APELLIDOS Y NOMBRE: ____ DNI: ________

COMUNICACIONES DIGITALES
(3º INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN)
1 DE FEBRERO DE 2012

PARTE 1: TEORÍA/PRÁCTICAS

1) *[1 punto]* Considere el problema de elegir el mejor código de bloque lineal (3,2) en forma sistemática

a) ¿Cuántos códigos diferentes existen?

El tamaño de las palabras codificadas es n=3, luego existen 8 diferentes. Cada grupo de k=2 bits es una palabra mensaje diferente, luego existen 4. Cada selección de 4 palabras de entre las 8 posibles forma un código, luego existen $\binom{8}{4} = \frac{8!}{4!(8-4)!} = 70$ códigos diferentes

b) ¿Cuántos de los anteriores son sistemáticos?

Los códigos sistemáticos son de la forma

00	a00
01	b01
10	c10
11	d 11

Donde a, b, c y d pueden tomar valores 0 ó 1. E número de códigos sistemáticos es 2^4=16

c) ¿Cuántos de los anteriores son lineales?

Los códigos lineales deben verificar que la palabra 000 pertenezca, y que la suma de dos palabas debe pertenecer al código, con lo que a=0 es fijo y además d=b+c por lo que únicamente quedan libres los bits b y c, luego existen 2^2=4 códigos lineales

d) Escriba todos los códigos del apartado c) y seleccione el de mínima distancia de Hamming.

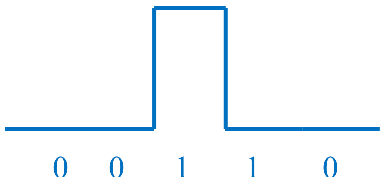
Los códigos posibles son

M	U0	U1	U2	U3
00	000	000	000	000
01	001	101	001	101
10	010	010	110	110
11	011	111	111	011

Sus distancias de Hamming mínimas son U0:1 U1:1 U2:1 U3:2
El mejor código es el U3 que corresponde a un código de verificación simple de paridad par.

2) *[0.5 punto]* Dibuje la forma de onda resultante de codificar la secuencia de bits 00110 utilizando un código de línea NRZ-M (NRZ diferencial con señalización de transición en los 1's). Indique el valor inicial que ha asumido para la codificación.

Suponiendo que se inicia con una valor 0. Se produce un cambio cuando se transmite un bit 1



3) *[1 punto]* Considere un sistema de comunicación digital binario que opera a un bit-rate bit *R (bits/s)*, una potencia de transmisión *S (Watt)* y una probabilidad de error *Pe*. Al convertirlo en un sistema cuaternario (2 bits/símbolo) con la misma potencia de transmisión, indique como se modifican la probabilidad de error y el ancho de banda de transmisión para los casos

a) QPSK
b) FSK ortogonal con mínimo espaciado de símbolo

El periodo de símbolo en los dos casos es el doble del periodo de bit Ts=2Tb, y por lo tanto la energía por símbolo es el doble de la energía por bit Es=STs=2TbS=2Eb y la velocidad de transmisión se reduce a la mitad Rs=R/2.

QPSK
Al reducirse a la mitad la velocidad de transmisión, se reduce a la mitad el ancho de banda de transmisión. La probabilidad de error de bit se mantiene constante.
La probabilidad de error de símbolo es

$$Ps \cong 2Q\left(\sqrt{\frac{2Es}{No}}\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) = 2Q\left(\sqrt{\frac{Es}{No}}\right) = 2Q\left(\sqrt{\frac{2Eb}{No}}\right)$$

Y la probabilidad de error de bit es (para un código de gray)

$$Pb = \frac{Ps}{log_2(M)} = \frac{Ps}{2} \cong Q\left(\sqrt{\frac{2Eb}{No}}\right)$$

MFSK

El ancho de banda del sistema binario es W2=1/Tb+1/2Tb=1.5/Tb.

Suponiendo un sistema MFSK coherente con espaciado de símbolo mínimo, el ancho de banda del sistema cuaternario será W4=1/Ts+(M-1)/2Ts=(M+1)/2Ts=5/2Ts=5/4Tb=1.25/Tb.

Luego el ancho de banda se reduce ligeramente.

La probabilidad de error en el caso binario (detección coherente) es

$$Pb = Q\left(\sqrt{\frac{Eb}{No}}\right)$$

En el caso cuaternario es

$$Ps \cong (M-1)Q\left(\sqrt{\frac{Es}{No}}\right) = 3Q\left(\sqrt{\frac{Es}{No}}\right) = 3Q\left(\sqrt{\frac{2Eb}{No}}\right)$$

Y la probabilidad de error de bit es

$$Pb = \frac{M/2}{M-1}Ps = \frac{2}{3}3Q\left(\sqrt{\frac{2Eb}{No}}\right) = 2Q\left(\sqrt{\frac{2Eb}{No}}\right)$$

Que es menor que en el caso binario

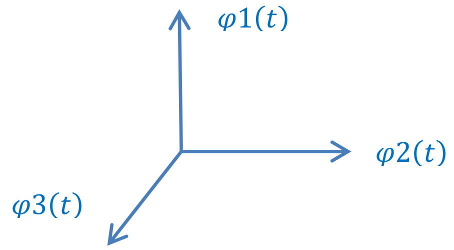
4) *[0.5 punto]* Para una modulación 3FSK (MFSK con M=3) ortogonal coherente con espaciado mínimo de símbolo. Si la energía por símbolo Es y periodo de símbolo Ts, dibuje el espacio de señal correspondiente indicando las coordenadas de cada uno de los símbolos y la base ortonormal correspondiente (señales base de cada uno de los ejes del espacio de señal). Asuma que la frecuencia del primer símbolo es Fo.

Para un sistema ortognal coherente el espaciado mínimo de frecuencia es 1/2Ts. Las tres señales son senos de la misma fase y frecuencias Fo, Fo+1/2Ts y F0+1/Ts.

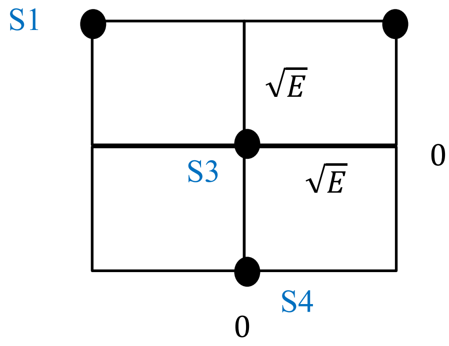
$$\varphi1(t) = \sqrt{\frac{2}{Ts}}\sin(2\pi(Fo)t)$$

$$\varphi2(t) = \sqrt{\frac{2}{Ts}}\sin(2\pi(Fo + 1/2Ts)t)$$

$$\varphi3(t) = \sqrt{\frac{2}{Ts}}\sin(2\pi(Fo + 1/Ts)t)$$



5) *[1 puntos]* Obtenga una estimación de la probabilidad de error de símbolo para la siguiente constelación (considere un detector óptimo, una densidad de potencia del ruido *No*. utilice el límite de la unión, considere símbolos equiprobables)



La probabilidad de error para una pareja de símbolos separa una distancia d está dada por

$$P_2(Si, Sj) = Q\left(\frac{d(i,j)}{\sqrt{2No}}\right)$$

Primero calculamos las probabilidades de cada símbolo como suma de las de los otros tres símbolos con los que se puede confundir

$$P(S1) = P(S2) \leq Q\left(\sqrt{\frac{2E}{No}}\right) + Q\left(\sqrt{\frac{E}{No}}\right) + Q\left(\sqrt{\frac{5E}{2No}}\right)$$

$$P(S3) \leq 2Q\left(\sqrt{\frac{E}{No}}\right) + Q\left(\sqrt{\frac{E}{2No}}\right)$$

$$P(S4) \leq 2Q\left(\sqrt{\frac{5E}{2No}}\right) + Q\left(\sqrt{\frac{E}{2No}}\right)$$

La probabilidad de error de símbolo es entonces

$$Ps \leq \frac{1}{4}\big(P(S1) + P(S2) + P(S3) + P(S4)\big)$$

$$Ps \leq \frac{1}{4}\left(4Q\left(\sqrt{\frac{E}{No}}\right) + 2Q\left(\sqrt{\frac{E}{2No}}\right) + 2Q\left(\sqrt{\frac{2E}{No}}\right) + 4Q\left(\sqrt{\frac{5E}{2No}}\right)\right)$$

PRACTICAS

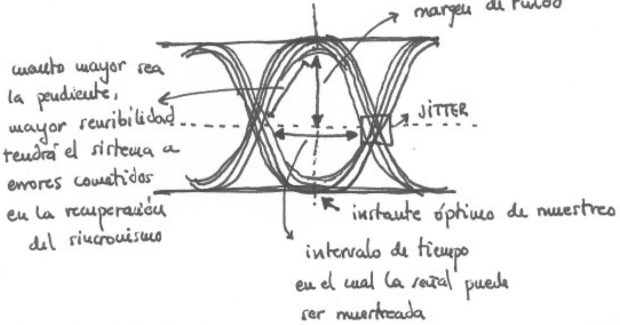
a) *[0.25 punto]* Defina brevemente el concepto de diagrama de ojo. Esboce un diagrama de ojo mostrando el efecto de la ISI y el ruido.

b) *[0.25 punto]* Para la secuencia binaria 101101, representa la señal a la salida de un modulador ASK, FSK y BPSK.

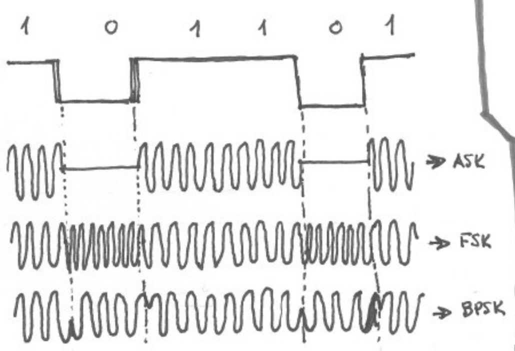
c) *[0.5 punto]* Represente la constelación de señal para un sistema QPSK en condiciones ideales (detección síncrona en ausencia de ruido). Represente ahora la resultante de un desfase $\pi/4$ en la portadora local del receptor y condiciones moderadas de ruido.

SOL. 1

Un diagrama de ojo es la representación de uno o más periodos de símbolos superpuestos.

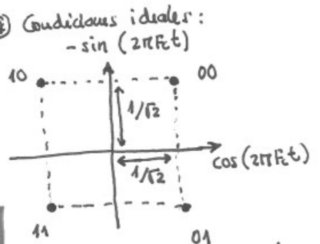


SOL. 2



SOL. 3

⊛ Condiciones ideales:



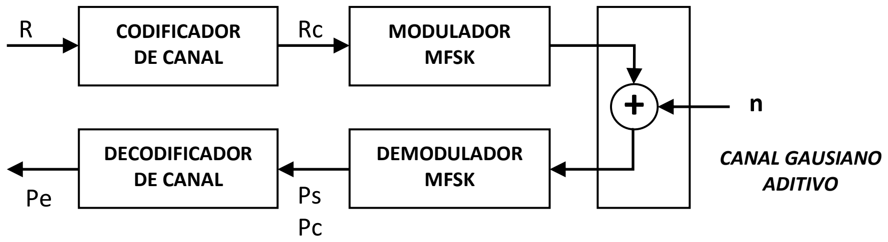
⊛ Condiciones ruido moderado y $\phi = \frac{\pi}{4}$

APELLIDOS Y NOMBRE: ____ DNI: ________

COMUNICACIONES DIGITALES
(3º INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN)
1 DE FEBRERO DE 2012

PARTE2: PROBLEMAS

1) *[2 puntos]* Considere un sistema de comunicación digital como el mostrado en la figura



Caracterizado por:

Modulador MFSK:
Considere espaciado de símbolo mínimo para detección no coherente
Frecuencia mínima de símbolo = 100MHz
Periodo de símbolo Ts=50µs
Bits por símbolo = 2
Codificador de canal: Código de Hamming (7,4)
Canal aditivo gausiano: $(No/2)=10^{-11}$ Wat/Hz
Probabilidad de error de bit a la salida del demodulador $Pc=10^{-3}$

a) Calcule las velocidades de transmisión Rc y R correspondientes a los bits del canal y de la fuente respectivamente.

La velocidad de transmisión de símbolos es Rs=1/Ts=20.000 símbolos/s
La velocidad $Rc=\log_2(M)Rs$=2 bits/símbolo x 20.000 símbolos/s = 40.000 bits/s
La relación de velocidades en el codificador de canal es Rc=(n/k)R luego
R=(k/n)Rc=(4/7)40.000=22.857,14 bits/s

b) Calcule la probabilidad de error de bit Pe y de símbolo Ps.

La probabilidad de error de símbolo y de bit están relacionadas para un código ortogonal en la forma Pc/Ps=(M/2)/(M-1), luego $Ps=(M-1)/(M/2)Pc=3/2x10^{-3}=1.5x10^{-3}$
Para un código de Hamming se tiene la relación aproximada $Pe=p-p(1-p)^{(n-1)}$siendo p=Pc y n=7 tenemos $Pe=6x10^{-6}$

c) Calcule la mínima amplitud A de la señal MFSK requerida para obtener ésta probabilidad de error.

La probabilidad de error de símbolo de un sistema ortogonal no-coherente es

$$Ps = \frac{M-1}{2} exp\left(-\frac{Es}{2No}\right)$$

Despejando la energía por símbolo obtenemos

$$Es = 2No \log\left(\frac{M-1}{2Ps}\right) = 2.76\text{x}10^{-10}$$

La energía por símbolo es de la forma

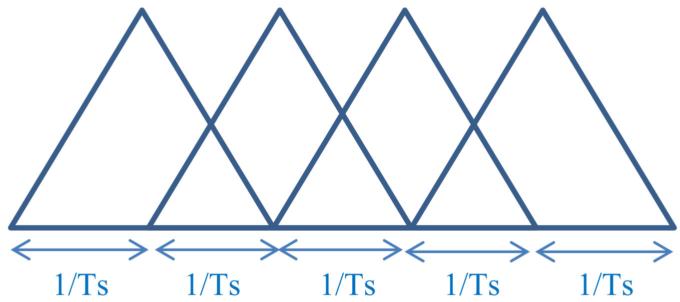
$$Es = \frac{A^2 Ts}{2} \qquad A = \sqrt{\frac{2Es}{Ts}} = 3.32x10^{-3} = 3.3\ mV$$

d) ¿Cuál es el ancho de banda de transmisión? Haga un esquema de la PSD de la señal a la salida del modulador digital

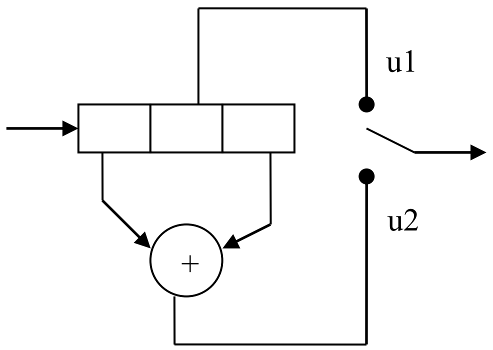
La separación mínima para un sistema ortogonal no-coherente es 1/Ts. Luego el ancho de banda total será

W=2/Ts + (M-1)/Ts = 5/Ts = 100KHz

El espectro es de la forma

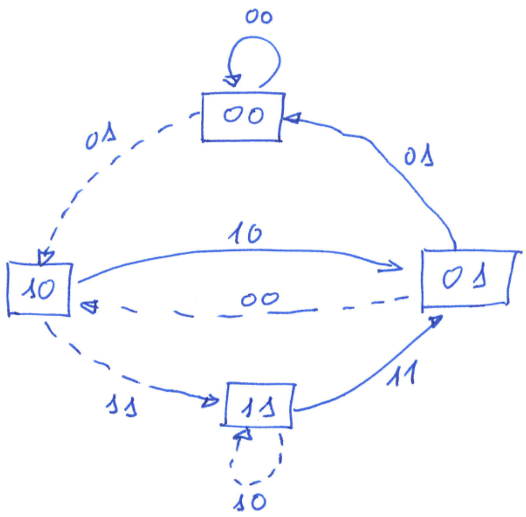


2) *[2 puntos]* Considere el codificador convolucional cuyo esquema se muestra en la figura



Obtenga:

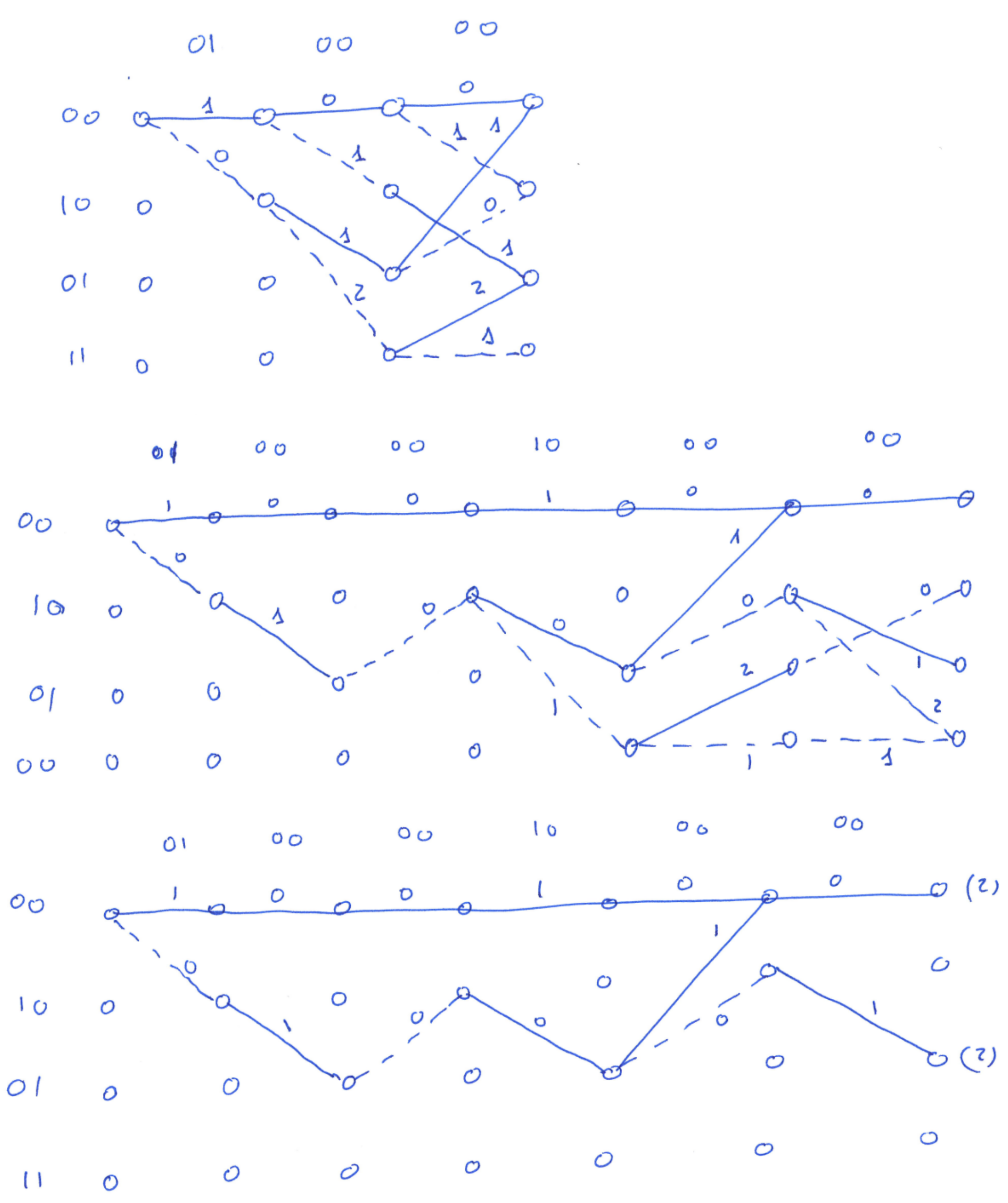
a) Su diagrama de estados



b) La salida para una entrada 000101 (los bits se introducen comenzando por la derecha, el registro está inicialmente a cero)

Entrada: 1 0 1 0 0 0
La salida es: 01 10 00 10 01 00

c) La decodificación óptima para la secuencia codificada 01 00 00 10 00 00



Son posibles tres decodificaciones, todas ellas con 2 errores:

0 0 0 0 0 0
1 0 1 0 1 0
1 0 1 0 0 0