

	Señal, $x(n)$	Transformada z , $X(z)$	ROC
1	$\delta(n)$	1	Todo z
2	$u(n)$	$\frac{1}{1 - z^{-1}}$	$ z > 1$
3	$a^n u(n)$	$\frac{1}{1 - az^{-1}}$	$ z > a $
4	$na^n u(n)$	$\frac{az^{-1}}{(1 - az^{-1})^2}$	$ z > a $
5	$-a^n u(-n - 1)$	$\frac{1}{1 - az^{-1}}$	$ z < a $
6	$-na^n u(-n - 1)$	$\frac{az^{-1}}{(1 - az^{-1})^2}$	$ z < a $
7	$(\cos \omega_0 n)u(n)$	$\frac{1 - z^{-1} \cos \omega_0}{1 - 2z^{-1} \cos \omega_0 + z^{-2}}$	$ z > 1$
8	$(\sin \omega_0 n)u(n)$	$\frac{z^{-1} \sin \omega_0}{1 - 2z^{-1} \cos \omega_0 + z^{-2}}$	$ z > 1$
9	$(a^n \cos \omega_0 n)u(n)$	$\frac{1 - az^{-1} \cos \omega_0}{1 - 2az^{-1} \cos \omega_0 + a^2 z^{-2}}$	$ z > a $
10	$(a^n \sin \omega_0 n)u(n)$	$\frac{az^{-1} \sin \omega_0}{1 - 2az^{-1} \cos \omega_0 + a^2 z^{-2}}$	$ z > a $

Tabla 3.3. Algunas parejas comunes de transformadas z .

Ahora vamos a deducir muchas de las transformadas z que se emplean en muchas aplicaciones prácticas. Estas parejas de transformadas z se resumen en la Tabla 3.3 como referencia rápida. Una simple inspección de esta tabla demuestra que estas transformadas z son todas ellas *funciones racionales* (es decir, relaciones de polinomios en z^{-1}). Como pronto será evidente, las transformadas z racionales no sólo se emplean como transformadas z de varias señales importantes, sino también en la caracterización de sistemas LTI discretos en el tiempo descritos mediante ecuaciones en diferencias de coeficientes constantes.

3.3 Transformadas z racionales

Como se ha indicado en la Sección 3.2, una importante familia de transformadas z son aquellas para las que $X(z)$ es una función racional, es decir, una relación de dos polinomios en z^{-1} (o z). En esta sección, vamos a ver algunas cuestiones relacionadas con la clase de transformadas z racionales.

3.3.1 Polos y ceros

Los *ceros* de una transformada z $X(z)$ son los valores de z para los que $X(z) = 0$. Los *polos* de una transformada z son los valores de z para los que $X(z) = \infty$. Si $X(z)$ es una función racional, entonces

$$X(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \cdots + b_M z^{-M}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_N z^{-N}} = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^N a_k z^{-k}} \quad (3.3.1)$$