TECNOLOGÍA ELÉCTRICA
Teoría de Circuitos
Circuitos de Corriente Continua
Teoremas y técnicas de reducción

Enrique Comesaña Figueroa
e.comesana@usc.es
Despacho 5 – Módulo II, segunda planta superior
Escola Politécnica Superior de Enxeñaría, Campus Terra, Lugo

Introducción

Las **leyes de Kirchoff** permiten analizar un circuito sin modificar su configuración original, sin embargo, el procedimiento resultante, en circuitos prácticos, hace que los cálculos puedan llegar a ser complejos y tediosos.

Por esto, en este tema repasaremos un conjunto de técnicas que permiten reducir la complejidad de un circuito antes de realizar su análisis:

- **Principio de superposición**.
- **Transformación de fuentes.**
- **Teoremas de Thevenin y Norton.**

Principio de superposición

El principio de superposición establece ***que la tensión (o corriente)*** *entre dos terminales* ***de un elemento de un circuito lineal*** *es la* ***suma algebraica*** *de las tensiones (o corrientes) a través de ese elemento debidas a* ***cada una de las fuentes independientes actuando sola****.*

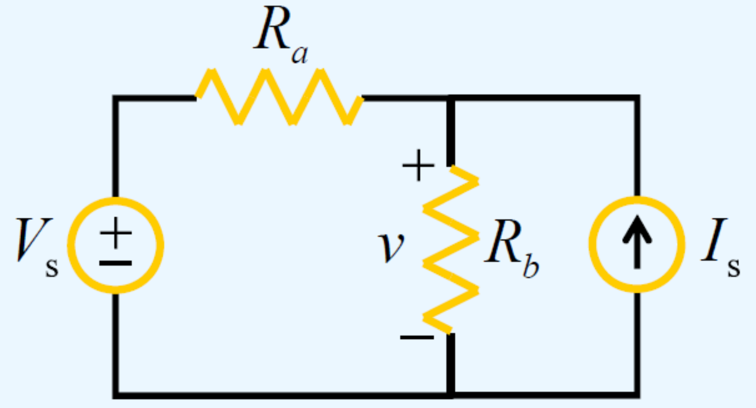
Un **circuito lineal** es aquel en el que solo hay elementos lineales y fuentes.
Un **elemento lineal** tiene una respuesta i-v lineal es decir $\boldsymbol{v = cte \times i}$

En tecnología eléctrica solo trabajaremos con elementos lineales o cuasi-lineales.

El principio de superposición permite analizar la respuesta de un circuito con más de una fuente independiente calculando la contribución de cada fuente independiente por separado.

Principio de superposición

Ejemplo: Calcular la tensión v aplicando el principio de superposición. Considerar que $R_a = 8\Omega, R_b = 4\Omega, V_S = 6V\ y\ I_S = 3A$



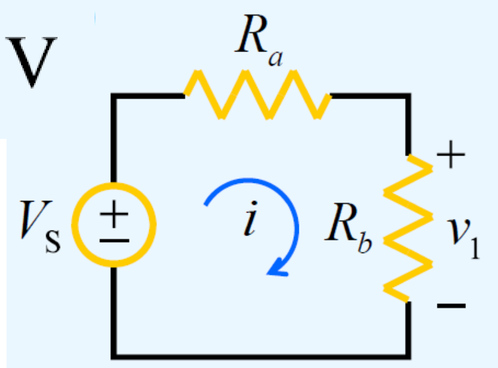
Solución:

- Puesto que hay dos fuentes $v = v_1 + v_2$

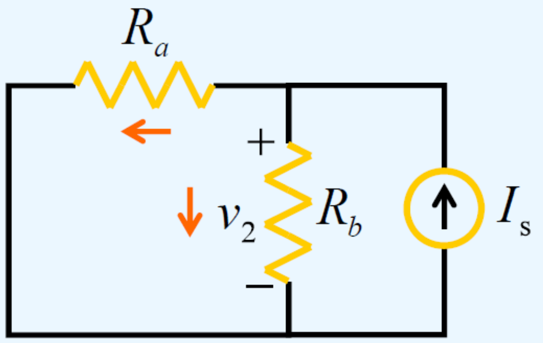
- v_1 es la tensión debida a V_s con I_s=0

- v_2 es la tensión debida a I_s con V_s=0

$$v_1 = R_b i = 4 \times 0.5 = 2\ \text{V}$$



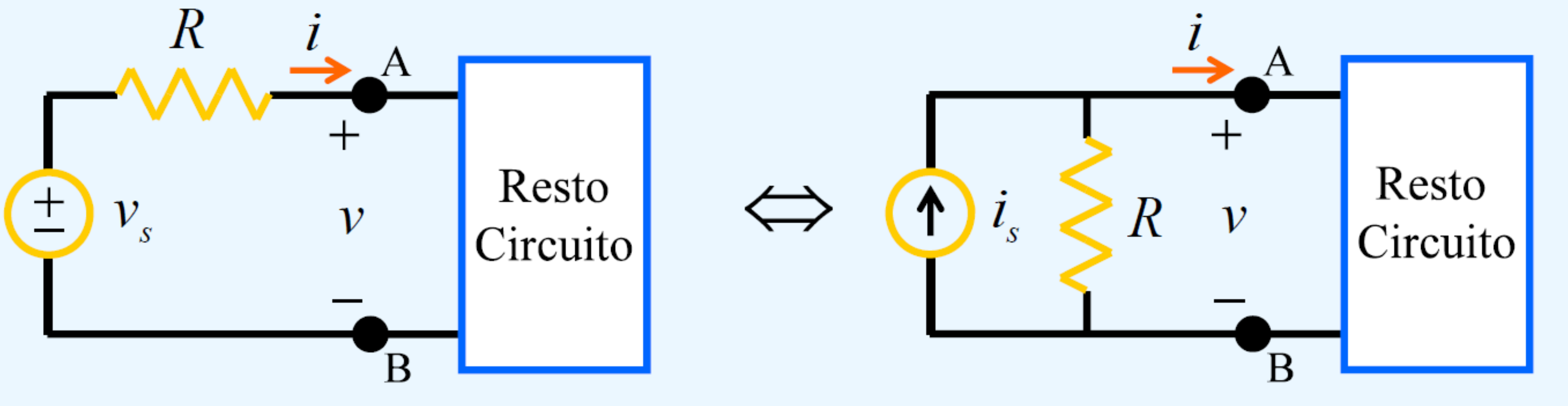
$$v_2 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b} I_s = \frac{8 \times 4}{8 + 4} \times 3 = 8\ \text{V}$$



$$v = v_1 + v_2 = 2 + 8 = 10\ \text{V}$$

Transformación de fuentes

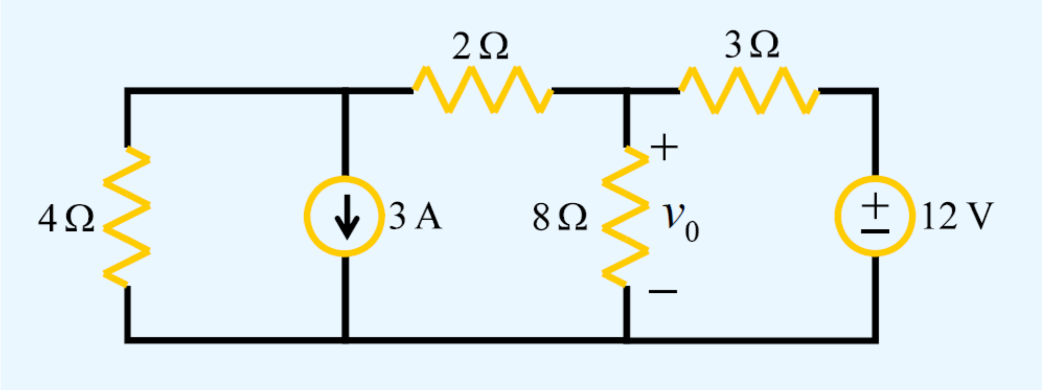
Una transformación de fuentes es el proceso de sustituir una fuente de tensión v_s en serie con una resistencia R por una fuente de corriente i_s en paralelo con una resistencia R, o viceversa.

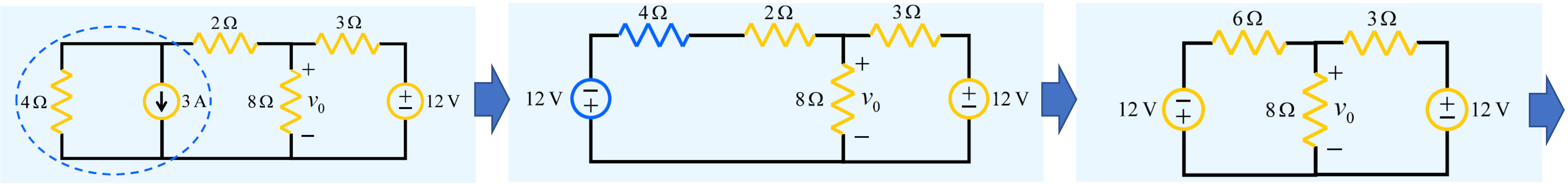


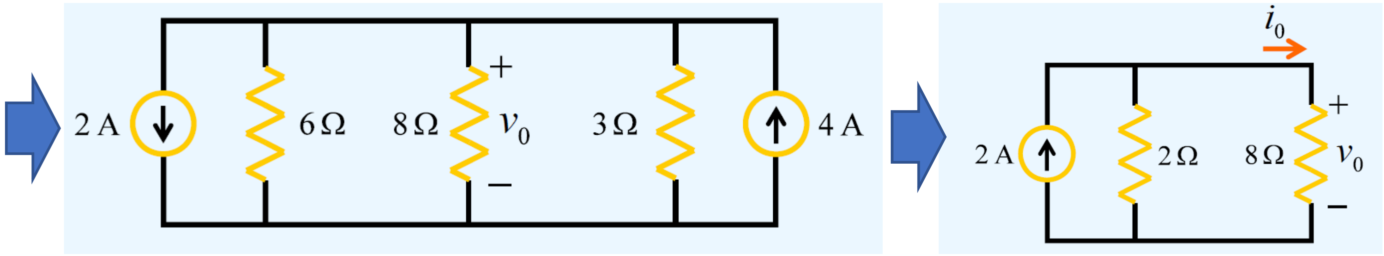
$$\boxed{v_S = Ri_S}$$

Transformación de fuentes

Ejemplo: Calcular v_0 aplicando transformación de fuentes





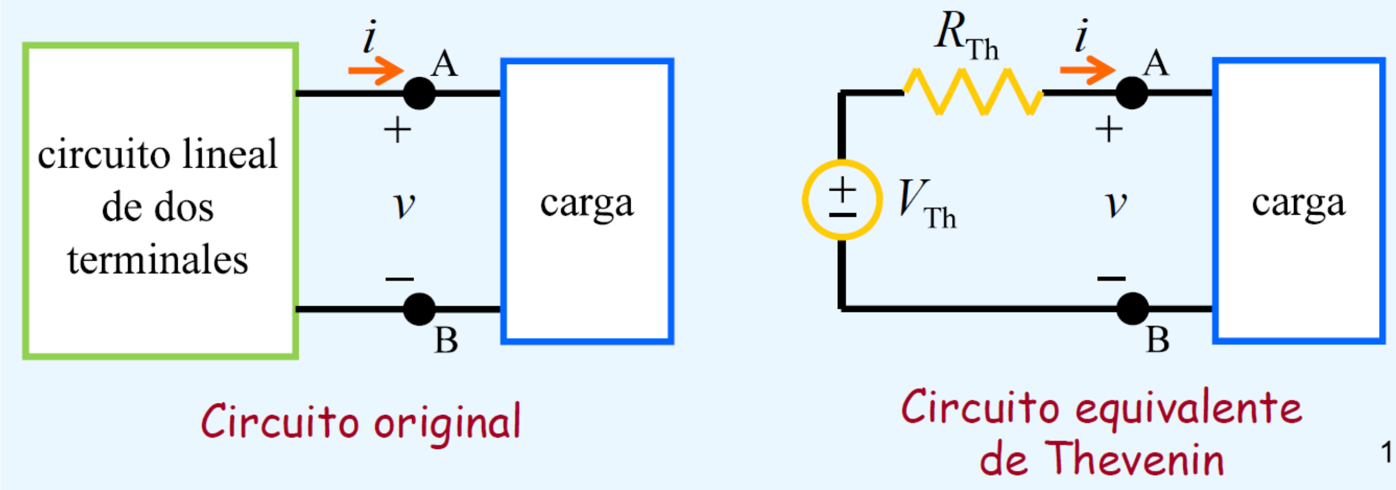


$$i_0 = \frac{2}{2+8} \times 2 = 0.4 \text{ A}$$

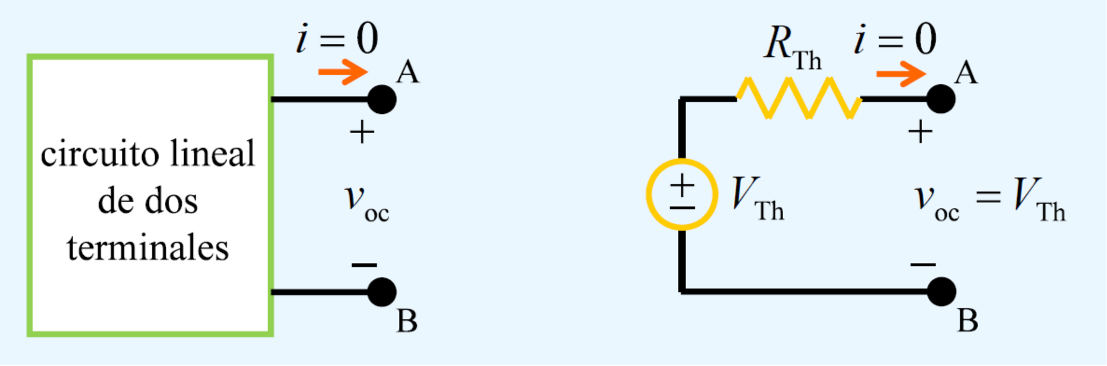
$$v_0 = Ri_0 = 8 \times 0.4 = 3.2 \text{ V}$$

Teorema de Thevenin

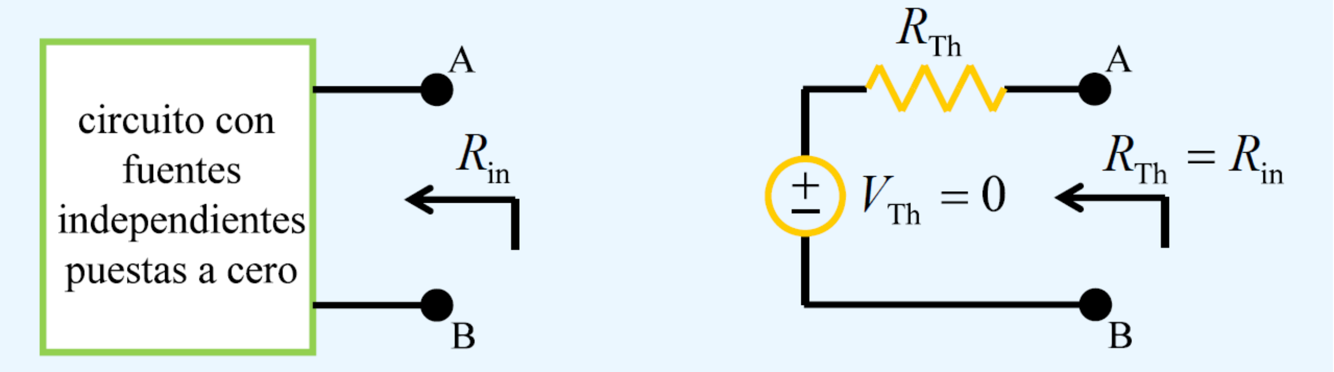
El Teorema de Thevenin establece que en un ***circuito lineal*** *visto desde dos terminales, puede sustituirse por un circuito equivalente formado por una* ***fuente de tensión V_{th} en serie con una resistencia R_{th}***



La tensión Thevenin V_{th}



La resistencia Thevenin R_{th}



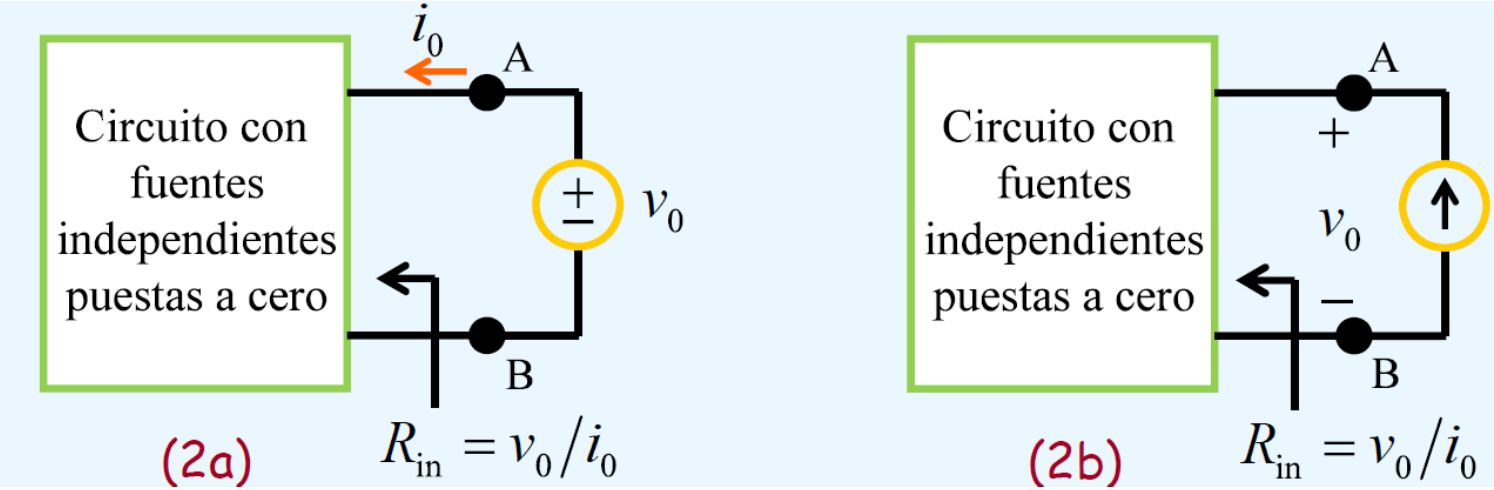
Teorema de Thevenin: Determinación de R_{th}

CASO 1: *Circuito sin fuentes dependientes:*

1. Se desconectan las fuentes independientes
2. Se calcula la resistencia equivalente entre los terminales de entrada.

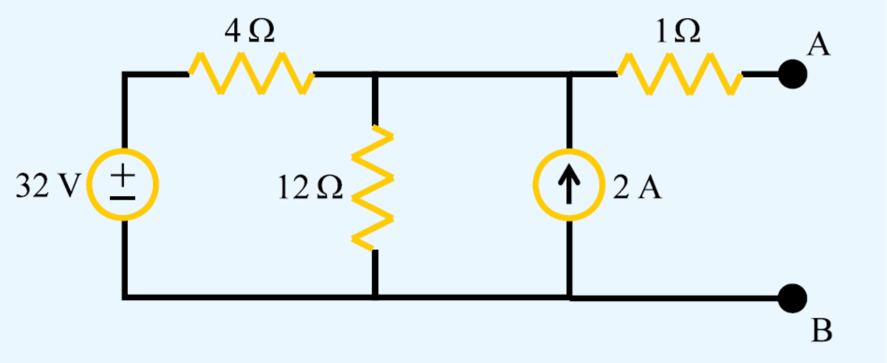
CASO 2: *Circuito con fuentes dependientes:*

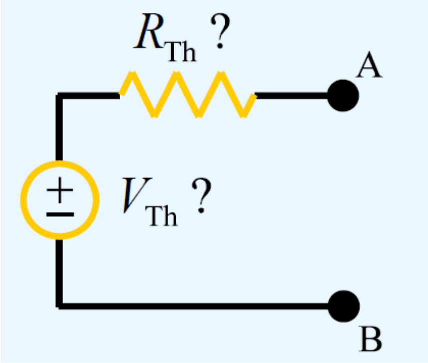
1. Se desconectan las fuentes independientes.
2. Se aplica una fuente de tensión v_0 (o de corriente i_0) entre los terminales de entrada y se calcula la corriente i_0 (o la tensión v_0) entre dichos terminales.
3. $R_{th} = R_{in} = v_0/i_0$

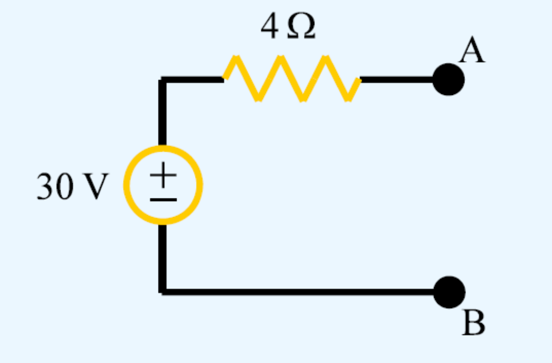


Teorema de Thevenin

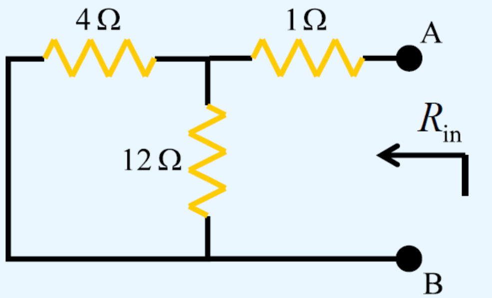
Ejemplo 1: Calcular el equivalente Thevenin







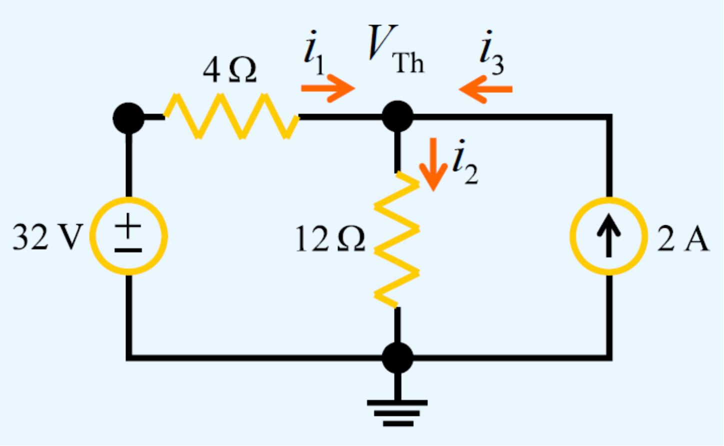
$$R_{in} = (4\ \Omega \| 12\ \Omega) + 1\ \Omega$$
$$= \frac{4 \times 12}{4 + 12} + 1 = 4\ \Omega$$



- KCL: $i_1 + i_3 = i_2$
- Usando la ley de Ohm:

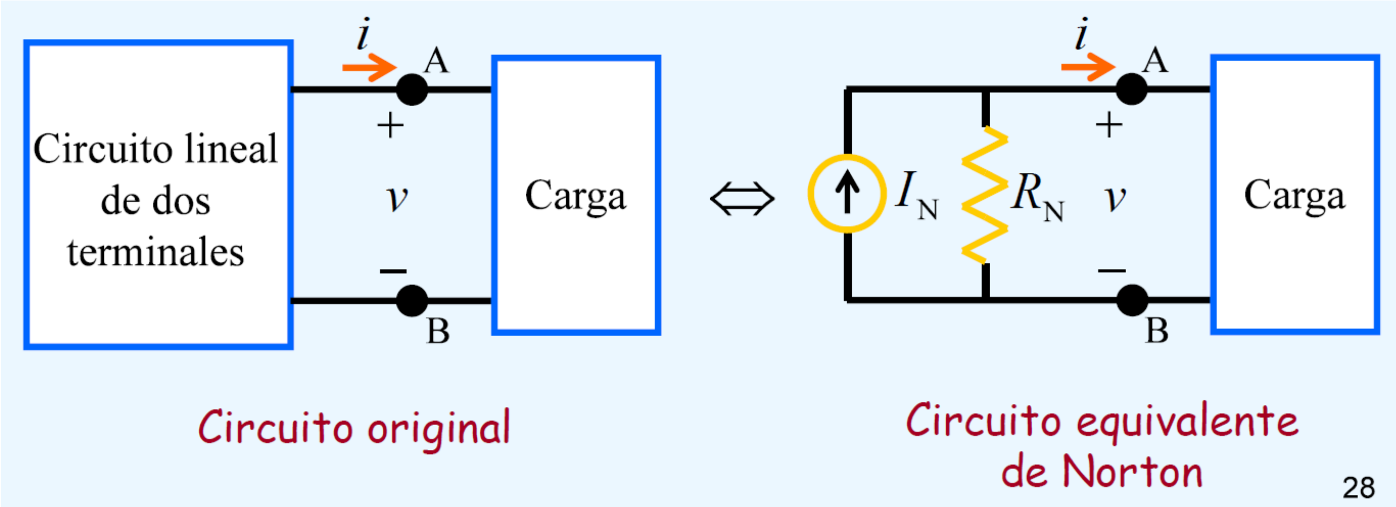
$$\frac{32 - V_{Th}}{4} + 2 = \frac{V_{Th}}{12}$$

- Despejando: $V_{Th} = 30\ \text{V}$

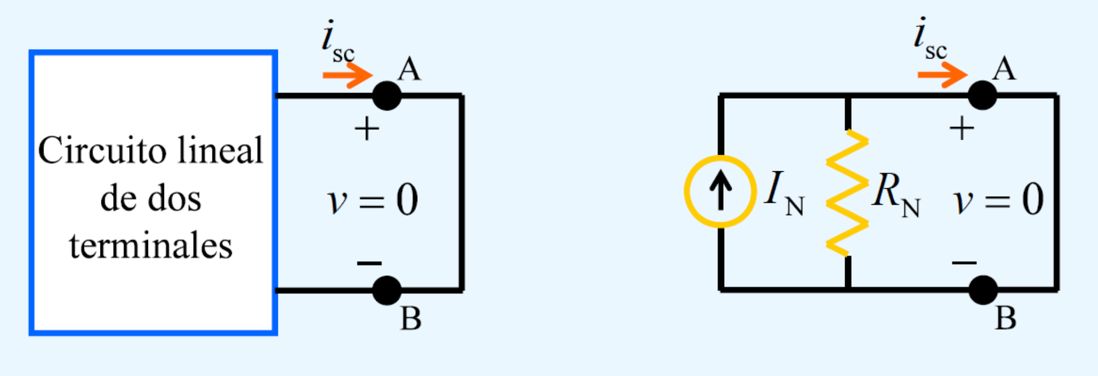


Teorema de Norton

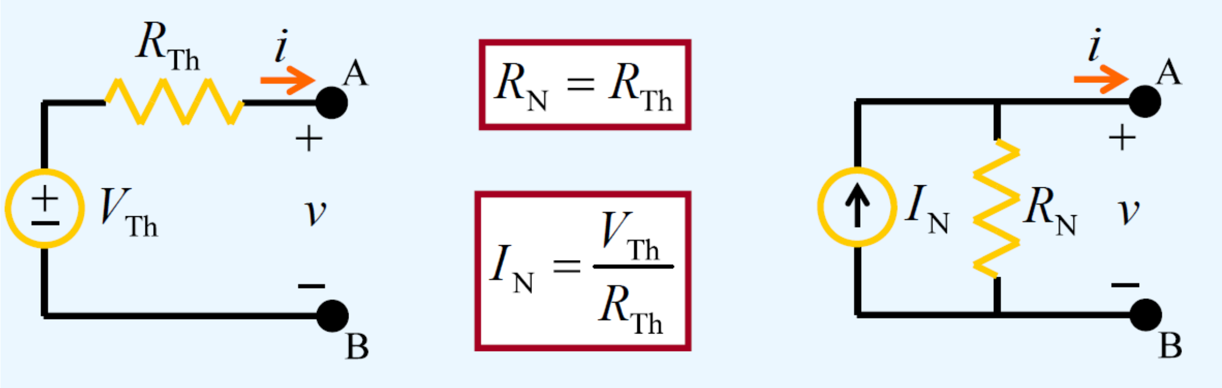
*El Teorema de Norton establece que en un **circuito lineal** visto desde dos terminales, puede sustituirse por un circuito equivalente formado por una **fuente de corriente I_N en paralelo con una resistencia R_N***



La corriente Norton I_N



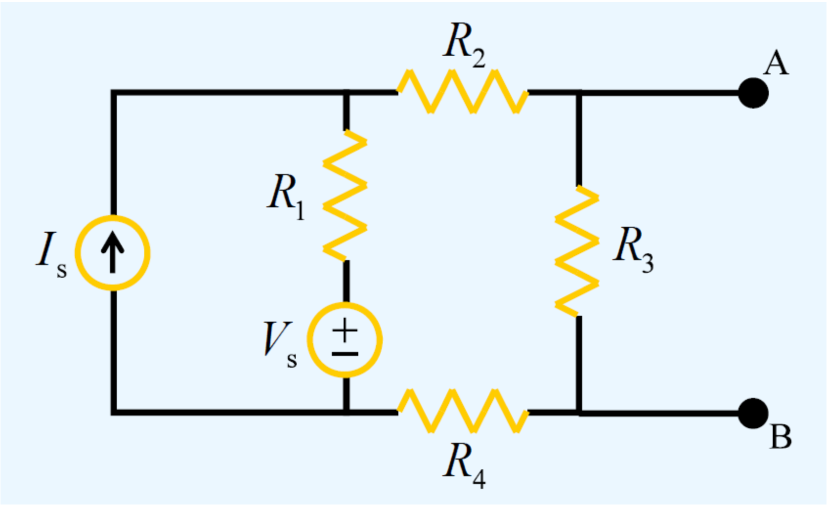
La resistencia Norton $\mathrm{R_N}$

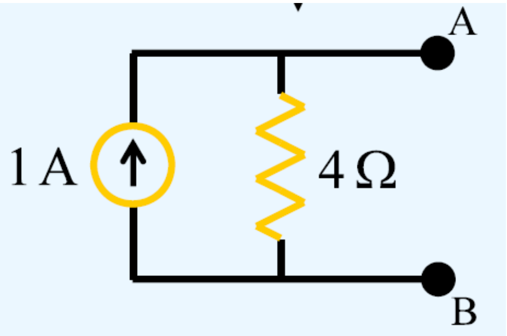


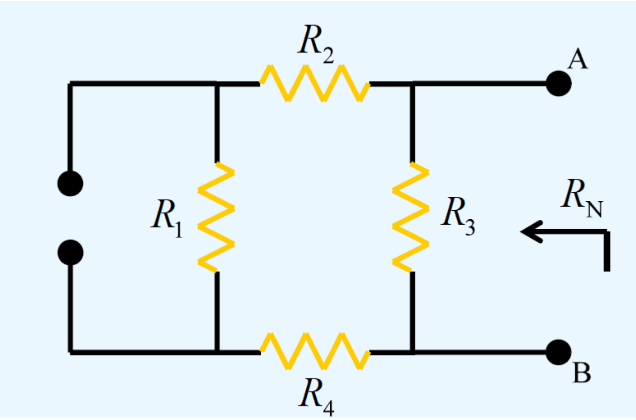
Teorema de Norton

Ejemplo: Calcular el equivalente Norton

$I_S = 2A, V_S = 12V, R_1 = 4\Omega,$
$R_2 = R_4 = 8\Omega, R_3 = 5\Omega$

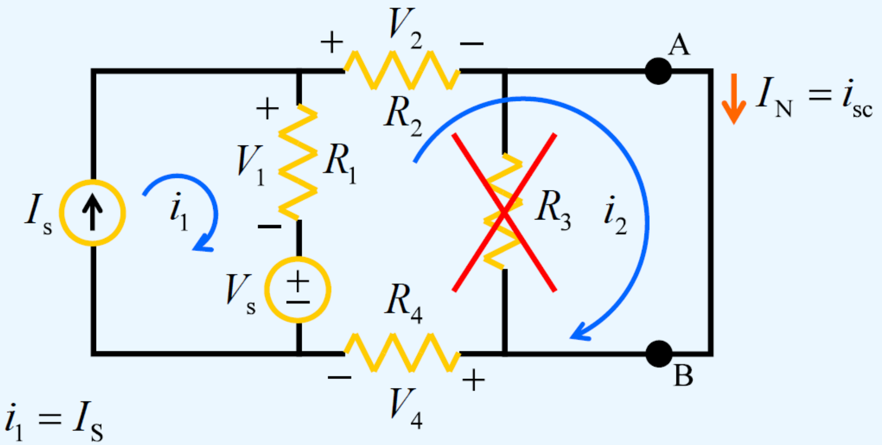






$R_N = 4\Omega$

- Calculamos la corriente de cortocircuito



- Malla 1: $i_1 = I_S$

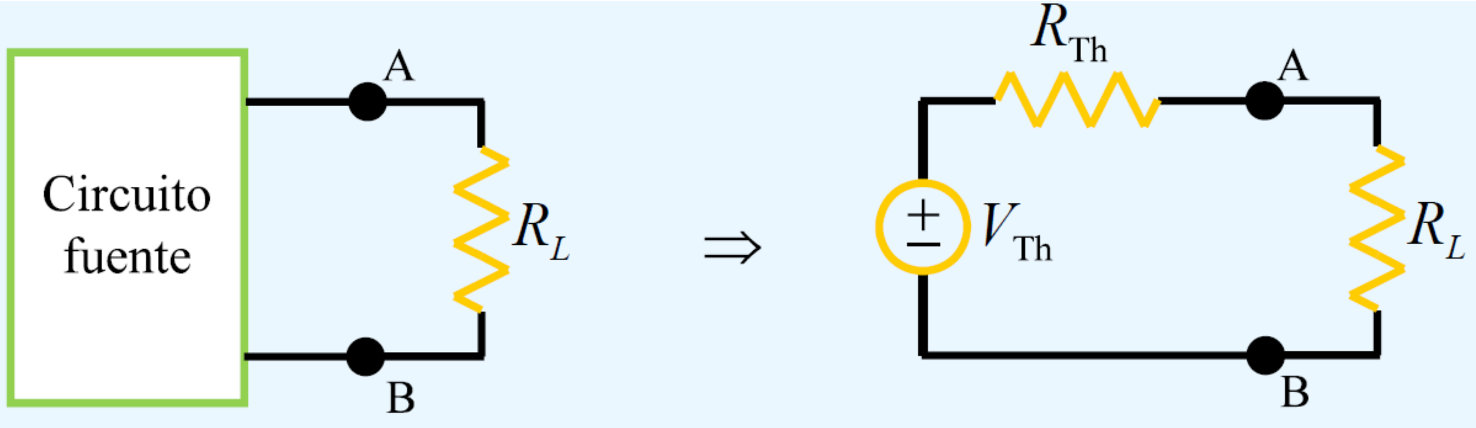
- KVL para la malla 2: $-V_s - V_1 + V_2 + V_4 = 0$

$$-V_s - R_1(I_S - i_2) + R_2 i_2 + R_4 i_2 = 0$$

- Resolviendo: $i_2 = \dfrac{V_s + R_1 I_S}{R_1 + R_2 + R_4} = \dfrac{12 + 4\times 2}{4+8+8} = 1\,\text{A}$ $\boxed{I_N = i_2 = 1\,\text{A}}$

Máxima transferencia de potencia

*En condiciones de circuito fuente invariante y carga variable, la **transferencia de potencia** del circuito fuente a la carga **es máxima cuando** la resistencia de **carga R_L es igual a la resistencia equivalente Thevenin** del circuito fuente R_{th} visto desde los terminales de conexión de la carga.*

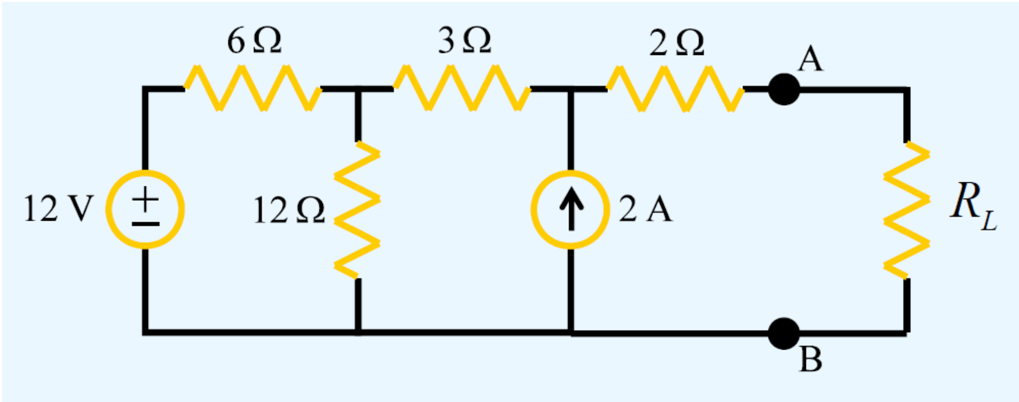


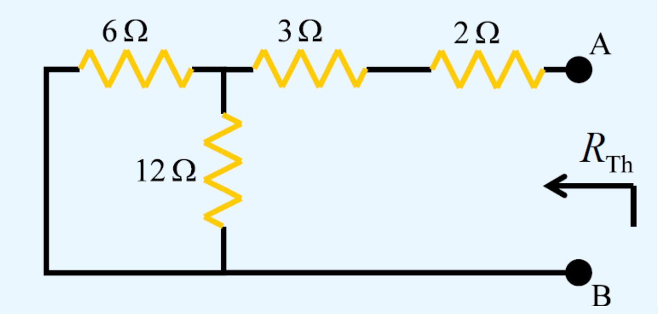
$$\boxed{p = p_{\max} \Rightarrow R_L = R_{\text{Th}}}$$

$$\boxed{p_{\max} = \frac{V_{\text{Th}}^2}{4R_L}}$$

Máxima transferencia de potencia

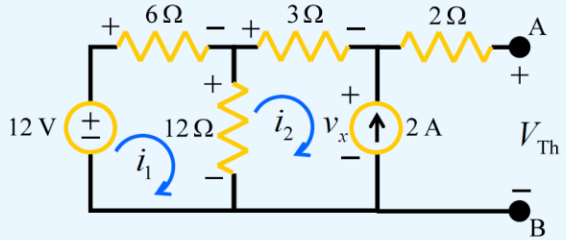
Ejemplo: Determinar el valor de R_L para conseguir máxima transferencia de potencia. Calcular la potencia máxima





$$R_{th} = 9\Omega$$

- Cálculo de la tensión Thevenin V_{Th} :



- Malla 1: $-12 + 6i_1 + 12(i_1 + 2) = 0 \longrightarrow i_1 = -\frac{2}{3}\,\text{A}$

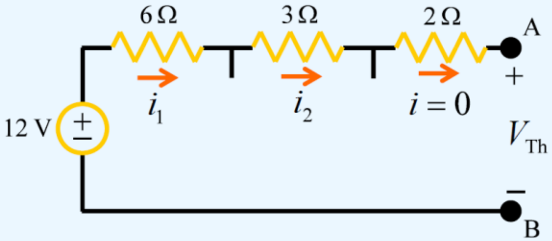
- Malla 2: $i_2 = -2\,\text{A}$

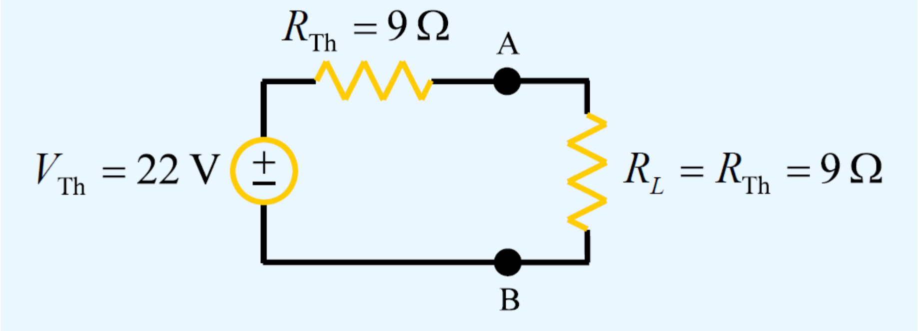
- Cálculo de V_{Th}:

$V_{Th} - 12 + 6i_1 + 3i_2 = 0$

$V_{Th} = 12 - 6i_1 - 3i_2$

$\boxed{V_{Th} = 22\,\text{V}}$





$$\boxed{p_{max} = \frac{V_{Th}^2}{4R_L} = \frac{22^2}{4 \times 9} = 13.44\,\text{W}}$$