi F}}{4\pi^2F^2}+\frac{1}{4\pi^2F^2}\right]=\left[\frac{2}{4\pi^2F^2}-\frac{1}{4\pi^2F^2}\left(e^{j2\pi F}+e^{-j2\pi F}\right)\right]$$

$$1-\cos(\omega)=2\sin^2\left(\frac{\omega}{2}\right)$$

$$=\left[\frac{2}{4\pi^2F^2}-\frac{2\cos(2\pi F)}{4\pi^2F^2}\right]=\frac{2\,(1-\cos(2\,\pi F))}{4\pi^2F^2}$$

$$=\frac{4\sin^2\left(\frac{2\pi F}{2}\right)\frac{1}{4}}{4\pi^2F^2\,\frac{1}{4}}=\left(\frac{\sin\left(\frac{2\pi F}{2}\right)}{\frac{2\pi F}{2}}\right)^2=sinc^2\left(\frac{2\pi F}{2}\right)$$

$$\left(\frac{2\pi F}{2}\right)^2$$

Ejercicio

- Considerando la siguiente señal periódica:

$$x[n] = \{\ldots, 1,0,1,2,\underset{\uparrow}{3},2,1,0,1, \ldots\}$$

  - Obtener el espectro de módulo
  - Valida la relación de Parseval

$$c_k = \frac{1}{N}\sum_{0}^{N-1} x[n]e^{-j2\pi kn\frac{1}{N}}$$

Repasar Tema 3. Dominio frecuencia. Pág: 69-83

Ejercicio resuelto

- Considerando la siguiente señal periódica:

$$x[n] = \{\dots, 1,0,1,2,3,2,1,0,1, \dots\}$$

- Obtener el espectro de módulo
- Valida la relación de Parseval

$$c_k = \frac{1}{N}\sum_{0}^{N-1} x[n] e^{-j2\pi k n \frac{1}{N}}$$

$$c_k = \frac{1}{6}\left[3 + 2e^{-\frac{j2\pi k}{6}} + e^{-\frac{j4\pi k}{6}} + 0 + e^{-\frac{j8\pi k}{6}} + 2e^{-\frac{j10\pi k}{6}}\right]$$

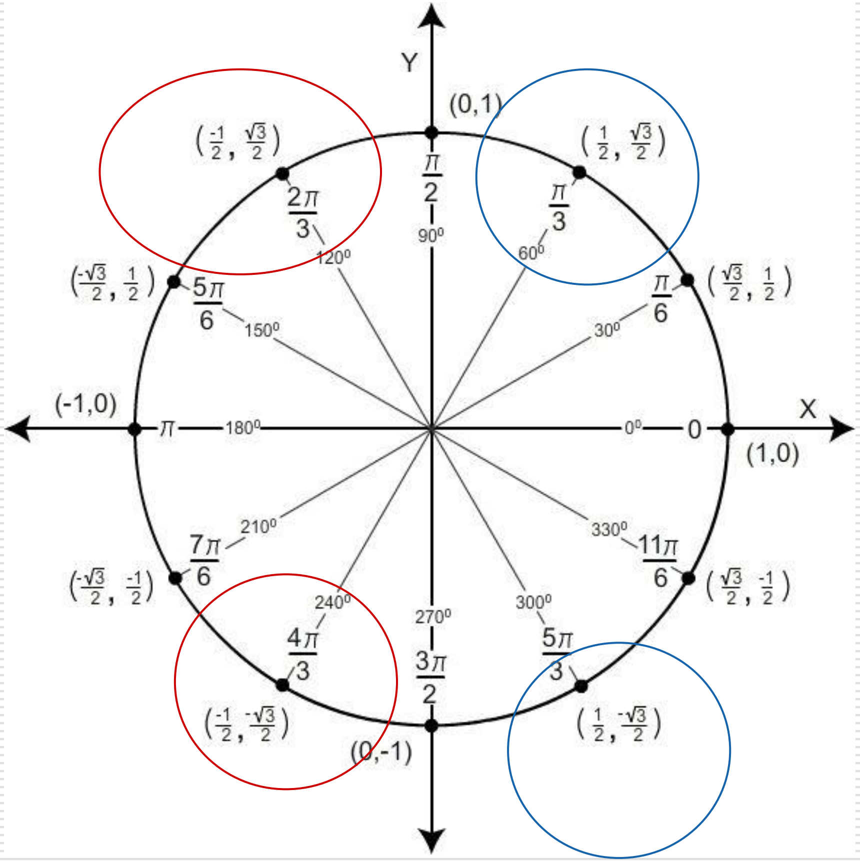
$$c_k = \frac{1}{6}\left[3 + 2\left(\cos\left(\frac{\pi k}{3}\right) - j\sin\left(\frac{\pi k}{3}\right)\right) + \left(\cos\left(\frac{2\pi k}{3}\right) - j\sin\left(\frac{2\pi k}{3}\right)\right) + \right.$$

$$\left.\left(\cos\left(\frac{4\pi k}{3}\right) - j\sin\left(\frac{4\pi k}{3}\right)\right) + 2\left(\cos\left(\frac{5\pi k}{3}\right) - j\sin\left(\frac{5\pi k}{3}\right)\right)\right]$$

Ejercicio resuelto

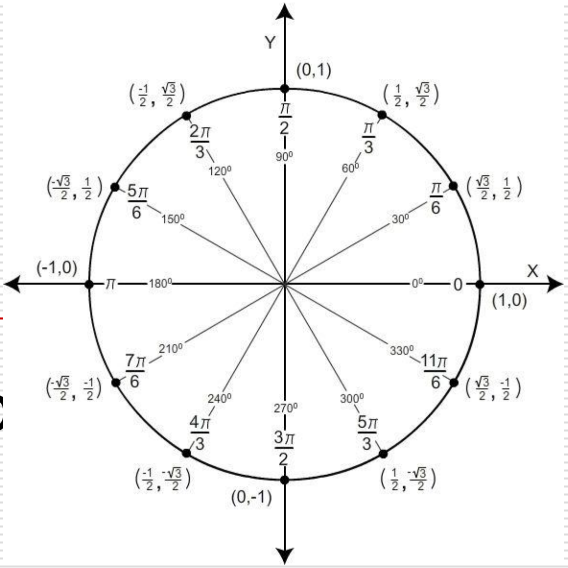
- Considerando la siguiente señal periódica:

$$x[n] = \{\dots, 1,0,1,2,3,2,1,0,1, \dots\}$$



Ejercicio resuelto

- Considerando la siguiente señal p



$$x[n] = \{\ldots, 1,0,1,2,3,2,1,0,1, \ldots\}$$

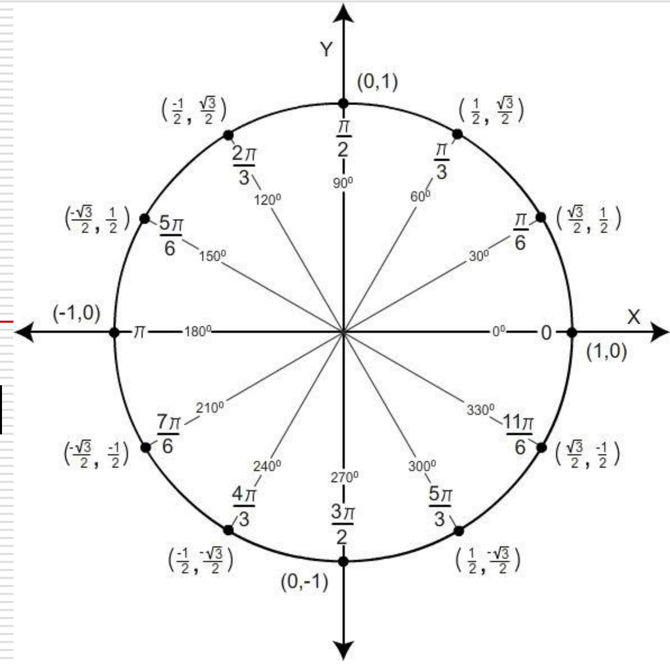
$$c_k = \frac{1}{6}\left[3 + 2\left(\cos\left(\frac{\pi k}{3}\right) - jsin\left(\frac{\pi k}{3}\right)\right) + \left(\cos\left(\frac{2\pi k}{3}\right) - jsin\left(\frac{2\pi k}{3}\right)\right) + \right.$$

$$\left.\left(\cos\left(\frac{4\pi k}{3}\right) - jsin\left(\frac{4\pi k}{3}\right)\right) + 2\left(\cos\left(\frac{5\pi k}{3}\right) - jsin\left(\frac{5\pi k}{3}\right)\right)\right]$$

$$c_k = \frac{1}{6}\left[3 + 4\cos\left(\frac{\pi k}{3}\right) + 2\cos\left(\frac{2\pi k}{3}\right)\right]$$

Ejercicio resuelto

- Considerando la siguiente señal



$$x[n] = \{\dots, 1,0,1,2,3,2,1,0,1, \dots\}$$

$$c_k = \frac{1}{6}\left[3 + 4\cos\left(\frac{\pi k}{3}\right) + 2\cos\left(\frac{2\pi k}{3}\right)\right]$$

$$c_0 = \frac{9}{6}$$

$$c_1 = \frac{1}{6}\left[3 + 4\frac{1}{2} + 2\left(-\frac{1}{2}\right)\right] = \frac{4}{6}$$

$$c_2 = \frac{1}{6}\left[3 + 4(-\frac{1}{2}) + 2\left(-\frac{1}{2}\right)\right] = 0$$

$$c_3 = \frac{1}{6}[3 - 4 + 2] = \frac{1}{6}$$

$$c_4 = \frac{1}{6}\left[3 + 4\left(-\frac{1}{2}\right) + 2(-\frac{1}{2})\right] = 0$$

$$c_5 = \frac{1}{6}\left[3 + 4\frac{1}{2} + 2\left(-\frac{1}{2}\right)\right] = \frac{4}{6}$$

Ejercicio resuelto

- Considerando la siguiente señal periódica:

$$x[n] = \{\dots, 1,0,1,2,3,2,1,0,1, \dots\}$$

  - Valida la relación de Parseval

$$P = \frac{1}{6}\sum_{n=0}^{5} |x[n]|^2 \qquad P = \frac{1}{6}[9+4+1+0+1+4] = \frac{19}{6}$$

$$P = \frac{1}{6}\sum_{k=0}^{5} |c_k|^2 \qquad P = \frac{1}{6}\left[\left(\frac{9}{6}\right)^2 + \left(\frac{4}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{4}{6}\right)^2\right] = \frac{19}{6}$$

Ejercicio

- Calcula la transformada de Fourier para la siguiente señal

$$x[n] = u[n] - u[n-6]$$

$$\mathrm{X}(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n}$$

Repasar Tema 3. Dominio frecuencia. Pág: 84-95

Ejercicio resuelto

- Calcula la transformada de Fourier para la siguiente señal

$$x[n] = u[n] - u[n-6]$$

$$\mathrm{X}(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n}$$

$$\mathrm{X}(\omega) = \sum_{n=0}^{5} e^{-j\omega n} \quad = \sum_{n=0}^{5} \left(e^{-j\omega}\right)^{n} \quad = \frac{1 - e^{-j\omega 6}}{1 - e^{-j\omega}}$$

Ejercicio

- Calcula la transformada de Fourier para la siguiente señal

$$x[n] = 2^n u[-n]$$

$$\mathrm{X}(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n}$$

Ejercicio resuelto

- Calcula la transformada de Fourier para la siguiente señal

$$x[n] = 2^n u[-n]$$

$$\mathrm{X}(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n}$$

$$\mathrm{X}(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{0} 2^n e^{-j\omega n} \quad = \sum_{n=0}^{\infty} 2^{-n} e^{j\omega n} \quad = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{e^{j\omega}}{2}\right)^n$$

$$= \frac{1}{1 - \frac{1}{2} e^{j\omega}} \quad = \frac{2}{2 - e^{j\omega}}$$