TECNOLOGÍA ELÉCTRICA
Teoría de Circuitos
Análisis de Sistemas Trifásicos

Grado de Robótica
Curso 2022-2023

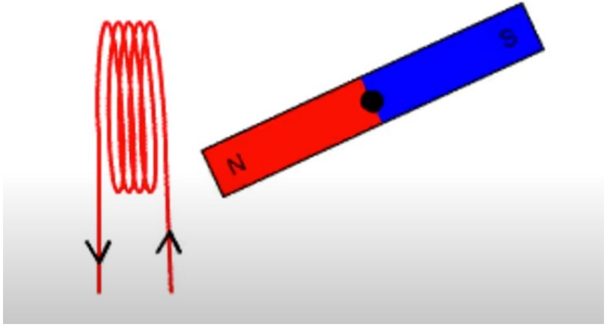
Objetivos

- Generalidades sobre sistemas trifásicos
- Conceptos y magnitudes básicas
- Sistemas trifásicos equilibrados
- Potencia en sistemas equilibrados
- Conexiones básicas estrella-triangulo (Δ-Y)

Sistemas monofásicos

- Hasta el momento trabajamos con una única fuente de voltaje en alterna o varias fuentes independientes entre si.
- En un sistema monofásico, la tensión está caracterizada por una amplitud (o valor eficaz) y una frecuencia determinadas.

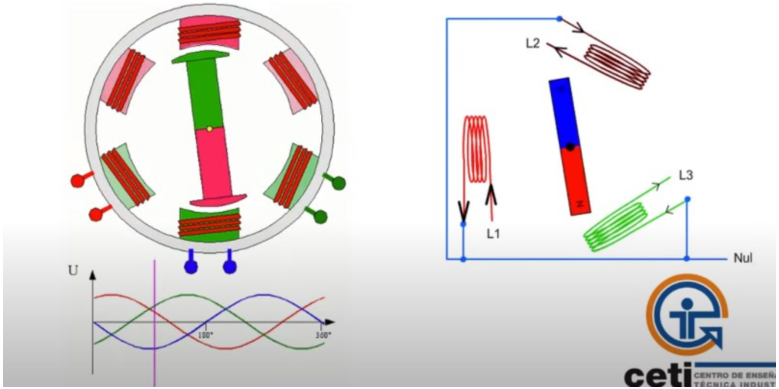
$$v(t) = \sqrt{2} V_{ef} sen(\omega t)$$



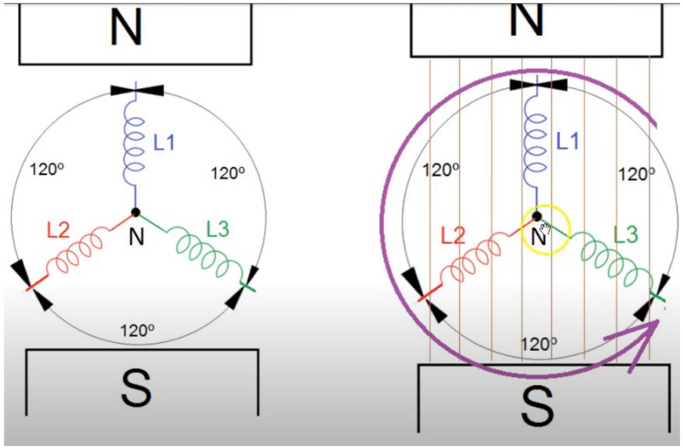
Sistemas trifásicos

- Tres fuentes de tensión monofásicas, de igual frecuencia pero manteniendo entre sí un *desfase de 120º* (2π/3 rad.): **Sistema trifásico de tensiones**.

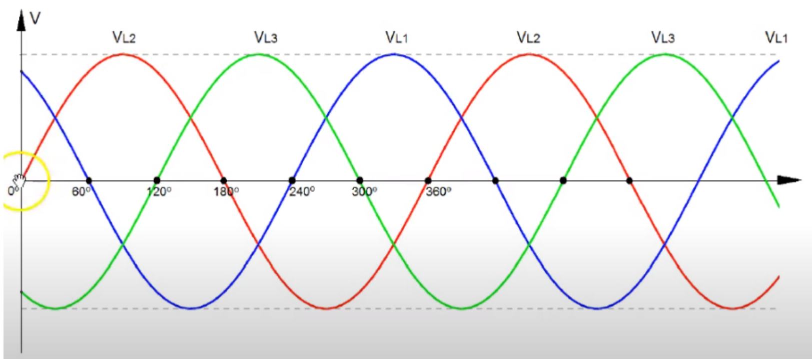
- Tres corrientes de igual frecuencia y desfases mutuos de 120º: **Sistema trifásico de corrientes.**



Sistemas trifásicos



Generador trifásico con inductor fijo e inducido móvil



Sistemas trifásicos - Ventajas

- Más eficaces en el transporte de energía
- La potencia en un sistema trifásico es constante => par en los motores constante => equilibrio mecánico en los motores trifásicos (menos vibraciones y esfuerzos)
- Los motores trifásicos no precisan de sistemas de arranque: *campo magnético giratorio*

Sistema trifásico equilibrado

Igual pulsación

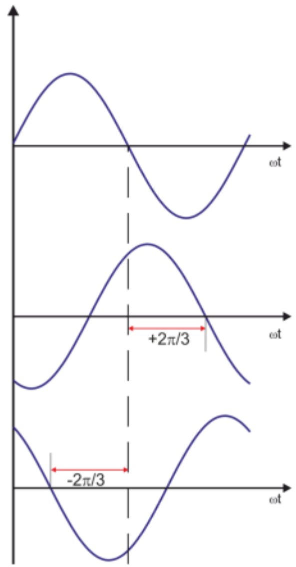
$$v_1(t) = \sqrt{2}V_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

$$v_2(t) = \sqrt{2}V_0 \sin(\omega t + \varphi + \frac{2\pi}{3})$$

$$v_3(t) = \sqrt{2}V_0 \sin(\omega t + \varphi - \frac{2\pi}{3})$$

Igual amplitud

Desfase uniforme
De 120°



Sistema trifásico equilibrado

Notación de ondas

Notación fasorial

$$v_1(t) = \sqrt{2}V_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

$$v_1 = V_0 \angle \varphi$$

Origen de fases

$$v_2(t) = \sqrt{2}V_0 \sin(\omega t + \varphi + \frac{2\pi}{3})$$

$$v_2 = V_0 \angle \varphi + \frac{2\pi}{3}$$

$$v_3(t) = \sqrt{2}V_0 \sin(\omega t + \varphi - \frac{2\pi}{3})$$

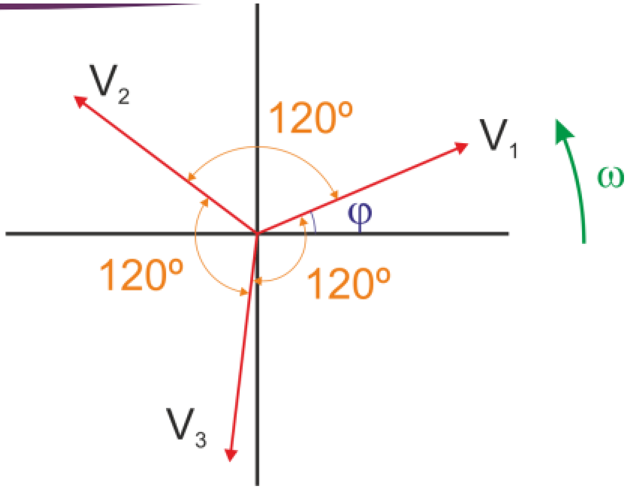
$$v_3 = V_0 \angle \varphi - \frac{2\pi}{3}$$

Diagrama fasorial de tensiones

$$v_1 = V_0\angle\varphi$$

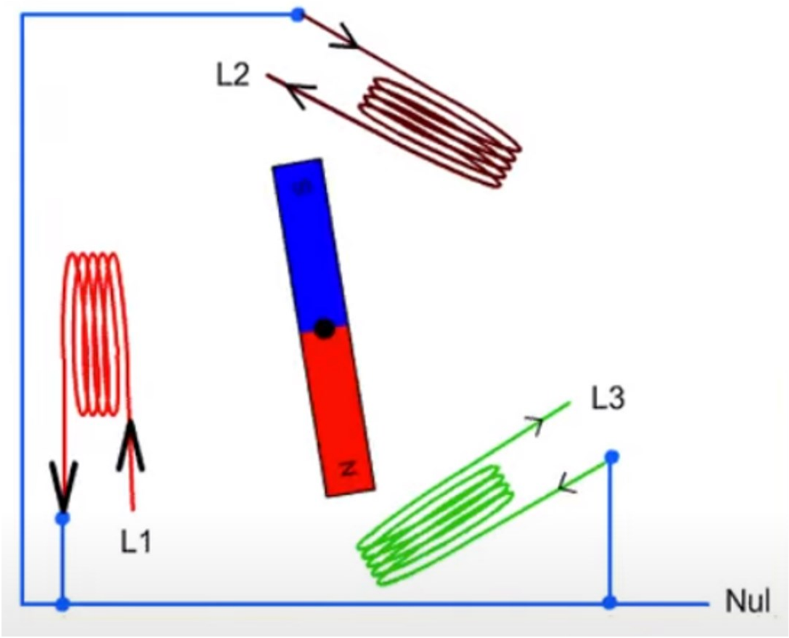
$$v_2 = V_0\angle\varphi + \frac{2\pi}{3}$$

$$v_3 = V_0\angle\varphi - \frac{2\pi}{3}$$



$$v_1(t)+v_2(t)+v_3(t)=\sqrt{2}V_{ef}sen(\omega t)+\sqrt{2}V_{ef}sen\left(\omega t-\frac{2\pi}{3}\right)+\sqrt{2}V_{ef}sen\left(\omega t-\frac{4\pi}{3}\right)=0$$

Terminología básica



Terminología básica

- **FASE:** Cada una de las partes de un circuito donde se genera, transmite o utiliza una de las tensiones del sistema trifásico.
- **LÍNEA**: Cada uno de los conductores por los que se transporta una de las corrientes del sistema trifásico.
- **<u>Tensión de simple o tensión de fase</u>**: Diferencia de tensión entre los extremos de una fase. Vf = 240V
- **<u>Tensión compuesta o tensión de línea</u>**: Diferencia de tensión entre los conductores de línea. Vl ~= 400V
- **<u>Intensidad de fase</u>**: Intensidad que circula por una fase del sistema trifásico.
- **<u>Intensidad de línea</u>**: Intensidad que circula por cada uno de los conductores de línea que unen fuente y carga.

Secuencia directa e indirecta de fases

- Fijado un **origen de fases** (1, R), la **secuencia de fases** indica el orden en que se suceden las fases restantes (2 y 3 o S y T)

- **Concepto práctico** que se determina experimentalmente y determina el *grupo de conexión de transformadores*, el método de *medida de potencia*, el <u>*sentido de giro de los motores de inducción*</u>

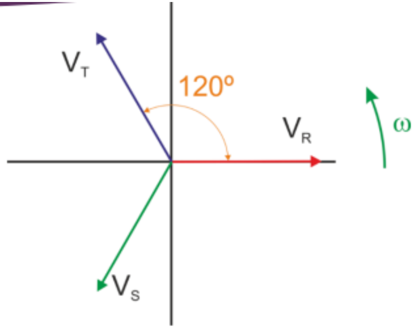
Secuencia directa e indirecta de fases

Secuencia directa:

$$v_R(t) = \sqrt{2}V_0 \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow V_0\angle 0^{\circ}$$

$$v_S(t) = \sqrt{2}V_0 \sin(\omega t + \varphi - \frac{2\pi}{3}) \Rightarrow V_0\angle -120^{\circ}$$

$$v_T(t) = \sqrt{2}V_0 \sin(\omega t + \varphi + \frac{2\pi}{3}) \Rightarrow V_0\angle +120^{\circ}$$

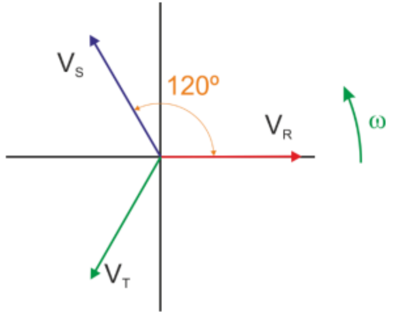


Secuencia indirecta:

$$v_R(t) = \sqrt{2}V_0 \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow V_0\angle 0^{\circ}$$

$$v_S(t) = \sqrt{2}V_0 \sin(\omega t + \varphi + \frac{2\pi}{3}) \Rightarrow V_0\angle +120^{\circ}$$

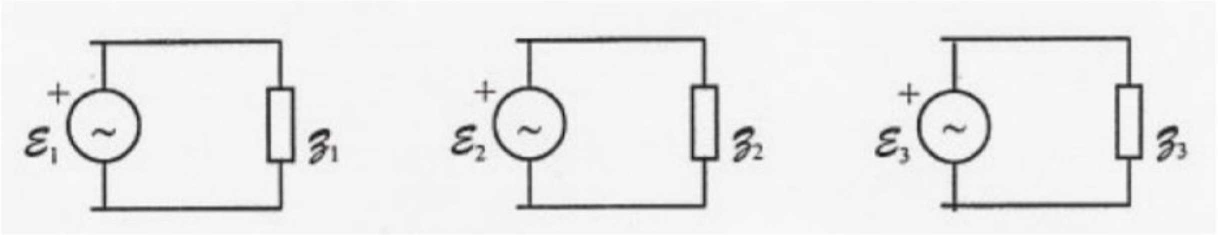
$$v_T(t) = \sqrt{2}V_0 \sin(\omega t + \varphi - \frac{2\pi}{3}) \Rightarrow V_0\angle -120^{\circ}$$



Conexión independiente

Se emplea el sistema trifásico para alimentar tres cargas monofásicas individualmente.

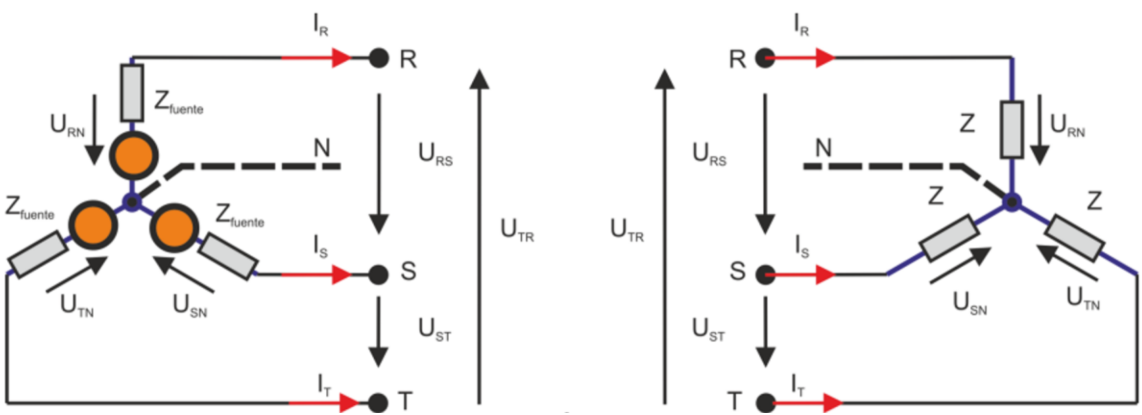
Requiere de 6 conductores para distribuir la energía.



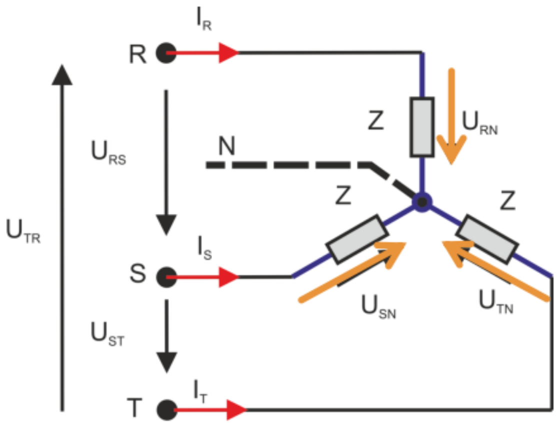
Conexión en estrella o Y

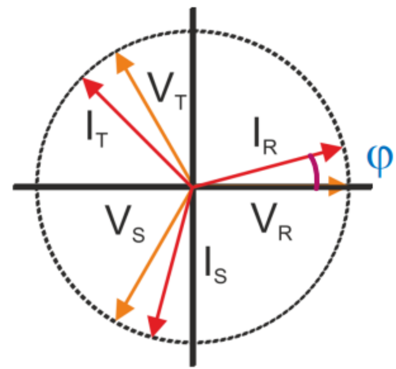
Los tres elementos de una estrella se unen en un punto común denominado *punto neutro* (N)

Sistema trifásico tetrafilar: 3 fases RST con neutro N.
Sistema trifásico trifilar: 3 fases RST sin neutro accesible.



Conexión Y: Tensiones de fase y línea

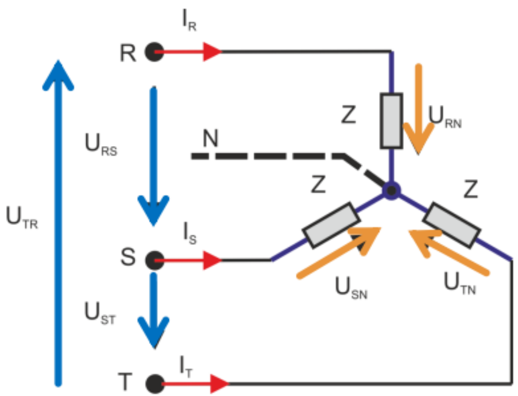




$$U_R(t)=\sqrt{2}V_{ef}\,sen(\omega t)\Leftrightarrow \underline{U_R}=V_{ef}\angle 0^o$$
$$U_S(t)=\sqrt{2}V_{ef}\,sen(\omega t-120^o)\Leftrightarrow \underline{U_S}=V_{ef}\angle -120^o$$
$$U_T(t)=\sqrt{2}V_{ef}\,sen(\omega t-240^o)\Leftrightarrow \underline{U_T}=V_{ef}\angle -240^o$$

$$I_R(t)=\sqrt{2}I_{ef}\,sen(\omega t-\varphi)\Leftrightarrow \underline{I_R}=I_{ef}\angle 0^o-\varphi$$
$$I_S(t)=\sqrt{2}I_{ef}\,sen(\omega t-120^o-\varphi)\Leftrightarrow \underline{I_S}=I_{ef}\angle -120^o-\varphi$$
$$I_T(t)=\sqrt{2}I_{ef}\,sen(\omega t-240^o-\varphi)\Leftrightarrow \underline{I_T}=I_{ef}\angle -240^o-\varphi$$

Conexión Y: Tensiones de fase y línea



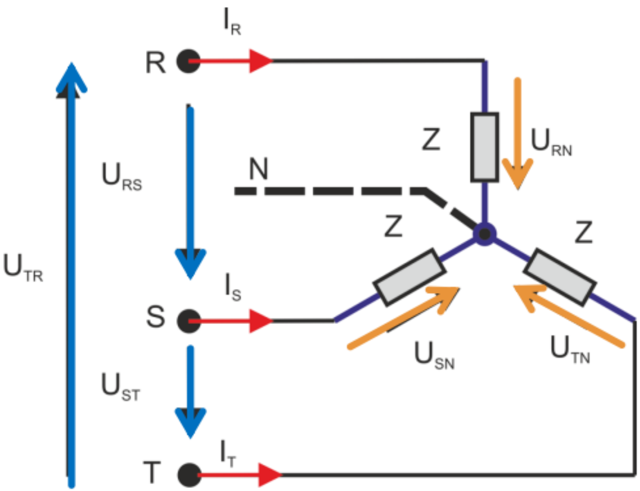
$$\underline{U_{RS}} = \underline{U_{RN}} - \underline{U_{SN}} = V_{ef}\angle 0^{o} - V_{ef}\angle -120^{o}$$
$$= V_{ef}\left(\cos 0^{o} + j sen 0^{o}\right) +$$
$$-V_{ef}\left(\cos(-120^{o}) + j sen(-120^{o})\right) =$$
$$= V_{ef}\left(1 + \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = V_{ef}\left(\frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) =$$
$$\sqrt{3}V_{ef}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3}V_{ef}\left(\cos 30^{o} + j sen 30^{o}\right) =$$

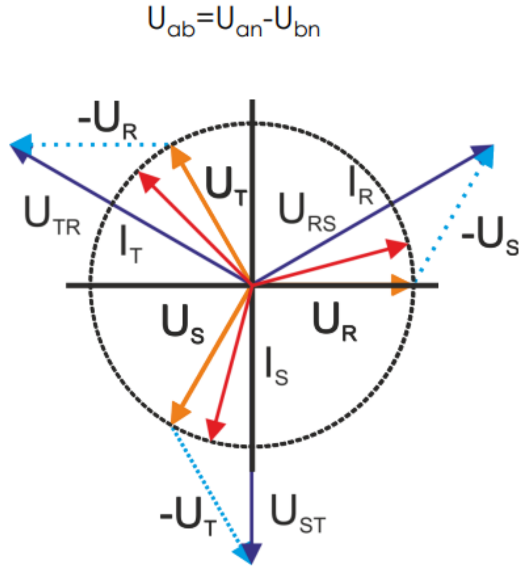
$$= \sqrt{3}V_{ef}\angle 30^{o}$$
$$\underline{U_{ST}} = \underline{V_{SN}} + \underline{V_{NT}} = \sqrt{3}V_{ef}\angle 90^{o}$$
$$\underline{U_{TR}} = \underline{V_{TN}} + \underline{V_{NR}} = \sqrt{3}V_{ef}\angle 150^{o}$$

$$U_R(t) = \sqrt{2}V_{ef} sen(\omega t) \Leftrightarrow \underline{U_R} = V_{ef}\angle 0^{o}$$
$$U_S(t) = \sqrt{2}V_{ef} sen(\omega t - 120^{o}) \Leftrightarrow \underline{U_S} = V_{ef}\angle -120^{o}$$
$$U_T(t) = \sqrt{2}V_{ef} sen(\omega t - 240^{o}) \Leftrightarrow \underline{U_T} = V_{ef}\angle -240^{o}$$

$$I_R(t) = \sqrt{2}I_{ef} sen(\omega t - \varphi) \Leftrightarrow \underline{I_R} = I_{ef}\angle 0^{o} - \varphi$$
$$I_S(t) = \sqrt{2}I_{ef} sen(\omega t - 120^{o} - \varphi) \Leftrightarrow \underline{I_S} = I_{ef}\angle -120^{o} - \varphi$$
$$I_T(t) = \sqrt{2}I_{ef} sen(\omega t - 240^{o} - \varphi) \Leftrightarrow \underline{I_T} = I_{ef}\angle -240^{o} - \varphi$$

Conexión Y: Tensiones de fase y línea





Conexión Y: Tensiones de fase y línea

Directa

$$\vec{U}_{RN} = E\angle 0^{\circ}$$
$$\vec{U}_{SN} = E\angle -120^{\circ}$$
$$\vec{U}_{TN} = E\angle +120^{\circ}$$

$$\vec{U}_{RS} = \vec{U}_{RN} - \vec{U}_{SN} = E\angle 0^{\circ} - E\angle -120^{\circ} = \sqrt{3}\vec{U}_{RN}\angle +30^{\circ}$$
$$\vec{U}_{ST} = \vec{U}_{SN} - \vec{U}_{TN} = E\angle -120^{\circ} - E\angle +120^{\circ} = \sqrt{3}\vec{U}_{SN}\angle +30^{\circ}$$
$$\vec{U}_{TR} = \vec{U}_{TN} - \vec{U}_{RN} = E\angle -120^{\circ} - E\angle 0^{\circ} = \sqrt{3}\vec{U}_{TN}\angle +30^{\circ}$$

Inversa

$$\vec{U}_{RN} = E\angle 0^{\circ}$$
$$\vec{U}_{SN} = E\angle +120^{\circ}$$
$$\vec{U}_{TN} = E\angle -120^{\circ}$$

$$\vec{U}_{RS} = \vec{U}_{RN} - \vec{U}_{SN} = E\angle 0^{\circ} - E\angle 120^{\circ} = \sqrt{3}\vec{U}_{RN}\angle -30^{\circ}$$
$$\vec{U}_{ST} = \vec{U}_{SN} - \vec{U}_{TN} = E\angle 120^{\circ} - E\angle -120^{\circ} = \sqrt{3}\vec{U}_{SN}\angle -30^{\circ}$$
$$\vec{U}_{TR} = \vec{U}_{TN} - \vec{U}_{RN} = E\angle -120^{\circ} - E\angle 0^{\circ} = \sqrt{3}\vec{U}_{TN}\angle -30^{\circ}$$

Conexión Y: Tensiones de fase y línea

Directa

$$\vec{U}_{RS} = \sqrt{3}\vec{U}_{RN}\angle+30^o$$

$$\vec{U}_{ST} = \sqrt{3}\vec{U}_{SN}\angle+30^o$$

$$\vec{U}_{TR} = \sqrt{3}\vec{U}_{TN}\angle+30^o$$

$$U_L = \sqrt{3}E$$

Tensión de línea adelanta 30º respecto a la de fase

Inversa

$$\vec{U}_{RS} = \sqrt{3}\vec{U}_{RN}\angle-30^o$$

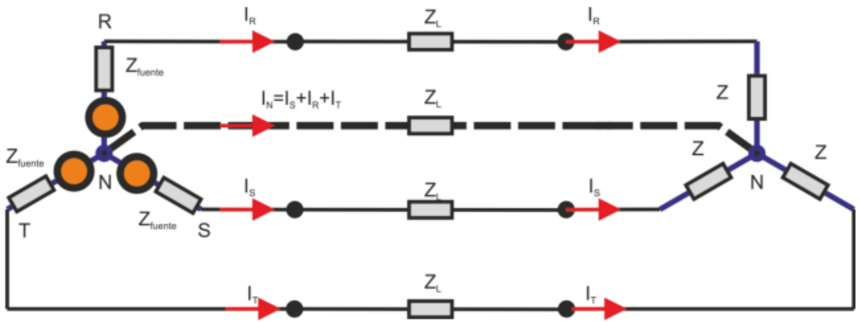
$$\vec{U}_{ST} = \sqrt{3}\vec{U}_{SN}\angle-30^o$$

$$\vec{U}_{TR} = \sqrt{3}\vec{U}_{TN}\angle-30^o$$

$$U_L = \sqrt{3}E$$

Tensión de línea retrasa 30º respecto a la de fase

Conexión Y: Tensiones de neutro



$$\frac{\underline{V}_N}{\underline{Z}_N}+\frac{\underline{V}_N-\underline{V}_R}{Z+Z_L+Z_{fuente}}+\frac{\underline{V}_N-\underline{V}_S}{Z+Z_L+Z_{fuente}}+\frac{\underline{V}_N-\underline{V}_T}{Z+Z_L+Z_{fuente}}=0$$

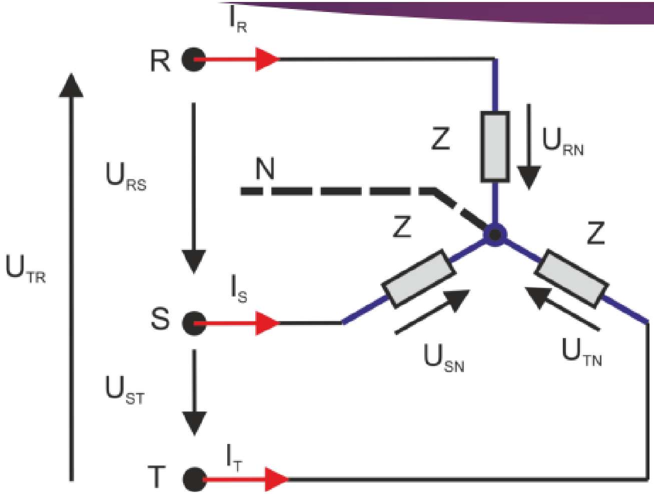
$$\underline{V}_N\left(\frac{1}{Z_N}+\frac{3}{Z+Z_L+Z_{fuente}}\right)=\frac{\underline{V}_R+\underline{V}_S+\underline{V}_T}{Z+Z_L+Z_{fuente}}=\frac{0}{Z+Z_L+Z_{fuente}}$$

$$\underline{V_N}=0$$

No hay diferencia de tension entre puntos neutros independientementemente de la impedancia del conductor Zn

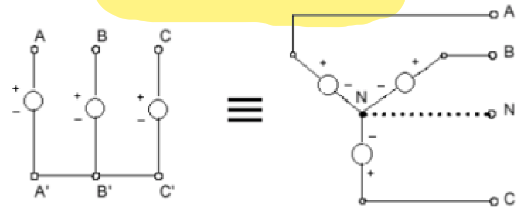
Por un cable neutro no circula corriente ¿Porque se pone entonces?

Conexión Y o estrella: Resumen



$$U_{LY} = \sqrt{3}U_{fY}$$

$$I_{LY} = I_{fY}$$

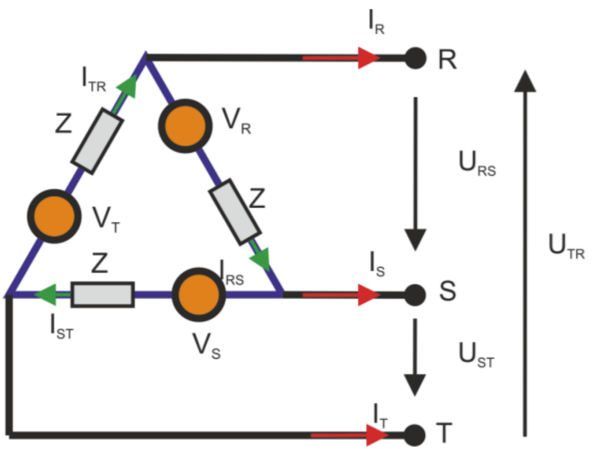


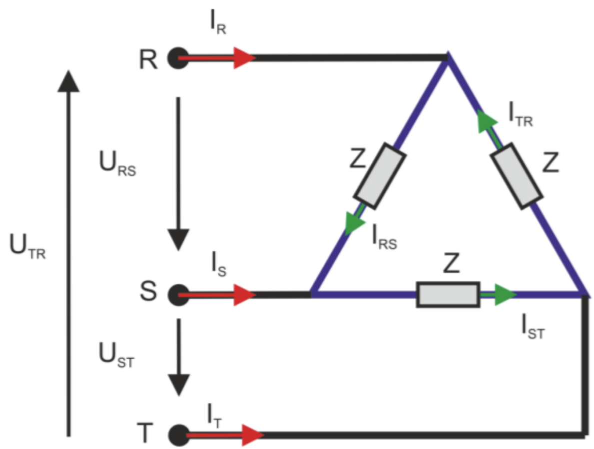
En secuencia directa: RST, V_L adelanta en 30° a V_f

En secuencia indirecta: RTS, V_L retrasa en 30° a V_f

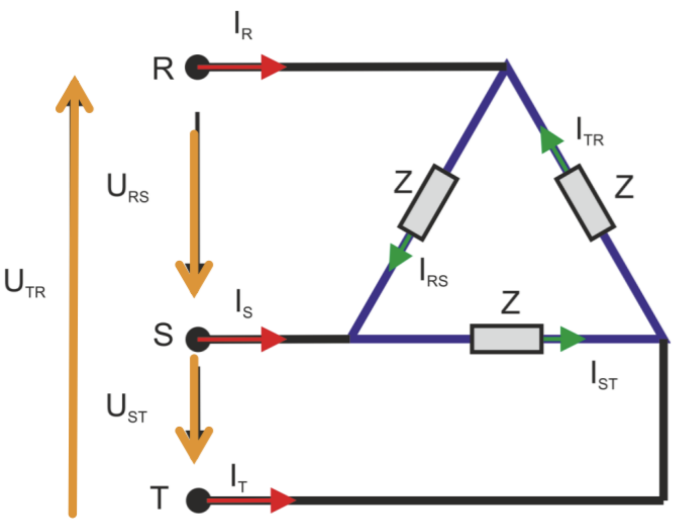
Conexión en triángulo, D, A, Δ

- Los tres elementos de un triángulo se conectan en serie formando un circuito cerrado.
- No existe neutro
- Sistema trifásico trifilar: tres fases RST sin neutro accesible

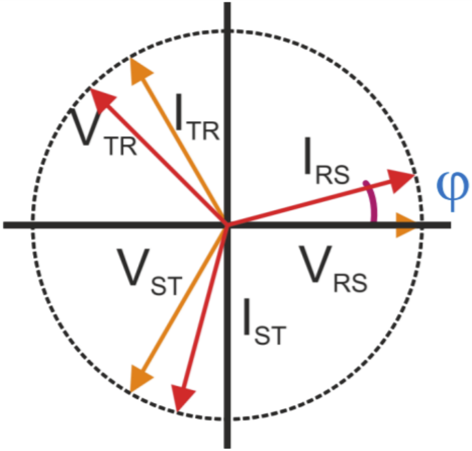




Conexión D: Intensidad de fase y línea



$$U_L = E = U_{RS} = U_{ST} = U_{TR}$$



$$U_{RS}(t) = \sqrt{2}V_{ef}sen(\omega t) \Leftrightarrow \underline{U_{RS}} = V_{ef}\angle 0^o$$

$$U_{ST}(t) = \sqrt{2}V_{ef}sen(\omega t - 120^o) \Leftrightarrow \underline{U_{ST}} = V_{ef}\angle -120^o$$

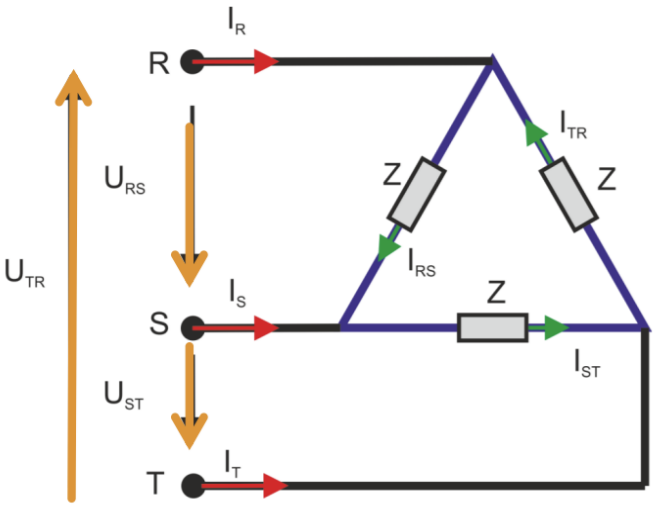
$$U_{TR}(t) = \sqrt{2}V_{ef}sen(\omega t - 240^o) \Leftrightarrow \underline{U_{TR}} = V_{ef}\angle -240^o$$

$$I_{RS}(t) = \sqrt{2}I_{ef}sen(\omega t - \varphi) \Leftrightarrow \underline{I_R} = I_{ef}\angle 0^o - \varphi$$

$$I_{ST}(t) = \sqrt{2}I_{ef}sen(\omega t - 120^o - \varphi) \Leftrightarrow \underline{I_S} = I_{ef}\angle -120^o - \varphi$$

$$I_{TR}(t) = \sqrt{2}I_{ef}sen(\omega t - 240^o - \varphi) \Leftrightarrow \underline{I_T} = I_{ef}\angle -240^o - \varphi$$

Conexión D: Intensidad de fase y línea



$$\underline{I_R} = \underline{I_{RS}} - \underline{I_{TR}} = I_{ef}\angle 0^{\circ} - I_{ef}\angle -120^{\circ}$$

$$= I_{ef}\left(\cos 0^{\circ} + j sen 0^{\circ}\right) +$$

$$-I_{ef}\left(\cos\left(-120^{\circ}\right) + j sen\left(-120^{\circ}\right)\right) =$$

$$= I_{ef}\left(1 + \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = I_{ef}\left(\frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) =$$

$$\sqrt{3} I_{ef}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3} I_{ef}\left(\cos 30^{\circ} + j sen 30^{\circ}\right) =$$

$$= \sqrt{3} I_{ef}\angle 30^{\circ}$$

$$\underline{I_S} = \underline{I_{ST}} - \underline{I_{TR}} = \sqrt{3} V_f \angle 90^{\circ}$$

$$\underline{I_T} = \underline{I_{TR}} - \underline{I_{ST}} = \sqrt{3} V_f \angle 150^{\circ}$$

$$U_{RS}(t) = \sqrt{2} V_{ef} sen(\omega t) \Leftrightarrow \underline{U_{RS}} = V_{ef}\angle 0^{o}$$

$$U_{ST}(t) = \sqrt{2} V_{ef} sen(\omega t - 120^{\circ}) \Leftrightarrow \underline{U_{ST}} = V_{ef}\angle -120^{o}$$

$$U_{TR}(t) = \sqrt{2} V_{ef} sen(\omega t - 240^{\circ}) \Leftrightarrow \underline{U_{TR}} = V_{ef}\angle -240^{o}$$

$$I_{RS}(t) = \sqrt{2} I_{ef} sen(\omega t - \varphi) \Leftrightarrow \underline{I_R} = I_{ef}\angle 0^{o} - \varphi$$

$$I_{ST}(t) = \sqrt{2} I_{ef} sen(\omega t - 120^{\circ} - \varphi) \Leftrightarrow \underline{I_S} = I_{ef}\angle -120^{o} - \varphi$$

$$I_{TR}(t) = \sqrt{2} I_{ef} sen(\omega t - 240^{\circ} - \varphi) \Leftrightarrow \underline{I_T} = I_{ef}\angle -240^{o} - \varphi$$

Conexión D: Intensidad de fase y línea

Directa

$$\vec{I}_{RS} = I_F \angle 0$$
$$\vec{I}_{ST} = I_F \angle -120^o$$
$$\vec{I}_{TR} = I_F \angle +120^o$$

$$\vec{I}_R = \vec{I}_{RS} - \vec{I}_{TR} = \sqrt{3}\vec{I}_{RS} \angle -30^o$$
$$\vec{I}_S = \vec{I}_{ST} - \vec{I}_{RS} = \sqrt{3}\vec{I}_{ST} \angle -30^o$$
$$\vec{I}_T = \vec{I}_{TR} - \vec{I}_{ST} = \sqrt{3}\vec{I}_{TR} \angle -30^o$$

Intensidad de línea retrasa 30º respecto a la de fase

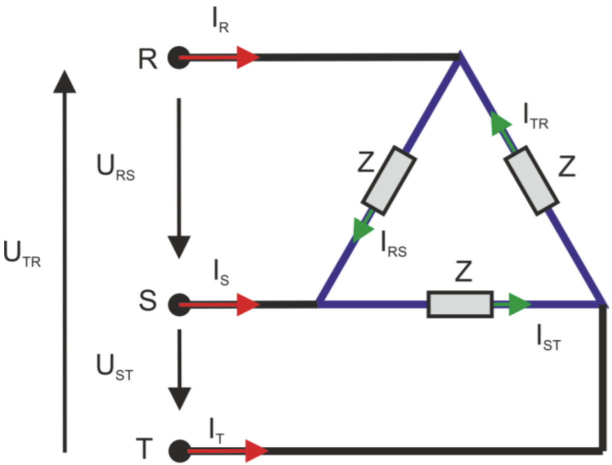
Inversa

$$\vec{I}_{RS} = I_F \angle 0$$
$$\vec{I}_{ST} = I_F \angle +120^o$$
$$\vec{I}_{TR} = I_F \angle -120^o$$

$$\vec{I}_R = \vec{I}_{RS} - \vec{I}_{TR} = \sqrt{3}\vec{I}_{RS} \angle +30^o$$
$$\vec{I}_S = \vec{I}_{ST} - \vec{I}_{RS} = \sqrt{3}\vec{I}_{ST} \angle +30^o$$
$$\vec{I}_T = \vec{I}_{TR} - \vec{I}_{ST} = \sqrt{3}\vec{I}_{TR} \angle +30^o$$

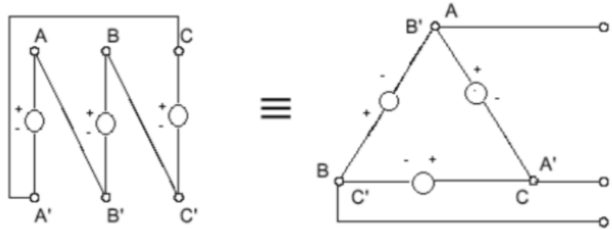
Intensidad de línea retrasa 30º respecto a la de fase

Conexión D o triángulo: Resumen



$$U_{L\Delta} = U_{f\Delta}$$

$$I_{L\Delta} = \sqrt{3} I_{f\Delta}$$

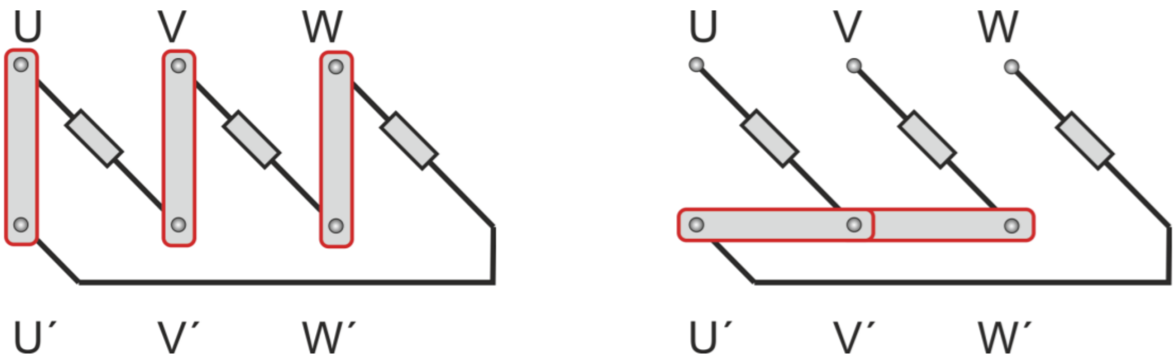


En secuencia directa: RST, I_L retrasa en 30º a I_f

En secuencia indirecta: RTS, I_L adelanta en 30º a I_f

Comparativa Y-D

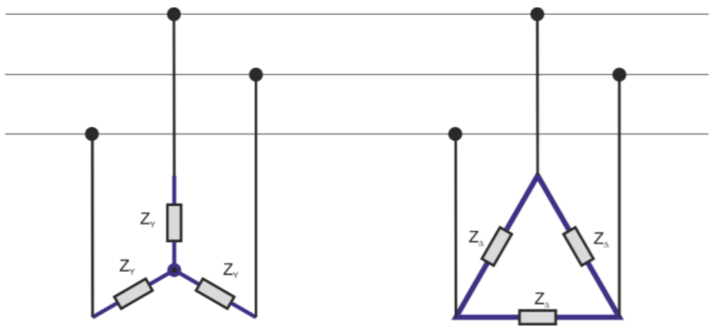
- Un generador trifásico: 3 devanados monofásicos que pueden conectarse como se desee.



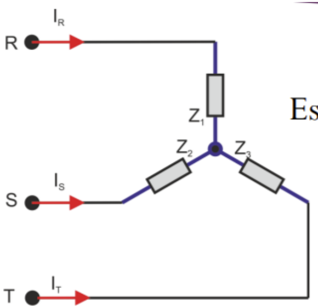
- Y: el voltaje entre dos líneas es mayor que el de fase en √ 3
- D : la corriente de línea es mayor que la de fase en √ 3
- Por tanto:
  - La conexión en Y requiere mayores aislamientos (mayores Vs)
  - La conexión en D requiere cables de mayor sección (mayores Is)

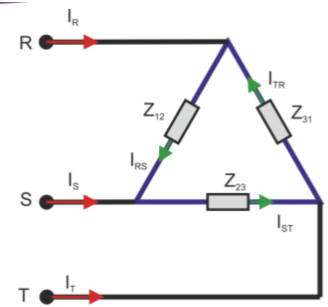
Conversión Y-D: Cargas equilibradas

- Al igual que los generadores, las cargas (impedancias o receptores) se pueden conectar en Y o en D
- Se demuestra que $Z_Y = \dfrac{Z_\Delta}{3}$
  - Se dice que la carga está equilibrada si las tres impedancias son iguales
  - Conexiones equivalentes: la potencia en cada impedancia, a la misma tensión de red, es la misma.



Conversión Y-D: Cargas equilibradas





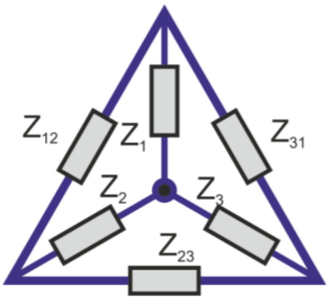
¿Cuando son ambas ***equivalentes***? Si (I_1, I_2, I_3) son iguales $\Rightarrow$ $(V_{12}, V_{23}, V_{31}.)$ son iguales

Elementos de Δ en función de Y

$$Z_{12} = Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_3}$$

$$Z_{23} = Z_2 + Z_3 + \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_1}$$

$$Z_{31} = Z_3 + Z_1 + \frac{Z_3 \cdot Z_1}{Z_2}$$



Regla Mnemotécnica

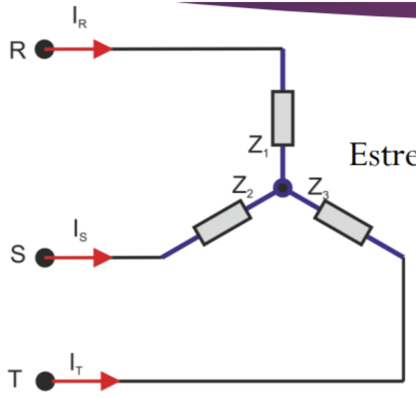
Elementos de Y en función de Δ

$$Z_1 = \frac{Z_{12} \cdot Z_{31}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}}$$

$$Z_2 = \frac{Z_{12} \cdot Z_{23}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}}$$

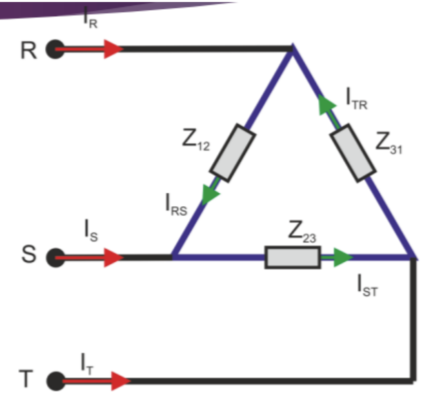
$$Z_3 = \frac{Z_{23} \cdot Z_{31}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}}$$

Conversión Y-D: Cargas equilibradas



Estrella

Triángulo
(Delta)



Conexión Δ o Y equilibrada → *Las tres cargas son iguales*

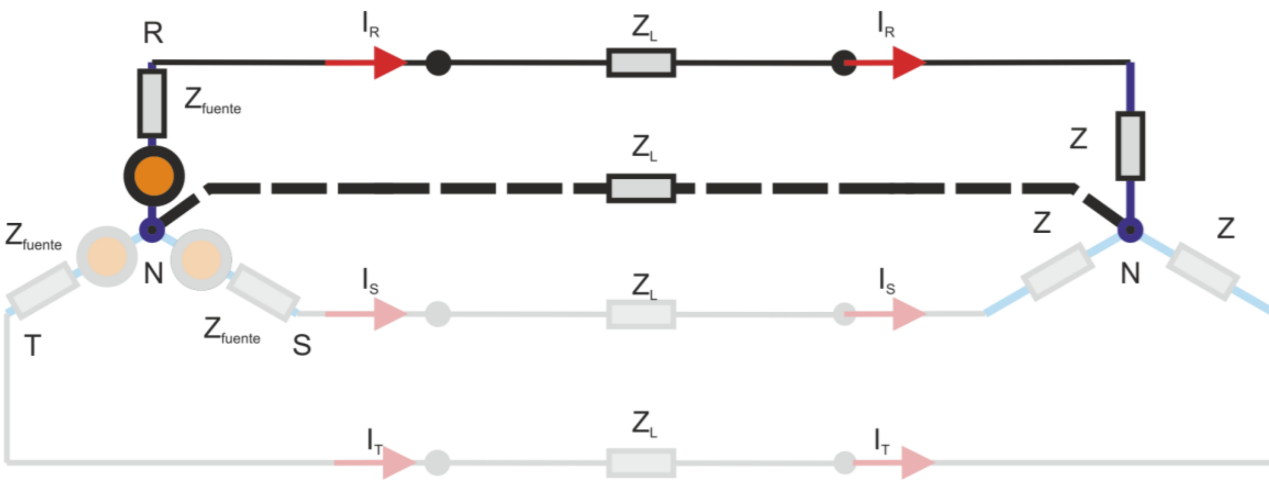
Sistemas de cargas equilibradas Δ y Y equivalentes → $Z_\Delta = 3\ Z_Y$

DEMOSTRACIÓN:

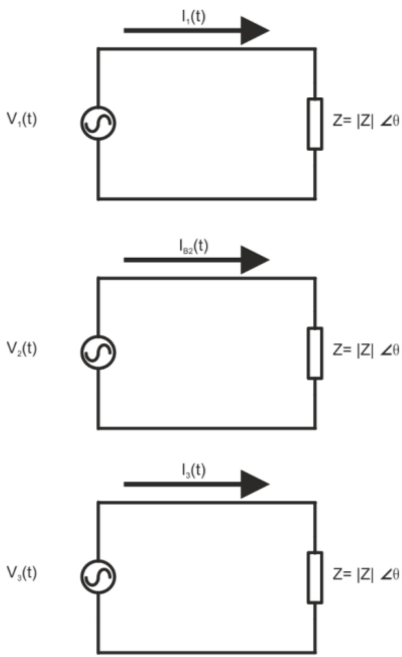
Sustituir $Z_1=Z_2=Z_3$ en el caso general.

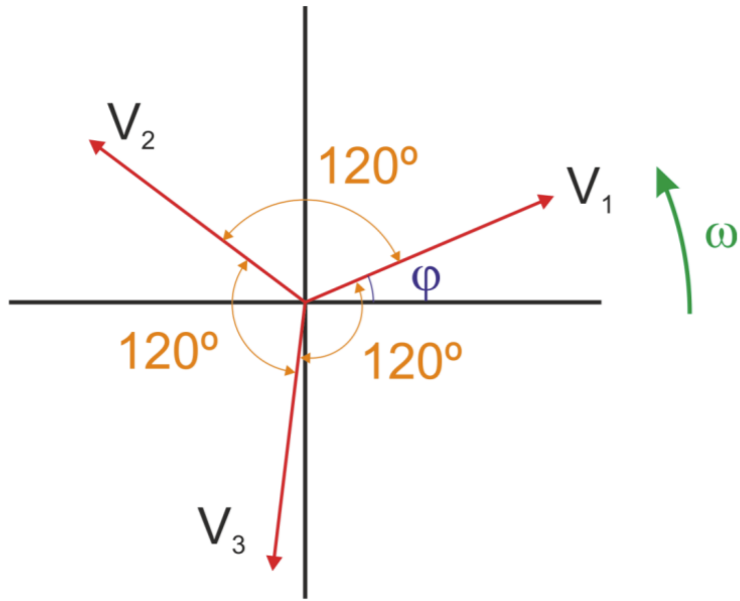
Circuito equivalente monofásico

- En un sistema equilibrado, las tres fases son equivalentes (salvo el desfase).
- Así, es posible determinar los voltajes y las corrientes mediante el circuito equivalente por fase



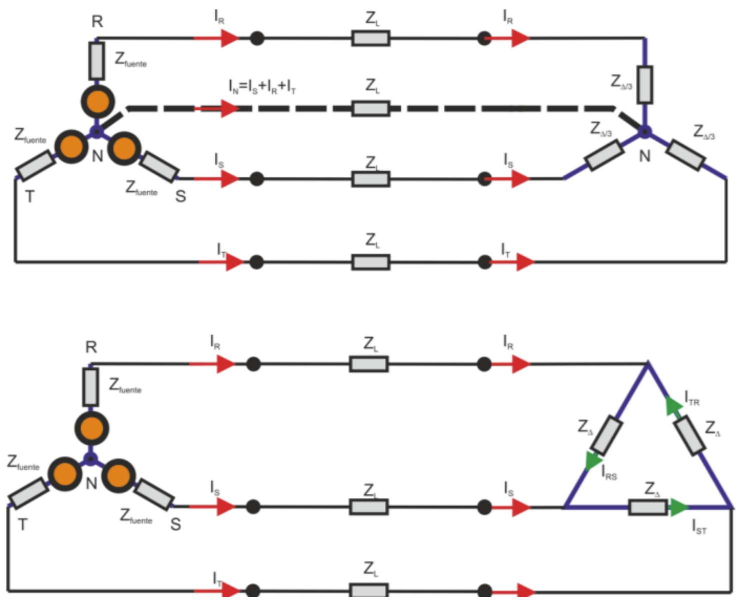
Circuito equivalente monofásico





Circuito equivalente monofásico

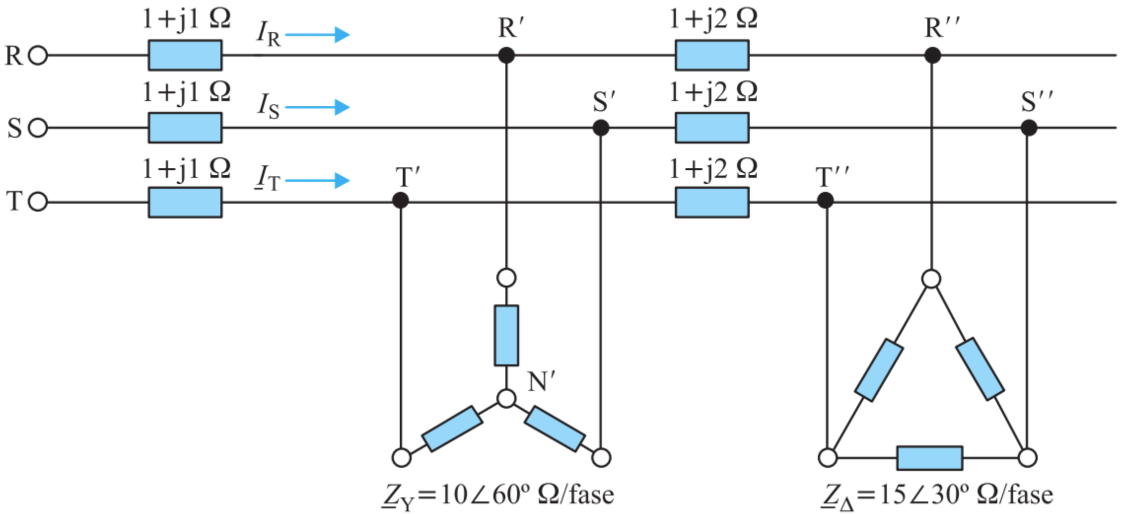
- Si el generador y/o las cargas están en Δ, se obtienen los equivalentes en Y y se trabaja con ellos.



$Z_\Delta = 3\, Z_Y$

Ejemplo de circuito en trifásica

La red trifásica de la figura, está alimentada por un sistema simétrico de secuencia directa, se sabe que la diferencia de tensión entre bornes de la carga en estrella es de 380 V. Tomando la tensión $\underline{U}_{R'N'}$ como referencia, calcular: a) la magnitud de la tensión de la carga en triángulo, b) el módulo de la tensión compuesta al principio de la línea



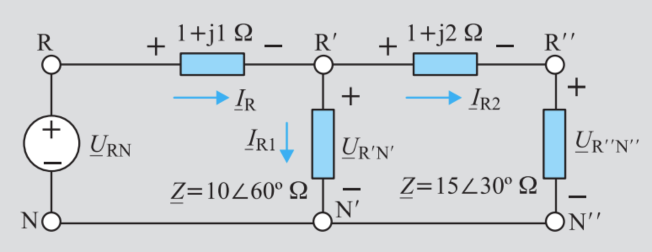
Ejemplo de circuito en trifásica

a) Obtener la magnitud de la tensión de la carga en triángulo

1) Se transforma la carga en triángulo en estrella:

$$\underline{Z}_{Y2} = \frac{\underline{Z}_{\Delta}}{3} = \frac{15\angle 30^{o}}{3} = 5\angle 30^{o}$$

2) El circuito equivalente monofásico queda:



3) La tensión simple de la carga en estrella 10|<u>60º</u> Ohm (referencia):

$$\underline{U}_{R'N'} = \frac{380}{\sqrt{3}}\angle 0^{o}$$

Ejemplo de circuito en trifásica

4) Entonces la corriente $\underline{I}_{R1}$ es

$$\underline{I}_{\mathrm{R1}} = \frac{\underline{U}_{\mathrm{R'N'}}}{\underline{Z}_1} = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}}\angle 0^{\circ}}{10\angle 60^{\circ}} = \frac{38}{\sqrt{3}}\angle -60^{\circ} = 21{,}94\angle -60^{\circ}\ \mathrm{A}$$

5) y la corriente $\underline{I}_{R2}$:

$$\underline{I}_{\mathrm{R2}} = \frac{\underline{U}_{\mathrm{R'N'}}}{\underline{Z}_{\mathrm{T2}}} = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}}\angle 0^{\circ}}{(1 + \mathrm{j}2) + 5\angle 30^{\circ}} = 31{,}43\angle -40{,}17^{\circ}\ \mathrm{A}$$

4) Entonces la tensión simple $\underline{U}_{R'N'}$:

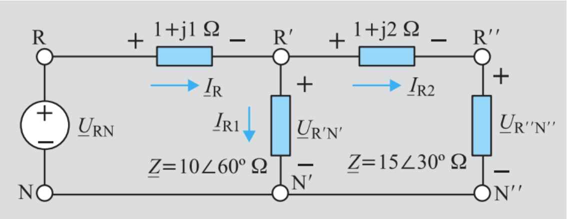
$$\underline{U}_{\mathrm{R''N''}} = 5\angle 30^{\circ} \cdot 31{,}43\angle -40{,}17^{\circ} = 157{,}15\angle -10{,}17^{\circ}\ \mathrm{V}$$

5) Cuya magnitud es de 157,15 voltios, entonces, la tensión compuesta:

$$U''_{\mathrm{L}} = \sqrt{3}\,157{,}15 = 272{,}19\ \mathrm{V}$$

Ejemplo de circuito en trifásica

b) Módulo de la tensión compuesta al principio de la línea



1) Aplicando la ley de los nudos en el nudo *R'*:

$$\underline{I}_R = 21{,}94\angle -60^o + 31{,}43\angle -40{,}17^o = 52{,}59\angle -48{,}3^o \text{ A}$$

2) Con lo que la tensión al principio de la línea será:

$$\underline{U}_{RN} = \underline{U}_{R'N'} + \underline{Z}_L \underline{I}_R = \frac{380}{\sqrt{3}}\angle 0^o + (1 + j1)52{,}59\angle -48{,}3^o \text{ V}$$

3) Lo que corresponde con el valor

$$\underline{U}_{RN} = 293{,}67\angle -0{,}84^o \text{ V}$$

es decir, una tensión simple de 293,67V, lo que corresponde a una tensión compuesta al principio de la línea de:

$$\sqrt{3}\,293{,}67 = 508{,}65 \text{ V.}$$

Potencia en sistemas trifásicos equilibrados

- En cada fase: $p(t) = v(t)\,i(t)$
- Si escribimos v(t) e i(t) en cada fase

$$p_A(t) = V_f \cdot I_f \cdot \mathrm{sen}(\omega t) \cdot \mathrm{sen}(\omega t - \varphi)$$
$$p_B(t) = V_f \cdot I_f \cdot \mathrm{sen}(\omega t - 120^{\circ}) \cdot \mathrm{sen}(\omega t - 120^{\circ} - \varphi)$$
$$p_C(t) = V_f \cdot I_f \cdot \mathrm{sen}(\omega t - 240^{\circ}) \cdot \mathrm{sen}(\omega t - 240^{\circ} - \varphi)$$

Sumamos las tres componentes

- Operando:

$$p_{tot}(t) = 3 \cdot V_f \cdot I_f \cdot \cos\varphi$$

¡No depende del tiempo!

- La potencia total en cada instante es constante e igual a la suma de la potencia activa en cada una de las cargas

$$\varphi = \theta_{Voltaje\ fase} - \theta_{Intensidad\ fase}$$

Potencia en sistemas trifásicos equilibrados

- Para las potencias activa, reactiva y aparente queda:

$$P = 3V_f I_f \cos\varphi = 3I_f^2 Z \cos\varphi$$

$$Q = 3V_f I_f \operatorname{sen}\varphi = 3I_f^2 Z \operatorname{sen}\varphi$$

$$S = 3V_f I_f = 3I_f^2 Z$$

- Si utilizamos magnitudes de línea, en vez de fase
- Y : $P = 3\left(\dfrac{V_L}{\sqrt{3}}\right) I_L \cos\phi = \sqrt{3} V_L I_L \cos\varphi$
- D : $P = 3\left(\dfrac{I_L}{\sqrt{3}}\right) V_L \cos\phi = \sqrt{3} V_L I_L \cos\varphi$
- Que es igual para ambos tipos de conexiones $Q = \sqrt{3} V_L I_L \operatorname{sen}\varphi$
- Para la reactiva y la aparente nos queda $S = \sqrt{3} V_L I_L$

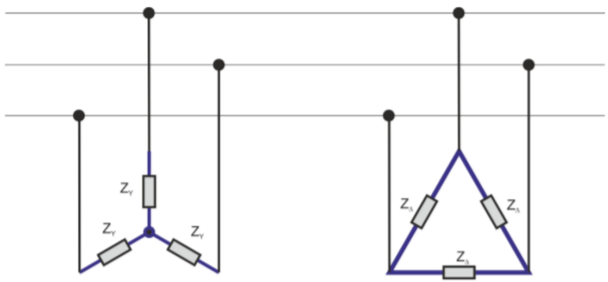
Comparación de potencias Y-D

- **Si se mantiene constante el voltaje de línea en ambas conexiones**, se tiene:

$$S_{III\Delta} = 3\frac{V_L^2}{Z} = 3S_{IIIY}$$

- **Y por tanto, para igual tensión de línea**, se tiene que la potencia absorbida por las cargas es tres veces mayor en conexión Δ que en estrella

Comparación de potencias Y-D



Demostración:

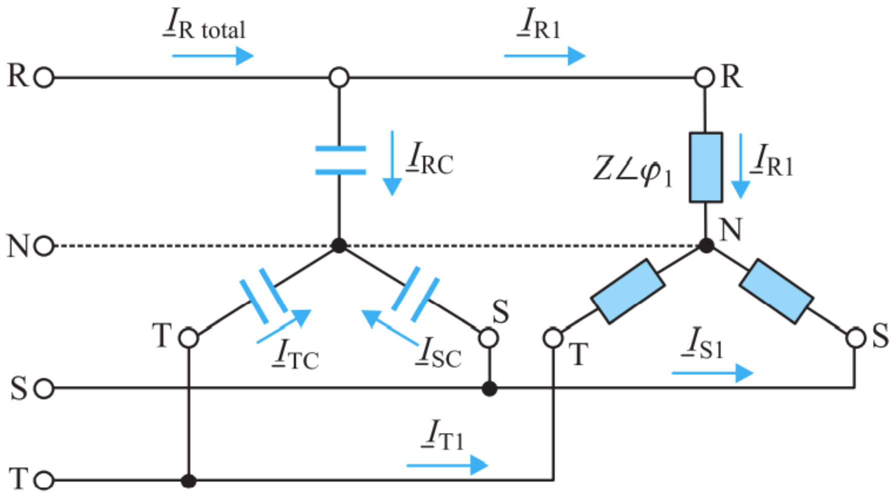
$$\Delta : \left\{ \begin{array}{l} V_F = V_L \\ I_F = \dfrac{V_L}{|Z|} \end{array} \right\} \Rightarrow S^{\Delta} = 3V_F I_F = \frac{3V^2{}_L}{|Z|}$$

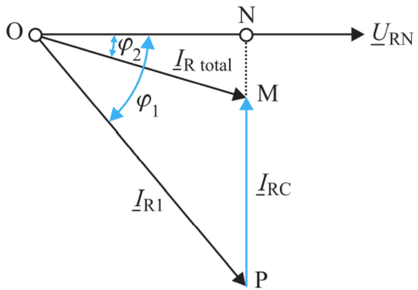
$$\mathrm{Y} : \left\{ \begin{array}{l} V_F = \dfrac{V_L}{\sqrt{3}} \\ I_F = \dfrac{V_F}{|Z|} = \dfrac{V_L}{\sqrt{3}|Z|} \end{array} \right\} \Rightarrow S^{\mathrm{Y}} = 3V_F I_F = \frac{V^2{}_L}{|Z|}$$

para igual tensión de línea:

la potencia absorbida por las cargas es tres veces mayor en conexión triángulo (Δ) que en estrella (Y)

Corrección del factor de potencia





$$Q_C = \sqrt{3}\, U_L\, I_{RC} \operatorname{sen} 90^o \qquad [VAr]$$

$$Q_C = P(\operatorname{tg}\varphi_1 - \operatorname{tg}\varphi_2)$$

$$\frac{1}{C\omega} = \frac{U_F}{|\underline{I}_{RC}|} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{|\underline{I}_{RC}|}{U_F\,\omega}$$