

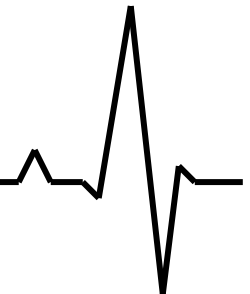
# Percepción y procesamiento de señales

---

## Tema 1: Introducción al procesamiento de señales digitales - Parte 1

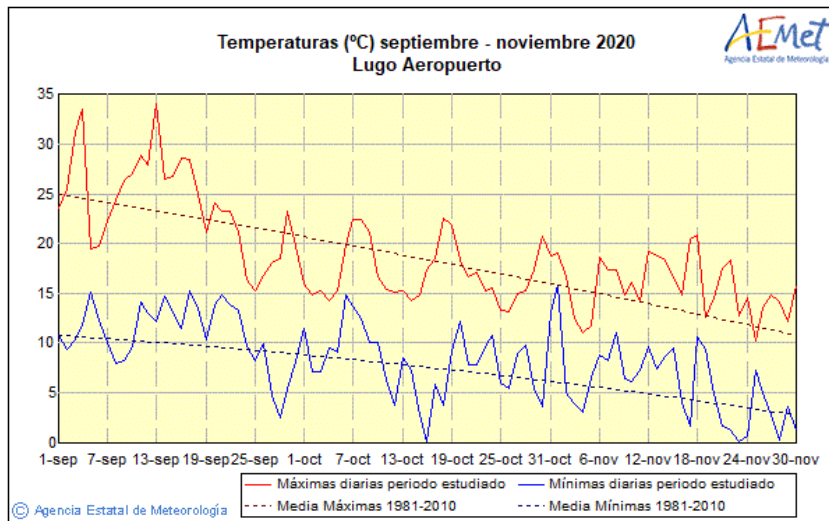
Marcos Boullón Magán

Área de Lenguajes y Sistemas  
Departamento de Electrónica y Computación



# Señal

- **La descripción de la evolución de un fenómeno físico**
- Una magnitud física que varía con el tiempo, el espacio o con otras variables independientes
  - Tiempo → Temperatura
  - Coordenadas espaciales → nivel de grises



# Señal

- La descripción de la evolución de un fenómeno físico

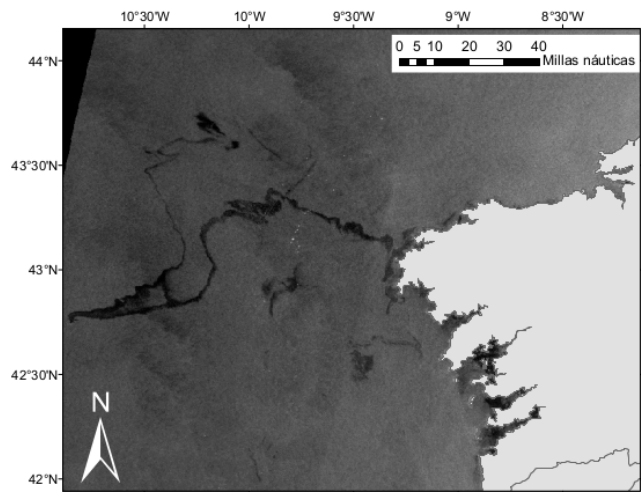
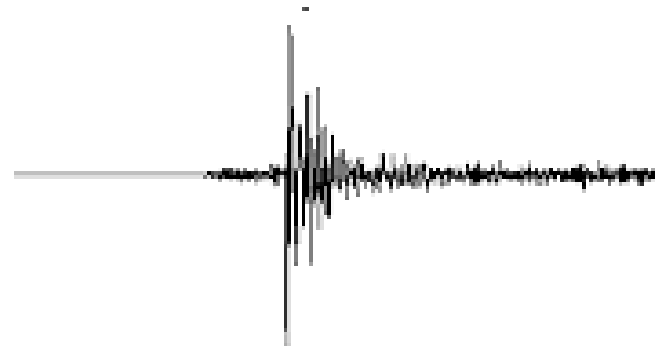
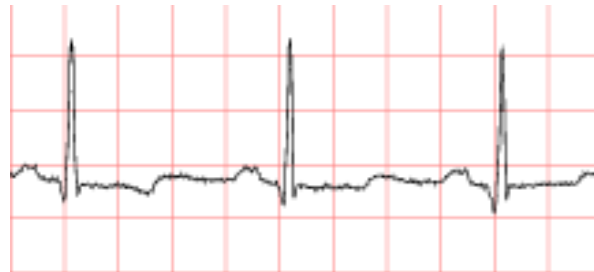


Imagen SAR



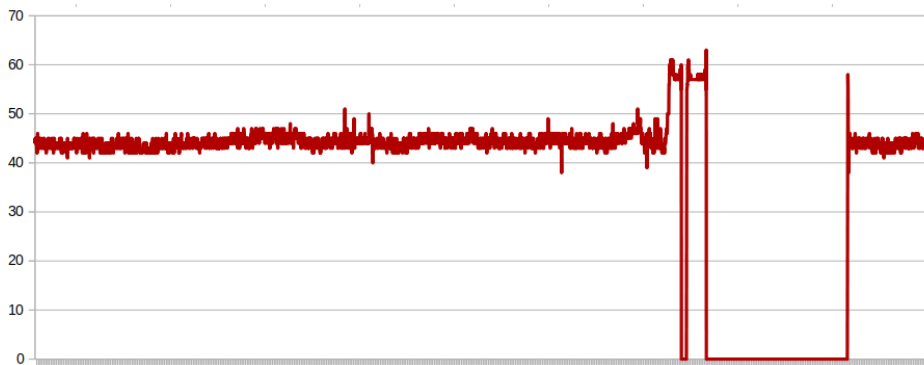
Movimiento sísmico



ECG

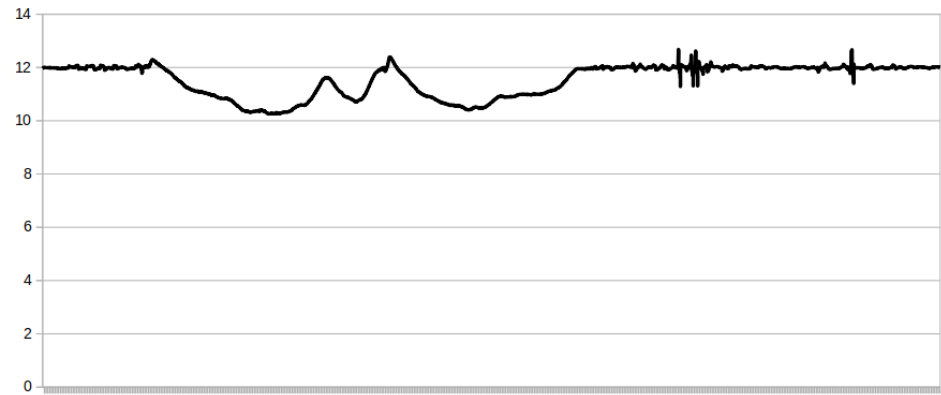
# Señal

- La descripción de la evolución de un fenómeno físico



Consumo motor

Presión caldera



# Señal

---

- Matemáticamente describimos una señal como una función de una o más variables independientes

$$s_1(t) = 20t^2$$

$$s_2(x,y) = 2xy - 3y^2$$

$$s_3(t) = Ae^{j3\pi t}$$

- No siempre es posible tener una expresión funcional; a veces ésta existe, pero es demasiado complicada como para ser útil

# Señal

---

- La generación de señales está asociada a un **sistema que responde a un estímulo** o fuerza
- El *estímulo más el sistema* se denomina **fuentes de la señal**
- Un *sistema* también puede definirse como un dispositivo que realiza una operación sobre una señal (ej. filtro de ruido): procesar o tratar la señal

# Señal

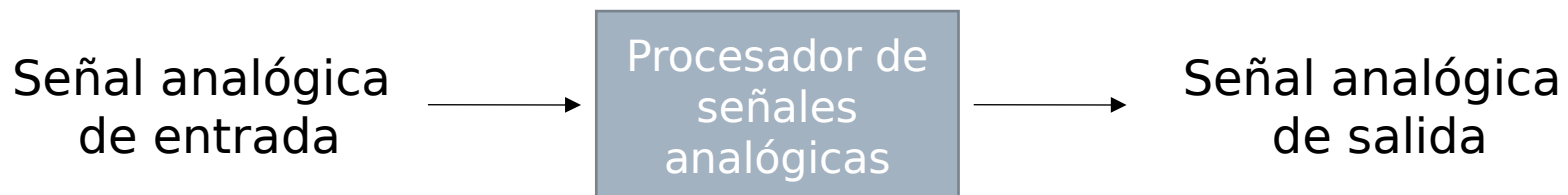
---

- **Analizar:** comprender la información que transporta la señal
- **Sintetizar:** crear un fenómeno físico que contiene cierta información y que podemos transmitir a través de la señal generada
  - Radio
  - Teléfono
  - Sintetizador
  - ...

# Señal

---

- **La mayor parte de las señales** con las que se trabaja en los distintos campos de la ciencia y la ingeniería **son analógicas por naturaleza**
- Las señales son **funciones de una variable continua** (ej. tiempo o espacio) y normalmente toman valores en un rango continuo
- Con sistemas analógicos apropiados pueden procesarse directamente, de manera que tanto la señal de entrada como la de salida son analógicas

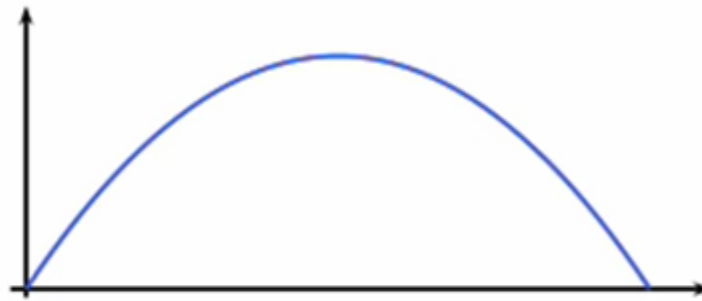




# Señal - física

---

- La descripción de la evolución de un fenómeno físico



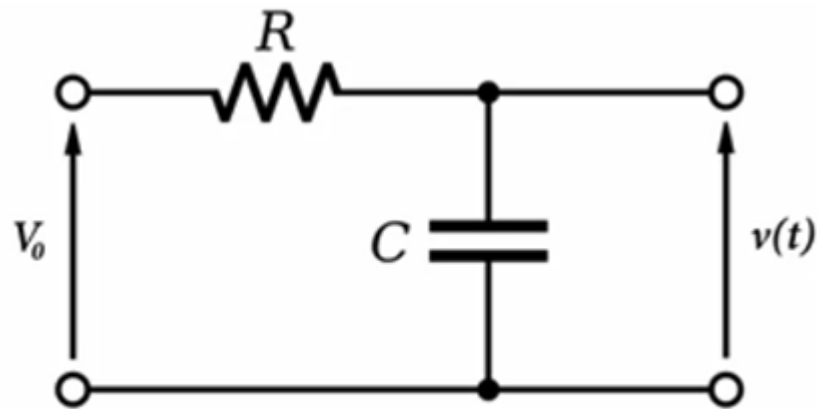
$$y(t) = v_y t - \frac{1}{2} \vec{g} t^2$$

(Galileo, 1638)

# Señal - electrónica

---

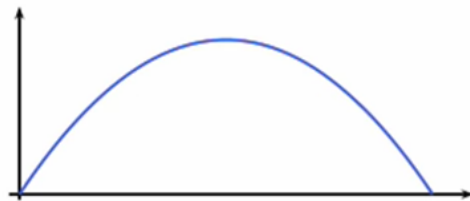
- La descripción de la evolución de un fenómeno físico



$$v(t) = V_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

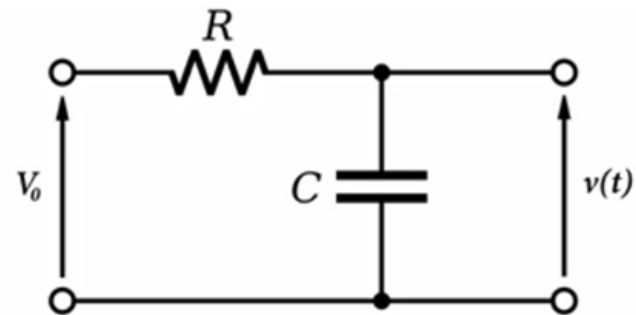
# Procesado de señales

- ¿Por qué es interesante el procesamiento de **señales digitales**?
- Los ejemplos anteriores son modelos sencillos pero no siempre es posible tener una expresión funcional que defina una señal o ésta es demasiado complicada como para ser útil



$$y(t) = v_y t - \frac{1}{2} g t^2$$

(Galileo, 1638)

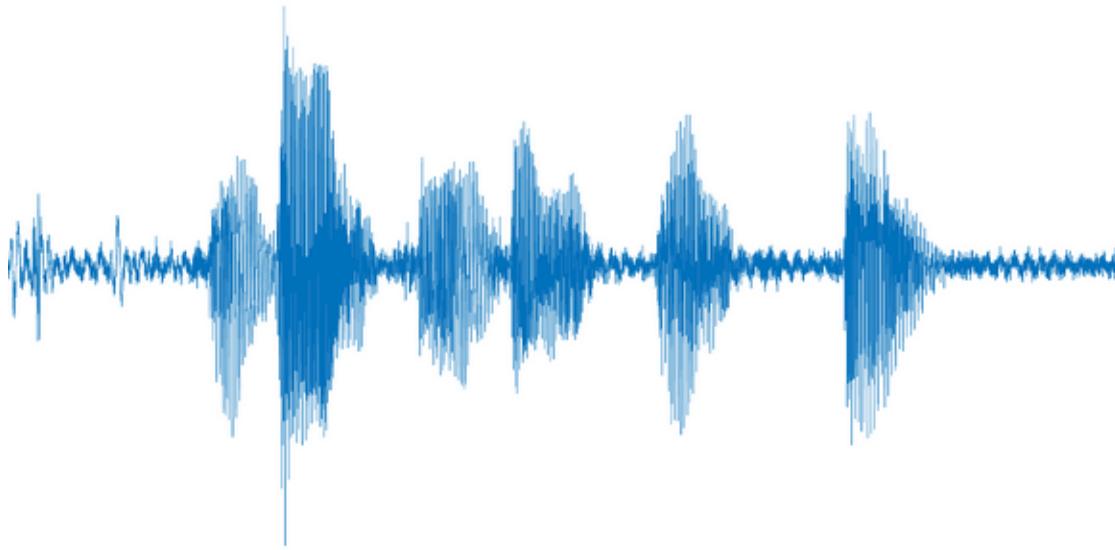


$$v(t) = V_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

# Procesado de señales

---

- ¿Por qué es interesante el procesamiento de **señales digitales**?
- Los ejemplos anteriores son modelos sencillos pero no siempre es posible tener una expresión funcional que defina una señal o ésta es demasiado complicada como para ser útil

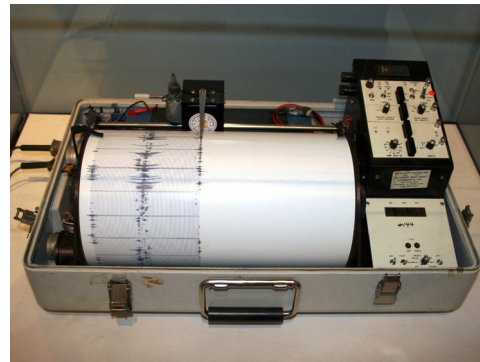


$f(t) = ?$

# Procesado de señales

---

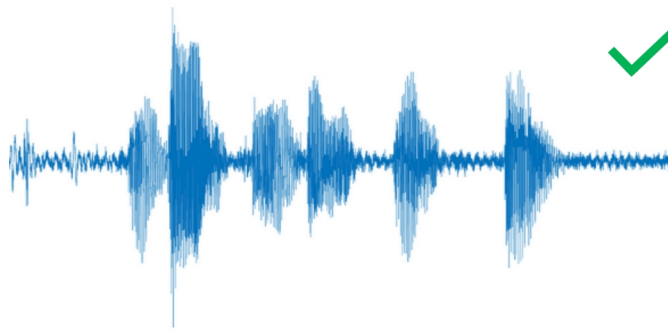
- Un dispositivo diferente para cada señal analógica



# Procesado de señales

---

- Un dispositivo diferente para tratar la señal analógica
  - Permiten grabar cualquier tipo de señales (inventando primero el dispositivo)
  - **No** permiten manipular la información fácilmente y de una forma genérica
  - Incluso entre dispositivos pensados para la misma señal **no es fácil integrar o compartir** la información
  - Estos dispositivos nos permite obtener una ***imagen fija o foto de la señal*** pero no el modelo matemático subyacente

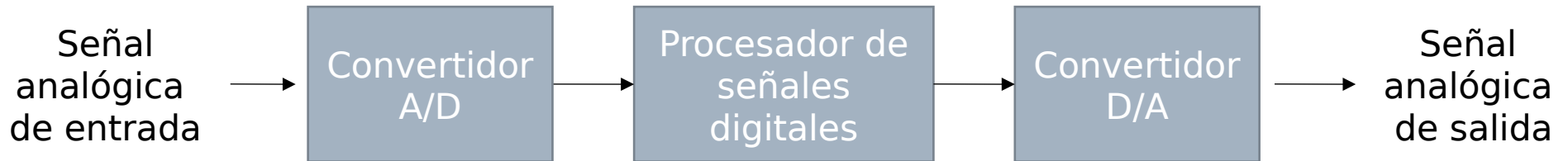


$$f(t) = ?$$

# Procesado de señales

---

- Tratamiento **digital** de las señales
  - El tratamiento digital proporciona un método alternativo de procesar la señal analógica



# Procesado de señales

---

- Ventajas del tratamiento digital
  - Flexibilidad para las actividades de procesamiento
  - Simplificación de las operaciones de procesamiento
  - Precisión de las operaciones
  - Almacenamiento
  - Integración de fuentes
  - Coste
  - Transmisión



# Procesado de señales

---

## □ Paradigma digital

- Dejamos atrás el modelo analógico de señales
- Ya no buscamos el modelo matemático que representa la señal
- Simplemente grabamos los valores de la función representando el fenómeno como una serie numérica
  - [... 74 32 52 -25 -1 1 10 2 6 56 ...]
- Se generaliza el procesamiento (todo son números)

## □ Dos características clave en el paradigma digital

- Discretización temporal (*discrete time*)
- Discretización de la amplitud (*discrete amplitude*)

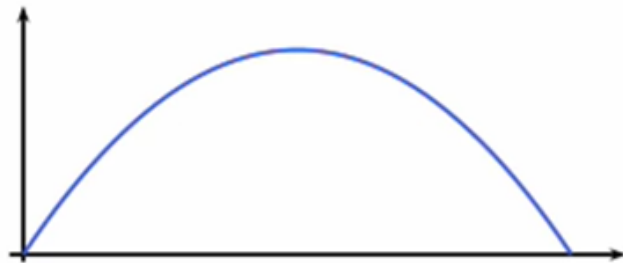
# Señales en tiempo discreto

- Tomamos una serie de muestras sobre la señal original
- ¿Son estas muestras representativas?
- ¿Podemos realmente hacer esto sin perder información?



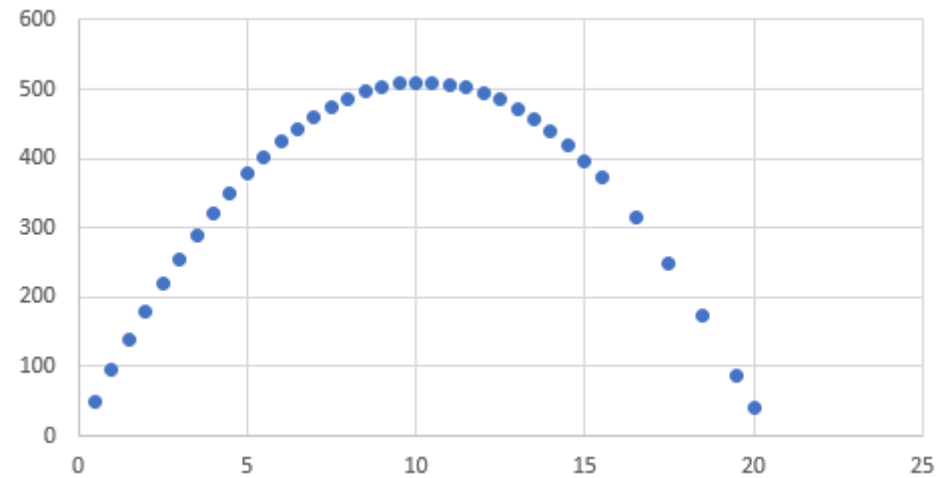
# Señales en tiempo discreto

- ¿Podemos pasar de un modelo continuo que puede ser dividido en infinitas partes a un modelo con muestras finitas?



$$y(t) = v_y t - \frac{1}{2} \vec{g} t^2$$

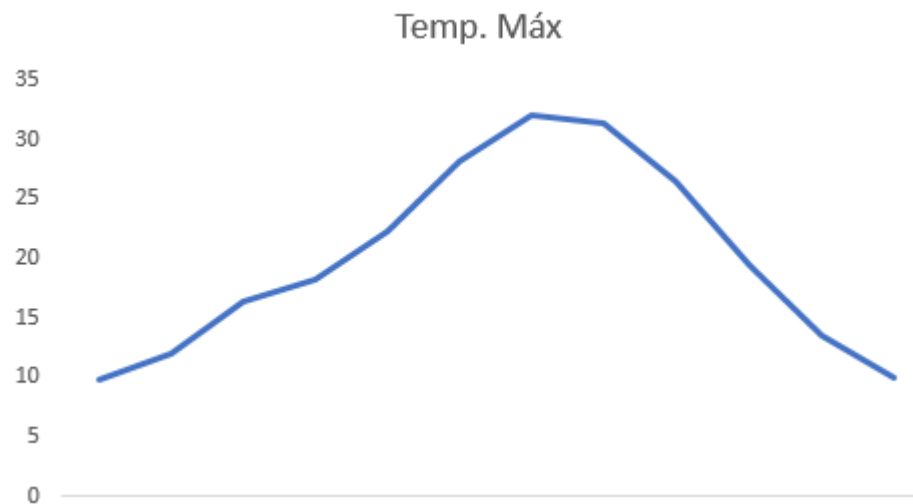
(Galileo, 1638)



# Señales en tiempo discreto

---

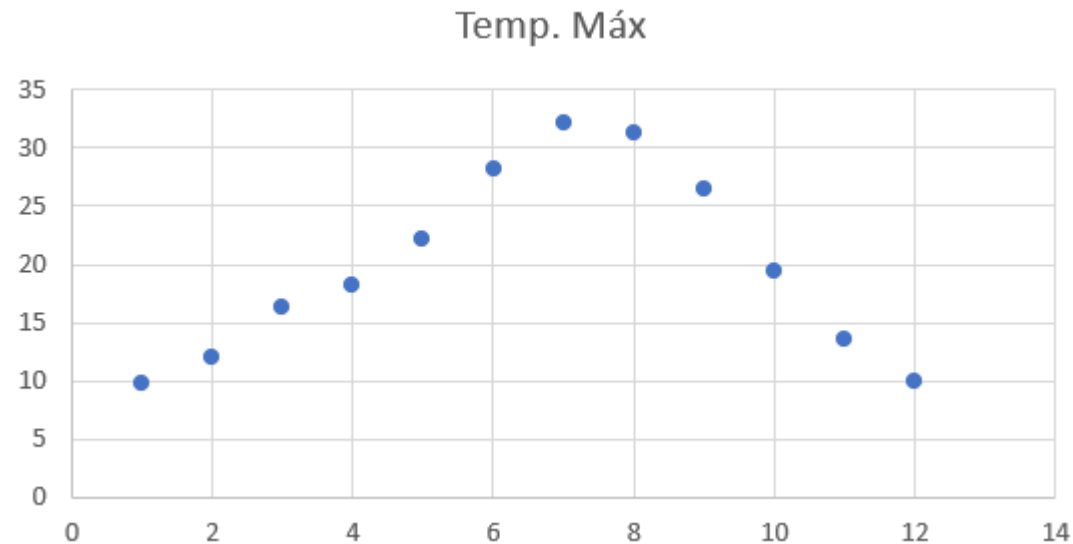
- Un modelo discreto de la realidad tiene consecuencias prácticas muy interesantes para muchas aplicaciones



$$\bar{x} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$$

# Señales en tiempo discreto

- Los modelos discretos son mucho más fáciles de usar desde el punto de vista computacional



$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n]$$

# Señales en tiempo discreto

---

- Modelamos la realidad a través de señales que están representadas como secuencias
  - $f(t) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ✗
  - $x[n] : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$  ✓
  
- $x[n] = [ \dots 3, 4.56, 20, 205.45 \dots ]$ 
  - $x$  es la señal
  - $n$  es la muestra  $n$ -ésima (no tiene dimensión física)
    - $n$  es sólo la etiqueta que ordena las muestras

# De señal continua a discreta

---

- ¿Podemos describir una realidad física a través de una secuencia de tiempo discreto?
  - Bajo ciertas condiciones las representaciones continuas y discretas son equivalentes
- **Teorema del muestreo** de Nyquist-Shannon
  - Una señal continua puede ser reconstruida desde sus muestras
  - Aproximación del *seno cardinal* (*sinc interpolation formula*)

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \operatorname{sinc}((t - nT_s)/T_s)$$

- *Expansión de la serie de Fourier*

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\Omega t}$$

# De señal continua a discreta

---

- ¿Qué condiciones se requiere para que esto se cumpla (poder reconstruir una señal analógica desde sus muestras discretas)?
  - Necesitamos saber como de rápido se mueve la señal (frecuencia máxima,  $F_{max}$ )
  - Seleccionar una frecuencia de muestreo en función de dicha velocidad
    - $F_s > 2 F_{max}$
- Obtenemos una secuencia de muestras de la función que permite satisfacer la hipótesis del teorema del muestreo, y reconstruir la señal original (analógica)



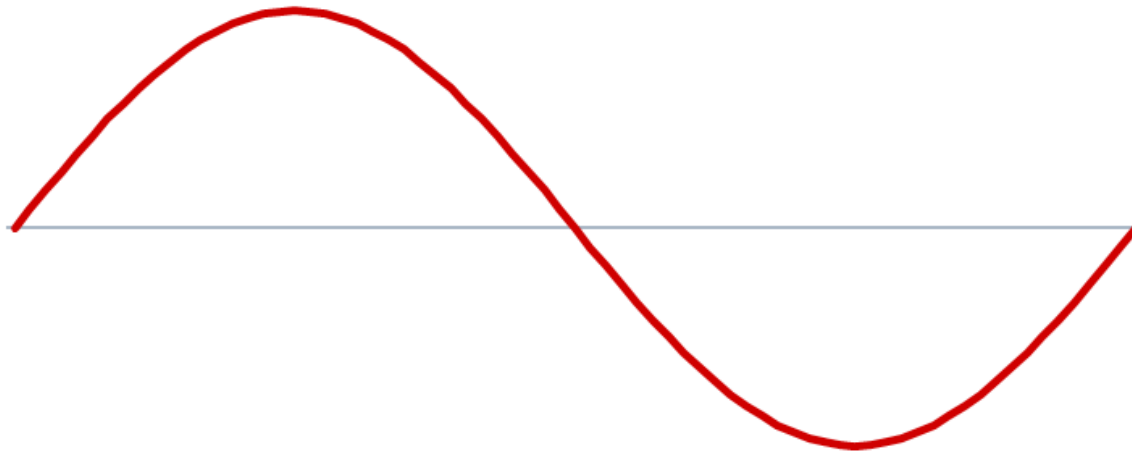
# De señal continua a discreta

---

- Dos características clave en el paradigma digital
  - Discretización temporal (*discrete time*)
  - Discretización de la amplitud (*discrete amplitude*)

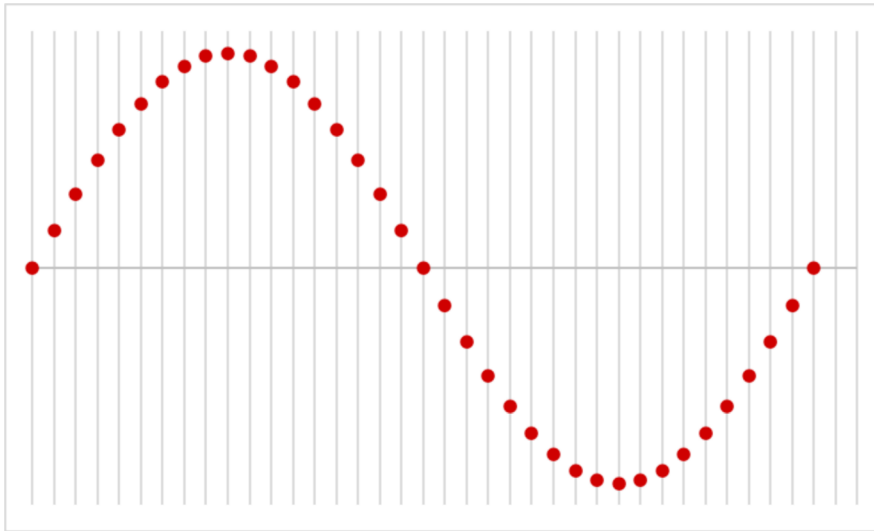
# De señal continua a discreta

---

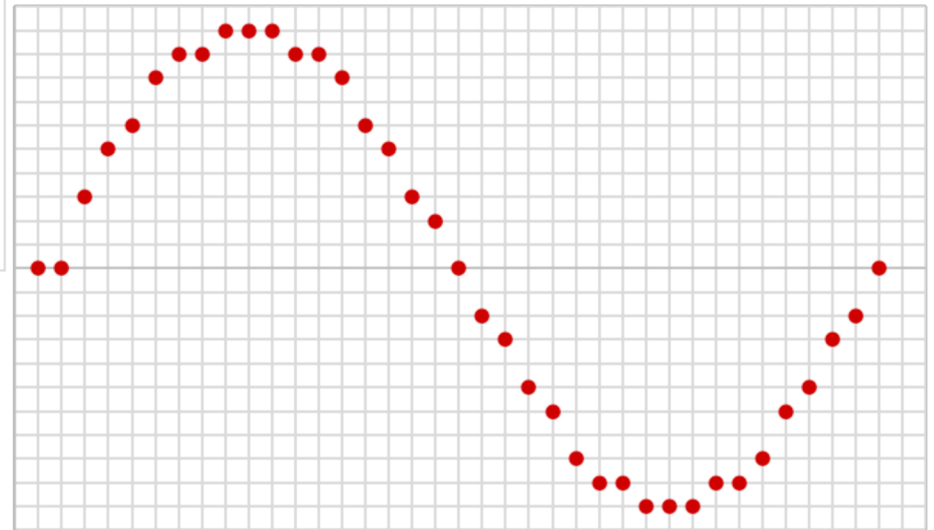


# De señal continua a discreta

---



discretización temporal



discretización de la amplitud

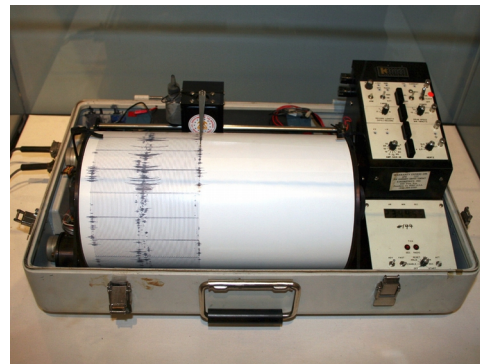
# De señal continua a discreta

---

- Discretización temporal
- Discretización de la amplitud
  - Cada valor muestreado solo puede tomar un valor entre un conjunto de niveles
  - El número de niveles es contable/finito
  - Siempre podemos asignar el valor a un número entero
- Ahora nuestros datos son un conjunto de enteros que representan el *mundo* de una forma abstracta y genérica
- El **almacenamiento** de estos datos se vuelve mucho más sencillo ya que podemos almacenar la señal como números

# Almacenamiento analógico

---



# Almacenamiento digital

---



# Señales digitales

---

- Ahora nuestros datos son un conjunto de enteros que representan el mundo de una forma abstracta y genérica
- El **procesamiento** es independiente de la naturaleza de la señal. Solo necesitamos un procesador que pueda lidiar con enteros

# Procesado analógico vs digital

---





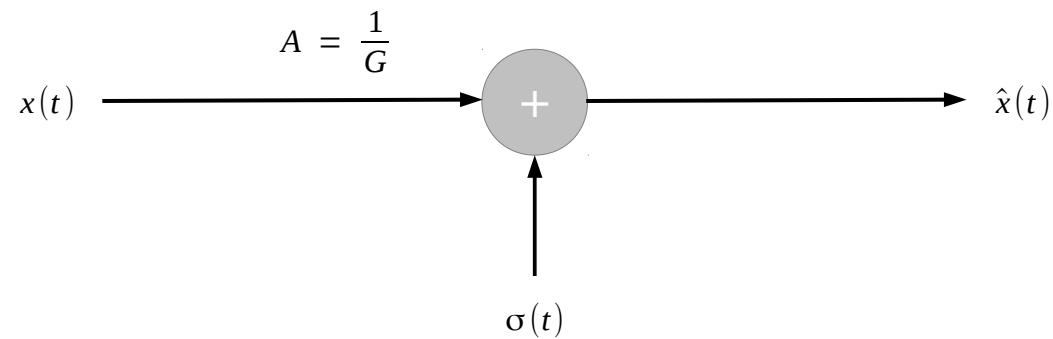
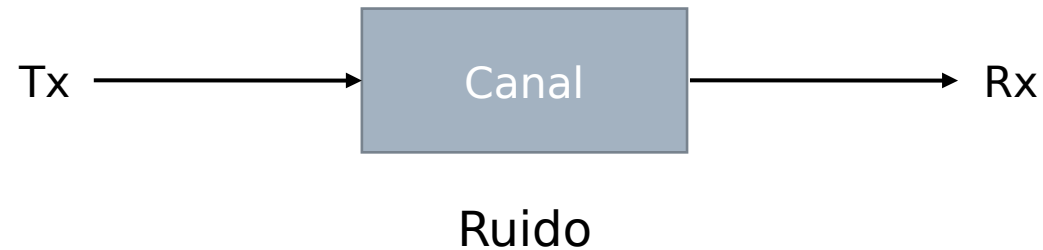
# Señales digitales

---

- Ahora nuestros datos son un conjunto de enteros que representan el mundo de una forma abstracta y genérica
- Las señales digitales son muy apropiadas para la **transmisión**, ya que se pueden emplear métodos muy efectivos para maximizar la capacidad de transmisión y para reducir el ruido

# Transmisión señal analógica

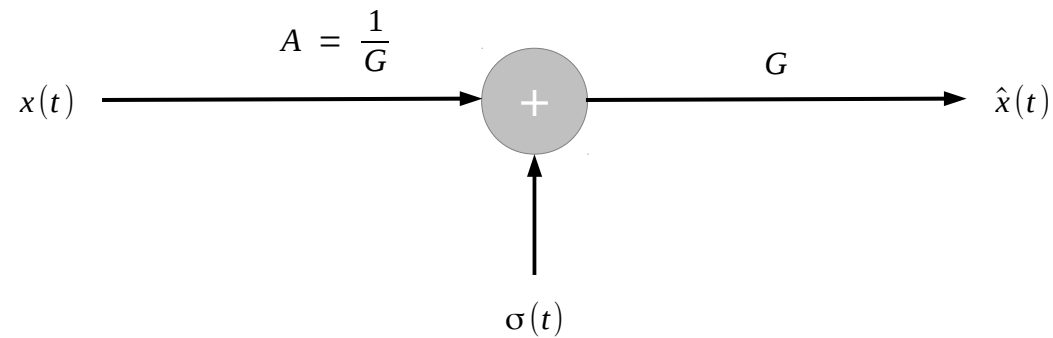
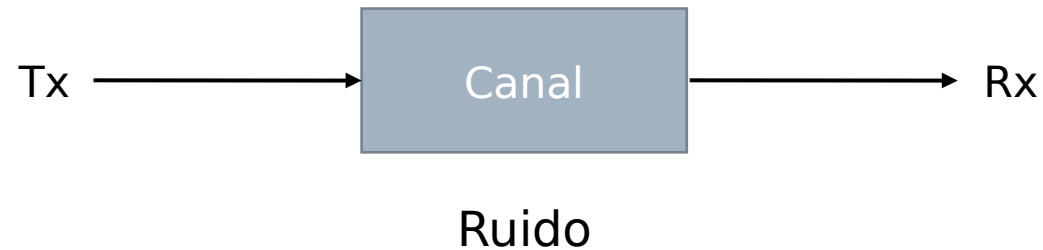
---



$$\hat{x}(t) = \frac{x(t)}{G} + \sigma(t)$$

# Transmisión señal analógica

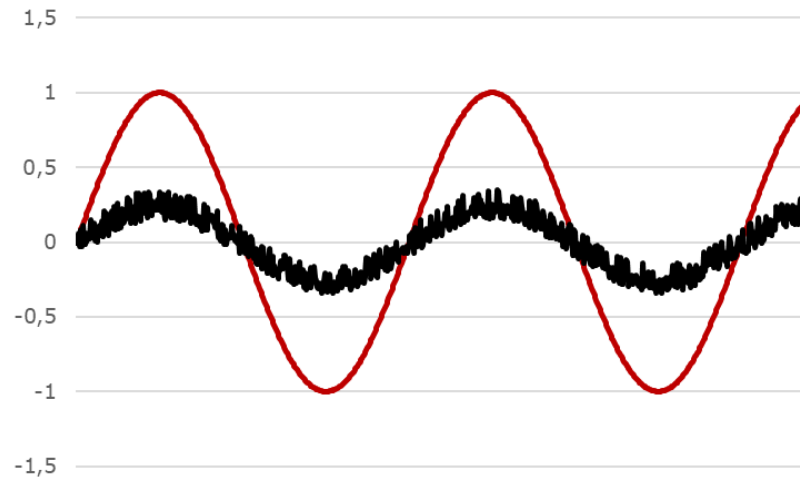
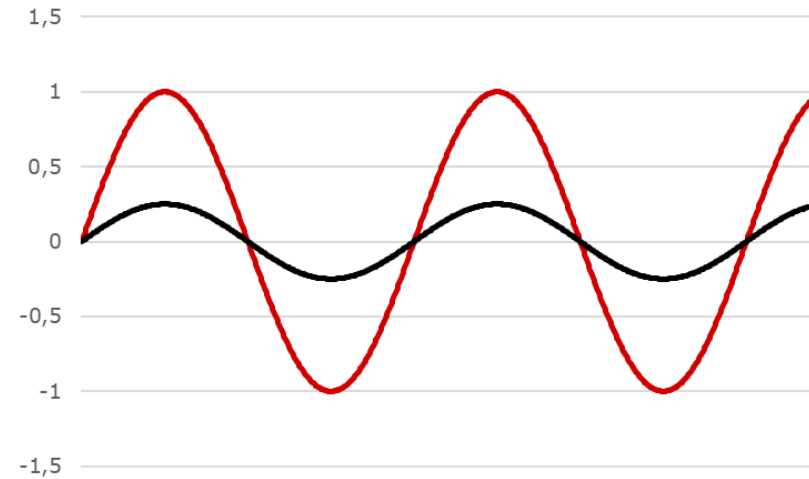
---



$$\hat{x}(t) = \left[ \frac{x(t)}{G} + \sigma(t) \right] \cdot G = x(t) + G \sigma(t)$$

# Transmisión señal analógica

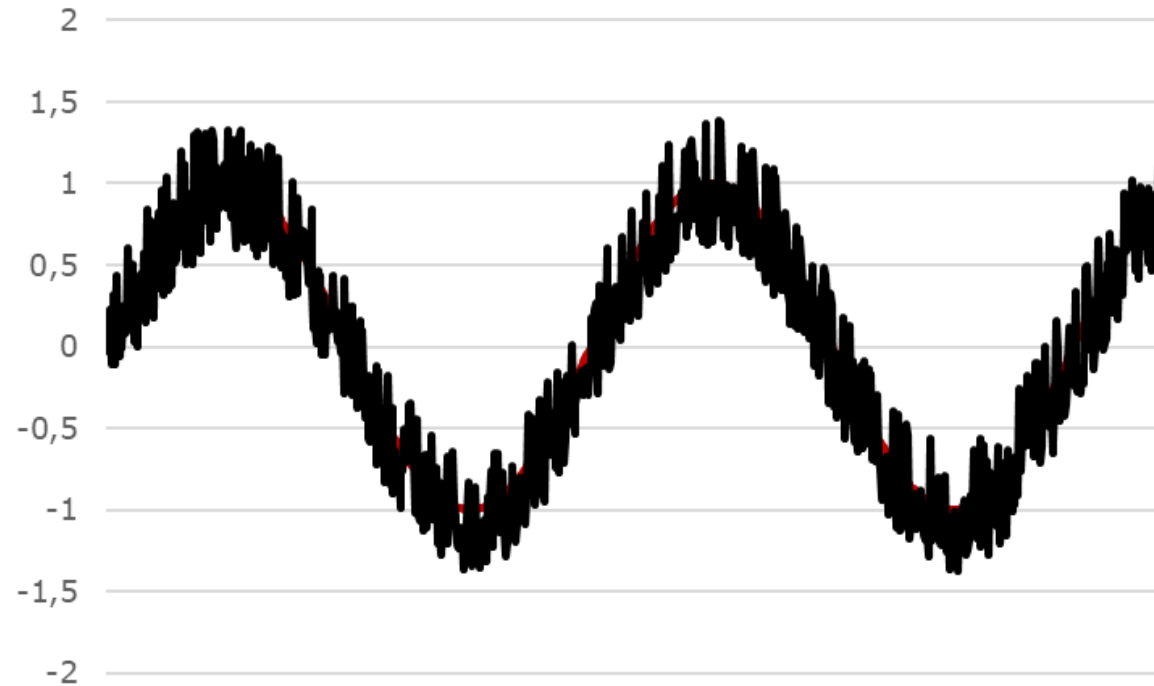
---



$$\hat{x}(t) = \frac{x(t)}{G} + \sigma(t)$$

# Transmisión señal analógica

---

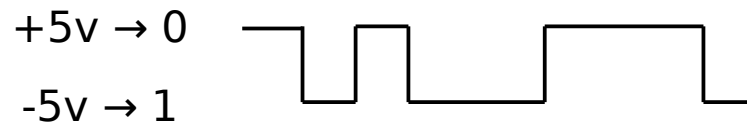


$$\hat{x}(t) = \left[ \frac{x(t)}{G} + \sigma(t) \right] \cdot G = x(t) + G \sigma(t)$$

# Transmisión señal digital

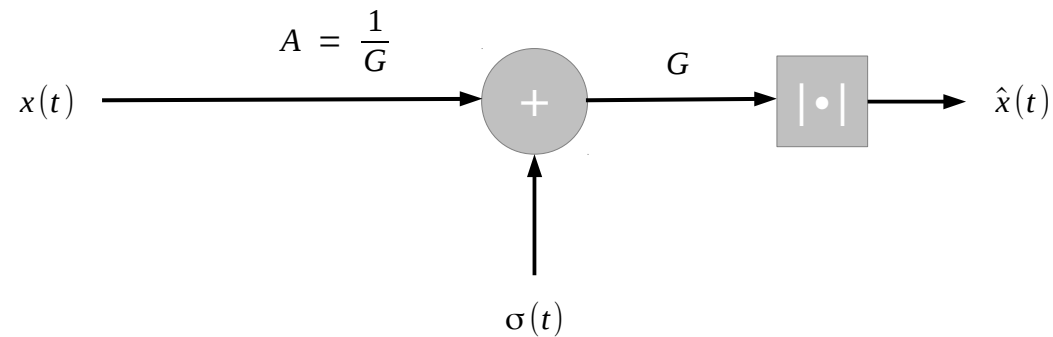
---

- Podemos transmitir una secuencia de números enteros
- Podemos enviar los números en binario (1,0)
- Podemos crear una señal analógica asociada representativa



# Transmisión señal digital

---

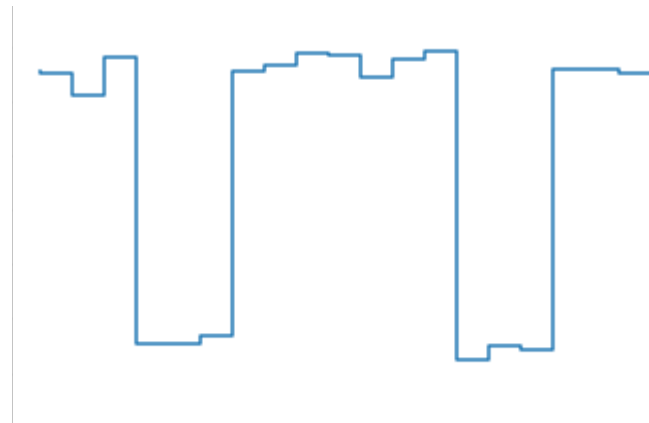
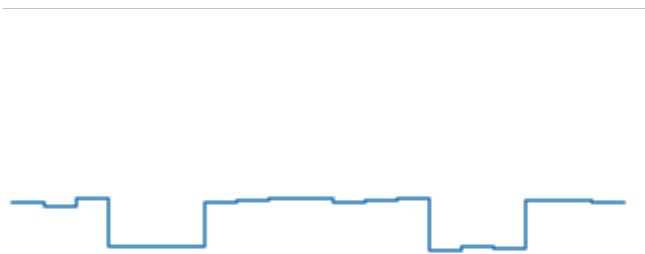
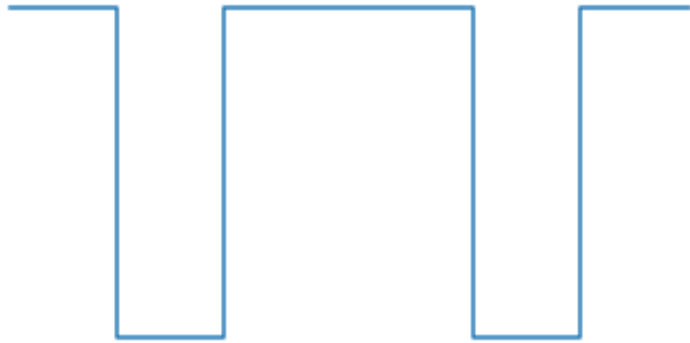


$$\hat{x}(t) = \left[ \frac{x(t)}{G} + \sigma(t) \right] \cdot G = x(t) + G \sigma(t)$$

$$\hat{x}(t) = \text{sgn}(x(t) + G \sigma(t))$$

# Transmisión señal digital

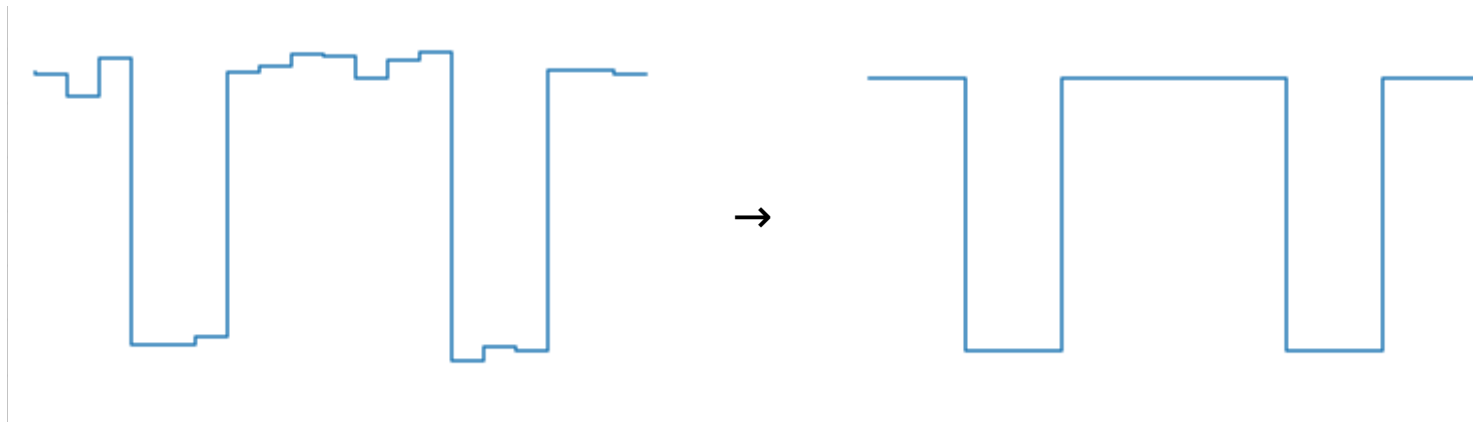
---





# Transmisión señal digital

---



$$\hat{x}(t) = \text{sgn}(x(t) + G \sigma(t))$$

# Procesado de señales digitales

---

- Discretización del tiempo
  - Las secuencias de muestras sustituyen los modelos *ideales*
  - Su uso simplifica las matemáticas involucradas
- Discretización de los valores
  - Permite un almacenamiento genérico
  - Permite un procesamiento genérico
  - Facilita el control del ruido en la transmisión