COMUNICACIONES I

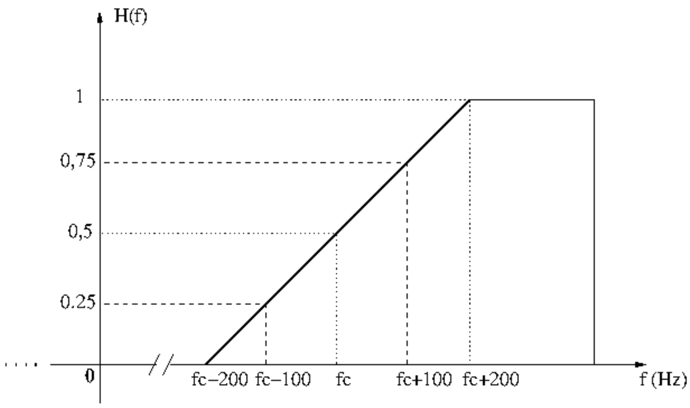
6 de Julio de 2012 Grado en Ingeniería de Tecnologías de Telecomunicación

Nombre: .... DNI: ....

Convocatoria de Junio

PROBLEMAS

P1.- *(2 puntos)* Considere una señal en banda base $m(t)=sen(\omega_m t)$ con $\omega_m = 2\pi f_m$ (f_m= 100 **Hz)** y una señal portadora $c(t)=2cos(\omega_c t)$ con $\omega_c = 2\pi f_c$ (f_c= 100 **kHz**). **1.-** Obtenga la expresión de la señal modulada VSB (*Vestigial Side-Band*) si como filtro vestigial se utiliza uno con la respuesta en frecuencia siguiente:



2.- Obtener la expresión canónica de la señal paso-banda modulada VSB. **3.-** Obtener las componentes en cuadratura de la señal VSB y su equivalente paso-baja.

Fórmulas: sen(a)*cos(b)=1/2 sen(a-b) + 1/2 sen(a+b) sen(a±b)=sen(a)cos(b) ±cos(a)sen(b)

Problema 1

Apartado a)

Señal de información, moduladora:

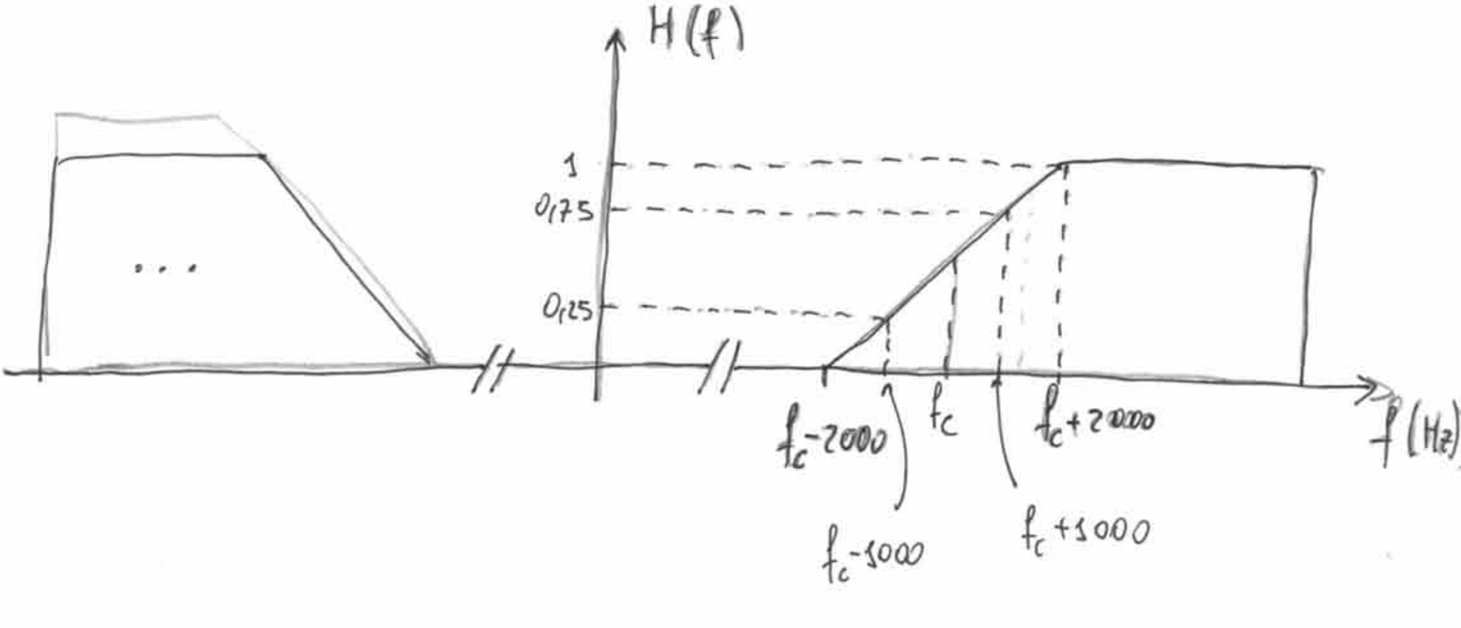
$$m(t) = \text{sen}(\omega_m t)$$

con $\omega_m = 2\pi f_m = 2\pi\ 1000\ Hz$

Señal portadora

$$c(t) = 2A \cos(2\pi f_c t) \quad \text{con} \quad f_c = 10\ KHz$$

Para obtener una señal modulada VSB se hace pasar una señal modulada DSB por un filtro vestigial, en este caso se utiliza el siguiente



Entonces primero modulamos DSB

$$x_{DSB}(t) = m(t)\cdot c(t) = 2A\cos(2\pi f_c t)\,\text{sen}(2\pi f_m t) =$$

$$= A\,\text{sen}\big(2\pi(f_c - f_m)t\big) + A\,\text{sen}\big(2\pi(f_c + f_m)t\big)$$

Segundo aplicamos filtrado.

Se observa que la señal modulada DSB son dos deltas (en dominio frecuencia para $f>0$) a frecuencias $f_c - f_m$ y $f_c + f_m$

Observando filtro vestigial a esas frecuencias el filtro vestigial aplica una atenuación de 0,25 y 0,75 respectivamente. Por lo tanto a la salida del filtro la señal será, la señal VSB

$$x_{VSB}(t) = 0{,}25A\,\text{sen}\big[2\pi(f_c - f_m)t\big] + 0{,}75\,\text{sen}\big[2\pi(f_c + f_m)t\big]$$

Apartado b) Aplicando a $x_{VSB}(t)$ la relación $\text{sen}(A \pm B) = \text{sen}(A)\cos(B) \pm \cos(A)\,\text{sen}(B)$

$$x_{VSB}(t) = 0{,}25A\big[\text{sen}(w_m t)\cos(w_c t) - \cos(w_m t)\,\text{sen}(w_c)\big] +$$

$$0{,}75A\big[\text{sen}(w_m t)\cos(w_c t) + \cos(w_m t)\,\text{sen}(w_c t)\big] =$$

$$\Rightarrow \quad x_{VSB}(t) = A\,\text{sen}(w_m t)\cos(w_c t) + 0{,}5A\cos(w_m t)\,\text{sen}(w_c t)$$

Observando esta última expresión vemos que es la expresión canónica de una señal paso-banda

Apartado c)

Dada la expresión anterior es directo obtener las componentes en cuadratura

$$x_I(t) = \cancel{A}\text{sen}(w_m t) = m(t)$$

$$x_Q(t) = -\,0{,}5\cos(w_m t)$$

y la equivalente paso-baja

$$\tilde{x}_{VSB}(t) = x_I(t) + j\,x_Q(t) = \text{sen}(w_m t) - 0{,}5j\cos(w_m t)$$

P2.- *(1.5 puntos)* Calcular la potencia de transmisión en un sistema de radio AM para conseguir una SNR de salida de 40 dB si el canal es aditivo con ruido blanco gaussiano con una PSD $N/2 = 10^{-10}$ W/Hz y presenta una atenuación de L=50 dB. La señal de audio tiene un ancho de banda de B=5 kHz y una potencia de 0,5 W. Esta señal se modula AM con un índice de modulación de μ=0,6.

Problema 2

Tenemos un canal aditivo con ruido blanco con una PSD de $\frac{N}{2} = 10^{-10}$ W/Hz y una atenuación de $L = 50$dB

Tenemos como señal modulante (información) una señal con un ancho de banda de $B = 5$ KHz y una potencia de 0,5 W

Se realiza una modulación AM con $\mu = 0,6$

y se pide que se consiga una SNR de salida de 40dB

Si $SNR_o = 40$ dB $\Rightarrow$ $\frac{S_o}{N_o} = 10^4$ la expresión de la SNR para modulación AM es

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{\mu^2 P_m}{\mu^2 P_m + 1} \gamma$$

$\gamma = \frac{S_i}{NB}$; S_i es la potencia recibida que se relaciona con la potencia transmitida a través de $S_i = \frac{P_T}{L}$

Sustituyendo valores $\frac{S_o}{N_o} = 10^4 = \frac{(0,6)^2\ 0,5}{1 + (0,6)^2\ 0,5} \frac{S_i}{2 \cdot 10^{-10}\ 3 \cdot 10^3}$

Se obtiene $S_i = 0,066$ W

Como la atenuación es de 50dB $\Rightarrow$ $L = 10^5$

y $P_T = S_i \cdot L = 6578,93$ W

P3.- *(1,5 puntos)* Se dispone de un canal de radio de 20 MHz de ancho de banda en el que se quiere implementar una aplicación de radio FM comercial con varias estaciones emisoras. **1.-** Calcular el ancho de banda de cada una de las señales moduladas FM si se utilizan los valores de la radio comercial FM para caracterizar la señal de audio (ancho de banda $\boldsymbol{B}$) y la modulación ($\Delta \boldsymbol{f}$ y β). **2.-** ¿Cuántas estaciones se puede transmitir simultáneamente si la separación entre estaciones es de 0,5 MHz de ancho de banda de guarda? **3.-** ¿Para qué valor de potencia de la portadora aparece el efecto umbral? (Considere un canal es aditivo con ruido blanco gaussiano con una PSD $N/2 = 10^{-10}$ W/Hz).

Problema 3

Apartado a) El ancho de banda de la señal modulada en FM la obtenemos aplicando ~~una~~ la Regla de Carson

$$B_{FM} = 2B(\beta + 1)$$

Para la FM comercial se utilizan los siguientes valores

- ancho de banda de señal de audio $B = 15\ KHz$
- desviación en frecuencias $\Delta f = 75\ KHz$

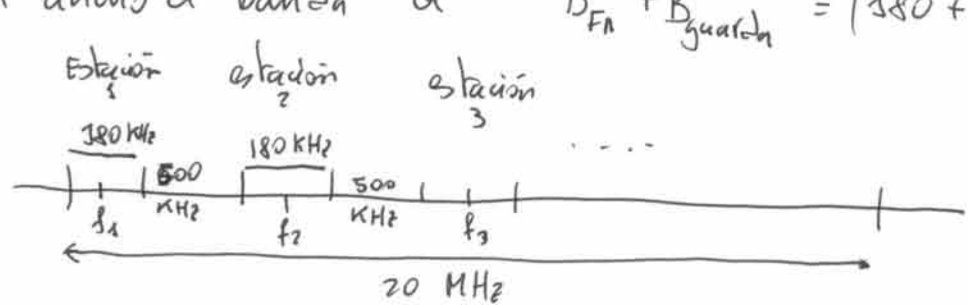
Por lo tanto $\beta = \dfrac{\Delta f}{B} = 5$ (se obtiene una señal FM de banda ancha)

con esos valores cada señal de la estación de radio modulada en FM ocupa

$$B_{FM} = 2 \cdot 15\ KHz\,(5+1) = 180\ KHz$$

Apartado b)

Haciendo un análisis simplificado cada emisora necesita un ancho de banda de $B_{FM} + B_{guarda} = (180 + 500)\ KHz = 680\ KHz$



Por lo tanto en 20 MHz de ancho de banda del canal caben

$$N^{\underline{o}}\text{ estaciones} = \left\lfloor \frac{20\ \text{MHz}}{0{,}68\ \text{MHz}} \right\rfloor = 29 \text{ estaciones}$$

Apartado c)

Canal aditivo con ruido blanco con PSD de $\frac{N}{2} = 10^{-10}\ W/_{Hz}$

El efecto umbral aparece en FM cuando el parámetro γ vale $\gamma = \gamma_u = 20(\beta + 1)$ (aplicando Regla de Carson)

Como $\beta = 5 \Rightarrow \gamma_u = 120$

$\gamma_u = \gamma = \frac{S_i}{NB}$ con S_i la potencia recibida en demodulador

En FM, y en un canal sin atenuación, $S_i = P_T$ potencia transmitida, es es igual a la potencia de la portadora

$$\Rightarrow P_c = \frac{A^2}{2} = P_T = S_i \Rightarrow$$

$$P_c = \gamma_u NB = 120 \cdot 10^{-10} \cdot 15 \cdot 10^3 = 0{,}18 \cdot 10^{-3}\ W =$$

$$= 0{,}18\ mW$$

TEORIA

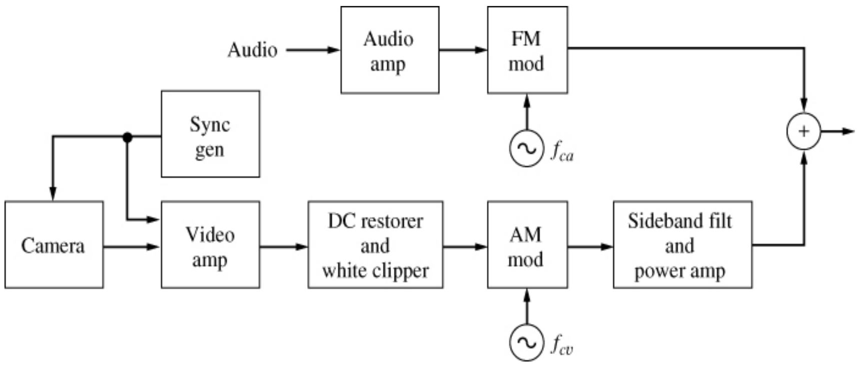
C4.- (1 *punto*) Indique los diferentes tipos de distorsión que se pueden presentar en un canal de comunicación y comente a qué tipo de señal afecta mayormente ese tipo de distorsión.

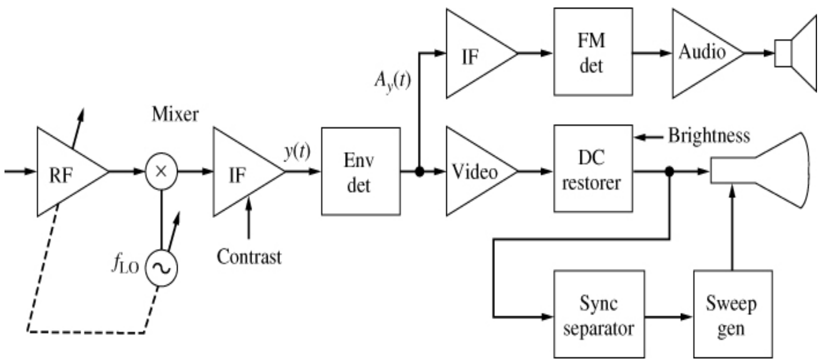
C5.- (1 *punto*) ¿Para qué se utiliza la representación de las equivalentes paso-baja?

C6.- (1 *punto*) ¿De qué depende la densidad espectral de potencia del ruido térmico? ¿Y de qué depende la potencia del ruido térmico?

C7.- (1 *punto*) ¿Para qué se utiliza el método de transmitir una portadora piloto de baja potencia en la modulación DSB?

C8.- (1 *punto*) Describa el transmisor y el receptor de la TV monocroma. Solo hay que describir los aspectos de transmisión y demodulación de la señal de video y audio.





3. El canal de comunicación. Distorsión

Cuando una señal se transmite a través de un canal, es distorsionada por diferentes imperfecciones del mismo.

Distorsión lineal Cuando una señal se transmite por un canal lineal de características no-ideales de amplitud y/o fase, a la salida se obtiene una señal formada por una superposición retardada de la señal original, y por lo tanto distorsionada.

Interferencia intersimbólica Si la señal a transmitir es un pulso, el resultado es que éste se **ensancha temporalmente**, pudiendo interferir con otros pulsos adyacentes temporalmente. Por este motivo, la distorsión lineal puede producir interferencia en sistemas de multiplexado temporal TDM.

Distorsión no-lineal

La respuesta no-lineal de amplitud de un canal $r = f(g)$ puede desarrollarse en serie de McLaurin en la forma

$$r(t) = a_0 + a_1 g(t) + a_2 g^2(t) + a_3 g^3(t) + \cdots + a_k g^k(t) + \cdots$$

El espectro de Fourier de una de las potencias de la señal de entrada es

$$g^k(t) \leftrightarrow \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{(k-1)} G(w) * \overbrace{G(w) * \cdots * G(w)}^{k-1}$$

y por lo tanto

$$R(w) = 2\pi a_0 \delta(w) + a_1 G(w) + \sum_{k=2}^{\infty} \frac{a_k}{(2\pi)^{k-1}} G(w) * \overbrace{G(w) * \cdots * G(w)}^{k-1}$$

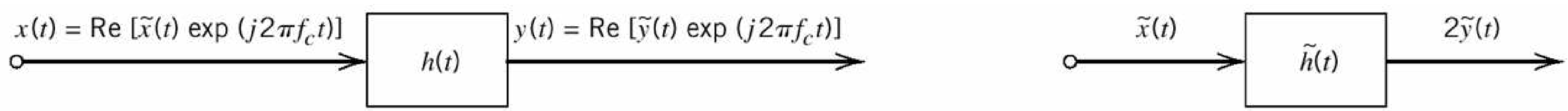
Dado que la *autoconvolución* de un espectro dobla su ancho de banda, el ancho de banda de $R(w)$ es k-veces el de $G(w)$, por lo tanto este tipo de distorsión es perjudicial en multiplexado FDM dado que puede provocar interferencia entre canales adyacentes.

Comparando expresiones para $y(t)$ se concluye que

$$2\tilde{y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(\tau)\tilde{x}(t-\tau)\mathrm{d}\tau \quad \Leftrightarrow \quad 2\tilde{y}(t) = \tilde{h}(t) \otimes \tilde{x}(t)$$

En otras palabras: **la envolvente compleja $\tilde{y}(t)$ de la salida de un sistema paso-banda se obtiene realizando la convolución entre la respuesta al impulso compleja $\tilde{h}(t)$ y la envolvente compleja $\tilde{x}(t)$ de la señal de entrada paso-banda.**

Importancia: al tratar con señales y sistemas paso-banda, sólo necesitamos considerar las funciones paso-baja $\tilde{x}(t)$, $\tilde{y}(t)$ y $\tilde{h}(t)$ que representan la excitación, la respuesta y el sistema.



Simplificación del estudio de un sistema paso-banda.

En el dominio de la frecuencia la simplificación se traduce en

Pasar de $\boxed{Y(f) = H(f)X(f)}$ a $\boxed{\tilde{Y}(f) = \frac{1}{2}\tilde{H}(f)\tilde{X}(f)}$

Haciendo uso de las componentes en fase y cuadratura de $\tilde{x}(t)$ y $\tilde{h}(t)$ y de que la convolución es distributiva

$$\begin{aligned} 2\tilde{y}(t) &= [h_I(t) + jh_Q(t)] \otimes [x_I(t) + jx_Q(t)] \\ &= \Big[h_I(t) \otimes x_I(t) - h_Q(t) \otimes x_Q(t)\Big] + j\Big[h_Q(t) \otimes x_I(t) + h_I(t) \otimes x_Q(t)\Big] \end{aligned}$$

Por lo tanto, las componentes en fase y cuadratura de $\tilde{y}(t) = y_I(t) + jy_Q(t)$ vienen dadas por

$$\begin{aligned} 2y_I(t) &= h_I(t) \otimes x_I(t) - h_Q(t) \otimes x_Q(t) \\ 2y_Q(t) &= h_Q(t) \otimes x_I(t) + h_I(t) \otimes x_Q(t) \end{aligned}$$

Ruido Térmico

- Características:
  - De distribución gaussiana y media nula
  - Ruido blanco
    - ⋆ Densidad espectral de potencia "plana": $S_n(f) = \mathcal{N}/2$
    - ⋆ Incorrelado temporalmente: $R_n(\tau) = \frac{\mathcal{N}}{2}\delta(\tau)$
  - Su densidad espectral de potencia es proporcional a la temperatura

$$\mathcal{N} = KT(W/Hz)$$

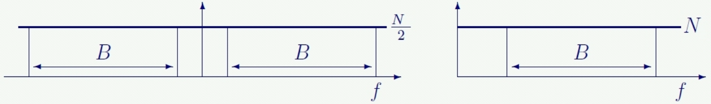
    - ⋆ k: Constante de Boltzmann ($1{,}3803\ 10^{-23} J/^oK$)
    - ⋆ T: Temperatura en grados Kelvin

Ejemplo : A temperatura ambiente ($T_0 = 17^oC + 273 = 290^oK$)

$$\mathcal{N} = kT_0 \approx 4\ 10^{-21}\ W/Hz \approx -204\ dBW/Hz = -174\ dBm/Hz$$

Ruido Térmico

- Potencia de ruido térmico proporcional al ancho de banda.



$$P_n = kTB\ (W)$$

$$P_n(dBW) = -228{,}6\ dBW + 10\log_{10}(T) + 10\log_{10}(B)$$

- En dispositivos reales, sobre todo si es activo, produce un nivel de ruido que llamaremos P_N: $P_N = KT_{eq}B$.

Temperatura equivalente de ruido

(T_{eq}), es la temperatura a la que un cuerpo negro produce una potencia de ruido igual a la de nuestro dispositivo, en el ancho de banda de interés.

Nota: Los fabricantes de dispositivos no suelen especificar ni la potencia del ruido ni la densidad espectral de potencia, especifican la temperatura equivalente de ruido del dispositivo.

Señales DSB-SC

Si suponemos que la señal recibida es $m(t)\cos w_c t$ y la portadora local es $\cos[(w_c + \Delta w)t + \delta]$ donde Δw y δ representan los errores de frecuencia y fase respectivamente, la señal demodulada tendrá la forma:

$$\begin{aligned} e_d(t) &= (m(t)\cos w_c t)\cos[(w_c + \Delta w)t + \delta] \\ &= \frac{1}{2}m(t)\left\{\cos[(\Delta w)t + \delta] + \cos[(2w_c + \Delta w)t + \delta]\right\} \end{aligned}$$

donde el segundo término será suprimido por el filtro resultando:

$$e_o(t) = \frac{1}{2}m(t)cos[(\Delta w)t + \delta]$$

En el caso $\Delta w = 0$ y $\delta = 0$, se tiene la señal deseada $\frac{1}{2}m(t)$. Consideraremos ahora dos casos especiales:

$$\begin{array}{lcl} \Delta w = 0 & \Rightarrow & e_o(t) = \frac{1}{2}m(t)cos(\delta) \\ \delta = 0 & \Rightarrow & e_o(t) = \frac{1}{2}m(t)cos(\Delta w)t \end{array}$$

En el caso $\Delta w = 0 \Rightarrow e_o(t) = \frac{1}{2}m(t)cos(\delta)$, si el desfase es constante, simplemente se obtiene una réplica atenuada de la señal. El único problema es cuando la fase es $\pm\pi/2$, dado que entonces la señal recibida es nula.

En el segundo caso, se obtiene una señal modulada de frecuencia Δw, cuyo valor es pequeño en comparación con las frecuencias de la señal, provocando un efecto de *batido*.

Para solucionar este problema, se utilizan sistemas de sincronización de portadora. Estos sistemas se pueden basar en transmitir una **portadora piloto** de baja potencia (generalmente 20dB por debajo de la potencia de la señal para no deteriorar la eficiencia del sistema). En el receptor, se filtra paso-banda para extraer la portadora piloto que se utiliza para sincronizar el oscilador local.

Otro método consiste en el sincronizador de ley cuadrática, que extrae la portadora filtrando paso-banda el cuadrado de la señal recibida.