Teoría de la Comunicación
Examen 30 de Febrero de 2012

Nombre:

1) El proceso aleatorio Z(t) tiene la siguiente descripción analítica

$$Z(t) = Xcos(2\pi f_0 t) + Ysen(2\pi f_0 t)$$

donde X es una variable aleatoria uniforme en el intervalo (-1,1), e Y es una variable aleatoria uniforme en el intervalo (0,1). Además, X e Y son independientes. Calcule:

a) (*0.5 punto*) La media $m_Z(t)$

b) (*1.5 puntos*) La función de autocorrelación $R_Z(t, t+\tau)$. ¿Es un proceso estacionario en sentido amplio?

c) (*0.5 puntos*)La potencia media del proceso P_Z

NOTA: puede tener en cuenta las siguientes relaciones trigonométricas:

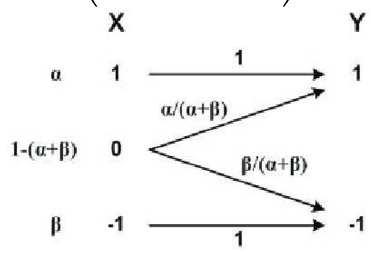
$$cos(A)cos(B) = \frac{1}{2}[cos(A+B) + cos(A-B)]$$
$$sen(A) \cdot sen(B) = \frac{1}{2}[cos(A-B) - cos(A+B)]$$
$$cos(A) \cdot sen(B) = \frac{1}{2}[sen(A+B) - sen(A-B)]$$

2) Un sistema de transmisión de datos está compuesto por un regenerador de señal. El regenerador tiene por entradas (X) símbolos que pertenecen al alfabeto $\{1, 0, -1\}$. Las probabilidades de recepción de los símbolos son:

$$P[X=1] = \alpha,\ P[X=0] = 1-\alpha-\beta,\ P[X=-1] = \beta \text{ para } 0 < \alpha+\beta \leq 1$$

El regenerador restituye los valores de los borrones (X=0) en valores de salida $Y = 1$ ó $Y = -1$ con la misma proporción con la que se generan y mantiene el mismo valor ($Y = X$) cuando las entradas son $X = 1$ ó $X = -1$. Así el sistema de transmisión de datos regenerador se puede caracterizar a través de la matriz de probabilidades de transición:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{\alpha}{\alpha+\beta} & \dfrac{\beta}{\alpha+\beta} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Determine:

a) (*1 punto*) La entropía de los símbolos de salida H(Y).

b) (*1 puntos*) La información mutua I(X;Y).

c) (*0.5 punto*) Calcule la capacidad del sistema regenerador en bits por símbolo para el caso en que $\alpha = \beta$

3) (*0.75 puntos*) Indique cómo se obtiene la densidad de potencia espectral de la salida de un sistema lineal e invariante con el tiempo cuando la entrada es un proceso aleatorio estacionario en sentido amplio. Derive la expresión de la media del proceso aleatorio de salidad en función de la media del proceso aleatorio de entrada.

4) (*0.75 puntos*) Defina qué es un código no singular, un código unívoco y un código instantáneo.

5) (*1 punto*) Explique en detalle cómo ha obtenido en la '*práctica 1 ampliada*', apartado 3, la densidad de potencia espectral del proceso aleatorio usando la relación que hay entre la respuesta en frecuencia del filtro y la densidad de potencia espectral del proceso de entrada.

6) (*1 punto*)Explique en detalle cómo ha realizado en la práctica 3, apartado 2, el proceso de generar y recibir 10000 bits usando modulación BPSK por un canal Gaussiano y ha determinado el Bit Error Rate (BER) experimental.

Teoría de la Comunicación
Examen 14 de Septiembre de 2012

Nombre:

1) Sea $Y_n = X_n + g(n)$, donde X_n es un proceso aleatorio i.i.d. discreto en el tiempo, con media cero. Sea $g(n)$ es una función determinista de n.

   a) (*0.75 puntos*) Determine la media y la varianza de Y_n.

   b) (*1 punto*) Determine la autocovarianza de Y_n.

   c) (*0.75 puntos*) Si X_n puede tomar valores 1 ó -1, obtenga y dibuje una funcion muestra -o realización- de cada uno de los siguiente procesos:

      - X_n;
      - Y_n con $g(n) = n$;

2) Sean $F_1 = \{1, 2, 3\}$ y $F_2 = \{2, 4, 6\}$ dos fuentes equiprobables independientes. Sea una fuente F cuya salida es la suma de las salidas de las fuentes anteriores $F = suma(F_1, F_2)$.

   a) (*0.5 puntos*) Calcule la entropía de la fuente $H(F)$.

   b) (*0.5 puntos*) Calcule la información mutua $I(F, F_1)$.

   c) (*1 punto*) Genere el código Huffman de la fuente F y calcule su longitud media.

   d) (*0.5 puntos*) Suponga que le proponen adivinar F, y como ayuda le dejan escoger entre conocer F_1 o conocer F_2. ¿Qué opción preferiría? Justifique la respuesta.

3) (*0.75 puntos*) Defina un canal DMC y especifique en detalle los elementos que lo caracterizan.

4) (*0.75 puntos*) Dé la expresión matemática de la entropía diferencial y obténgala para una fuente que emite una variable aleatoria uniformemente distribuída en el intervalo $(0, a)$.

5) (*1 punto*)

   - Explique qué contiene la fila i de la matriz de probabilidades de dimensión 256×256 que construyó para el segundo modelo de la práctica 2. ¿Qué contiene la columna j?
   - Usando la estimación 3 de la práctica 2 (primer tipo de estimación descrito para el segundo modelo), determine qué fila o qué columna utilizaría para estimar la muestra que no ha llegado en el instante n, si la muestra que llegó en el instante $n-1$ es $s(n-1) = -18$. ¿Cómo la utilizaría?

6) (*1 punto*)¿Cómo ha determinado la función de autocorrelación temporal $R_t(k)$ de la secuencia de 128000 valores que se le suministraba en la segunda parte de la práctica 1?. Explíquelo en detalle.

Teoría de la Comunicación
Examen de 29 de febrero de 2013

Nombre:

1) El proceso aleatorio $H(t)$ se define como

$$H(t) = \begin{cases} +1 & \text{if} \quad X(t) \geq 0 \\ -1 & \text{if} \quad X(t) < 0. \end{cases}$$

donde $X(t) = A * E(t)$ siendo A una variable aleatoria uniforme en el intervalo $[-3, 1]$ y $E(t)$ es una función del tiempo que está definida como $E(t) = 1$ para $0 \leq t < T$ y $E(t) = -1$ para $T \leq t < 2T$, tomando valor cero dicha función para el resto de instantes de tiempo.

- a)(*0.5 puntos*) Determine la función masa de probabilidad (pmf) de orden uno (pmf de las variables resultantes del muestreo en un instante de tiempo) del proceso aleatorio $H(t)$.
- b)(*0.5 puntos*) Determine la media del proceso $H(t)$.
- c)(*0.75 puntos*) Determine la función masa de probabilidad (pmf) de orden dos (pmf conjunta de las variables resultantes del muestreo en dos instantes de tiempo) del proceso aleatorio $H(t)$.
- d)(*0.75 puntos*) Determine la autocorrelación del proceso aleatorio $H(t)$.

2) Sea una fuente de Markov de orden uno que puede emitir 3 símbolos distintos $X = \{N, S, E\}$. La matriz de probabilidades de transición viene dada por:

$$\begin{pmatrix} 0{,}4 & 0{,}1 & 0{,}5 \\ 0{,}2 & 0{,}5 & 0{,}3 \\ 0{,}25 & 0{,}6 & 0{,}15 \end{pmatrix} \tag{1}$$

Sabemos también que las probabilidades de las siguientes secuencias de símbolos son: $P(SSEE) = 0{,}0135$ y $P(ENS) = 0{,}0075$. Determine:

- a) (*1 punto*) La entropía de la fuente (entropía de orden cero) $H(X)$.
- b) (*0.5 puntos*) La entropía condicional $H(X|S)$.
- c) (*1 punto*) En el caso en que las probabilidades de los símbolos fueran $P(N) = 0{,}4$; $P(S) = 0{,}6$; $P(E) = 0$ diseñe un código de Huffman para una extensión de orden 3 de esta fuente.

3) (*0.75 puntos*) Sea $X(t)$ un proceso aleatorio estacionario en sentido amplio. Demuestre que su función de autocorrelación $R_X(\tau)$ toma valor máximo para $\tau = 0$.

4) (*0.75 puntos*) Defina e indique la caracterización espectral del ruido blanco, del ruido blanco de banda limitada y del ruido blanco de banda limitada paso banda

5) (*1 punto*) Explique en detalle cómo ha obtenido la función de autocorrelación (estadística) $R_X(n_1, n_2)$ del proceso aleatorio de la segunda parte de la práctica 1 a partir de las 2000 realizaciones del proceso de que se disponen.

6) (*1 punto*) Explique en detalle cómo ha obtenido en el apartado 1 de la Práctica 3 la pdf aproximada (pdf experimental) a partir de las 100000 muestras de la secuencia de ruido Gaussiano generado, indicando también qué funciones ha utilizado y cómo ha utilizado las salidas de dichas funciones.

NOTA: En los ejercicios 1 y 2 no es suficiente con dar sólo la respuesta correcta sino que hay que mostrar cómo se ha obtenido el resultado. Si no se da una explicación el valor del ejercicio será de cero puntos.

Teoría de la Comunicación
Examen 13 de septiembre de 2013

Nombre:

1) Se define un proceso aleatorio X(t) como:

$$X(t) = Y + (1 - t)$$

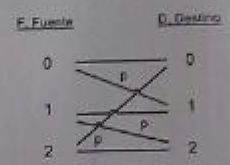
donde Y es una variable aleatoria uniforme en el intervalo (0,1). Calcule:

a) (*1 punto*) La pdf de orden 1 de $X(t)$. (Nota: pdf de orden 1 entendida como pdf de la variable resultante de muestrear el proceso X(t) en un instante de tiempo).

b) (*1.5 puntos*) Calcule la media de $X(t)$, $m_X(t)$, y la covarianza de $X(t)$, $C_X(t_1, t_2)$.

2) Considere el canal discreto con el siguientes diagrama de transición, donde p es la probabilidad de error:

Canal 2



a) (*0.5 puntos*) Obtenga la matriz del canal (o matriz de transición).

b) (*1 puntos*) Obtenga la información mutua entre la entrada y la salida, $I(F; D)$, en función de $H(D)$ y $H(p)$.

c) (*0.75 puntos*) Obtenga la capacidad del canal.

d) (*0.75 puntos*) Indique qué distribución de símbolos de entrada es la que da lugar a la máxima información mutua entre la entrada y la salida.

3) (*0.75 puntos*) Describa y caracterice estadísticamente el Canal Rayleigh.

4) (*0.75 puntos*) Enuncie el Primer Teorema de Shannon (teorema de codificación de la fuente). ¿ Qué condición ha de verificar un código óptimo?. Defina la eficiencia de un código.

5) (*1 punto*) Explique en detalle cómo ha obtenido (en la primera parte de la *práctica 1*) la matriz de covarianza K de la variable vectorial Gaussiana de dimensión 8, a partir de las 1000 realizaciones de dicha variable vectorial de las que se dispone.

6) (*1 punto*) Explique en detalle cómo ha establecido una ley de probabilidad para el primer modelo de la *práctica 2* (indicando qué funciones de MATLAB ha utilizado). En las estimaciones 1 y 2 basadas en el primer modelo, ¿ obtenía siempre la misma estimación para la muestra que faltaba o la estimación que obtenía dependía de la muestra anterior recibida? Justifique su respuesta.

NOTA: En los ejercicios 1 y 2 hay que mostrar cómo se ha obtenido el resultado. Si no se da una explicación el valor del ejercicio será de cero puntos.

Teoría de la Comunicación
Examen extraordinario de 5 de septiembre de 2014

Nombre:

1) Sea (A, B) una variable aleatoria bidimensional con distribución Gaussiana cuyo vector de medias es $(1, 1)$ y su matriz de covarianzas es:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \tag{1}$$

Se construye el proceso aleatorio $X(t) = Acos(t) + B$.

a) (*1 punto*) Determine la media y la varianza del proceso aleatorio $X(t)$.

b) (*1.5 puntos*) La función de autocorrelación del proceso aleatorio $X(t)$.

2) Sea S3 la extensión de tercer orden de una fuente binaria sin memoria cuya probabilidad de emitir un cero es igual a 0,2. Otra fuente SD observa las salidas de S3, emitiendo 0, 1, 2 o 3 según la salida de S3 contenga 0, 1, 2 o 3 ceros. Determine:

a) (*1.25 puntos*) La entropia de la fuente SD.

b) (*1.25 puntos*) Construya un código de Huffman para la fuente S3.

3) (*0.75 puntos*)Obtenga la expresión de la media del proceso aleatorio de salidad de un sistema lineal e invariante con el tiempo en función de la media del proceso aleatorio de entrada cuando dicha entrada es un proceso aleatorio estacionario en sentido amplio. (Aclaración: lo que se pide no es la expresión final sino cómo se llega a la expresión final)

4) (*0.75 puntos*)Enuncie y demuestre la regla de la cadena de la entropía.

5) (*1 punto*). Explique en detalle (funciones de MATLAB utilizadas, bucles implementados, etc) cómo ha obtenido en el apartado 3 de la práctica 1, la densidad de potencia espectral del proceso aleatorio usando la relación que hay entre la respuesta en frecuencia del filtro y la densidad de potencia espectral del proceso de entrada. Como se indicaba en el guión el filtro era un filtro lineal todo polos con coeficiente $a_1 = -0{,}9$ y en el fichero signalENTRADA se encontraba una única realización muestreada en 128000 instantes de tiempo de la señal de entrada.

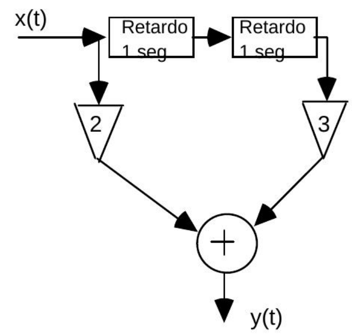
6) (*1 punto*).Explique en detalle cómo ha construido la matriz de probabilidades condicionales del segundo modelo probabilístico de la practicas 2. ¿Qué contiene la fila 64 de dicha matriz de probabilidades condicionales?.

NOTA: En los ejercicios 1 y 2 no vale con dar sólo la respuesta correcta sino que hay que mostrar cómo se ha obtenido el resultado. Si no se da una explicación el valor del ejercicio será de cero puntos.

Teoría de la Comunicación
Examen de 6 de febrero de 2015

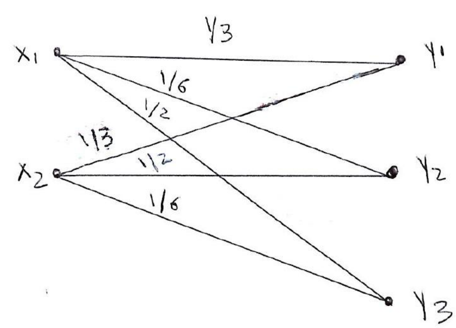
Nombre:

1) Sea el siguiente sistema, donde la entrada $x(t)$ es un proceso aleatorio estacionario



- a)(*0.75 puntos*) Determine la función de autocorrelación del proceso de salida $y(t)$ en función de la autocorrelación del proceso de entrada $x(t)$.
- b)(*0.75 puntos*) Determine la densidad de potencia espectral de la salida si la autocorrelación del proceso de entrada viene dada por $R_X(\tau) = \frac{4e^{-|\tau|}}{3}$.
- c)(*0.75 puntos*) El sistema propuesto se puede considerar un filtro lineal invariante con el tiempo. Obtenga el módulo de la respuesta en frecuencia del sistema a partir de la densidad de potencia espectral de la salida y de la entrada del sistema.
- d)(*0.75 punto*) Sea la autocorrelación del proceso de entrada $x(t)$ la indicada en el apartado b). Al realizar un muestreo de orden uno del proceso aleatorio $x(t)$ obtenemos una variable aleatoria continua uniforme en el intervalo $[-a, a]$. Determine el valor de a.

2) Sea el canal que se muestra en la figura



Determine:

- a) (*1 punto*) La información mutua entre la entrada y la salida del canal $I(X;Y)$ en el caso en que las probabilidades de la entrada sean $P(x_1) = 0{,}3$ y $P(x_2) = 0{,}7$.
- b) (*1 punto*) La capacidad C de dicho canal. (Ayuda: Se recomienda partir de la expresión $H(Y) - H(Y|X)$).

3) (*0.75 puntos*) Demuestre por qué la función de autocorrelación de un proceso estacionario en sentido amplio es una medida de la velocidad de cambio del proceso aleatorio. Ayuda:desigualdad de Markov $P[X \geq a] \leq \frac{E[X]}{a}$.

4) (*0.75 puntos*) Obtenga la expresión de la entropía de una fuente de Markov de orden m.

5) (*1 punto*)¿Cómo ha determinado la función de autocorrelación temporal $R_t(k)$ de la secuencia de 128000 valores que se le suministraba en la segunda parte de la práctica 1?. Explíquelo en detalle. ¿Cómo verificaba que el proceso era ergódico en la autocorrelación?

6) (*1 punto*)Usando la estimación 4 de la práctica 2 (segundo tipo de estimación descrito para el segundo modelo), determine qué fila o qué columna utilizaría para estimar la muestra que no ha llegado en el instante n, si la muestra que llegó en el instante $n-1$ es $s(n-1) = 81$. ¿Cómo la utilizaría, es decir, cómo realizaría la estimación usando dicha información?

NOTA: En los ejercicios 1 y 2 no es suficiente con dar sólo la respuesta correcta sino que hay que mostrar cómo se ha obtenido el resultado. Si no se da una explicación el valor del ejercicio será de cero puntos.

TRANSFORMADA DE FOURIER EN TIEMPO CONTINUO PROPIEDADES

Propiedad	Señal	Transformada de Fourier
	$x(t)$ $y(t)$	$X(\omega)$ $Y(\omega)$
Ecuaciones	$x(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}X(\omega)e^{j\omega t}\,d\omega$	$X(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)e^{-j\omega t}\,dt$
	x(t) Par	$X(\omega)=2\int_{0}^{\infty}x(t)\cos\omega t\,dt$
	x(t) Impar	$X(\omega)=-2j\int_{0}^{\infty}x(t)\,\mathrm{sen}\,\omega t\,dt$
Linealidad	$a\,x(t)+b\,y(t)$	$a\,X(\omega)+b\,Y(\omega)$
Desplazamiento en el tiempo	$x(t-t_0)$	$X(\omega)e^{-j\omega t_0}$
Desplazamiento en frecuencia	$x(t)e^{j\omega_0 t}$	$X(\omega-\omega_0)$
Conjugación	$x^*(t)$	$X^*(-\omega)$
Inversión de tiempo	$x(-t)$	$X(-\omega)$
Escalado de tiempo y frecuencia	$x(at)$	$\frac{1}{\lvert a\rvert}X\left(\frac{\omega}{a}\right)$
Convolución	$x(t)*y(t)$	$X(\omega)\,Y(\omega)$
Multiplicación	$x(t)\,y(t)$	$\frac{1}{2\pi}\left[X(\omega)*Y(\omega)\right]$

TABLA 3.1 Algunos pares seleccionados de la transformada de Fou

	$f(t)$	$F(\omega)=\mathscr{F}\{f(t)\}$
1.	$e^{-at}u(t)$	$1/(a+j\omega)$
2.	$te^{-at}u(t)$	$1/(a+j\omega)^2$
3.	$e^{-a\lvert t\rvert}$	$2a/(a^2+\omega^2)$
4.	$e^{-t^2/(2\sigma^2)}$	$\sigma\sqrt{2\pi}\,e^{-\sigma^2\omega^2/2}$
5.	$\mathrm{sgn}\,(t)$	$2/(j\omega)$
6.	$j/(\pi t)$	$\mathrm{sgn}\,(\omega)$
7.	$u(t)$	$\pi\delta(\omega)+1/(j\omega)$
8.	$\delta(t)$	1
9.	1	$2\pi\delta(\omega)$
10.	$e^{\pm j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega\mp\omega_0)$
11.	$\cos\omega_0 t$	$\pi[\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)]$
12.	$\mathrm{sen}\,\omega_0 t$	$-j\pi[\delta(\omega-\omega_0)-\delta(\omega+\omega_0)]$
13.	$\mathrm{rect}\,(t/\tau)$	$\tau\,\mathrm{Sa}\,(\omega\tau/2)$

Teoría de la Comunicación
Examen de 11 de septiembre de 2015

Nombre:

1) Una señal se muestrea a razón de 1000 muestras por segundo y las muestras obtenidas $s(n)$ se pueden modelar como una variable aleatoria continua con una distribución Laplaciana. Se diseña un cuantizador para las muestras de la señal que viene dado en la siguiente tabla:

Entrada al cuantizador	Salida del cuantizador
$-\infty < s(n) \leq -2\alpha$	m_1
$-2\alpha < s(n) \leq -\alpha$	m_2
$-\alpha < s(n) \leq 0$	m_3
$0 < s(n) \leq \alpha$	m_4
$\alpha < s(n) \leq 2\alpha$	m_5
$2\alpha < s(n) \leq \infty$	m_6

(1)

a) (*1.25 puntos*) Determinar la entropía de la salida del cuantizador y la tasa de información en bits por segundo.

b) (*1.25 puntos*) Determinar los niveles de cuantización en función de α de forma que a la salida del cuantizador la entropía sea máxima.

2) El proceso aleatorio $X(t)$ se define como $X(t) = Ag(t)$ donde A es una variable aleatoria discreta que toma valores 1, 2 o 3 con probabililidad $P[A = 1] = 1/2$, $P[A = 2] = 1/4$ y $P[A = 3] = 1/4$ y $g(t)$ un pulso definido por

$$g(t) = \begin{cases} 0 & t < 1 \\ t-1 & 1 \leq t \leq 2 \\ 0 & t > 2 \end{cases} \tag{2}$$

Determine:

- a)(*0.5 puntos*) Determine la media del proceso $X(t)$.
- b)(*0.5 puntos*) Determine la función masa de probabilidad (pmf) de orden uno (pmf de las variables resultantes del muestreo en un instante de tiempo) del proceso aleatorio $X(t)$.
- c)(*0.75 puntos*) Determine la función masa de probabilidad (pmf) de orden dos (pmf conjunta de las variables resultantes del muestreo en dos instantes de tiempo) del proceso aleatorio $X(t)$.
- d)(*0.75 puntos*) Determine la autocorrelación del proceso aleatorio $X(t)$.

3) (*0.75 puntos*) Escriba la expresión matemática de la correlación cruzada y de la covarianza cruzada de dos procesos aleatorios $X(t)$ e $Y(t)$. Indique cuando estos dos procesos son independientes, cuando no están correlados y cuando son ortogonales.

4) (*0.75 puntos*) Defina qué es la información mutua entre la entra X y la salida Y de un canal e indique dos de sus propiedades. Defina qué es la capacidad de un canal.

5) (*1 punto*) Explique en detalle cómo ha obtenido la función de autocorrelación (estadística) $R_X(n_1, n_2)$ del proceso aleatorio de la segunda parte de la práctica 1 a partir de las 2000 realizaciones del proceso de que se disponen.

6) (*1 punto*).Explique en detalle cómo ha establecido una ley de probabilidad para el primer modelo de la *práctica 2* (indicando qué funciones de MATLAB ha utilizado). En las estimaciones 1 y 2 basadas en el primer modelo, Â¿obtenía siempre la misma estimación para la muestra que faltaba o la estimación que obtenía dependía de la muestra anterior recibida? Justifique su respuesta.

NOTA: En los ejercicios 1 y 2 no es suficiente con dar sólo la respuesta correcta sino que hay que mostrar cómo se ha obtenido el resultado. Si no se da una explicación el valor del ejercicio será de cero puntos.

$$\int e^{ax}\,dx = \frac{e^{ax}}{a}$$

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{\pi}{2a}$$

$$\int_0^\infty e^{-ax}\,dx = \frac{1}{a}$$

$$\int_0^\infty e^{-ax}\cos bx\,dx = \frac{a}{a^2+b^2}$$

$$\int_0^\infty e^{-ax}\sin bx\,dx = \frac{b}{a^2+b^2}$$

$$\int_0^\infty \frac{e^{-ax}\sin bx}{x}\,dx = \tan^{-1}\frac{b}{a}$$

$$\int_0^\infty \frac{e^{-ax}-e^{-bx}}{x}\,dx = \ln\frac{b}{a}$$

$$\int_0^\infty e^{-ax^2}\,dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

$$\int_0^\infty e^{-ax^2}\cos bx\,dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{a}}e^{-b^2/4a}$$

$$\int_0^\infty e^{-(ax^2+bx+c)}\,dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{a}}e^{(b^2-4ac)/4a}\,\mathrm{erfc}\frac{b}{2\sqrt{a}}$$

where $\mathrm{erfc}\,(p) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_p^\infty e^{-x^2}\,dx$

$$\int_{-\infty}^\infty e^{-(ax^2+bx+c)}\,dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}e^{(b^2-4ac)/4a}$$

Laplacian Random Variable

$S_X = (-\infty, \infty)$

$f_X(x) = \frac{\alpha}{2}e^{-\alpha|x|} \qquad -\infty < x < \infty \qquad \alpha > 0$

$E[X] = 0 \qquad \mathrm{VAR}[X] = 2/\alpha^2$