TECNOLOGÍA ELÉCTRICA
Teoría de Circuitos
Circuitos de Corriente Alterna

Enrique Comesaña Figueroa
e.comesana@usc.es
Despacho 5 – Módulo II, segunda planta superior
Escola Politécnica Superior de Enxeñaría, Campus Terra, Lugo

Introducción

Estudiaremos ahora la respuesta de circuitos a fuentes sinusoidales, también denominadas fuentes de tensión/corriente alterna.

Las señales sinusoidales son la base de prácticamente todos los sistemas eléctricos y electrónicos. Son señales fáciles de generar y transmitir.

Además, mediante **análisis de Fourier**, la **respuesta de un circuito ante cualquier señal periódica** se puede analizar como la suma ponderada de la respuesta del circuito de señales sinusoidales de diferente frecuencia.

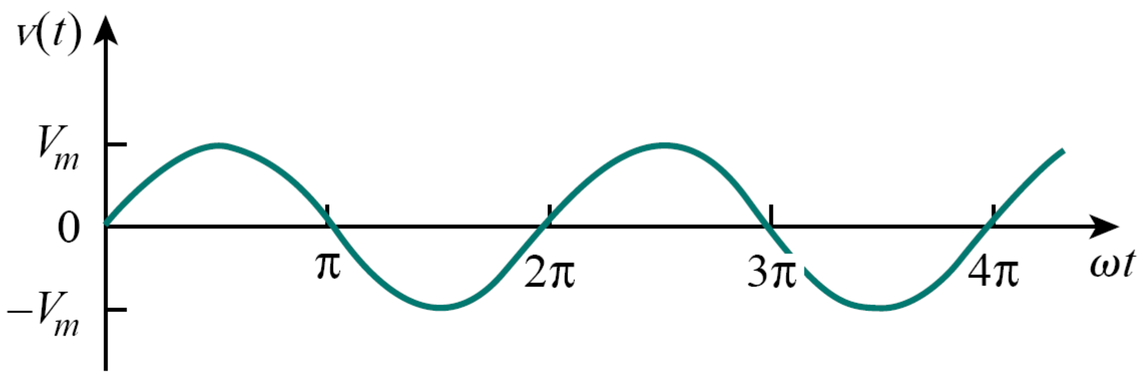
Una fuente sinusoidal produce una respuesta transitoria y una estacionaria. La respuesta transitoria se extingue con el tiempo: una vez transcurrido tiempo suficiente solo queda la respuesta estacionaria.

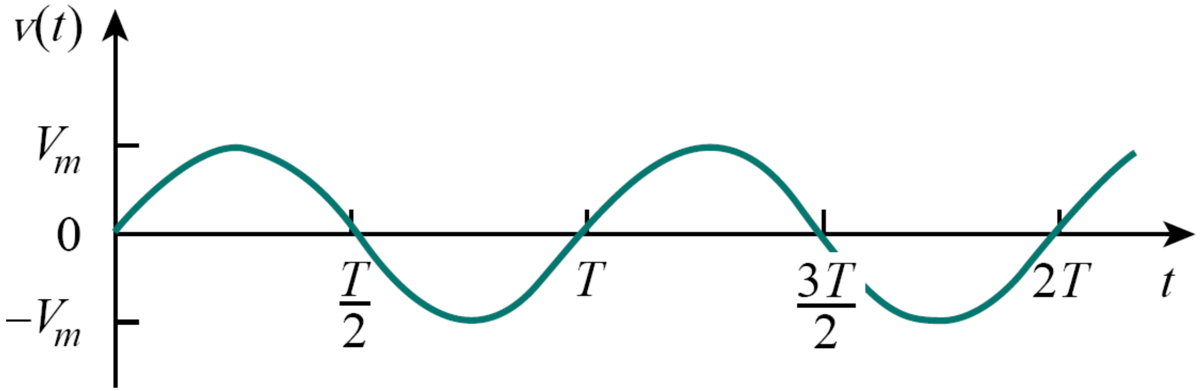
Estudiaremos aquí la **respuesta permanente (o estado estacionario) de circuitos eléctricos**.

Fuentes sinusoidales

Considerando una tensión $v\ (t) = V_m \sin(\omega t)$

- V_m : amplitud de pico de la señal.
- ωt : argumento o fase de la señal medida en [rad] o [grados]
- ω : frecuencia angular de la señal [rad/s] $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$
  - f: frecuencia de la señal en Herzios [Hz]
  - T: período de la seña en segundos [s].





La señal se repite cada $\phi = 2\pi n$ o $t = nT$ siendo n un número entero.

$$\boldsymbol{v(t+nT)} = V_m \sin[\omega(t+nT)] = V_m \sin\left[\omega\left(t + n\frac{2\pi}{\omega}\right)\right] = V_m \sin(\omega t + 2\pi n) = V_m \sin(\omega t) = \boldsymbol{v(t)}$$

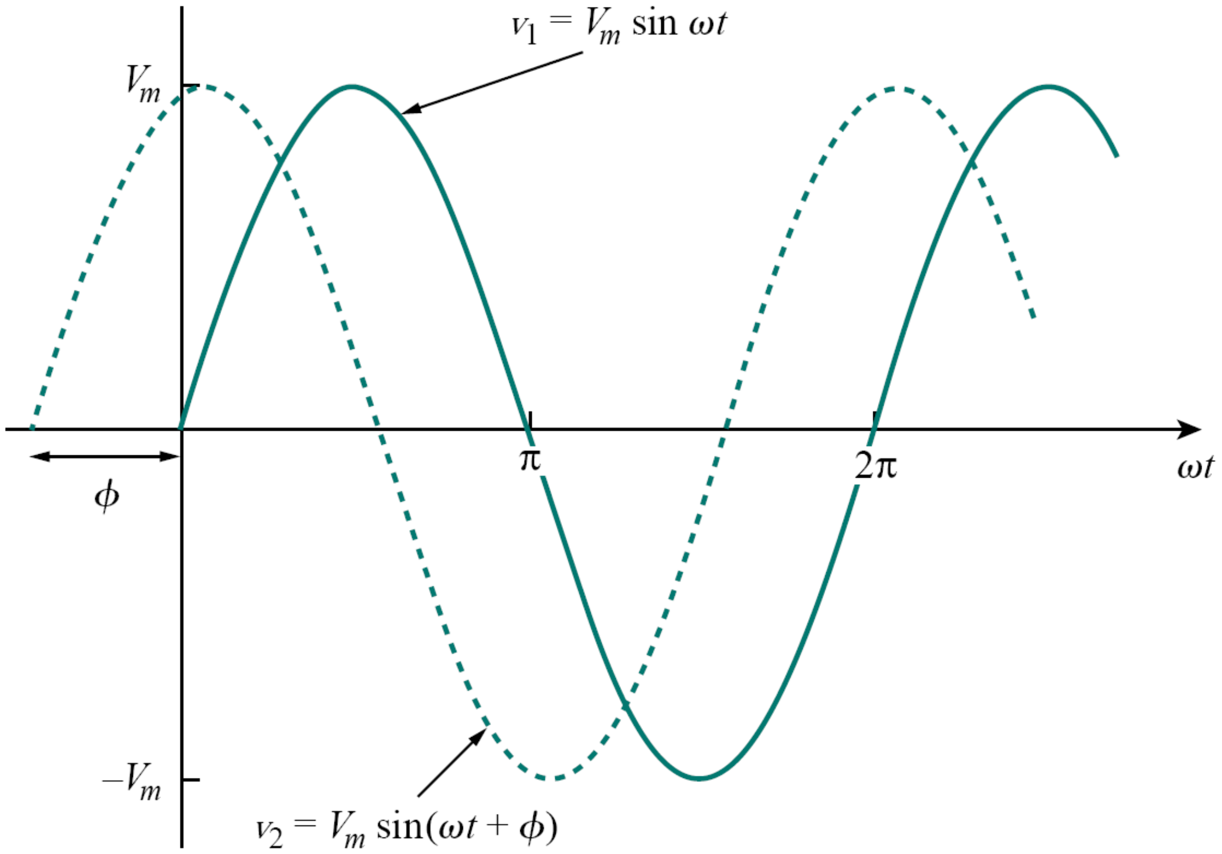
Fuentes sinusoidales

La forma más general de un senoide es $v(t) = V_m \sin(\omega t + \phi_0)$ siendo ϕ_0 la fase inicial de la onda en radianes.

Dadas dos señales:
$v_1(t) = V_m \sin(\omega t)$ y
$v_2(t) = V_m \sin(\omega t + \phi_0)$

Si $\phi_0 > 0 \ \rightarrow v_2(t)$ está adelantada
Si $\phi_0 < 0 \ \rightarrow v_2(t)$ está retrasada

El valor $\phi_0 \neq 0$ nos indica que una señal está **desfasada** respecto de otra ϕ_0 radianes.



Fuentes sinusoidales

Ejemplo: Determinar la amplitud, fase inicial, período y frecuencia de la sinusoide $v(t) = 12\cos(50t + 10°)$

<u>Solución:</u>

- Comparamos la sinusoide del enunciado con la forma general

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi_0)$$

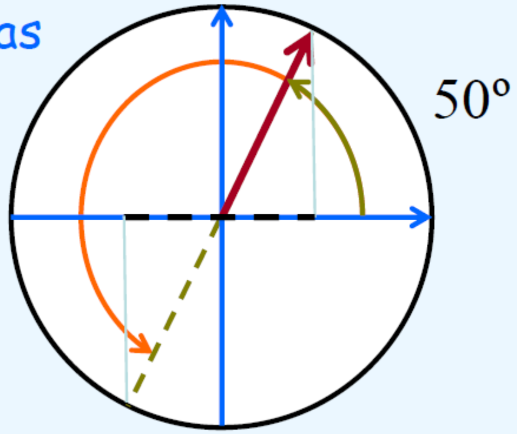
- Amplitud: $V_m = 12\ \mathrm{V}$
- Fase inicial: $\phi_0 = 10°$
- Frecuencia angular: $\omega = 50\ \mathrm{rad/s}$
- Periodo: $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{50} = 0.126\ \mathrm{s}$
- Frecuencia: $f = \dfrac{\omega}{2\pi} = 7.958\ \mathrm{Hz}$

Fuentes sinusoidales

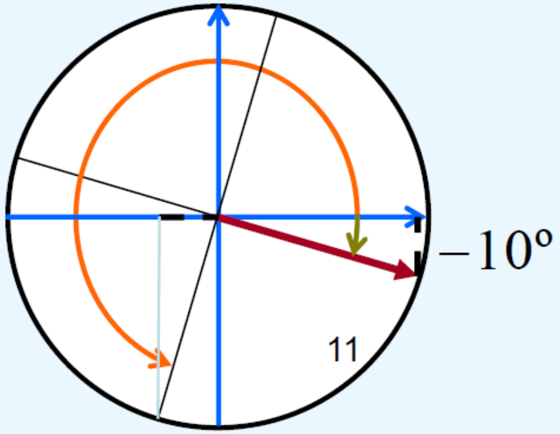
Ejemplo: Calcular el ángulo de desfase de las señales
$v_1(t) = -10\cos(\omega t + 50°)$ y $v_2(t) = 12\sin(\omega t \ - 10°)$

<u>Solución:</u>

- Para comparar 2 sinusoides debemos expresarlas mediante la misma función matemática (por ejemplo el coseno) y ambas con amplitud positiva



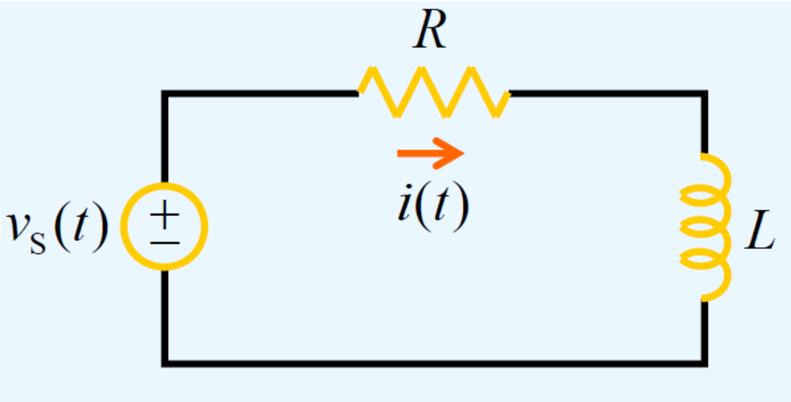
$$
\begin{aligned}
v_1(t) &= -10\cos(\omega t + 50°) \\
&= 10\cos(\omega t + 50° + 180°) \\
&= 10\cos(\omega t + 230°)
\end{aligned}
$$



$$
\begin{aligned}
v_2(t) &= 12\sin(\omega t - 10°) \\
&= 12\cos(\omega t - 10° + 270°) \\
&= 12\cos(\omega t + 260°)
\end{aligned}
$$

- $v_2(t)$ se adelanta 30°

Respuesta sinusoidal en estado estable



Sea un circuito RL como el de la figura, si

$$v_s(t) = V_m \cos(\omega t)$$

Resolviendo la malla del circuito resulta que:

$$L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = V_m \cos(\omega t)$$

En un circuito lineal todas las tensiones y corrientes en estado estable tienen la misma frecuencia que la fuente, entonces:

$$i(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t) = \boldsymbol{I_m \cos(\omega t + \phi_0)}$$

$$A = \frac{RV_m}{R^2+(\omega L)^2} \quad \text{y} \quad B = \frac{\omega L V_m}{R^2+(\omega L)^2}$$

$$\boldsymbol{\phi_0 = -\arctan\left(\frac{B}{A}\right) = -\arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)} \quad \text{y} \quad \boldsymbol{I_m = \sqrt{A^2+B^2} = \frac{V_m}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}}$$

Fasores

La solución anterior exige resolver una ecuación diferencial para cada circuito. Si tiene muchos elementos con almacenaje de energía se complica. La alternativa pasa por introducir la notación fasorial y el análisis de fasores:

Un fasor es un número complejo que representa la amplitud y la fase de una señal sinusoidal

La notación fasorial se basa en la formula de Euler:

$$e^{\pm j\phi} = \cos(\phi) \pm j\sin(\phi) \qquad \text{siendo } j = \sqrt{-1} \;\; \text{la unidad imaginaria}$$

Dada una señal $v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi) \rightarrow \mathrm{v(t)} = \mathrm{Re}\left[V_m e^{j(\omega t+\phi)}\right] = \mathrm{Re}\left[V_m e^{j\phi} e^{j\omega t}\right]$

$$\mathbf{V} = \boldsymbol{V_m e^{j\phi}} \quad \rightarrow \quad \mathbf{V} = \boldsymbol{V_m |\phi}$$

$\mathbf{V}$ **notación fasorial de** $\boldsymbol{v(t)}$

Dominio del tiempo

Dominio de fasorial
(o dominio de la frecuencia)

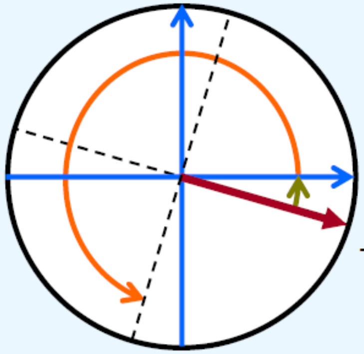
$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi) \longleftrightarrow \mathrm{V} = V_m e^{j\phi}$$

Fasores

Ejemplo: Calcular la suma de corrientes $i_1(t) = 4\cos(\omega t + 30°)$ e $i_2(t) = 5\sin(\omega t\ - 20°)$

<u>Solución:</u>

- Realizaremos la suma en el dominio de la frecuencia



$$i_1(t) = 4\cos(\omega t + 30°) \longrightarrow \mathrm{I}_1 = 4e^{j30°}$$

$$i_2(t) = 5\sin(\omega t - 20°) = 5\cos(\omega t - 20° + 270°) \longrightarrow \mathrm{I}_2 = 5e^{j250°}$$

$$\mathrm{I} = \mathrm{I}_1 + \mathrm{I}_2 = 4e^{j30°} + 5e^{j250°} = 1.754 - \mathrm{j}2.699 = 3.218e^{-j56.98°}\ \mathrm{A}$$

- En el dominio del tiempo resulta

$$\mathrm{I} = 3.218e^{-j56.98°}\ \mathrm{A} \longrightarrow i(t) = \mathrm{Re}[\mathrm{I}e^{j\omega t}] = \mathrm{Re}[3.218e^{j(\omega t - 56.98°)}]$$

$$= 3.218\cos(\omega t - 56.98°)\ \mathrm{A}$$

Fasores: Derivación e integración

Supongamos $v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi) \quad \rightarrow \quad \mathrm{V} = V_m e^{j\phi}$

Para derivar un fasor:

$$\frac{dv}{dt} = -\omega V_m \sin(\omega t + \phi) = \omega V_m \cos\left(\omega t + \phi + \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \omega V_m e^{j\left(\phi + \frac{\pi}{2}\right)} = j\omega e^{j\phi} = j\omega \mathrm{V}$$

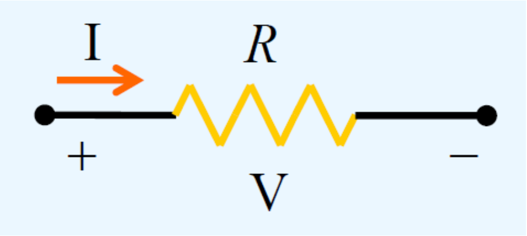
Entonces, $\boldsymbol{\frac{dv(t)}{dt}} \quad \leftrightarrow \quad \boldsymbol{j\omega \mathrm{V}}$

Para integrar un fasor:

Realizando un análisis similar: $\boldsymbol{\int v(t)dt} \quad \leftrightarrow \quad \boldsymbol{\frac{\mathrm{V}}{j\omega}}$

Fasores: Relaciones fasoriales para R, L y C

Resistencia

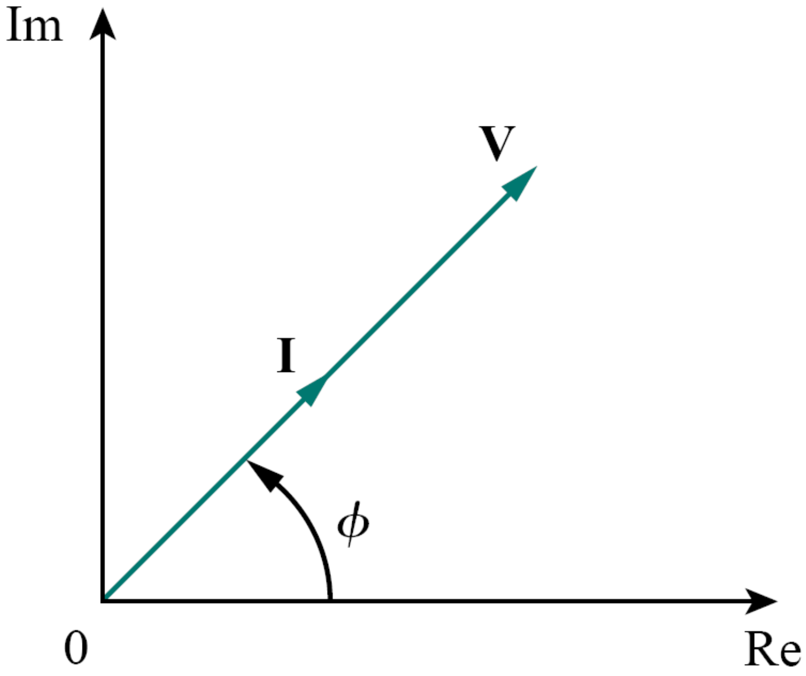


Domino temporal:

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi) \quad \rightarrow \quad v = R \cdot i \quad \rightarrow \quad v(t) = R \cdot I_m \cos(\omega t + \phi)$$

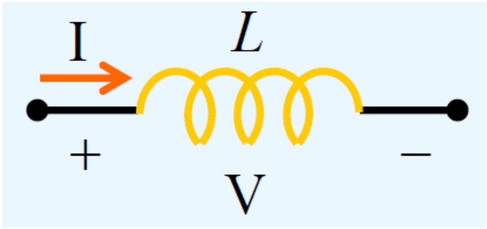
Dominio frecuencial:

$$\mathrm{I} = I_m e^{j\phi} \quad \rightarrow \quad \mathrm{V} = R \cdot \mathrm{I} \quad \rightarrow \quad V = R \cdot I_m e^{j\phi}$$



En una resistencia, la tensión y la corriente están en fase!

Fasores: Relaciones fasoriales para R, L y C



Bobina

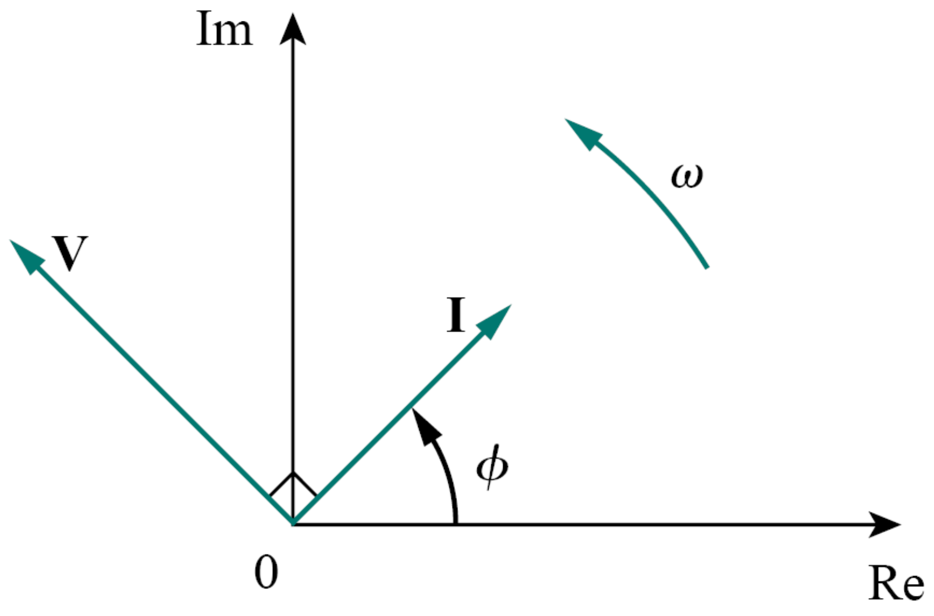
Domino temporal:

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi) \quad \rightarrow \quad v = L \cdot \frac{di}{dt} \quad \rightarrow \quad v(t) = \omega \cdot L \cdot I_m \cos(\omega t + \phi + \frac{\pi}{2})$$

Dominio frecuencial:

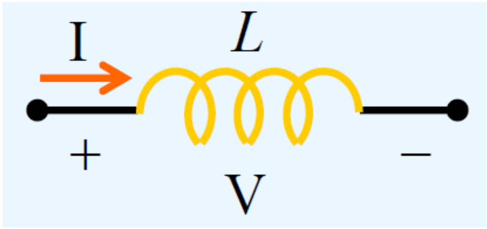
$$\mathrm{I} = I_m e^{j\phi} \rightarrow V = j\omega \cdot L \cdot \mathrm{I} \rightarrow \mathrm{V} = j\omega \cdot L \cdot I_m e^{j\phi}$$

En una bobina, la tensión está adelantada 90º respecto de la corriente



Fasores: Relaciones fasoriales para R, L y C

Condensador

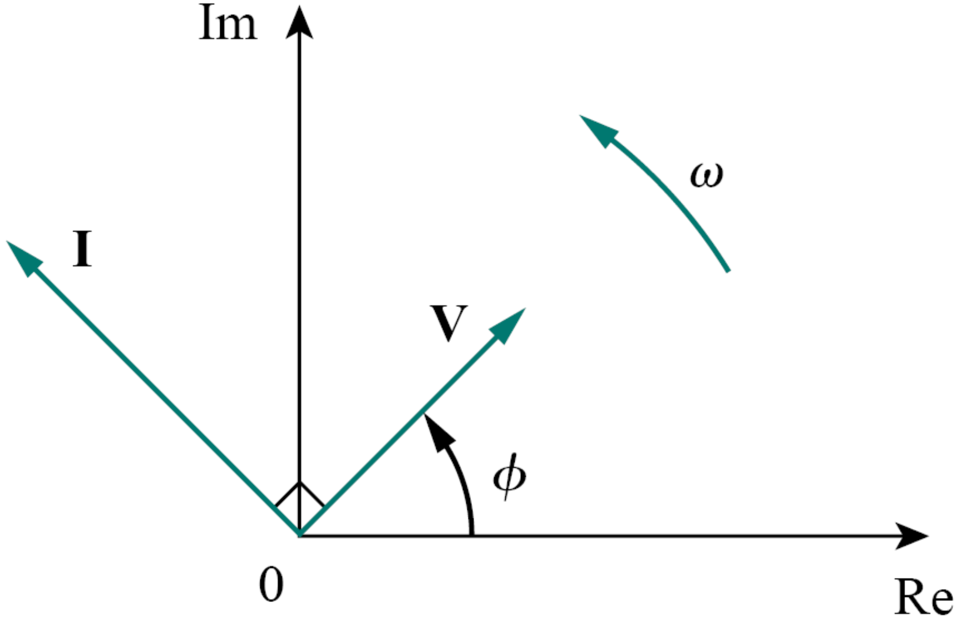


Domino temporal:

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi) \;\rightarrow\; i = C \cdot \frac{dv}{dt} \;\rightarrow\; i(t) = \omega \cdot C \cdot V_m \cos(\omega t + \phi + \frac{\pi}{2})$$

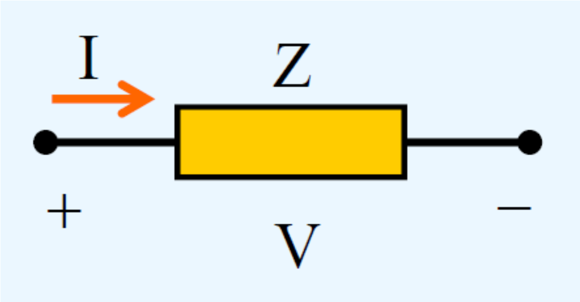
Dominio frecuencial:

$$\mathrm{V} = V_m e^{j\phi} \rightarrow \mathrm{I} = j\omega \cdot \mathrm{C} \cdot \mathrm{V} \rightarrow \mathrm{I} = j\omega \cdot C \cdot V_m e^{j\phi}$$



En una condensador, la tensión está retrasada 90º respecto de la corriente

Impedancia y admitancia



Las relaciones fasoriales para R, L y C como:

$$\mathrm{V} = R\mathrm{I} \qquad \mathrm{V} = j\omega L\mathrm{I} \qquad \mathrm{V} = \frac{1}{j\omega C}\mathrm{I}$$

*Entonces se define, como generalización de la resistencia, **la impedancia**, que es la relación (cociente) entre la tensión fasorial **V** y la corriente fasorial **I***

Matemáticamente $\mathrm{Z} = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{I}}$, las unidades son Ohms. La impedancia no es un fasor en una relación entre los fasores tensión e intensidad.

Para R, L y C: $Z_R = R \quad , \quad Z_L = j\omega L \quad , \quad Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{\mathrm{j}}{\omega C}$

La impedancia es una función compleja de la frecuencia $Z = R + jX$

- La parte real se denomina **resistencia** R
- La parte imaginaria se denomina **reactancia** X:
  - Si $\boldsymbol{X > 0}$ la reactancia es **inductiva**.
  - Si $\boldsymbol{X < 0}$ la reactancia es **capacitiva**.

Impedancia y admitancia

La **admitancia** es la inversa de la impedancia: $Y = \frac{1}{Z}$, su unidad es los Siemens (S) o mhos.

La admitancia es una función compleja de la frecuencia $Y = G + jB$

- La parte real se denomina **conductancia** G
- La parte imaginaria se denomina **susceptancia** B

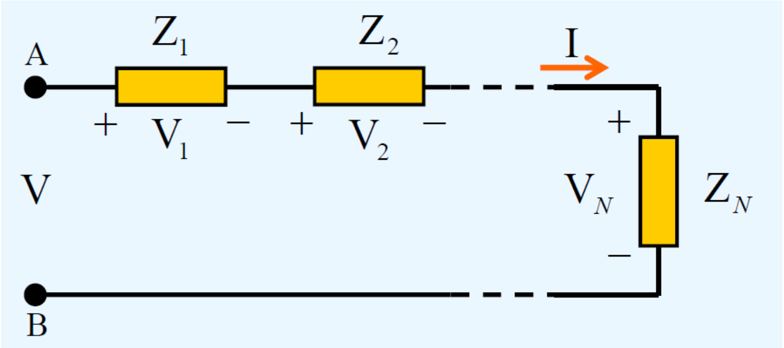
TABLE 9.3 Impedances and admittances of passive elements.

Element	Impedance	Admittance
R	$\mathbf{Z} = R$	$\mathbf{Y} = \frac{1}{R}$
L	$\mathbf{Z} = j\omega L$	$\mathbf{Y} = \frac{1}{j\omega L}$
C	$\mathbf{Z} = \frac{1}{j\omega C}$	$\mathbf{Y} = j\omega C$

Asociación de impedancias

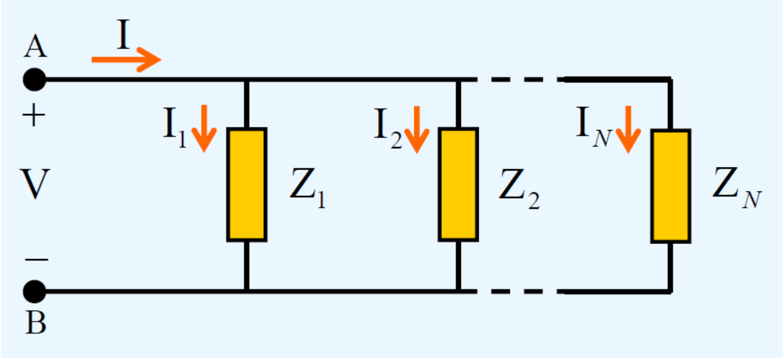
Asociación serie:

$$Z_{eq} = \sum_{n=1}^{N} Z_n$$



Asociación paralelo:

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{Z_n} \quad \leftrightarrow \quad Y_{eq} = \sum_{n=1}^{N} Y_n$$

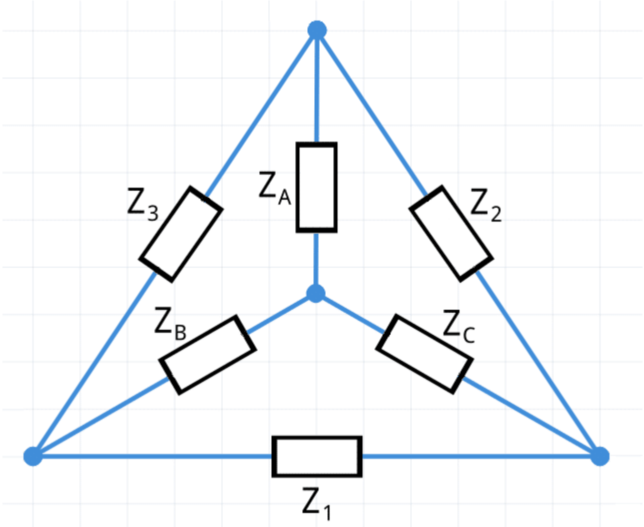


Transformación estrella-triangulo:

Teorema de Kennelly (ver primer tema)

en el caso de impedancias iguales en cada rama:

$$\left.\begin{matrix} Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_\Delta \\ Z_A = Z_B = Z_C = Z_Y \end{matrix}\right\} \qquad Z_\Delta = 3 \cdot Z_Y$$



Asociación de impedancias

Ejemplo: Calcular la impedancia equivalente del circuito, $\omega = 50$ rad/s:

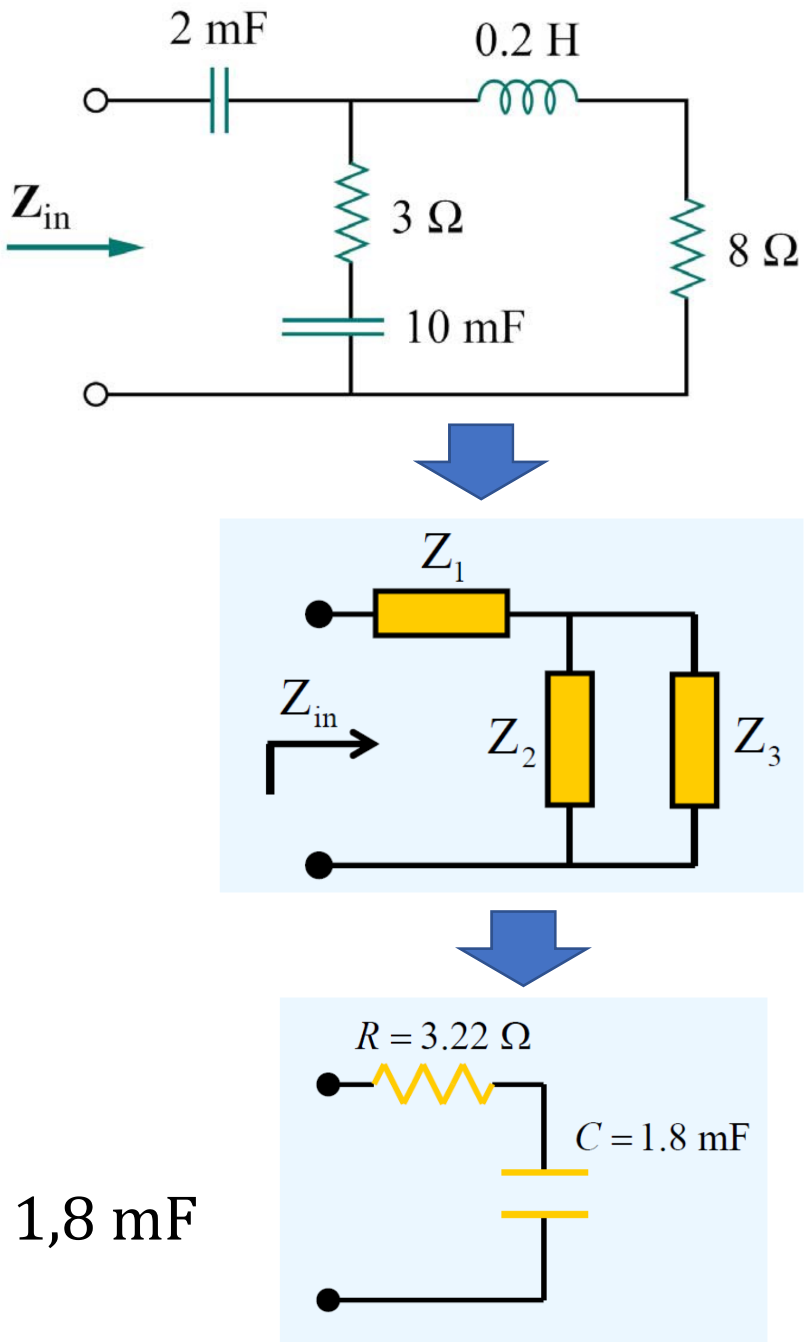
$$Z_1 = \frac{-j}{\omega C} = \frac{-j}{50\times 2\times 10^{-3}} = -j10\ \Omega$$

$$Z_2 = R_1 - \frac{j}{\omega C} = 3 - \frac{j}{50\times 10^{-2}} = 3 - j2\ \Omega$$

$$Z_3 = R_2 + j\omega L = 8 - j50 \times 0{,}2 = 8 + j10\ \Omega$$

$$Z_{in} = Z_1 + (Z_2 || Z_3) = -j10 + \frac{(3 - j2)\times(8 + j10)}{11 + j8}$$

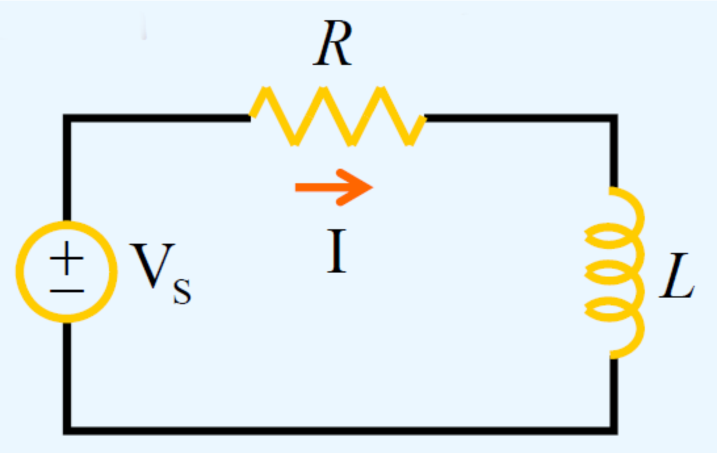
$$Z_{in} = 3{,}2 - j11{,}1\ \ \Omega \qquad X = \frac{1}{\omega C} \rightarrow C = \frac{1}{\omega X} = \frac{1}{50\times 11{,}1} = 1{,}8\ \text{mF}$$



Leyes de Kirchoff

Las leyes de Kirchoff siguen siendo válidas en el dominio de la frecuencia usando la notación fasorial.

KCL: $\sum_{n=1}^{N} \mathbf{I}_n = 0$ **y** **KVL:** $\sum_{m=1}^{M} \mathbf{V}_m = 0$



Para un circuito RL, por ejemplo:

$$v_S(t) = V_m \cos(\omega t) \rightarrow \mathrm{V_S} = V_m e^{j0} \qquad Z_R = R,\ \ Z_L = j\omega L$$

$$\mathrm{V_S} = Z_R \mathrm{I} + Z_L \mathrm{I} \ \rightarrow \mathrm{I} = \frac{V_m}{R+j\omega L} = \frac{V_m}{|Z|e^{j\beta}} \rightarrow \mathbf{I} = \frac{\boldsymbol{V_m}}{\boldsymbol{|Z|}} \boldsymbol{e^{j\phi_0}} \ \text{con } \phi_0 = -\beta$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \omega L}$$
$$\beta = \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$

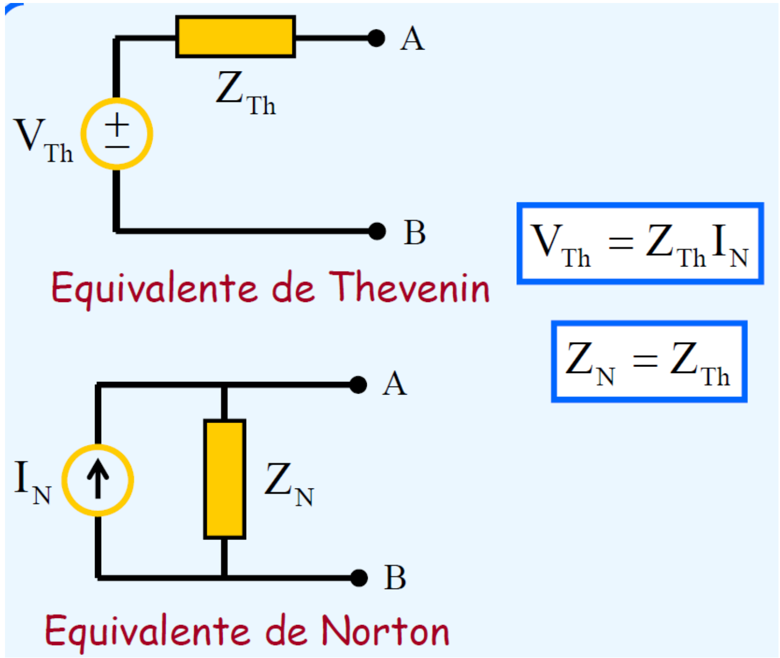
En el dominio del tiempo:

$$i(t) = Re\left[\mathrm{I} e^{j\omega t}\right] = Re\left[\frac{V_m}{|Z|} e^{j\phi_0} e^{j\omega t}\right] = Re\left[\frac{V_m}{|Z|} e^{j(\omega t + \phi_0)}\right] \rightarrow i(t) = \frac{V_m}{|Z|} \cos(\omega t + \phi_0)$$

Análisis de circuitos mediate fasores

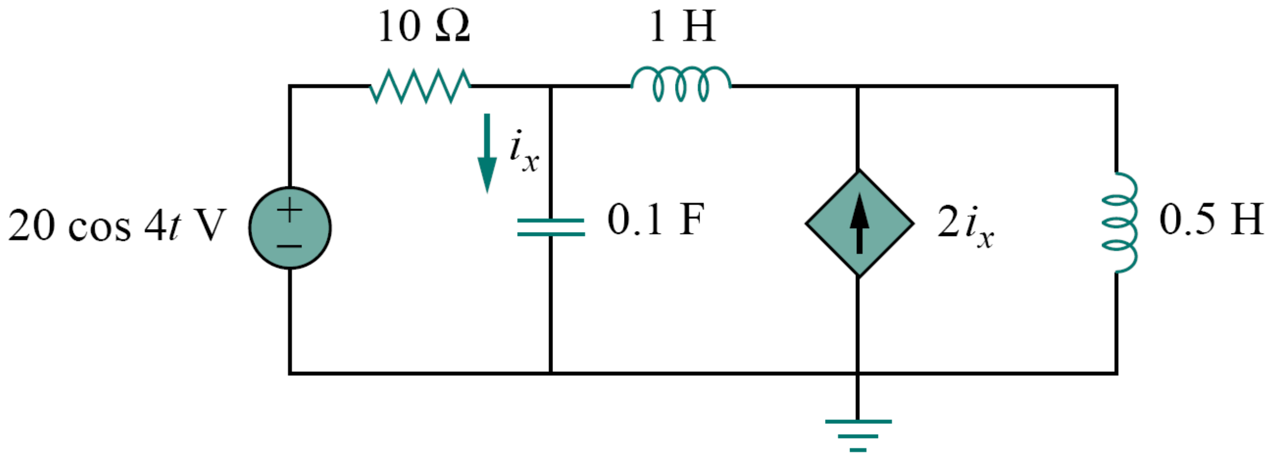
1. Se transforma el circuito en el dominio del tiempo a dominio fasorial (o de la frecuencia).
2. Se resuelve el circuito mediante las técnicas estudiadas en los temas anteriores (análisis de nudos, análisis de mallas, superposición, transformación de fuentes,…).
3. Se transforma el resultado obtenido al dominio del tiempo.

Circuitos **equivalentes de Thevenin y Norton** se obtienen de forma análoga a lo visto en continua



Análisis de circuitos mediate fasores

Ejemplo: Determinar i_x mediante análisis nodal:

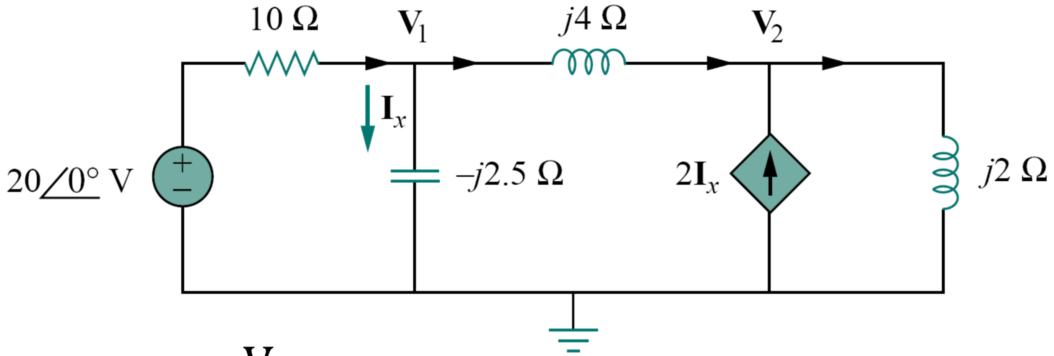


Fuente de tensión en dom. frec.

$20\cos(4t) \rightarrow 20|0^\circ \quad , \quad \omega = 4$ rad/s

Impedancias:

$$1\ \mathrm{H} \rightarrow j\omega L = j4 \times 1 = j4\ \Omega, \quad 0{,}5\ \mathrm{H} \rightarrow\ j2\ \Omega, \quad 0{,}1\ \mathrm{F} \rightarrow \frac{1}{j\omega C} = -\frac{j}{4\times 0{,}1} = -j2{,}5\ \Omega$$



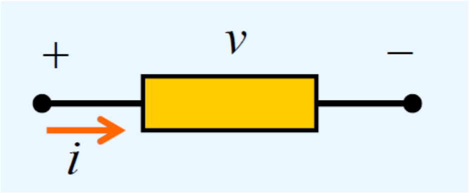
Nudo 1: $\dfrac{20-\mathrm{V}_1}{10} = \dfrac{\mathrm{V}_1}{-j2{,}5} + \dfrac{\mathrm{V}_1-\mathrm{V}_2}{j4}$ e $\mathrm{I_x} = \dfrac{\mathrm{V}_1}{-j2{,}5}$

Nudo 2: $2\mathrm{I_x} + \dfrac{\mathrm{V}_1-\mathrm{V}_2}{j4} = \dfrac{\mathrm{V}_2}{j2}$

$$\left.\begin{array}{r}(1+j2{,}5)\mathrm{V}_1 + j2{,}5\mathrm{V}_2 = 20 \\ 11\mathrm{V}_1 + 15\mathrm{V}_2 = 0\end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{r}\mathrm{V}_1 = 18 + j6 = 19e^{j18^\circ}\ \mathrm{V} \\ \mathrm{V}_2 = -13{,}2 - j4{,}4 = 14e^{j198^\circ}\ \mathrm{V}\end{array} \rightarrow \mathrm{I_x} = \frac{\mathrm{V}_1}{-j2{,}5} = -2{,}4 + j7{,}2 = 7{,}6e^{j108{,}3^\circ}\ \mathrm{A}$$

En el dominio temporal: $i_x(t) = \mathrm{Re}\left[\mathrm{I_x}e^{j\omega t}\right] = 7{,}6\cos(4t + 108{,}4^\circ)\ \mathrm{A}$

Potencia instantánea y potencia media



La potencia instantánea absorbida o suministrada por un elemento en un circuito es: $\boldsymbol{p(t) = v(t)i(t)}$

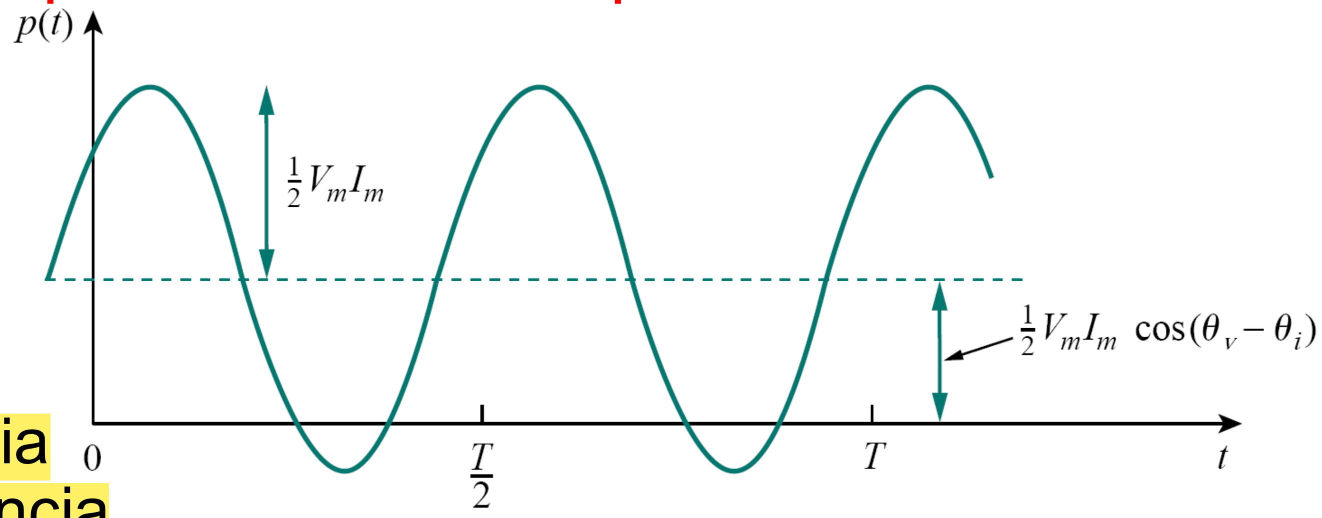
Si $v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi_v)$ y $i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi_i)$, entonces:

$$p(t) = V_m \cos(\omega t + \phi_v) \times I_m \cos(\omega t + \phi_i)$$

Aplicando la relación trigonométrica: $\cos(A)\cos(B) = \frac{1}{2}[\cos(A-B) + \cos(A+B)]$

$$\boldsymbol{p(t) = \underbrace{\frac{1}{2} V_m I_m \cos(\phi_v - \phi_i)}_{\text{parte constante}} + \underbrace{\frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \phi_v + \phi_i)}_{\text{parte dependiente del tiempo}}}$$

La parte constante depende de la diferencia de fases y la parte temporal tiene el doble de frecuencia original



Si $p(t) > 0$, el elemento absorbe potencia
Si $p(t) < 0$, el elemento suministra potencia

Potencia instantánea y potencia media

La potencia instantánea cambia con el tiempo y no es fácil de medir

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\phi_v - \phi_i) + \frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \phi_v + \phi_i)$$

La potencia media en un elemento de un circuito es el promedio de la potencia instantánea durante un período de la señales de tensión o corriente en ese elemento.

$$\boldsymbol{P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt} = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\phi_v - \phi_i)\, dt + \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \phi_v + \phi_i)\, dt$$

$\boldsymbol{P = \frac{1}{2} V_m I_m cos(\phi_v - \phi_i)}$, o en notación fasorial $\boldsymbol{P = \frac{1}{2} Re}[\mathbf{VI}^*]$

En circuitos puramente **resistivos**: $\phi_v = \phi_i \;\rightarrow\; \cos(\phi_v - \phi_i) = 1 \;\rightarrow\; \boldsymbol{P = \frac{1}{2} V_m I_m}$

En circuitos puramente **reactivos**: $\phi_v = \phi_i \pm \frac{\pi}{2} \;\rightarrow \cos(\phi_v - \phi_i) = 0 \;\rightarrow\; \boldsymbol{P = 0}$

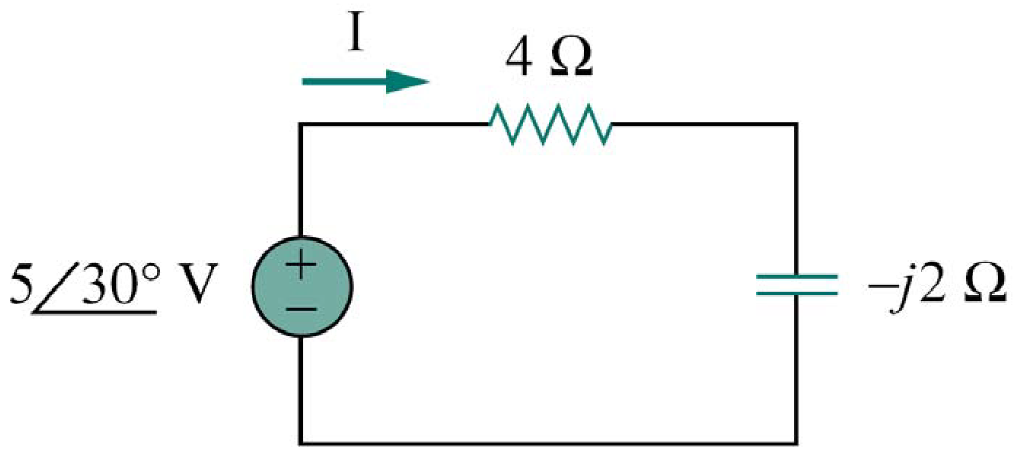
$\boldsymbol{cos(\phi_v - \phi_i)}$ es el **factor de potencia** e informa de cuanta de la energía que se mueve en un sistema eléctrico, se consume realmente y se transforma en calor.

Potencia instantánea y potencia media

Ejemplo: Calcular las potencias medias suministradas y disipadas:

$$P_f = \frac{1}{2} Re\left[V_f I_f^*\right] \qquad P_R = \frac{1}{2} Re[V_R I_R^*]$$

$$I_f = I_R = I = \frac{V}{Z} = \frac{5e^{j30°}}{4 - j2} = 1{,}1e^{j56{,}6°}\ \text{A}$$



Entonces:

$$P_f = \frac{1}{2} Re\left[V_f I_f^*\right] = \frac{1}{2} Re\left[5e^{j30°} \times 1{,}1e^{j56{,}6°}\right] = 2{,}8\cos(30° - 56{,}6°) = 2{,}5\ \text{W}$$

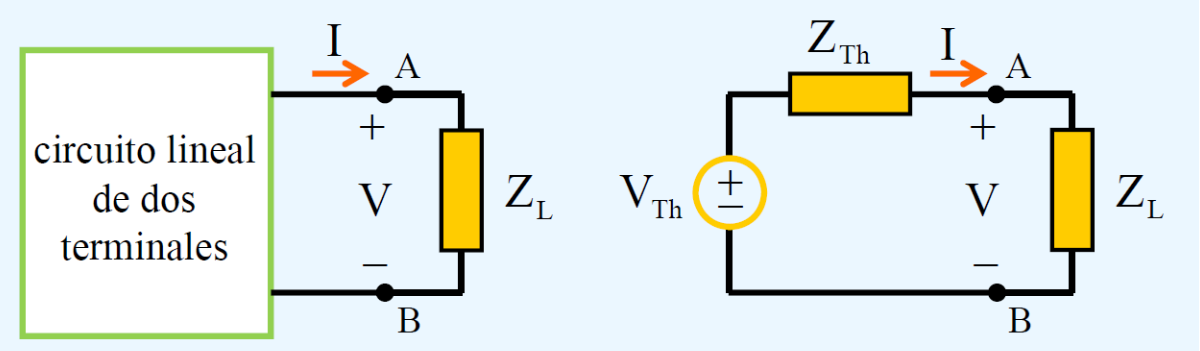
$$V_R = R \times I_F = 4 \times 1{,}1e^{j56{,}6°} = 4{,}5e^{j56{,}6°}\ \text{V}$$

$$P_R = \frac{1}{2} Re[V_R I_R^*] = \frac{1}{2} Re\left[4{,}5e^{j56{,}6°} \times 1{,}1e^{j56{,}6°}\right] = 2{,}5\ \text{W}$$

Máxima transferencia de potencia media

Si consideramos un sistema fuente fijo y una carga variable, la transferencia de potencia media a la carga es máxima cuando la impedancia de carga Z_L ***es igual al complejo conjugado de la impedancia equivalente de Thevenin*** Z_{th} *del circuito fuente.*

$$\boldsymbol{P = P_{max} \quad \rightarrow \quad Z_L = Z_{th}^*}$$

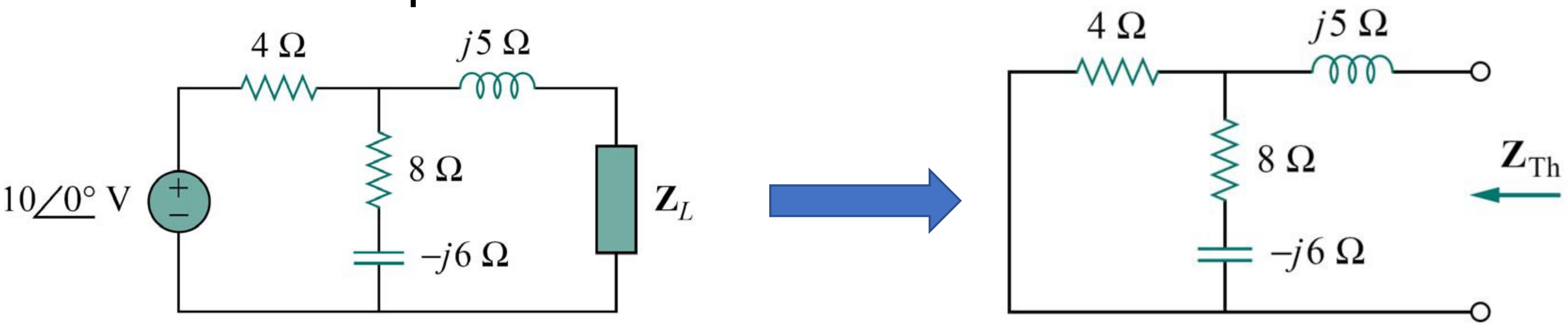


El valor de potencia media máxima transferida es:

$$\boldsymbol{P_{max} = \frac{|V_{th}|^2}{8 \cdot R_{th}}}$$

Máxima transferencia de potencia media

Ejemplo: Determinar la impedancia de carga Z_L que maximiza la potencia y el valor de esa potencia.



Se obtienen la resistencia equivalente Thevenin:

$$Z_{th} = j5 + [4||8 - j6] = 2{,}9 + j4{,}5\ \Omega$$

Se obtiene la tensión Thevenin usando la fórmula del divisor de tensión:

$$V_{th} = \frac{8 - j6}{4 + 8 - j6} \times 10 = 7{,}4e^{-j10{,}3^\circ}\ \mathrm{V}$$

Entonces: $Z_L = Z_{th}^{*} = 2{,}9 - j4{,}5\ \Omega$ y $P_{max} = \frac{|V_{th}|^2}{8 \cdot R_{th}} = \frac{7{,}4^2}{8 \times 2{,}9} = 2{,}4\ \mathrm{W}$

Nota final sobre fasores

Durante este tema hemos visto que en notación fasorial ($V_m e^{j\phi}$ o $V_m|\phi$), V_m representa la amplitud pico de la señal sinusoidal.

Sin embargo, si se trabaja con **baja tensión (~ 240 V)**, se suele emplear el **valor eficaz de la señal** para representar el fasor: $V_{ef} e^{j\phi}$ o $V_{ef}|\phi$

Valor eficaz o valor cuadrático medio:

Dada una variable periódica

$x(t+T) = x(t)$,

su valor eficaz es:

$$\boldsymbol{X_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t)dt}}$$

Forma de onda	Valor eficaz
Valor continuo: $y = A_0$	A_0
Sinusoide: $y(t) = A_1 \sin(\omega t)$	$\frac{A_1}{\sqrt{2}}$
Onda cuadrada: $y(t) = \begin{cases} A_2 & frac\left(\frac{t}{T}\right) < 0{,}5 \\ -A_2 \; si & frac\left(\frac{t}{T}\right) > 0{,}5 \end{cases}$	A_2
Onda triangular: $y(t) = \lvert 2 \cdot A_3 frac\left(\frac{t}{T}\right) - A_3 \rvert$	$\frac{A_3}{\sqrt{3}}$

https://en.wikipedia.org/wiki/Root_mean_square