TECNOLOGÍA ELÉCTRICA
Teoría de Circuitos
Circuitos de Corriente Continua

Enrique Comesaña Figueroa
e.comesana@usc.es
Despacho 5 – Módulo II, segunda planta superior
Escola Politécnica Superior de Enxeñaría, Campus Terra, Lugo

Magnitudes y unidades en Tecnología Eléctrica

Símbolo	Magnitud	Unidad
q	Carga eléctrica	Culombio (C)
i	Corriente	Amperio (A)
u, v	Diferencia de tensión, tensión o voltaje	Voltio (V)
e	fuerza electromotriz	Voltio (V)
P	Potencia	Vatio (W)
W	Energía	Julio (J)
F	Frecuencia	Herzios (Hz)

exa	E	10^{18}	mega	M	10^{6}	deci	d	10^{-1}	nano	n	10^{-9}
peta	P	10^{15}	kilo	k	10^{3}	centi	c	10^{-2}	pico	p	10^{-12}
tera	T	10^{12}	hecto	h	10^{2}	mili	m	10^{-3}	femto	f	10^{-15}
giga	G	10^{9}	deca	da	10^{1}	micro	µ	10^{-6}	atto	a	10^{-18}

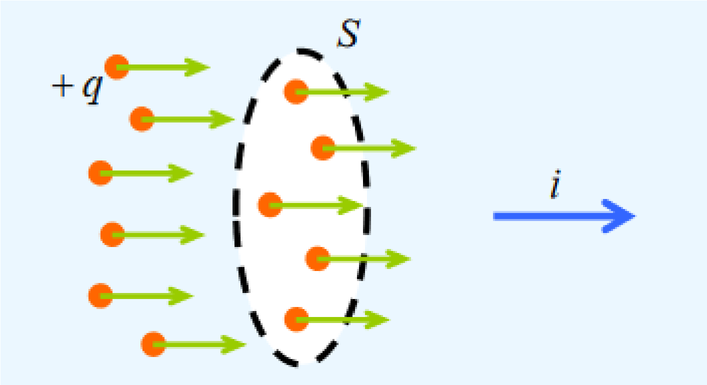
Magnitudes y unidades: Carga

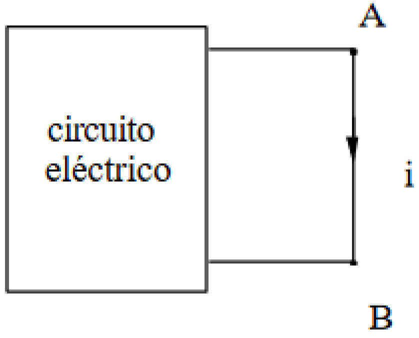
- Presente en todos los cuerpos. Propiedad de la materia.
- Naturaleza bipolar: Positiva (+), negativa (-).
- Cuando se compensa: cuerpo eléctricamente neutro.
- Trasvase de cargas: corriente eléctrica y diferencia de tensión o voltaje

Magnitudes y unidades: Corriente eléctrica

"La intensidad de corriente eléctrica, o simplemente corriente eléctrica, se define como la cantidad de carga eléctrica que atraviesa una superficie por unidad de tiempo"

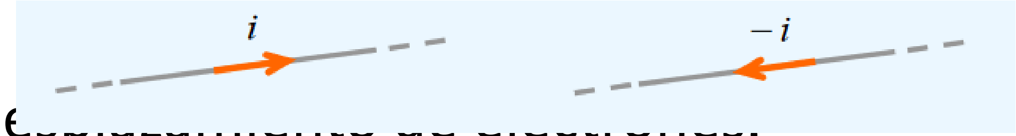
$$i = \left.\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}\right|_S$$



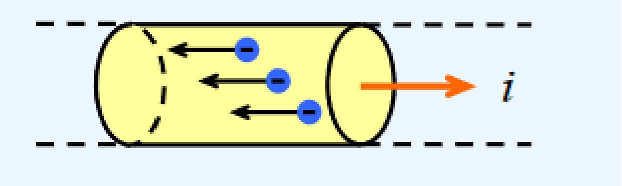


i = I A; I C/s circulan de A a B

i = – I A ; I C/s circulan de B a A



- Presente en materiales conductores por desplazamiento de electrones.
- Sentido opuesto al desplazamiento de los electrones
- Amperio (A) unidad básica del S.I.



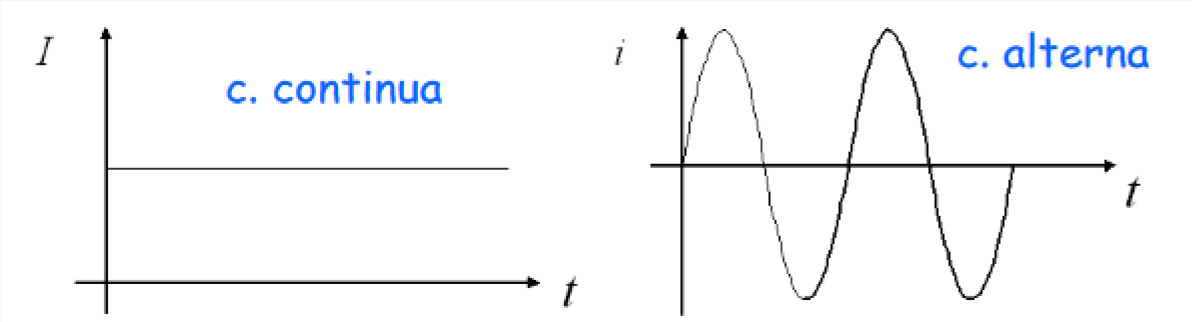
Magnitudes y unidades: Corriente eléctrica

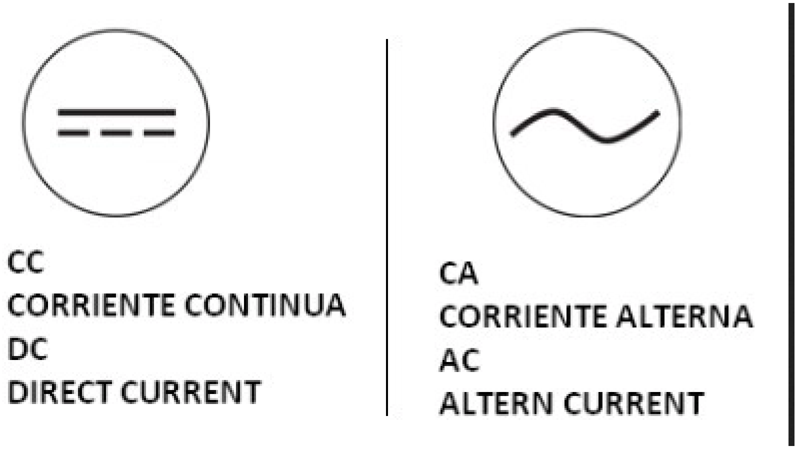
- Corriente continua o corriente directa (dc): No varía con el tiempo

$$I = I_0 = cte$$

- Corriente alterna (ac): Típicamente sinusoide:

$$i(t) = I_m \sin(\omega t)$$





Magnitudes y unidades: Voltage o Tensión

- Tensión eléctrica: Diferencia de potencial entre dos puntos A y B

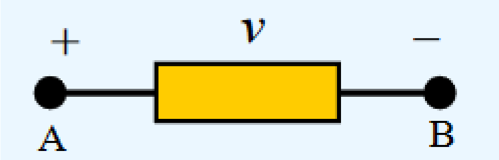
"La tensión (o diferencia de potencial) v_{AB} entre dos puntos A y B de un circuito es la energía necesaria para mover una carga de valor unidad desde A hasta B"

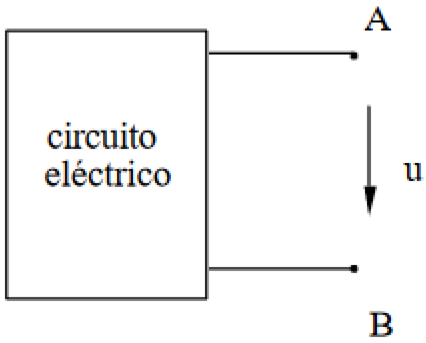
$$v_{AB} = \frac{dw}{dq}$$

- Voltio (V)

$$1 \text{ voltio} = \frac{1 \text{ julio}}{1 \text{ culombio}} \longrightarrow 1\,\mathrm{V} = \frac{1\,\mathrm{J}}{1\,\mathrm{C}}$$

$$u_{AB} = u_A - u_B$$





$u = U$ V; $u_A = u_B + 10$

$u = -U$ V; $u_A = u_B - 10$

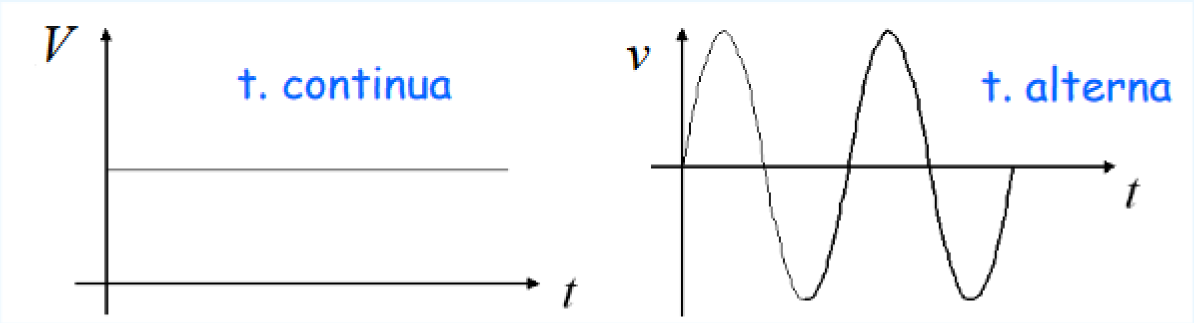
Magnitudes y unidades: Voltage o Tensión

- Tensión continua o corriente directa (dc): No varía con el tiempo

$$V = V_0 = \text{cte}$$

- Tensión alterna (ac): Típicamente sinusoide:

$$v(t) = V_m \sin(\omega t)$$



Magnitudes y unidades: Potencia

"La potencia p es la cantidad de energía (absorbida o suministrada) por unidad de tiempo"

- Potencia (absorbida o suministrada) por un elemento de circuito:

$$p = \frac{dw}{dt} = \underbrace{\frac{dw}{dq}}_{v}\underbrace{\frac{dq}{dt}}_{i} \rightarrow \boxed{p = vi}$$

$$p(t) = \frac{dw(t)}{dt} = u(t) \cdot i(t)$$

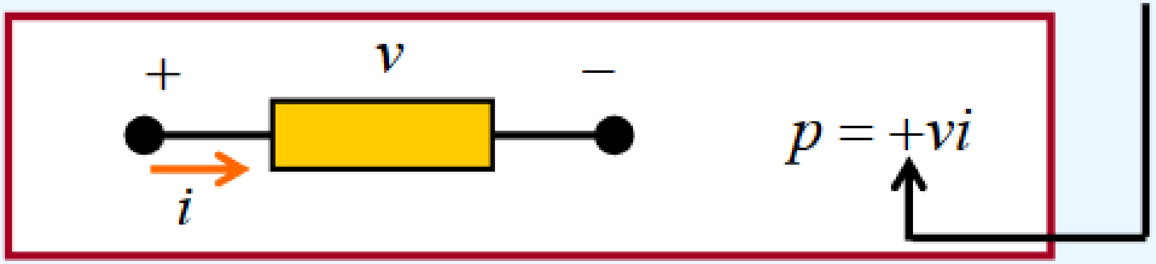
"La potencia absorbida o suministrada por un elemento es el producto de la tensión entre los extremos del elemento por la corriente que pasa a través de él"

- Unidades de la potencia: El vatio (W)

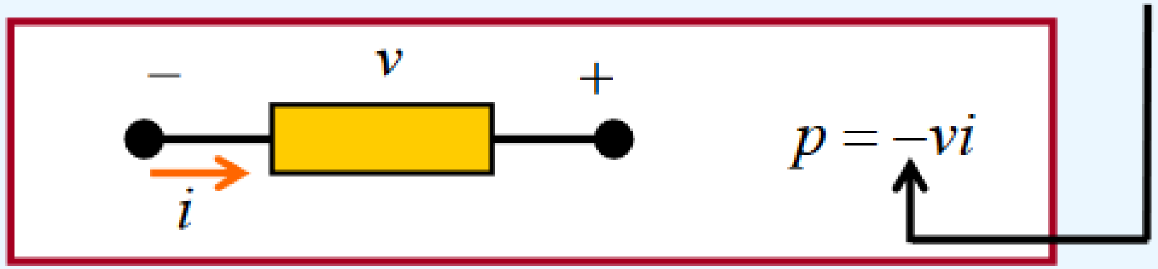
- De la expresión anterior se deduce: $1\,W = 1V \times 1A$

Magnitudes y unidades: Potencia

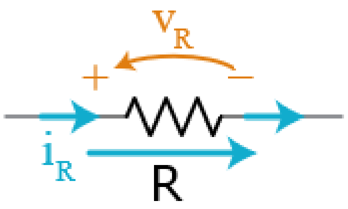
- 1er caso: La corriente entra por el terminal positivo



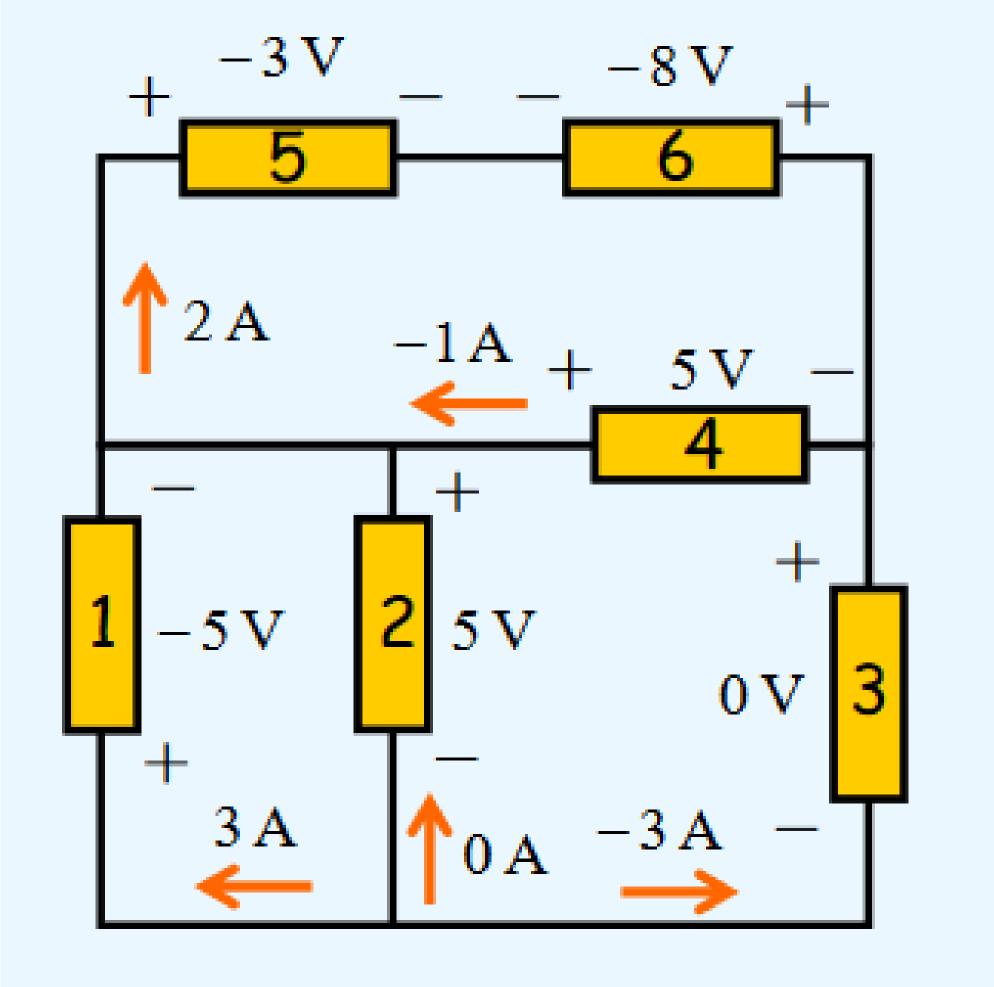
- 2° caso: La corriente entra por el terminal negativo



- En ambos casos:
  - Si $p > 0$ → el elemento disipa potencia
  - Si $p < 0$ → el elemento suministra potencia
- En el 1er caso se dice que "se cumple el convenio pasivo de signos"



Magnitudes y unidades: Potencia



Magnitudes y unidades: Potencia

Solución:

- Potencia en un elemento $\begin{cases} p = +vi & \text{si la corriente entra por +} \\ p = -vi & \text{si la corriente entra por -} \end{cases}$

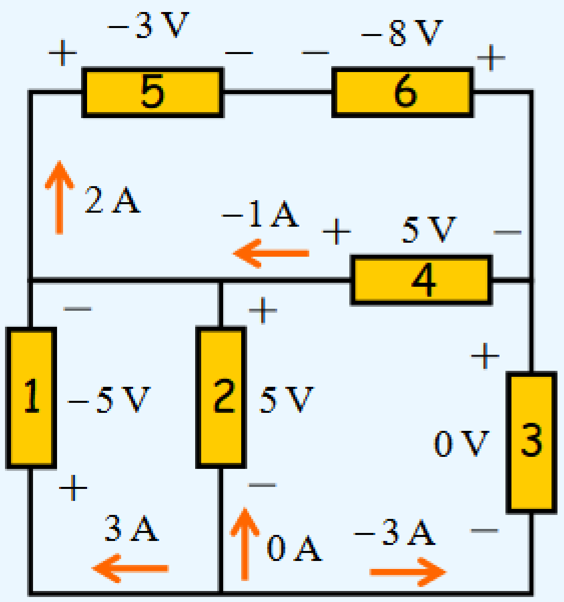
- Elemento 1: $V_1 = -5\ \text{V}\quad I_1 = 3\ \text{A} \longrightarrow P_1 = +V_1 I_1 = +(-5)\times 3 = -15\ \text{W} < 0$ (suministra)
- Elemento 2: $V_2 = 5\ \text{V}\quad I_2 = 0\ \text{A} \longrightarrow P_2 = -V_2 I_2 = -5\times 0 = 0\ \text{W}$
- Elemento 3: $V_3 = 0\ \text{V}\quad I_3 = -3\ \text{A}$

  $P_3 = -V_3 I_3 = -0\times(-3) = 0\ \text{W}$
- Elemento 4: $V_4 = 5\ \text{V}\quad I_4 = -1\ \text{A}$

  $P_4 = -V_4 I_4 = -5\times(-1) = 5\ \text{W} > 0$ (consume)
- Elemento 5: $V_5 = -3\ \text{V}\quad I_5 = 2\ \text{A}$

  $P_5 = +V_5 I_5 = (-3)\times 2 = -6\ \text{W} < 0$ (suministra)
- Elemento 6: $V_6 = -8\ \text{V}\quad I_6 = 2\ \text{A}$

  $P_6 = -V_6 I_6 = -(-8)\times 2 = 16\ \text{W} > 0$ (consume)



- Total potencia suministrada = -21 W
- Total potencia consumida = +21 W

Magnitudes y unidades: Potencia

"La suma algebraica de la potencia en un circuito eléctrico debe ser cero, en cualquier instante de tiempo"

$$\sum_n p_n = 0 \qquad p_{\text{absorbida}} + p_{\text{suministrada}} = 0$$

$$p_{\text{absorbida}} > 0$$

$$p_{\text{suministrada}} < 0$$

$$p = \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t} \Rightarrow \mathrm{d}w = p\,\mathrm{d}t$$

- Integrando: $\underbrace{\int_{t_1}^{t_2} \mathrm{d}w}_{W} = \int_{t_1}^{t_2} p\,\mathrm{d}t \Rightarrow \boxed{W = \int_{t_1}^{t_2} vi\,\mathrm{d}t}$

Unidades de la energía (SI): El julio (J)

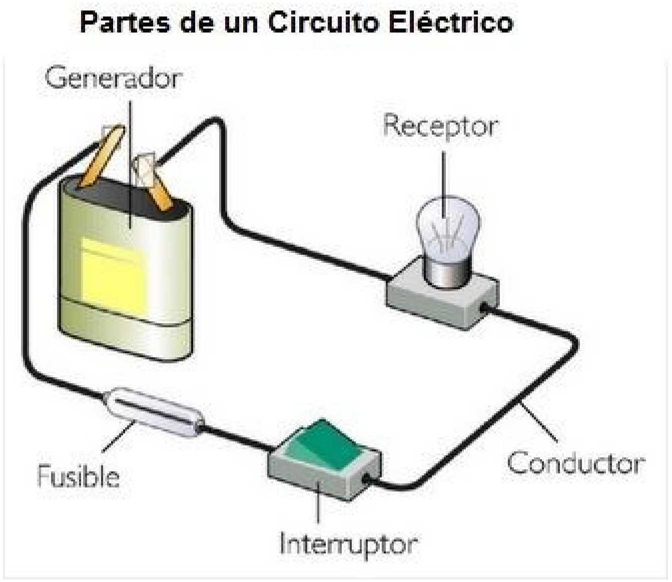
$$1\ \text{julio} = 1\ \text{vatio} \times 1\ \text{segundo} \longrightarrow 1\ \text{J} = 1\ \text{W} \times 1\ \text{s}$$

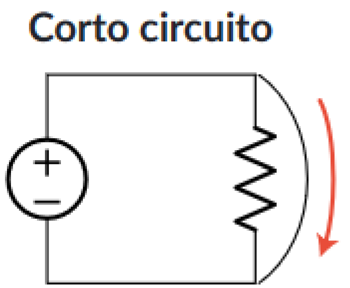
En la vida cotidiana (recibo de la luz) es usual emplear como unidad le energía el vatio-hora (Wh)

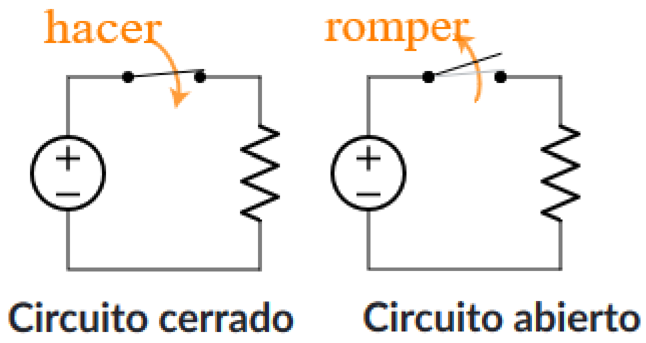
$$1\ \text{Wh} = 1\ \text{W} \times 3600\ \text{s} = 3600\ \text{J}$$

1. Circuito eléctrico

La palabra *circuito* viene de *círculo*. Un circuito es una colección de componentes reales, fuentes de poder y fuentes de señales, todas conectadas de modo que la corriente pueda fluir en un círculo completo.

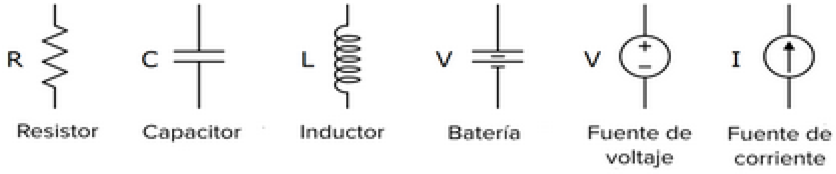






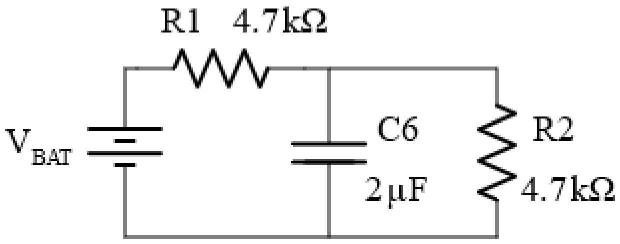
1. Circuito eléctrico: esquema

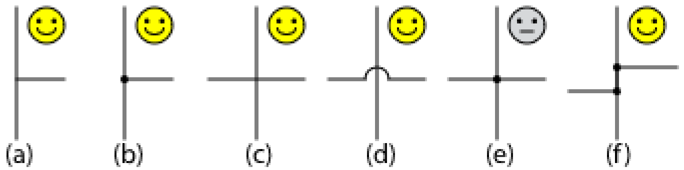
Un *esquema* es un dibujo de un circuito. Un esquema representa los elementos de un circuito con símbolos y las conexiones como líneas.



Líneas – Las conexiones entre los elementos se dibujan como líneas, las cuales a menudo las pensamos como "alambres" o "cables". En un esquema, estas líneas representan conductores perfectos con cero resistencia. Cada componente o terminal de una fuente que se toca con una línea se encuentra al mismo voltaje.

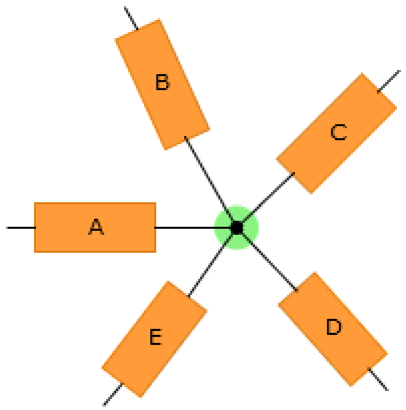
Puntos – Las conexiones entre las líneas se pueden indicar con *puntos*. Los punto son una indicación inequívoca de que las líneas están conectadas. Si la conexión es obvia, no tienes que usar un punto.

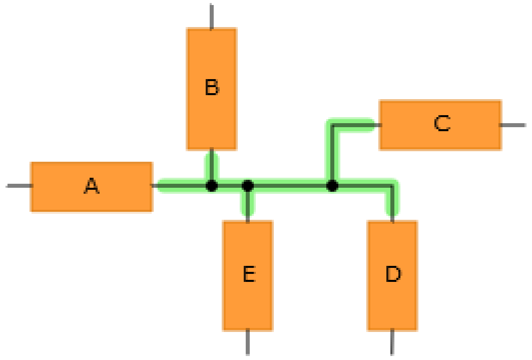




1. Circuito eléctrico: Nodo

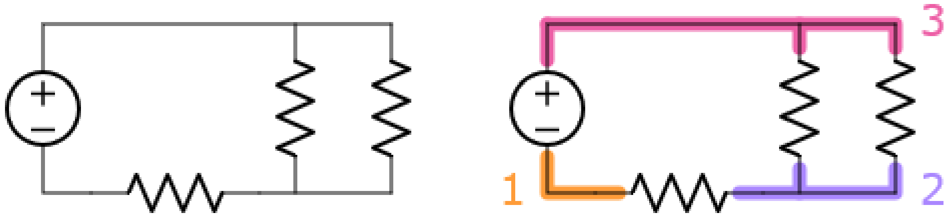
Nodo – Una unión en donde 2 *o más* elementos se conectan se llama un *nodo*.





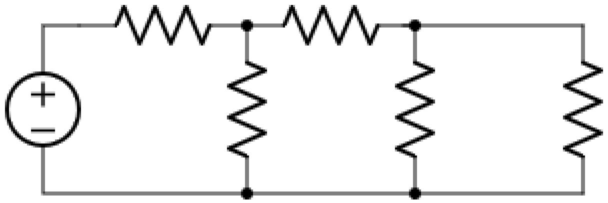
1. Circuito eléctrico: Nodo

Aquí está un esquema realista con los nodos distribuidos etiquetados:



PROBLEMA 1

¿Cuántos nodos hay en este esquema?

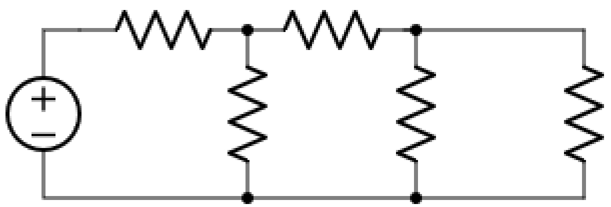


1. Circuito eléctrico: Rama

Rama – Las *ramas* son las conexiones entre los nodos. Una rama es un elemento (resistor, capacitor, fuente, etc.). El número de ramas en un circuito es igual al número de elementos.

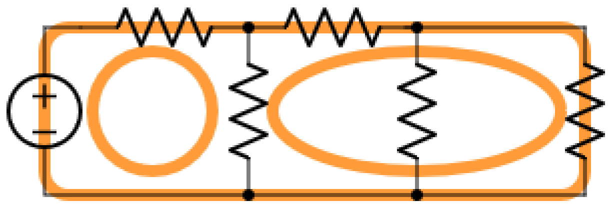
PROBLEMA 2

¿Cuántas ramas hay en este esquema?



1. Circuito eléctrico: Lazo

Circuito cerrado – Un *circuito cerrado* es cualquier trayectoria cerrada que pasa a través de los elementos del circuito. Para dibujar un circuito cerrado, selecciona cualquier nodo como punto de inicio y dibuja una trayectoria a través de los elementos y nodos hasta llegar de regreso al nodo en donde empezaste. Hay una única regla: un circuito cerrado solo puede visitar (pasar) *una sola vez* cada nodo. Está bien si los circuitos cerrados contienen otros circuitos cerrados. Aquí se muestran algunos circuitos cerrados en nuestro circuito. (También puedes encontrar otros. Si conté bien, hay seis).

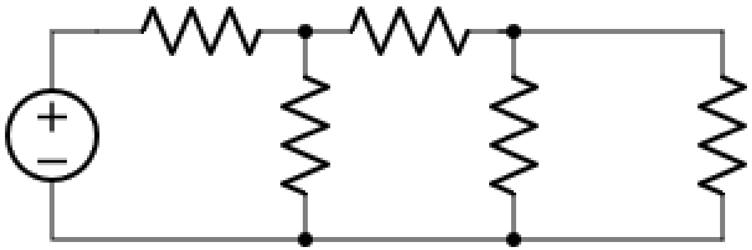


1. Circuito eléctrico: Malla

Malla – Una *malla* es un circuito cerrado que no tiene otros circuitos cerrados dentro de ella. Puedes pensar sobre esto como una malla para cada "ventana abierta" de un circuito.

PROBLEMA 3

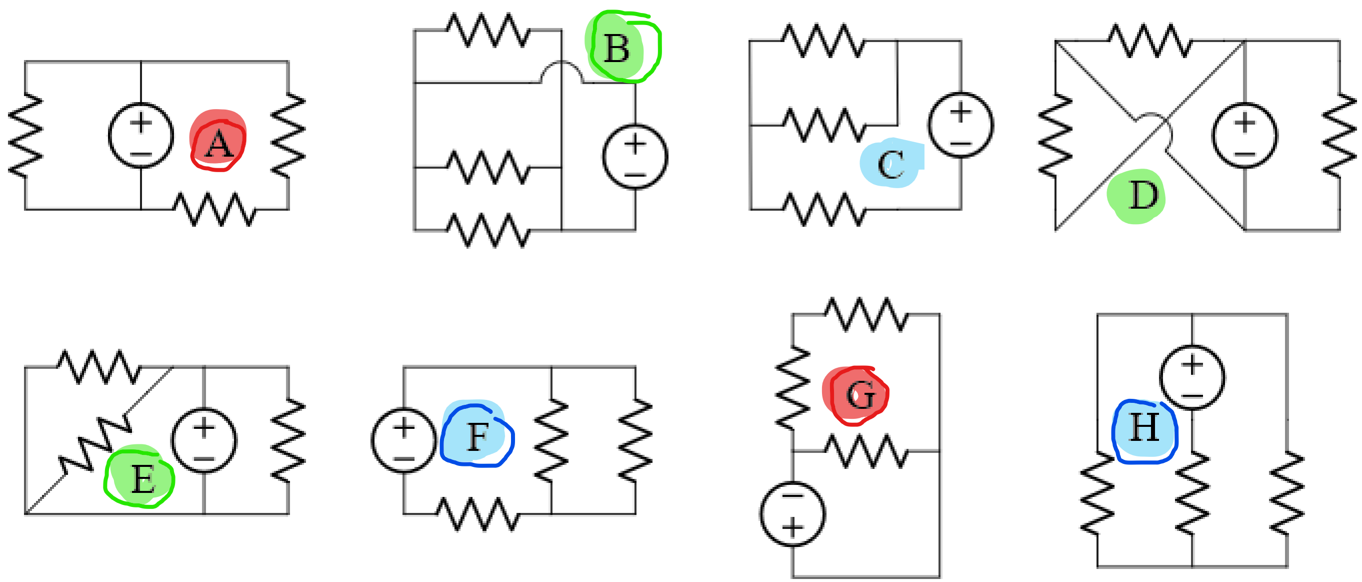
¿Cuántas mallas hay en este circuito?



1. Circuito eléctrico: Circuitos equivalentes

¿Cuáles de estos esquemas representan el mismo circuito (son equivalentes)?

Supón que todos los resistores tienen el mismo valor.
Tómate tu tiempo, esto no es sencillo.
Pista: hay tres respuestas.



1. Referencias de tensión

Nodo de referencia – Durante el análisis de un circuito, solemos escoger uno de los nodos en el circuito para que sea el *nodo de referencia*. El voltaje en los otros nodos se mide en relación al nodo de referencia. Cualquier nodo puede ser el de referencia, pero dos opciones comunes que simplifican el análisis de circuitos son:

- la terminal negativa de la fuente de voltaje o de corriente que alimenta al circuito, o
- el nodo conectado al mayor número de ramas.

1. Referencias de tensión

La tierra es

- el punto de referencia a partir del cual se miden los voltajes.
- la trayectoria de la corriente eléctrica de regreso a su fuente.
- una conexión física directa a la Tierra, la cual es importante para la seguridad. *[Seguridad]*

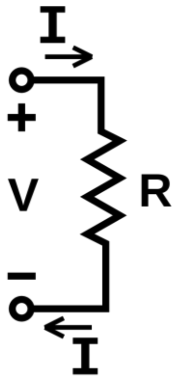
El nodo de tierra recibe su nombre a partir del tercer significado. Pero los otros dos son igualmente importantes.

Te vas a encontrar con varios símbolos para la tierra:

Ley de Ohm

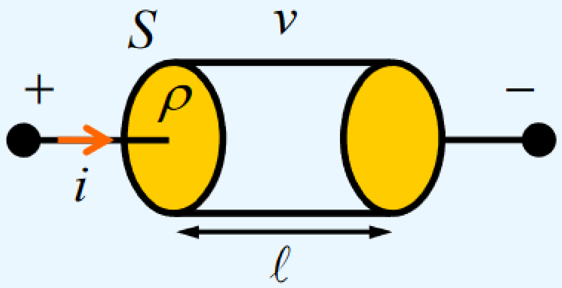
"En 1827 el físico alemán Georg S. Ohm determinó experimentalmente que la tensión entre los terminales de un cuerpo resistivo es proporcional a la corriente que lo atraviesa"

$$V = R \cdot I$$

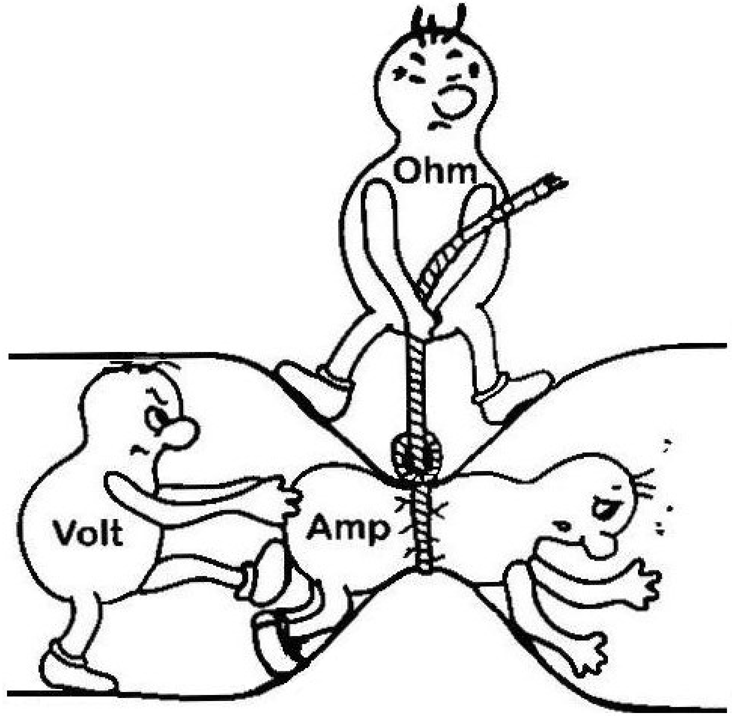


- La constante de proporcionalidad R se denomina resistencia y vale:

$$\boxed{R = \rho \frac{\ell}{S}}$$



- Unidades de la resistencia: El ohmio (Ω) → $1\,\Omega = \frac{1\,\mathrm{V}}{1\,\mathrm{A}}$

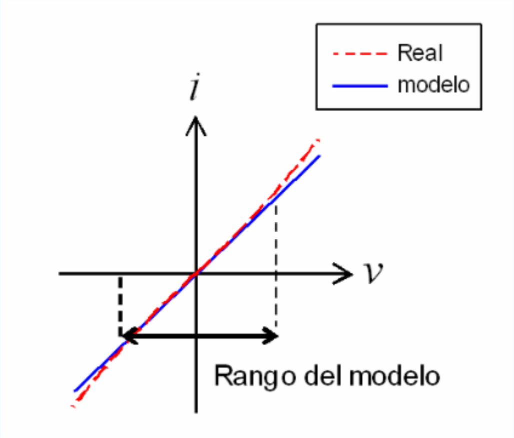


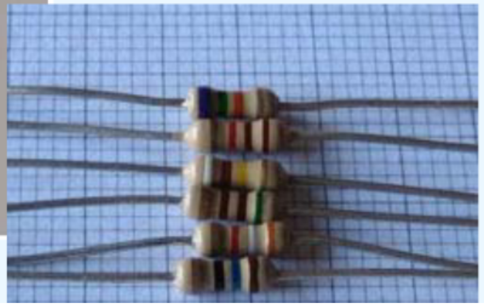
Ley de Ohm: Resistencias

- Ley de Ohm y definición de resistencia:

  - La ecuación $v=Ri$ es un modelo (lineal).

  - En realidad, para tensiones altas la relación i-v deja de ser lineal





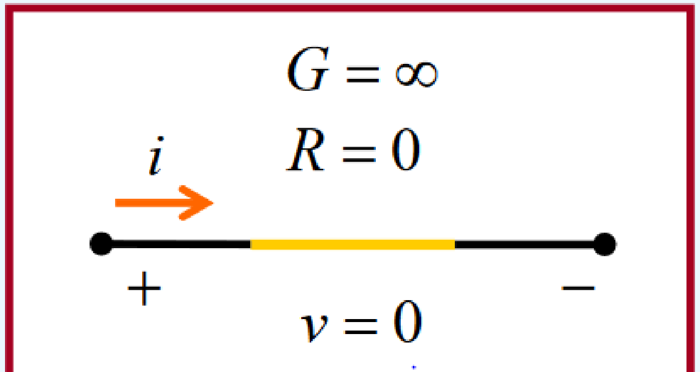
Ley de Ohm

- Ley de Ohm y definición de resistencia:
  - El inverso de la resistencia se denomina conductancia G

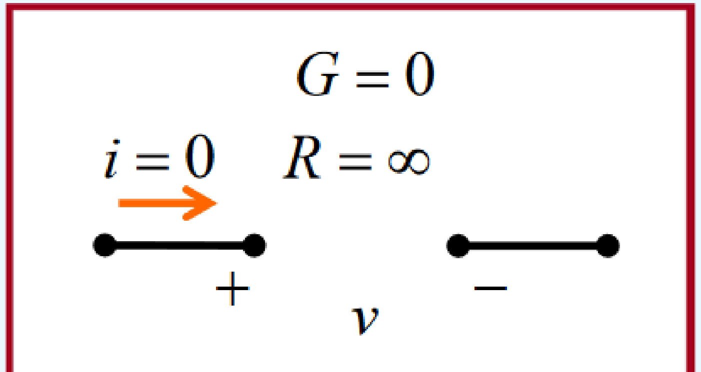
$$G = 1/R$$

  - Unidades de la conductancia: Siemen (S), también se usa mho

  - Casos límite:



Corto-circuito

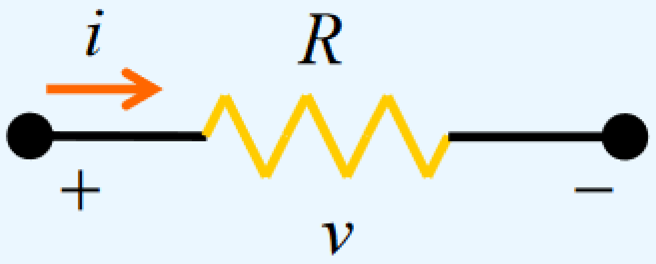


Circuito-abierto

Ley de Ohm

- Potencia en una resistencia:

$$\left.\begin{array}{l} p = vi \\ v = Ri \end{array}\right\} \quad p = i^2 R \geq 0$$



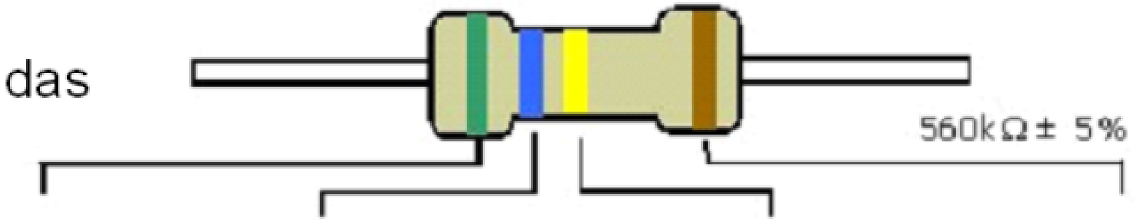
- Alternativamente

$$p = \frac{v^2}{R}$$

- La resistencia es un elemento pasivo, siempre absorbe (disipa) energía

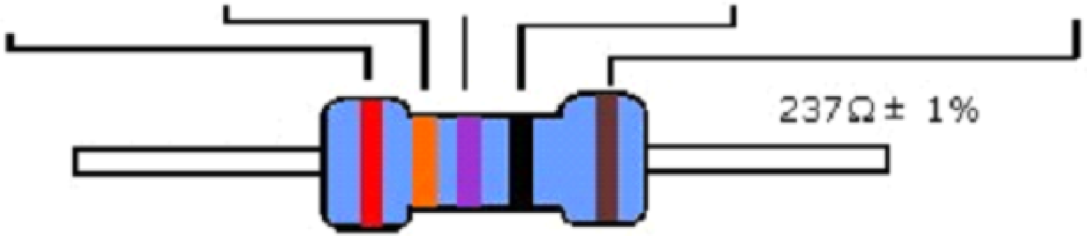
- En una resistencia la energía eléctrica se transforma en calor

Código de 4 bandas



THD
Through Hole Device

COLOR	1ª BANDA	2ª BANDA	3ª BANDA	MULTIPLIC	TOLERANCIA
Negro	0	0	0	1 Ω	
Marrón	1	1	1	10Ω	± 1 %
Rojo	2	2	2	100Ω	± 2 %
Naranja	3	3	3	1K Ω	
Amarillo	4	4	4	10 KΩ	
Verde	5	5	5	100 KΩ	± 0.5 %
Azul	6	6	6	1M Ω	± 0.25 %
Violeta	7	7	7	10 M Ω	± 0.10 %
Gris	8	8	8		± 0.05 %
Blanco	9	9	9		
Dorado				0.1	± 5 %
Plateado				0.01	± 10 %



Código de 5 bandas

Resistencis SMD de precisión con código de 4 cifras. Valores iguales o mayores de 100 Ω

EJEMPLOS

1000	100 + __ = 100 Ω
4700	470 + __ = 470 Ω
1001	100 + 0 = 1KΩ
3301	330 + 0 = 3,3KΩ
1002	100 + 00 = 10K Ω
4703	470 + 000 = 470KΩ

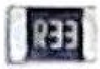
TOLERANCIA 1%

Resistencias SMD con código de 3 dígitos

EJEMPLOS

100	10 + __ = 10 Ω
101	10 + 0 = 100 Ω
221	22 + 0 = 220 Ω
102	10 + 00 = 1K
472	47 + 00 = 4,7K
103	10 + 000 = 10K
473	47 + 000 = 47K

TOLERANCIA 5%



0805-0.33 ohmios

Resistencis SMD de precisión con código de 4 cifras. Valores menores de 100 Ω

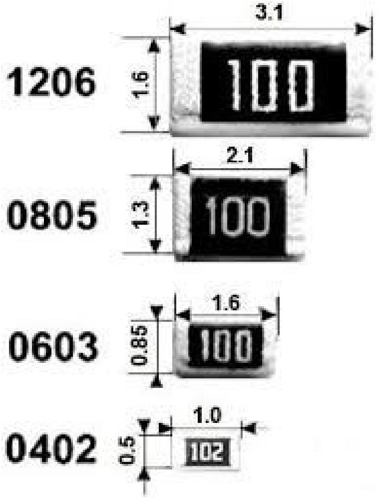
EJEMPLOS

0R10	0 +","+ 10 = 0,10 Ω
R10	+","+ 10 = 0,10 Ω
0R47	0 +","+ 47 = 0,47 Ω
R47	+","+ 47 = 0,47 Ω
1R20	1 +","+ 20 = 1,20 Ω
4R70	4 +","+ 70 = 4,7 Ω
10R0	10 +","+ 0 = 10 Ω
47R0	47 +","+ 0 = 47 Ω

TOLERANCIA 1%

1206-0.27 ohmios

1206-0.22 ohmios



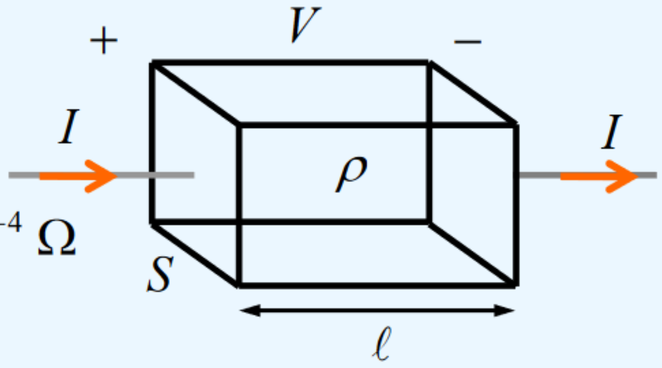
EIA Size	Power Rating (at 70℃)	L	W	H	T	t_1
0201	1/20W	0.6±0.10	0.3±0.05	0.25±0.05	0.15±0.10	0.15±0.10
0402	1/16W	1.0±0.10	0.5±0.05	0.30±0.05	0.20±0.10	0.25±0.10
0603	1/10W	1.6±0.10	0.8±0.10	0.45±0.10	0.25±0.15	0.25±0.15
0805	1/8W	2.0±0.10	1.20±0.10	0.55±0.10	0.35±0.20	0.35±0.20
1206	1/4W	3.1±0.15	1.55±0.15	0.55±0.10	0.45±0.20	0.40±0.20
1210	1/2W	3.1±0.15	2.60±0.15	0.55±0.10	0.50±0.20	0.50±0.20
2010	3/4W	5.0±0.15	2.50±0.15	0.55±0.10	0.60±0.20	0.50±0.20
2512	1W	6.4±0.15	3.20±0.15	0.55±0.10	0.60±0.20	0.50±0.20

Ley de Ohm

- Ejemplo 2: Se dispone de una pieza de Nicromo (aleación 80% niquel y 20% cromo), de resistividad ρ = 103 x 10^{-6} Ω cm, con forma de paralelepípedo. El área de las bases es S = 2 cm^2 y la longitud ℓ = 5 cm. Sabiendo que la caída de potencial entre las bases es V = 10 V, calcular la potencia y la energía disipada en Δt = 2 h.

<u>**Solución:**</u>

$$P = \frac{V^2}{R}$$



$$R = \rho\frac{\ell}{S} = \frac{(103\times10^{-6})\times5}{2} = 2.58\times10^{-4}\ \Omega$$

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{10^2}{2.58\times10^{-4}} = 3.88\times10^5\ \ \mathrm{W}$$

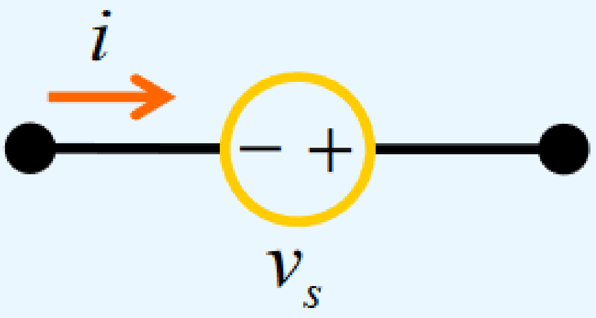
$$W = \int_{t_1}^{t_2} P\,\mathrm{d}t \underset{P\,=\,\mathrm{cte}}{=} P\int_{t_1}^{t_2}\mathrm{d}t = P\underbrace{(t_2 - t_1)}_{\Delta t} = P\Delta t$$

$$W = P\Delta t = (3.88\times10^5)\times(2\times60\times60) = 2.79\times10^9\ \ \mathrm{J}$$

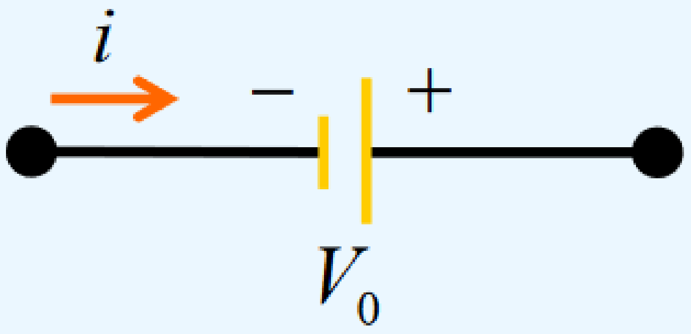
Fuentes independientes

"Fuente de tensión ideal: es un elemento que proporciona, entre sus terminales, una tensión prefijada. La corriente que lo atraviesa depende del resto del circuito"

- Símbolos:



fuente de tensión variable con el tiempo

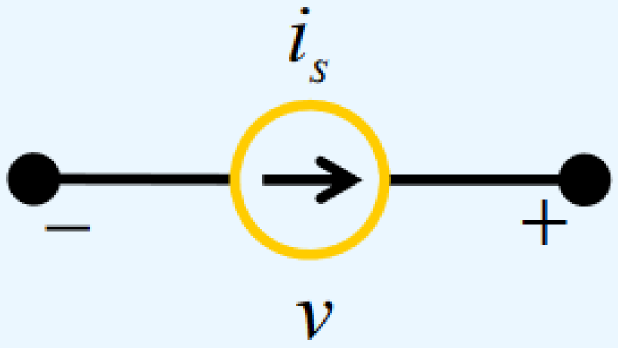


fuente de tensión de continua

Fuentes independientes

"Fuente de corriente ideal: es un elemento que proporciona una corriente prefijada. La tensión entre sus terminales depende del resto del circuito"

- Símbolo:



Fuentes independientes

- **Ejemplo 3:** Dos fuentes ideales, una de tensión y otra de corriente, se conectan directamente como se muestra en la figura. Calcular la potencia en cada fuente, indicando si es suministrada o absorbida.

Fuentes independientes

Solución:

- Fuente de corriente: La corriente entra por el terminal negativo

$$p = -vi = -V_s I_s = -12 \times 3 = -36\ \mathrm{W} < 0\ (\text{suministrada})$$

- Fuente de tensión: La corriente entra por el terminal positivo

$$p = +vi = +V_s I_s = +12 \times 3 = +36\ \mathrm{W} > 0\ (\text{absorbida})$$

Leyes de Kirchoff

- Las leyes de Kirchhoff fueron introducidas en 1847 por el físico alemán Gustav R. Kirchhoff

- Ley de Kirchhoff de las corrientes (KCL):
  - Expresa el principio de conservación de la carga

“La suma algebraica de las corrientes que entran (o salen) de un nudo es cero”

- Matemáticamente:

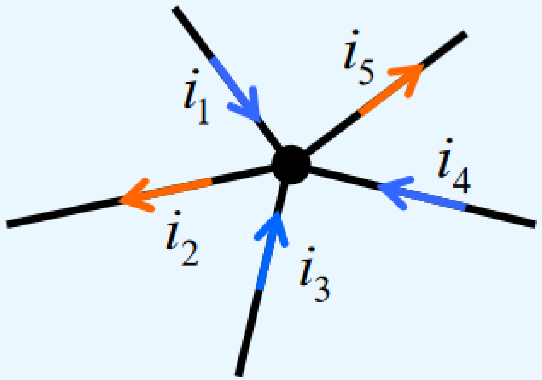
$$\boxed{\sum_{n=1}^{N} i_n = 0}$$

(las corrientes salientes positivas y las entrantes negativas, o viceversa)

donde N es el número de corrientes que entran/salen del nudo e i_n es la n-ésima corriente

Leyes de Kirchoff

- Ley de Kirchhoff de las corrientes (KCL):



-Ej: Aplicar la KCL al nudo de la figura

Solución:

- Hay 5 corrientes → $\sum_{n=1}^{5} i_n = 0$

- Tomamos positivas las corrientes salientes:

$$\sum_{n=1}^{5} i_n = 0 \rightarrow \quad -i_1 + i_2 - i_3 - i_4 + i_5 = 0$$

- También podemos escribir: $i_1 + i_3 + i_4 = i_2 + i_5$

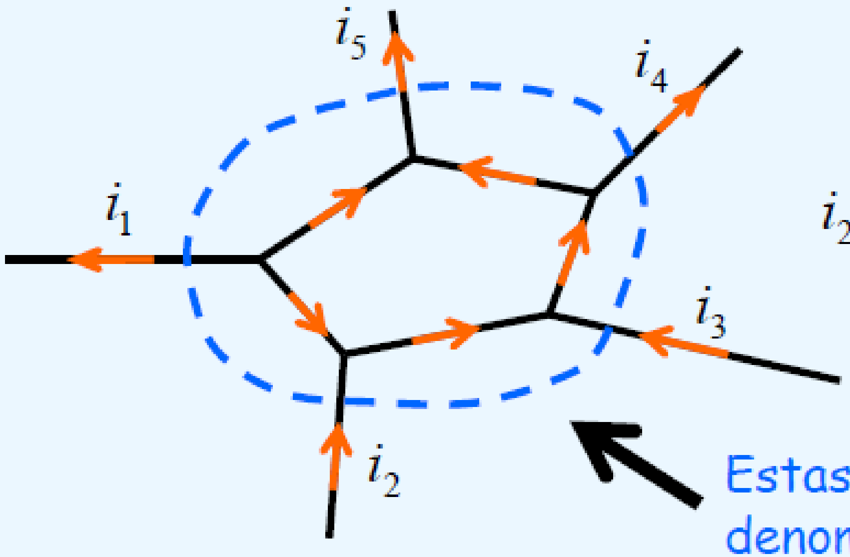
- Enunciado alternativo de la KCL:

"La suma de las corrientes que entran en un nudo es igual a la suma de las corrientes que salen de él"

$$\sum i_{\text{entrantes}} = \sum i_{\text{salientes}} \quad \text{(todas positivas)}$$

Leyes de Kirchoff

- Ley de Kirchhoff de las corrientes (KCL):
  - La KCL puede generalizarse aplicándose a superficies cerradas (en 2D curvas cerradas)

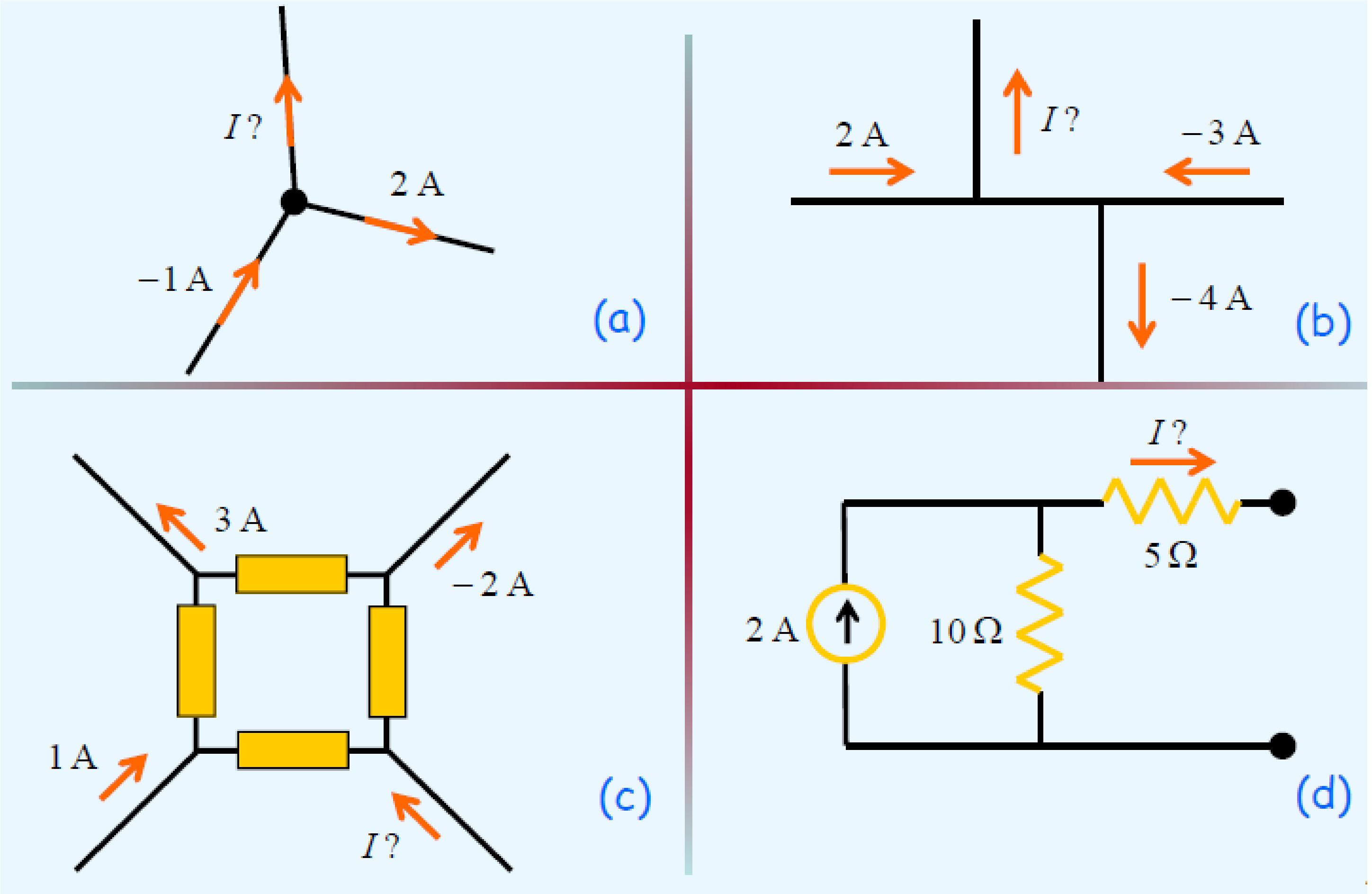


$$i_2 + i_3 = i_1 + i_4 + i_5$$

Estas curvas se denominan SUPERNUDOS

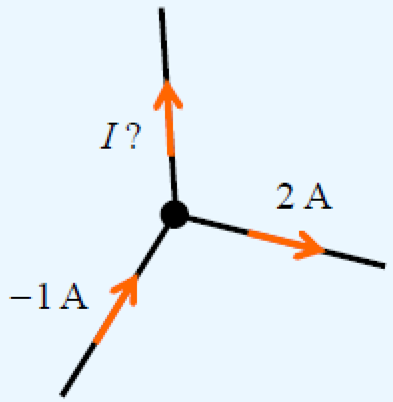
  - En un circuito de N nudos, sólo N-1 ecuaciones de nudos son independientes

Leyes de Kirchoff: Ejemplos de aplicación



Leyes de Kirchoff: Ejemplos de aplicación

(a)



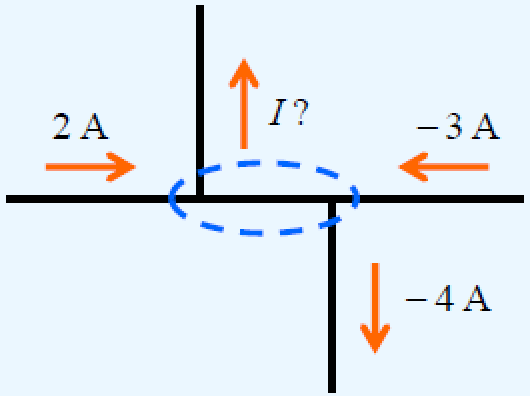
$$\sum i_{\text{entrantes}} = \sum i_{\text{salientes}}$$

$$+(-1) = 2 + I \;\Rightarrow\; I = -3\ \text{A}$$

signo de la ley

signo de la variable

(b)

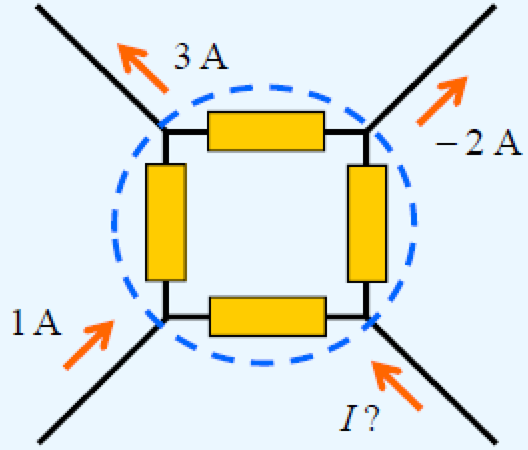


$$\sum i_{\text{entrantes}} = \sum i_{\text{salientes}}$$

$$2 + (-3) = (-4) + I \;\Rightarrow\; I = 3\ \text{A}$$

Leyes de Kirchoff: Ejemplos de aplicación

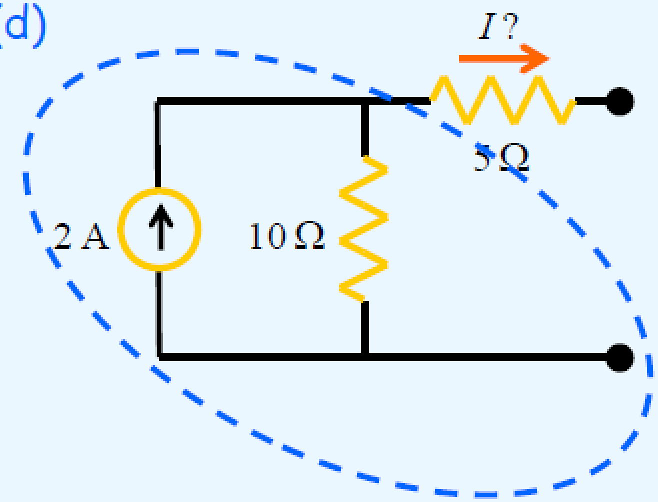
(c)



$$\sum i_{\text{entrantes}} = \sum i_{\text{salientes}}$$

$$1 + I = 3 + (-2) \Rightarrow I = 0 \text{ A}$$

(d)



$$\sum i_{\text{entrantes}} = \sum i_{\text{salientes}}$$

$$0 = I \Rightarrow I = 0 \text{ A}$$

Leyes de Kirchoff

- Ley de Kirchhoff de las tensiones (KVL):
  - Expresa el principio de conservación de la energía

> "La suma algebraica de las tensiones a lo largo de una trayectoria cerrada es cero"

- Matemáticamente:

$$\boxed{\sum_{m=1}^{M} v_m = 0}$$

(las subidas de tensión positivas y las caídas negativas, o viceversa)

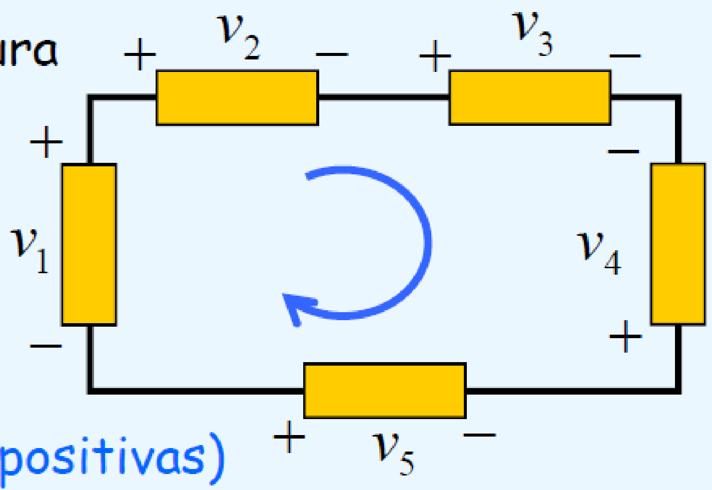
donde *M* es el número de tensiones a lo largo de la malla y v_m es la m-ésima tensión

- **Nota:** no es necesario que la trayectoria esté recorrida por un cable

Leyes de Kirchoff

- Ley de Kirchhoff de las tensiones (KVL):

-Ej: Aplicar la KVL al circuito de la figura



Solución:

- Elegimos un sentido de giro y lo indicamos con una flecha
- Asignamos a cada tensión el signo del primer terminal que encontramos (es decir, subidas negativas y caídas positivas)

$$\sum_{m=1}^{5} v_m = 0 \rightarrow -v_1 + v_2 + v_3 - v_4 - v_5 = 0$$

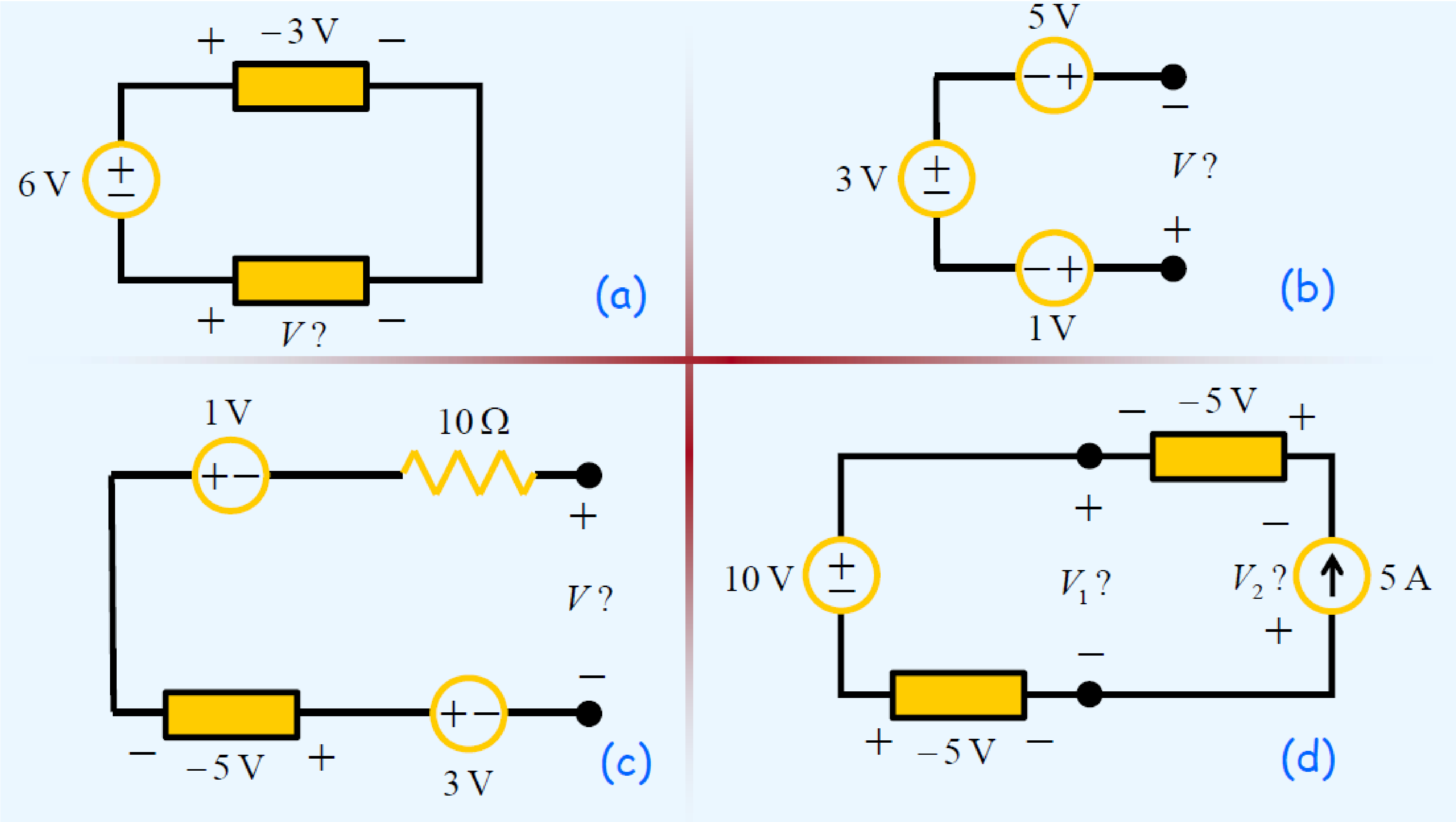
- También podemos escribir: $v_1 + v_4 + v_5 = v_2 + v_3$

- Enunciado alternativo de la KVL:

> "En un lazo (camino cerrado), la suma de subidas de tensión es igual a la suma de caídas"

$$\sum v_{\text{subidas}} = \sum v_{\text{caídas}}$$ (todas positivas)

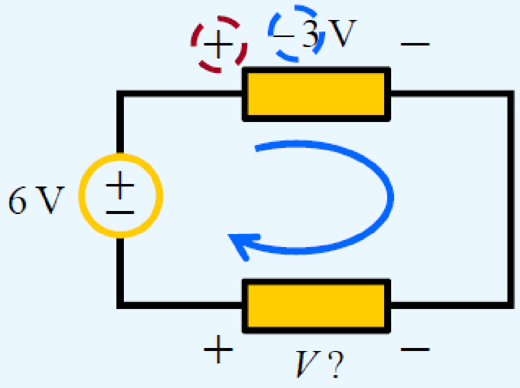
Leyes de Kirchoff: Ejemplo de aplicación



Leyes de Kirchoff: Ejemplo de aplicación

Solución: $\sum_{m=1}^{M} V_m = 0$

(a)



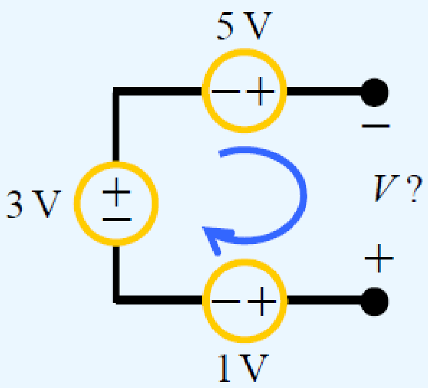
$\sum_{m=1}^{3} V_m = 0$ (suma algebraica)

$+(-3) - V - 6 = 0 \Rightarrow V = -9\ \mathrm{V}$

signo de la ley

signo de la variable

(b)

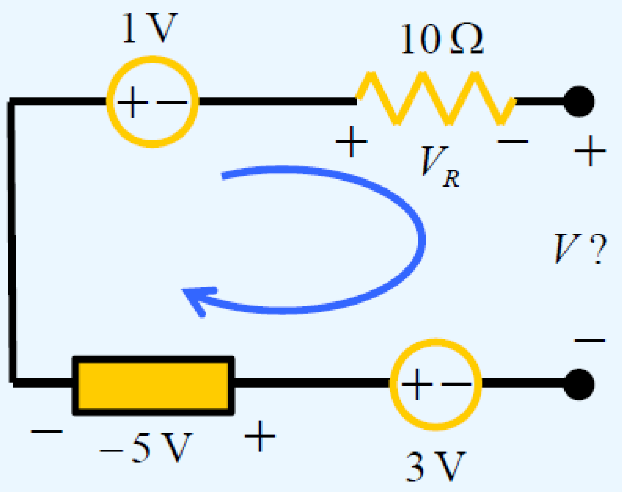


$\sum_{m=1}^{4} V_m = 0$

$-V + 1 - 3 - 5 = 0 \Rightarrow V = -7\ \mathrm{V}$

Leyes de Kirchoff: Ejemplo de aplicación

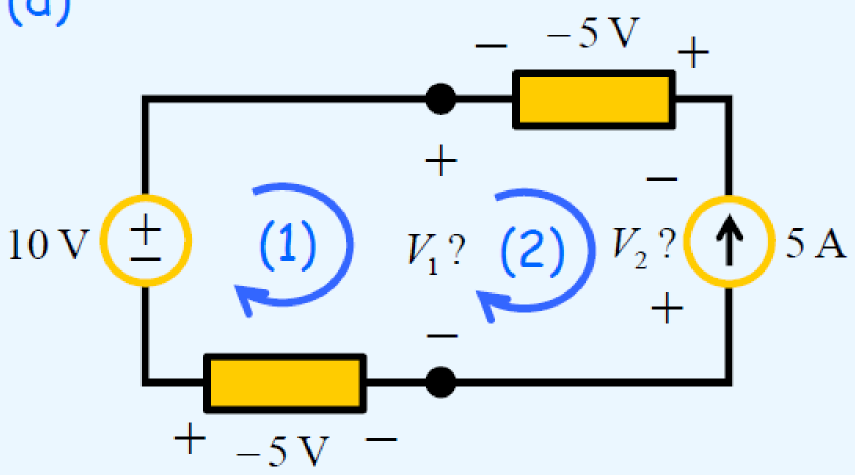
(c)



$$\sum_{m=1}^{5} V_m = 0$$

$$+V - 3 + (-5) + 1 + \underbrace{V_R}_{=0} = 0 \Rightarrow V = 7\text{ V}$$

(d)



$$\sum_{m=1}^{3} V_m = 0 \quad \text{(lazo 1)}$$

$$+V_1 - (-5) - 10 = 0 \Rightarrow V_1 = 5\text{ V}$$

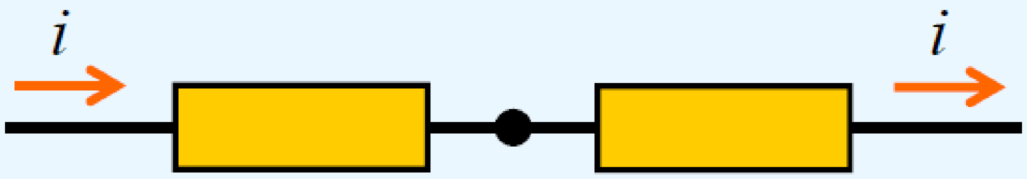
$$\sum_{m=1}^{3} V_m = 0 \quad \text{(lazo 2)}$$

$$-(-5) - V_2 - 5 = 0 \Rightarrow V_2 = 0\text{ V}$$

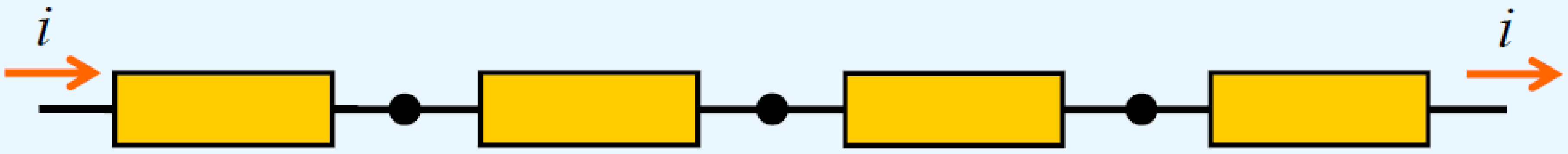
Conexión en serie de elementos

"Dos elementos están conectados en serie cuando comparten un nudo común al que no hay conectado ningún otro elemento. En consecuencia, por dos elementos conectados en serie pasa la misma corriente."

- Gráficamente:



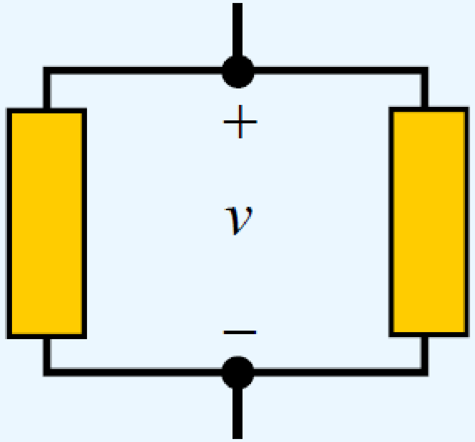
- Esta idea se puede extender al caso de más de dos elementos:



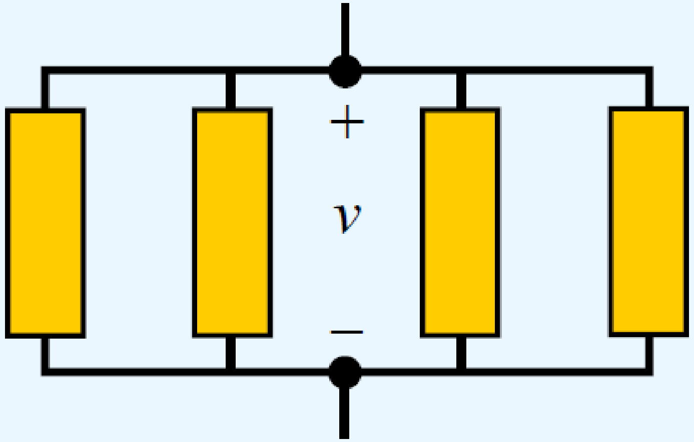
Conexión en paralelo de elementos

"Dos elementos están conectados en paralelo cuando están conectados entre el mismo par de nudos. En consecuencia, dos elementos conectados en paralelo tienen la misma tensión entre sus terminales"

- Gráficamente:

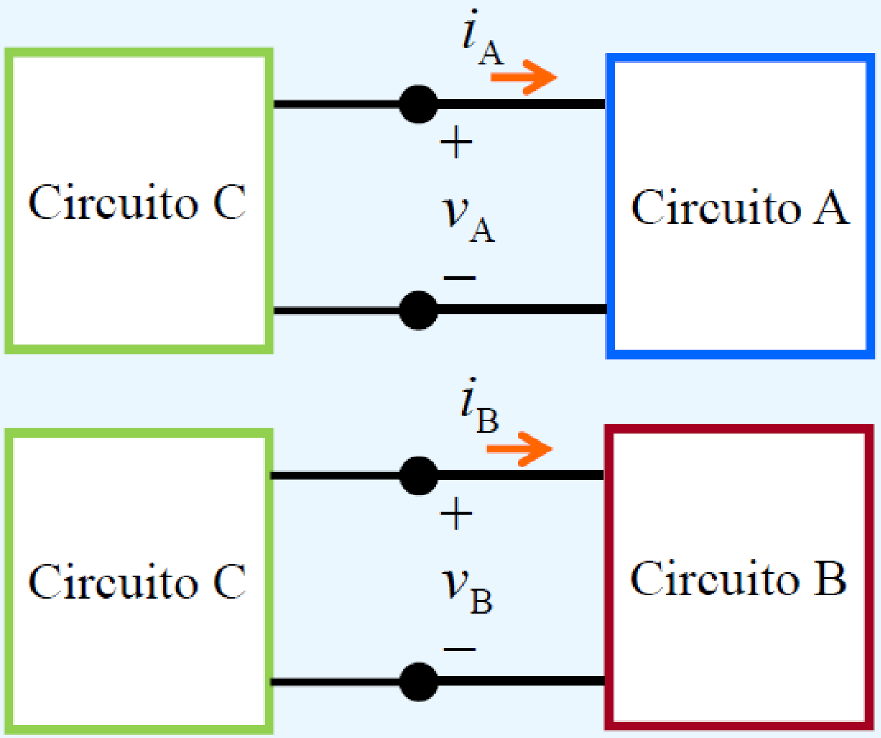


- Para más de dos elementos:



Circuitos equivalentes

"Dos circuitos son equivalentes cuando tienen las mismas características i-v para un par de terminales determinado"



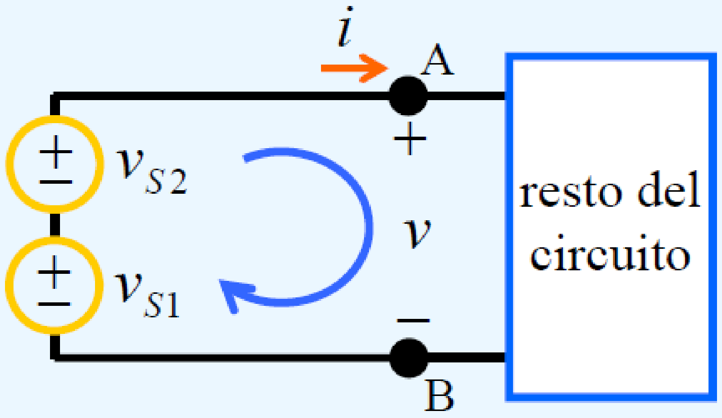
$$\frac{v_A}{i_A} = \frac{v_B}{i_B}$$

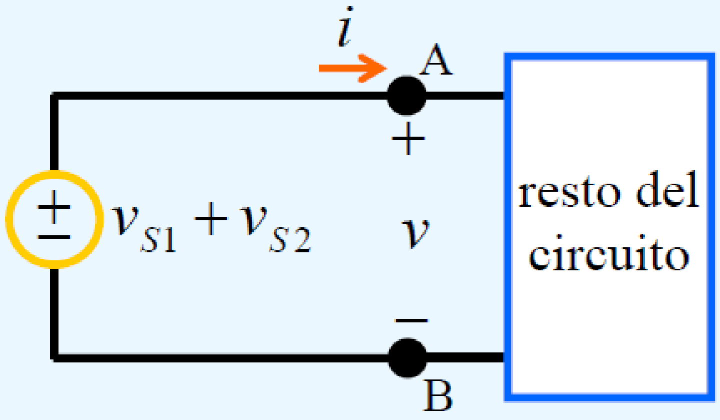
- En este tema aplicaremos esta definición para simplificar circuitos con múltiples resistencias en serie o en paralelo

Circuitos equivalentes: fuentes de tensión en serie y paralelo

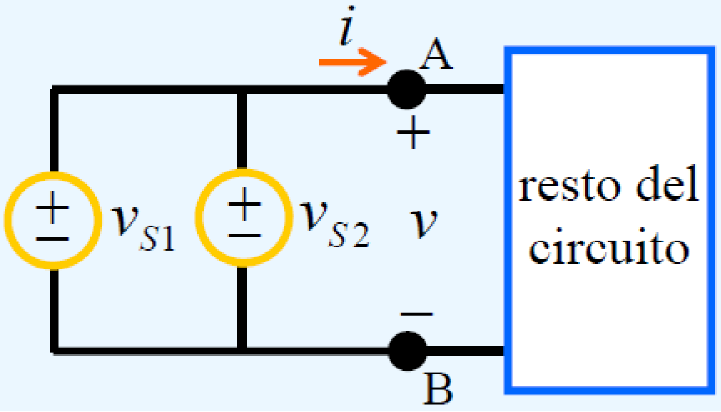
(a) Fuentes de tensión en serie

$$-v_{S1} - v_{S2} + v = 0 \;\Rightarrow\; v = v_{S1} + v_{S2}$$





(b) Fuentes de tensión en paralelo



- En general no es posible ya que v no puede tener simultáneamente dos valores distintos

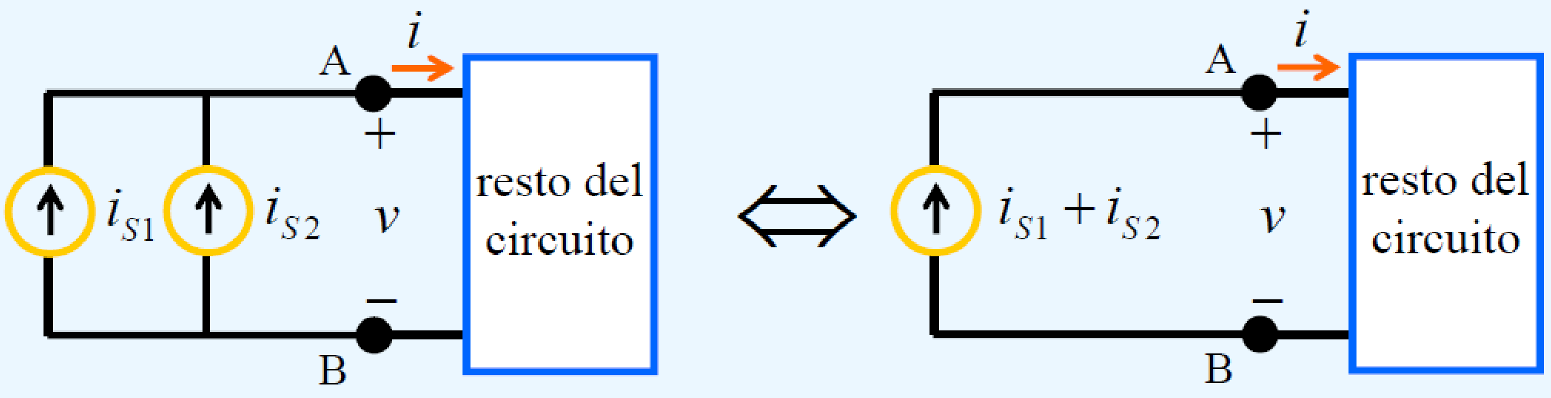
- Solo sería posible si $v_{S1} = v_{S2}$

Circuitos equivalentes: fuentes de corriente en serie y paralelo

(c) Fuentes de corriente en paralelo

- Aplicando la KCL en el nudo A:

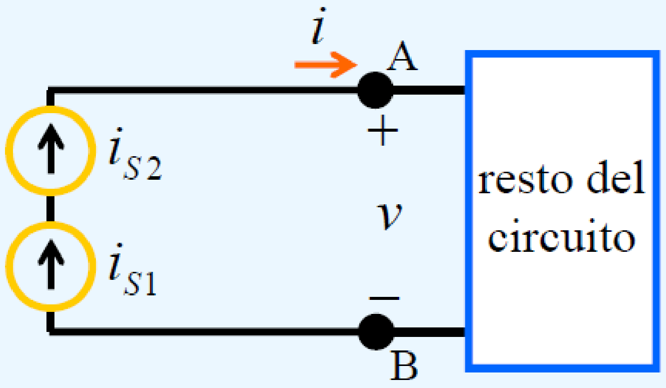
$$i_{S1} + i_{S2} = i$$



(b) Fuentes de corriente en serie

- En general no es posible ya que i no puede tener simultáneamente dos valores distintos

- Solo sería posible si $i_{S1} = i_{S2}$

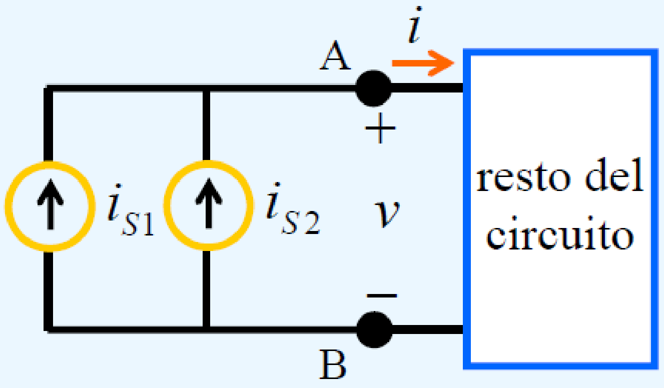


Circuitos equivalentes: fuentes de corriente en serie y paralelo

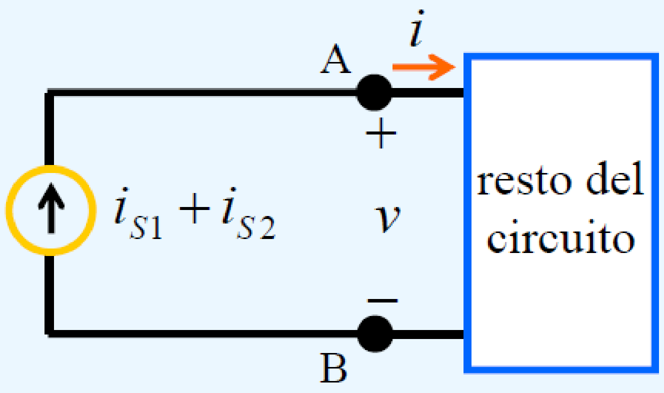
(c) Fuentes de corriente en paralelo

- Aplicando la KCL en el nudo A:

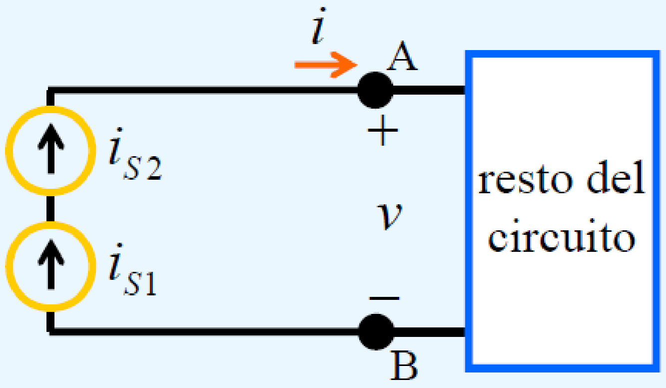
$$i_{S1} + i_{S2} = i$$



$\Leftrightarrow$



(b) Fuentes de corriente en serie

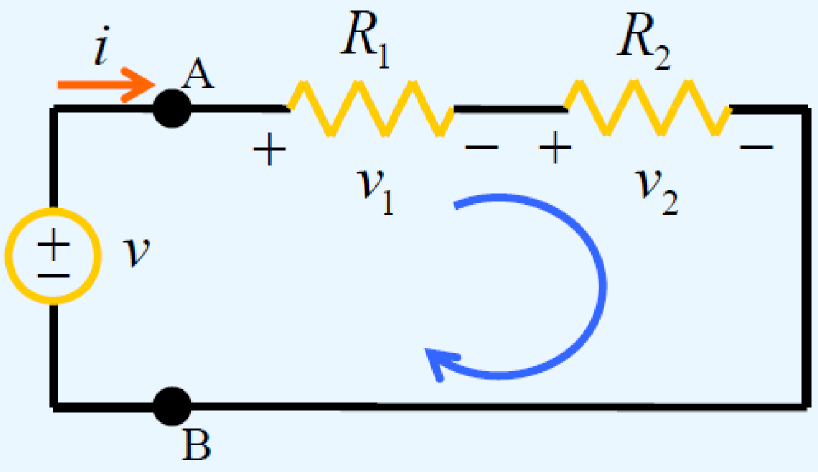


- En general no es posible ya que i no puede tener simultáneamente dos valores distintos

- Solo sería posible si $i_{S1} = i_{S2}$

Circuitos equivalentes: asociación de resistencias en serie

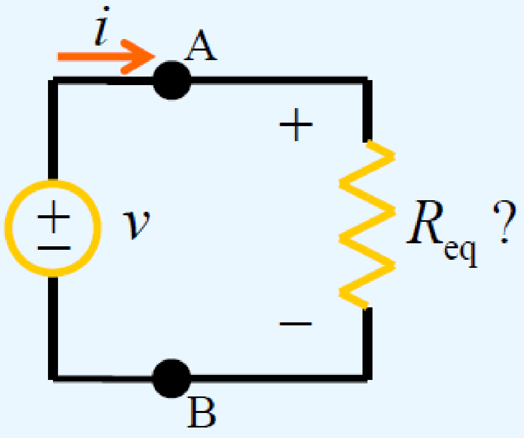
Circuito Original



- KVL: $v = v_1 + v_2$
- Ley de Ohm: $v_1 = R_1 i \qquad v_2 = R_2 i$
- Sustituyendo en KVL:

$$v = (R_1 + R_2)\,i \;\Rightarrow\; \frac{v}{i} = R_1 + R_2$$

Circuito Equivalente

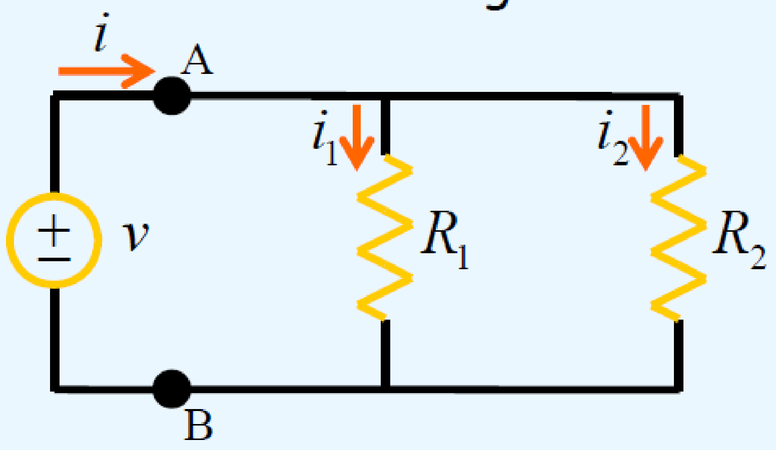


- Ley de Ohm: $\dfrac{v}{i} = R_{eq}$
- Entonces $\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2}$

- Para N resistencias en serie: $\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2 + \cdots + R_N = \sum_{n=1}^{N} R_n}$

Circuitos equivalentes: asociación de resistencias en paralelo

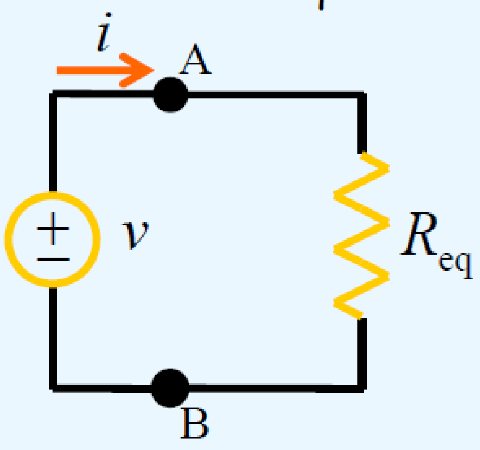
Circuito Original



- KCL: $i = i_1 + i_2$
- Ley de Ohm: $v = R_1 i_1; \quad v = R_2 i_2$
- Sustituyendo en KCL:

$$i = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v$$

Circuito Equivalente



- Ley de Ohm: $i = \frac{1}{R_{eq}} v$
- Entonces

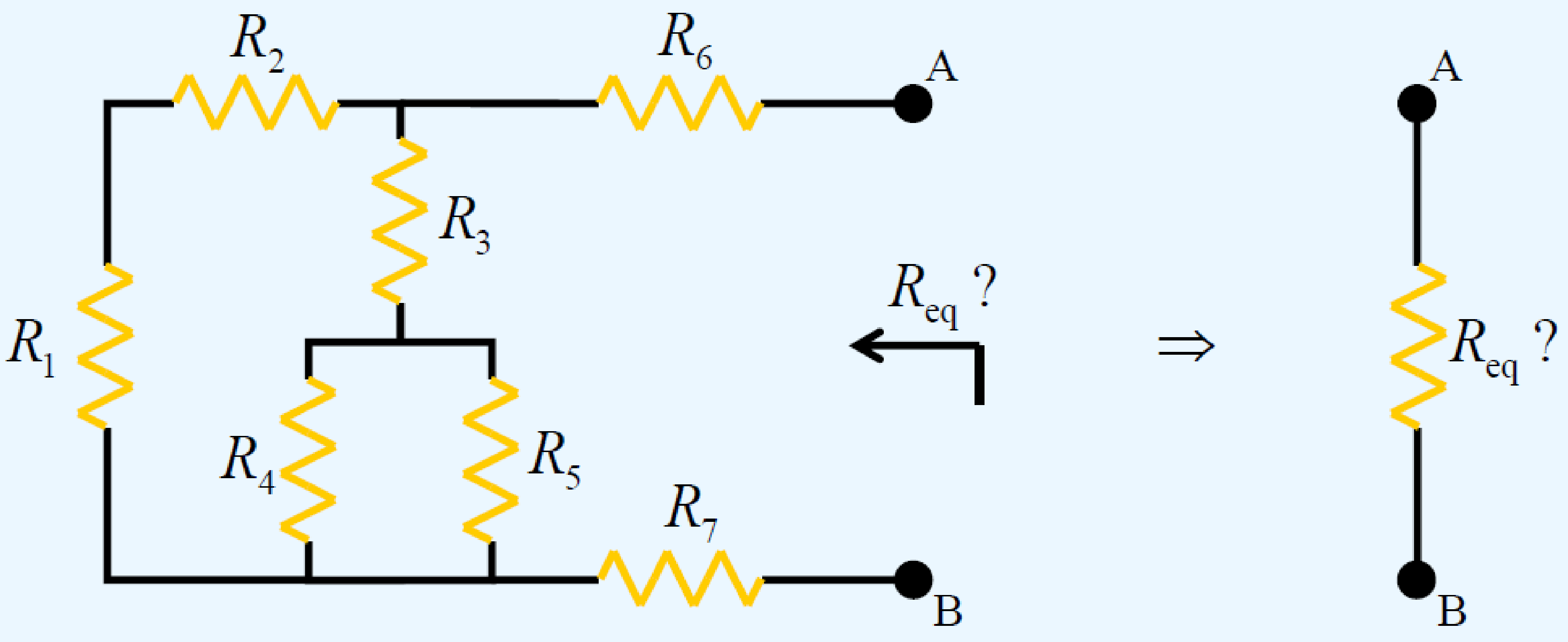
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Longrightarrow \boxed{R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

- Para N resistencias en paralelo:

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \cdots + \frac{1}{R_N} = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{R_n}}$$

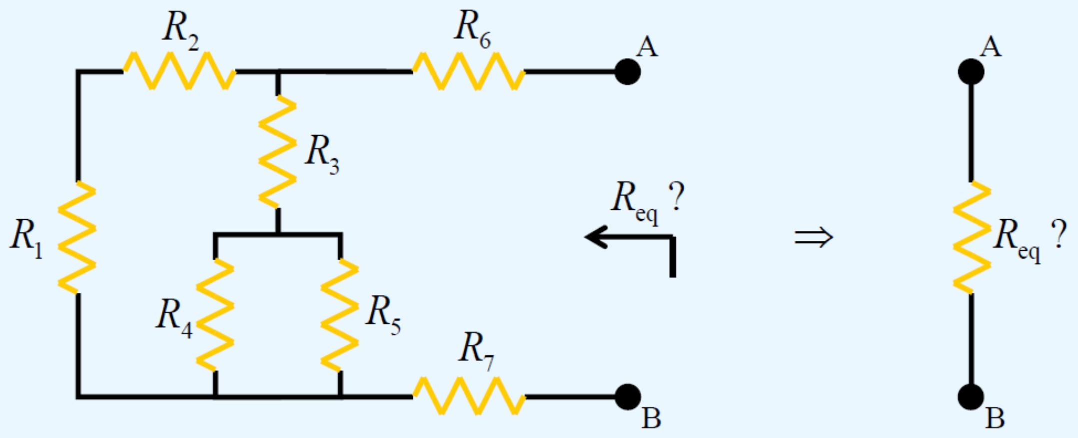
Circuitos equivalentes: ejemplo de aplicación

- Ejemplo 8: Calcular la resistencia equivalente del circuito de la figura.
$R_1 = 5$, $R_2 = 1$, $R_3 = 2$, $R_4 = 3$, $R_5 = 6$, $R_6 = 4$ y $R_7 = 8$ (todas en ohmios)



Circuitos equivalentes: ejemplo de aplicación

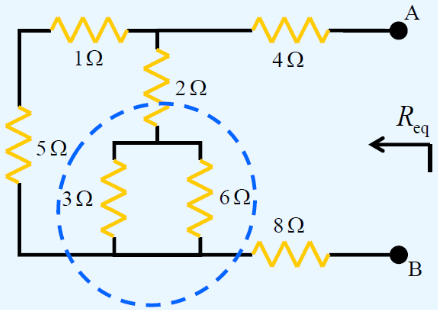
- Ejemplo 8: Calcular la resistencia equivalente del circuito de la figura.
$R_1 = 5$, $R_2 = 1$, $R_3 = 2$, $R_4 = 3$, $R_5 = 6$, $R_6 = 4$ y $R_7 = 8$ (todas en ohmios)



Solución:

- Asociamos 3 Ohm y 6 Ohm:

$$3\,\Omega \,||\, 6\,\Omega = \frac{3\times 6}{3+6} = 2\,\Omega$$

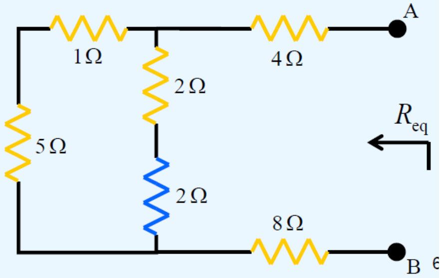


- Asociamos 1 Ohm y 5 Ohm:

$$1\,\Omega + 5\,\Omega = 6\,\Omega$$

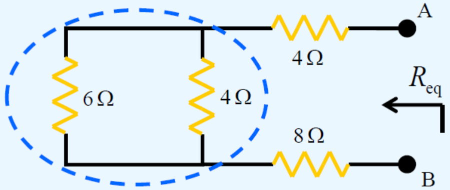
- Asociamos 2 Ohm y 2 Ohm:

$$2\,\Omega + 2\,\Omega = 4\,\Omega$$



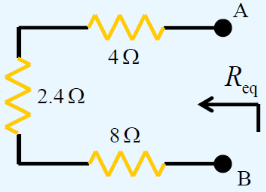
- Asociamos 6 Ohm y 4 Ohm:

$$6\,\Omega \,||\, 4\,\Omega = \frac{6\times 4}{6+4} = 2.4\,\Omega$$



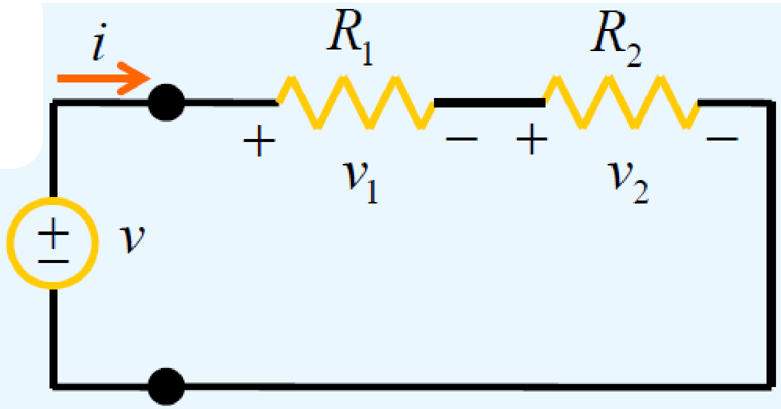
- Finalmente:

$$R_{eq} = 4\,\Omega + 2.4\,\Omega + 8\,\Omega = 14.4\,\Omega$$



$$\boxed{R_{eq} = 14.4\,\Omega}$$

Divisor de tensión

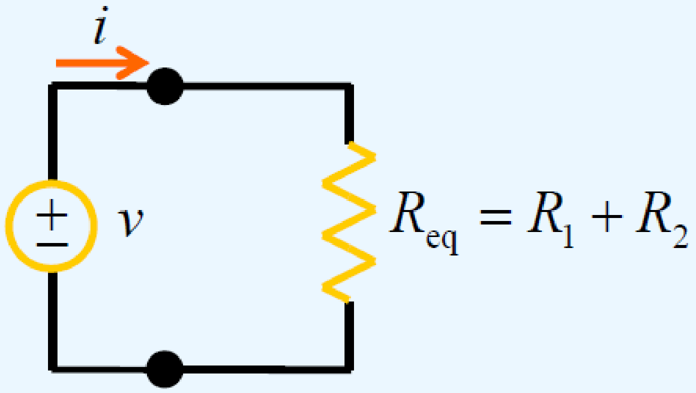


- La caída de tensión en cada resistencia vale:

$$v_1 = R_1 i = \frac{R_1}{R_{eq}} v$$

$$v_2 = R_2 i = \frac{R_2}{R_{eq}} v$$

$$i = \frac{v}{R_{eq}}$$

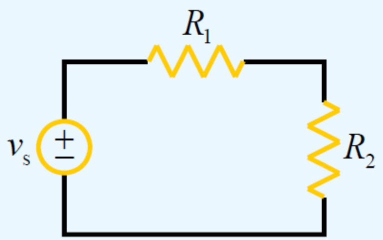


"En un divisor de tensión la tensión de la fuente se divide entre sus resistencias de forma proporcional a la resistencia de cada una"

- Matemáticamente: $$\boxed{v_n = \frac{R_n}{R_{eq}} v}$$

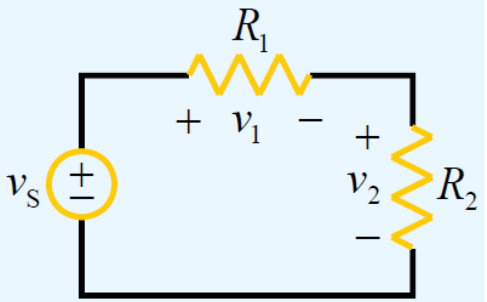
Divisor de tensión: ejemplo

- Ejemplo 9: Determinar el valor de la resistencia R_2 en el circuito de la figura para que la caída de tensión en dicha resistencia sea $\frac{1}{4}$ de la tensión v_S suministrada por la fuente cuando R_1 = 9 Ohm. Calcular la corriente cuando v_S = 12 V.



Solución:

$$v_2 = \tfrac{1}{4} v_S \qquad R_1 = 9\,\Omega \qquad ¿R_2?$$



- Según la fórmula del divisor de tensión:

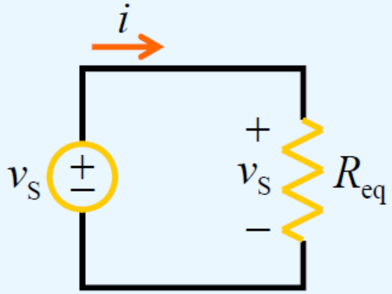
$$v_2 = \tfrac{1}{4} v_S \longrightarrow \underbrace{\frac{R_2}{R_1 + R_2} v_S}_{v_2} = \tfrac{1}{4} v_S$$

de donde

$$R_2 = \frac{R_1}{3} \Rightarrow R_2 = \frac{9}{3} = 3\,\Omega$$

- Cálculo de la corriente:

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$



- Según la ley de Ohm:

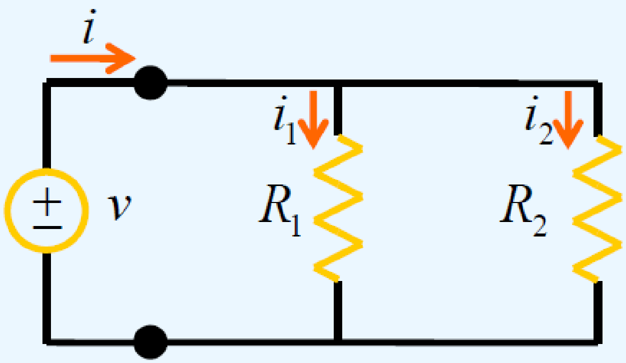
$$i = \frac{v_S}{R_{eq}} = \frac{12}{12} = 1\,\text{A}$$

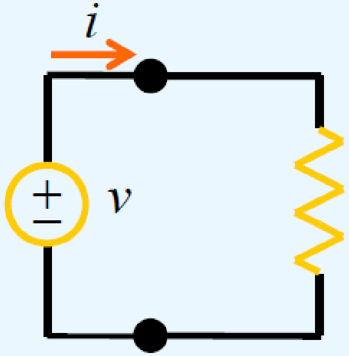
Divisor de corriente

- La corriente en cada resistencia vale:

$$\boxed{i_1 = \frac{1}{R_1} v = \frac{R_{eq}}{R_1} i = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i}$$

$$\boxed{i_2 = \frac{1}{R_2} v = \frac{R_{eq}}{R_2} i = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i}$$





$$v = R_{eq} i$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

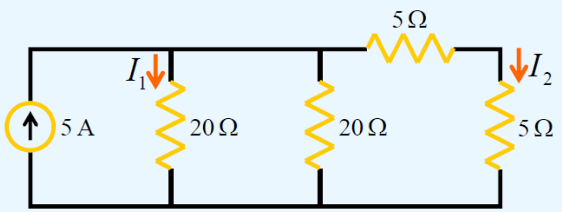
"En un divisor de corriente la corriente total se divide entre sus resistencias de forma inversamente proporcional a la resistencia de cada una"

- Matemáticamente:

$$\boxed{i_n = \frac{R_{eq}}{R_n} i}$$

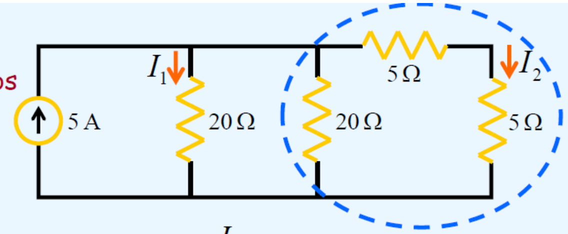
Divisor de corriente: ejemplo

- Ejemplo 10: Hallar las corrientes I_1 e I_2 que se indican en el circuito de la figura.

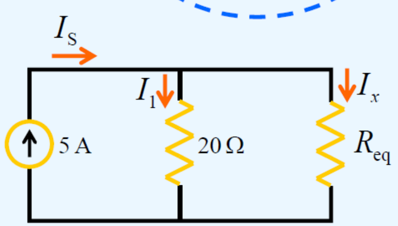


Solución:

- Para calcular I_1 reducimos el circuito a dos resistencias paralelo:



$$R_{eq} = 20\,\Omega \,||\, 10\,\Omega = \frac{20\times 10}{20+10} = \frac{20}{3}\,\Omega$$

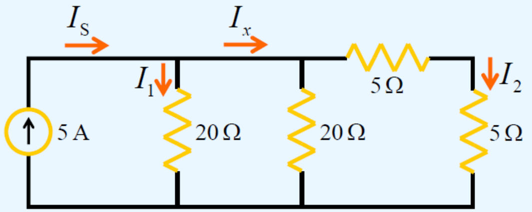


- Aplicando las fórmulas del divisor de corriente:

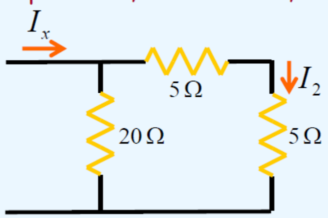
$$\boxed{I_1 = \frac{R_{eq}}{20+R_{eq}} I_S = \frac{20}{3}\frac{5}{20+\frac{20}{3}} = \frac{100}{80} = 1.25\text{ A}}$$

$$I_x = I_S - I_1 = 5 - 1.25 = 3.75\text{ A}$$

- Para calcular I_2 volvemos al circuito sin reducir



- Aplicamos, nuevamente, las fórmulas del divisor de corriente:



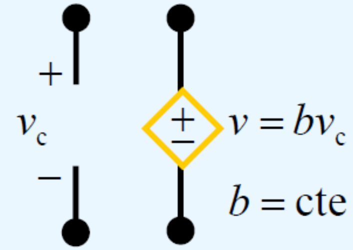
$$\boxed{I_2 = \frac{20}{20+(5+5)} I_x = \frac{20}{30}\times 3.75 = 2.5\text{ A}}$$

Fuentes dependientes

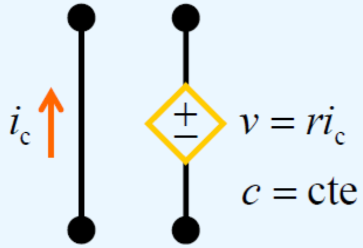
"Una fuente dependiente (o controlada) ideal es una fuente cuyo valor es proporcional a la tensión o corriente existentes en otra parte del circuito"

- Hay 4 tipos de fuentes dependientes:

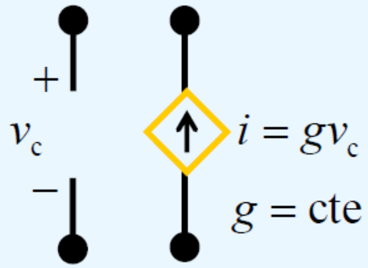
- Fuente de tensión controlada por tensión



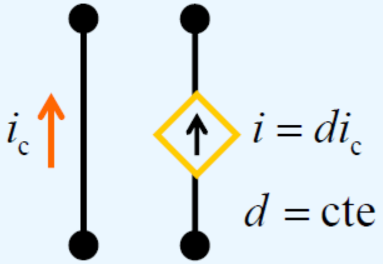
- Fuente de tensión controlada por corriente



- Fuente de corriente controlada por tensión

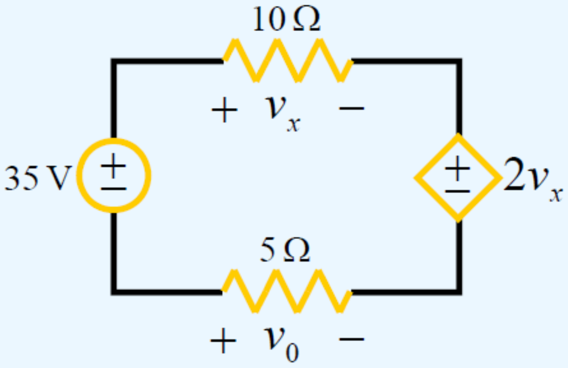


- Fuente de corriente controlada por corriente



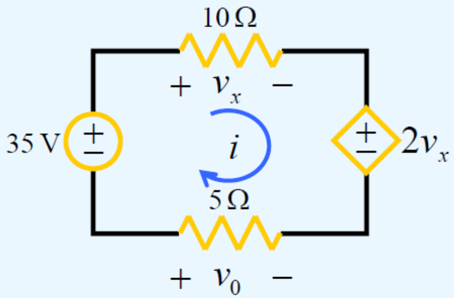
Fuentes dependientes: ejemplo

- Ejemplo 11: Calcular las tensiones v_x y v_0 que se indican en el circuito de la figura.



Solución:

- Supondremos que la malla esta recorrida por una corriente i :



¿v_x, v_0?

- Aplicamos la KVL: $-35 + v_x + 2v_x - v_0 = 0$ (KVL)

- Aplicamos la ley de Ohm: $v_x = 10i;\ v_0 = -5i$ (ley de Ohm)

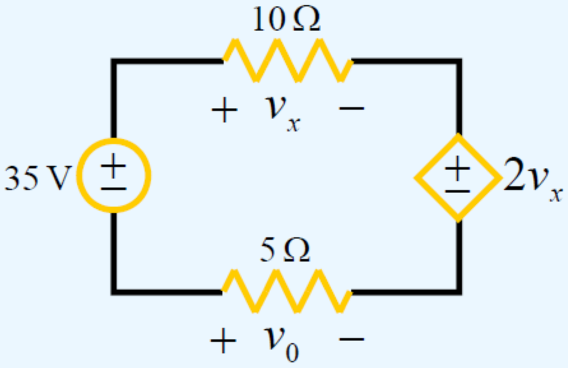
- Sustituimos la ley de Ohm en la KVL: $-35 + 3\times 10i + 5i = 0 \Rightarrow i = 1\,\mathrm{A}$

- Finalmente, sustituimos la corriente en la ley de Ohm:

$$\boxed{v_x = 10i = 10\ \mathrm{V};\quad v_0 = -5i = -5\ \mathrm{V}}$$

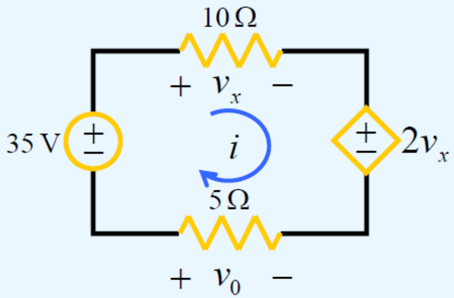
Fuentes dependientes: ejemplo

- Ejemplo 11: Calcular las tensiones v_x y v_0 que se indican en el circuito de la figura.



Solución:

- Supondremos que la malla esta recorrida por una corriente i :



¿v_x, v_0?

- Aplicamos la KVL: $-35+v_x+2v_x-v_0=0$ (KVL)

- Aplicamos la ley de Ohm: $v_x=10i;\ v_0=-5i$ (ley de Ohm)

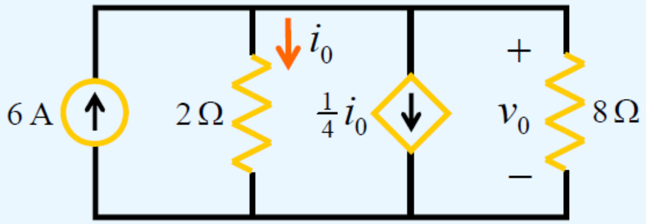
- Sustituimos la ley de Ohm en la KVL: $-35+3\times 10i+5i=0 \Rightarrow i=1\,\mathrm{A}$

- Finalmente, sustituimos la corriente en la ley de Ohm:

$$\boxed{v_x=10i=10\ \mathrm{V};\ \ v_0=-5i=-5\ \mathrm{V}}$$

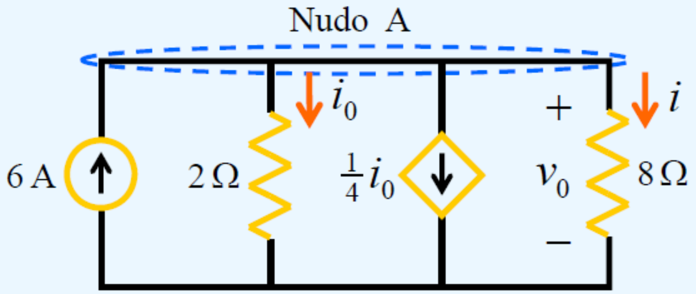
Fuentes dependientes: ejemplo

- Ejemplo 12: Calcular v_0 e i_0 en el circuito de la figura.



Solución:

- Supondremos que por la resistencia de 8 ohm circula una corriente i :



¿v_0, i_0?

- Aplicamos la KCL al nudo A: $6 = i_0 + \dfrac{1}{4} i_0 + i$ (KCL)

- Aplicamos la ley de Ohm: $i_0 = \dfrac{v_0}{2}$; $i = \dfrac{v_0}{8}$ (ley de Ohm)

- Sustituimos la ley de Ohm en la KCL: $6 = \dfrac{v_0}{2} + \dfrac{v_0}{8} + \dfrac{v_0}{8} \Rightarrow \boxed{v_0 = 8 \text{ V}}$

- Finalmente, sustituimos v_0 en la ley de Ohm: $\boxed{i_0 = \dfrac{v_0}{2} = 4 \text{ A}}$