

30 de junio de 2014

Grado en Ingeniería de Tecnologías de Telecomunicación

Nombre: \_\_\_\_\_ DNI: \_\_\_\_\_

**Instrucciones para la realización del examen:**

- Es obligatorio entregar el enunciado del examen. Escribir el nombre en todos los folios, y enumerarlos.
- Sólo está permitido el uso de bolígrafo y calculadora no programable.
- No se permite almacenar material debajo de la mesa. No se permite pedir prestada la calculadora.
- Empezar las "cuestiones teóricas" y los "problemas" en un folio en blanco.

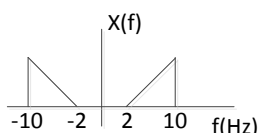
**Duración: 2 horas y media**

**CUESTIONES TEÓRICAS (10 PUNTOS)**

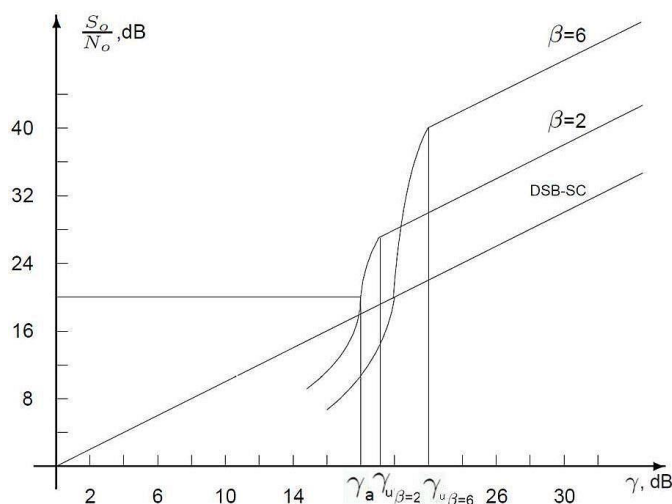
1. (2.5 puntos) Sea  $x(t)$  la entrada a un modulador/moduladores e  $y(t)$  su salida, represente gráficamente con el mayor detalle posible la Transformada de Fourier de  $y(t)$ , para los siguientes casos:

- Modulador AM ( $f_c=10^5$  Hz)
- Modulador SSB-LSB ( $f_c=10^3$  Hz) y a continuación un Modulador DSB ( $f_c=10^5$  Hz)
- Modulador AM ( $f_c=10^3$  Hz) y a continuación un Modulador SSB-USB ( $f_c=10^5$  Hz)

Nota: considere  $X(f)$  según la siguiente figura:



2. (2.5 puntos) La figura representa la SNR de salida de la modulación en FM en función del parámetro gamma ( $\gamma$ ) para dos valores de  $\beta$ . Si tenemos un sistema operando a un valor  $\gamma = \gamma_a$  con  $\beta = 2$  se observa que se obtiene una SNR muy pobre. Entonces haciendo uso de la propiedad del intercambio SNR-ancho de banda en modulación angular, aumentamos el ancho de banda de forma que ahora  $\beta = 6$ . Utilice la figura para describir el problema que plantea este aumento del ancho de banda.



3. (2.5 puntos) Sea una señal paso banda  $x(t) = x_I(t) \cos(2\pi f_c t) - x_Q(t) \sin(2\pi f_c t)$ . Represente el diagrama de bloques de un demodulador que proporcione como salida la suma de la componente en fase y la componente en cuadratura, es decir,  $x_I(t) + x_Q(t)$ .
4. (2.5 puntos) Deduzca que la relación señal a ruido de un cuantizador uniforme se puede calcular como  $SNR(dB) = 6n + 4.77 - 20 \log_{10}(X_{\max}/\sigma_x)$ . Asuma que la varianza del error de cuantización toma el valor  $\Delta^2/12$ .

## PROBLEMAS (10 PUNTOS)

1. (6 puntos) Diseñe un sistema público de comunicación de voz vía radiofrecuencia con las siguientes características:

- Banda de operación: 825-890 MHz
- Comunicación full-duplex, cada usuario tiene asignado simultáneamente un canal ascendente para transmitir (usando la banda de 825 a 845 MHz) y un canal descendente para recibir (usando la banda de 870 a 890 MHz).
- La transmisión de voz es analógica utilizando modulación FM con una máxima desviación en frecuencia de  $\Delta f = 9,5$  kHz dejando una separación de 6 kHz entre canales de voz adyacentes.
- La señal de voz tiene un ancho de banda de 3 kHz y se modela como una señal gaussiana con carga de  $3\sigma$ .
- La potencia de transmisión máxima del usuario a la red es de 10 W y la red transmite a los usuarios con una potencia de transmisión máxima de 100 W y la máxima distancia entre el emisor y el receptor es de 20 km.
- El canal de radio se va a considerar que es un canal aditivo con ruido blanco con una PSD de  $10^{-15}$  W/Hz que presenta la atenuación típica del canal radio.

Se pide:

- a. Calcular el número de canales full-duplex que permiten las bandas de operación del sistema (1 punto).
- b. Haga un esquema de la distribución de los canales en el ancho de banda disponible, especificando el número de canal y su correspondiente frecuencia portadora (1.5 puntos).
- c. Suponga que se utiliza el último canal (el que tiene las frecuencias portadoras más altas, tanto en sentido ascendente como descendente). Calcule la atenuación para esas dos frecuencias a la distancia máxima de transmisión (1.5 puntos).
- d. Calcula la SNR de salida para el canal anterior, tanto en el sentido ascendente como descendente (2 puntos).

2. (4 puntos) Dadas dos señales de información  $m_1(t)$  y  $m_2(t)$ , se quiere hacer una transmisión simultánea haciendo uso de una modulación en cuadratura (QAM). Las señales vienen dadas por las siguientes expresiones:

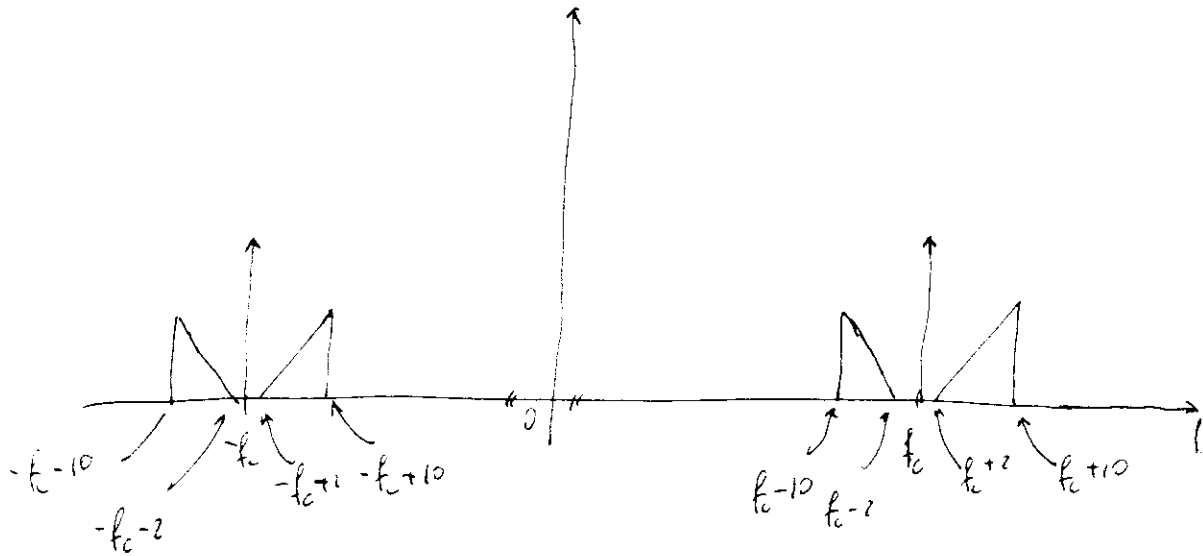
$$m_1(t) = 2 \cos(2\pi f_1 t) \quad ; \quad m_2(t) = \cos(2\pi f_1 t) + 2 \cos(2\pi f_2 t)$$

Con  $f_1 = 1$  kHz y de  $f_2 = 2$  kHz. La portadora tipo coseno posee una frecuencia de  $f_c = 100$  kHz y una amplitud de  $A_c = 1$  V.

- a. Dar la expresión de la señal modulada  $x_{QAM}(t)$  (1 punto).
- b. Exprese la señal modulada en su forma canónica y obtenga las componentes en cuadratura (1 punto).
- c. Si la portadora utilizada para realizar la demodulación presenta un desfase de  $\delta$  con respecto a la utilizada para realizar la modulación, obtenga las señales a la salida del demodulador (2 puntos).

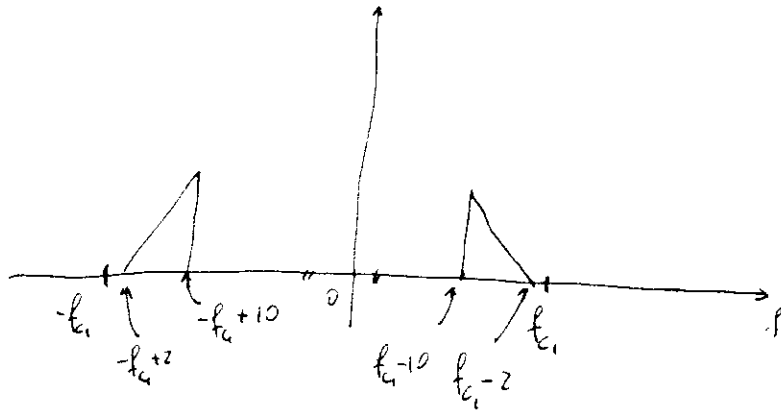
# Question 1

a) Mod. AM  $f_c = 10^5 \text{ Hz}$

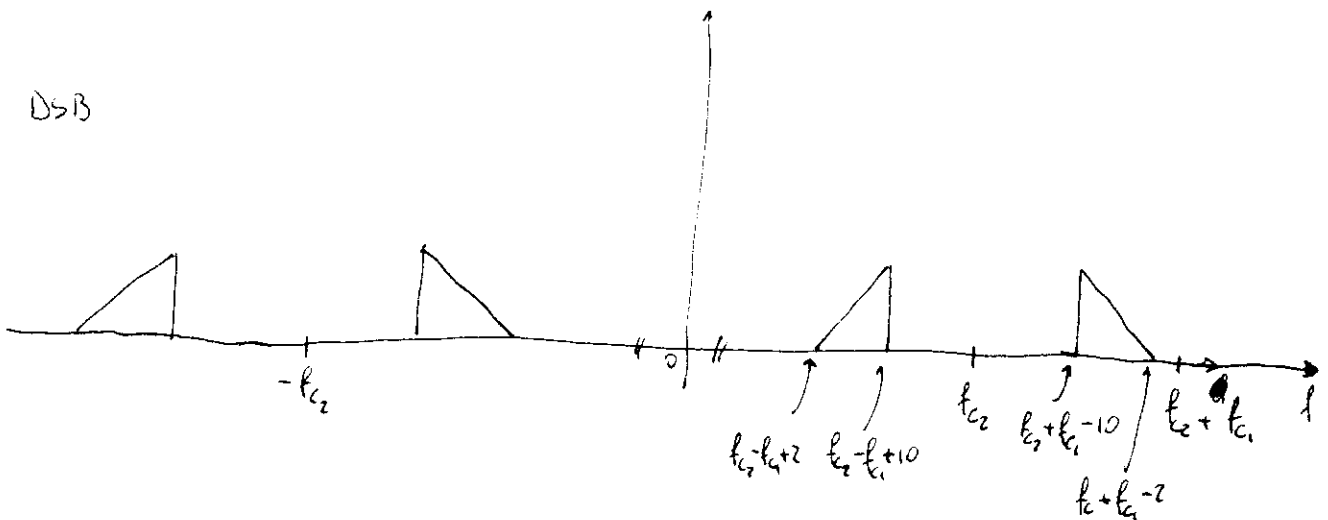


b) Mod. SSB-LSB con  $f_{c1} = 10^3 \text{ Hz}$ , seguido Mod. DSB  $f_{c2} = 10^5 \text{ Hz}$

LSB

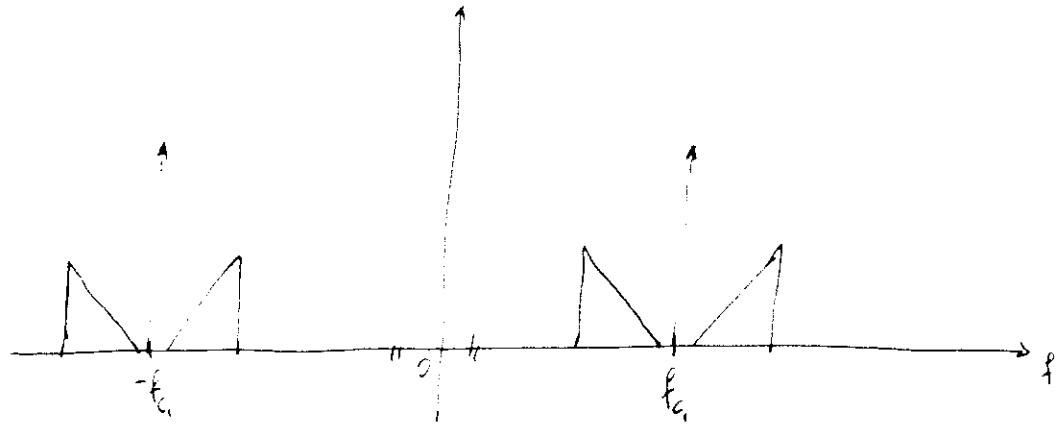


DSB

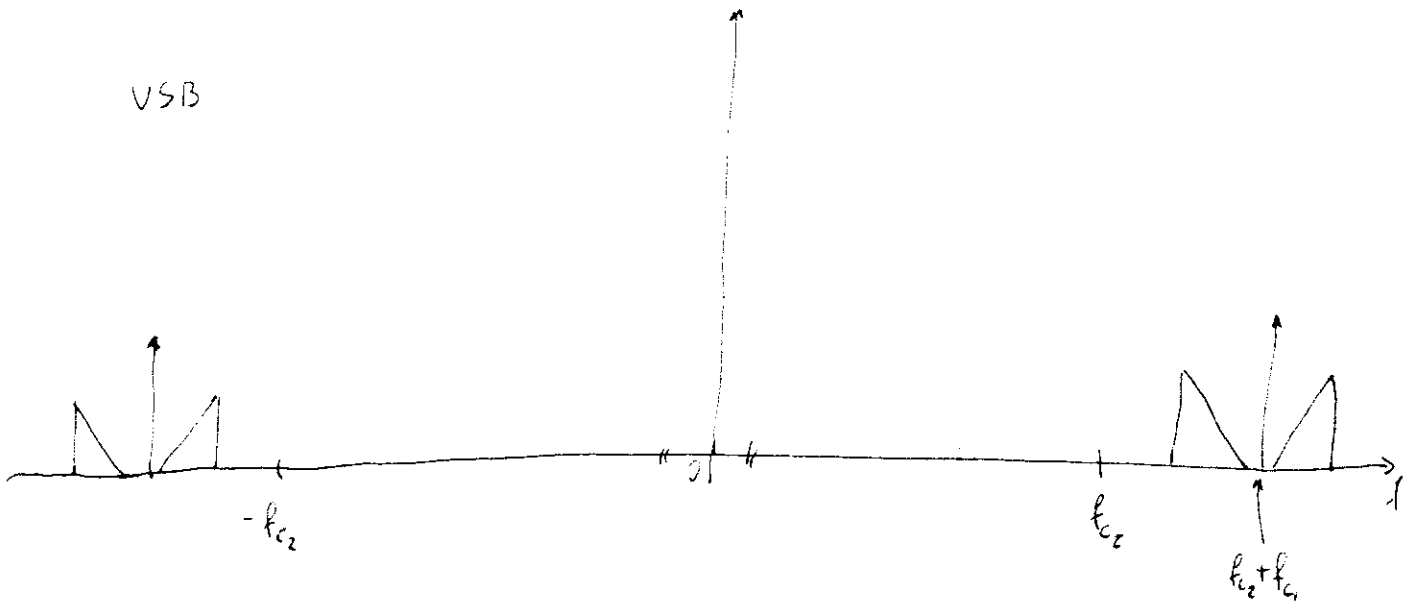


c) Mod. AM con  $f_1 = 10^3 \text{ Hz}$  seguido Mod. USB-USB con  $f_2 = 10^5 \text{ Hz}$  (2)

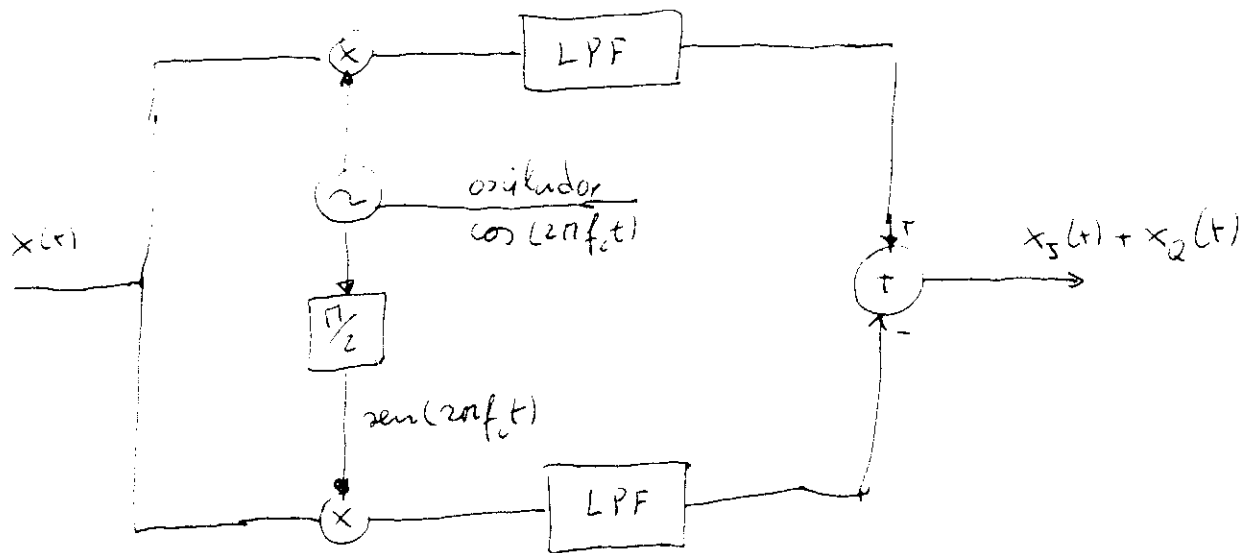
AM



USB



Question 3



Solución

1

1- cada banda de operación tiene una anchura de

$$880 - 870 = 20 \text{ MHz} = 845 - 825 \text{ MHz}$$

A cada canal de voz tendrá asignado en cada banda un ancho de banda de  $B_{FM} + 6 \text{ KHz}$ .

Utilizando Regla de Carson el ancho de banda de la señal modulada será

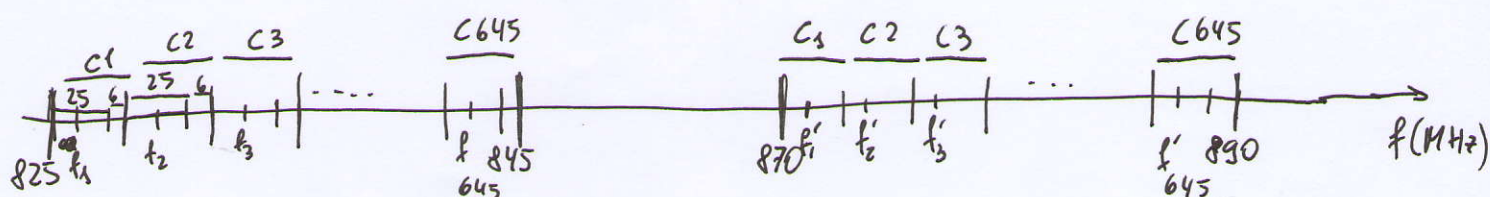
$$B_{FM} = 2(\Delta f + B) = 2(9,5 + 3) \text{ KHz} = 25 \text{ KHz}$$

Así cada canal de voz ocupará  $(25 + 6) \text{ KHz} = 31 \text{ KHz}$

Por lo tanto el n° de canales de voz que se permiten será de

$$\left\lfloor \frac{20 \text{ MHz}}{31 \text{ KHz}} \right\rfloor = \left\lfloor 645,16 \right\rfloor = 645 \text{ canales}$$

2- El canal con la frecuencia portadora más alta será el canal 645. Un esquema de los diferentes canales sería el siguiente



$$f_1 = 825 + 12,5 = 825,0125 \text{ MHz}$$

$$f_2 = f_1 + 31 \text{ KHz} = 825,0435 \text{ MHz}$$

$$f_3 = f_2 + 31 \text{ KHz} = f_1 + 2(31 \text{ KHz})$$

$$f_n = f_1 + (n-1)(31 \text{ KHz}) \Rightarrow f_{645} = 825,0125 \text{ MHz} + 644 \cdot 31 \text{ KHz}$$

$$= 825,0125 \text{ MHz} + 644 \cdot 31 \text{ KHz} = 844,2765 \text{ MHz}$$

separación duplex

(2)

$$f'_i - f_s = ~~840~~ 870,0125 - 825,0125 = 45 \text{ MHz}$$

$$\Rightarrow f'_j = f_j + 45 \text{ MHz}$$

$$f'_{645} = 889,9765 \text{ MHz}$$

La atenuación para un canal radio a una frecuencia  $f$  (MHz) a una distancia  $d$  (km) viene dada por

$$L = 32,44 + 20 \log_{10} d + 20 \log_{10} f$$

por tanto para  $f_{645}$  la atenuación será de

$$L = 32,44 + 20 \log_{10} (20) + 20 \log_{10} (f_{645}) = 116,997 \text{ dB}$$

Para  $f'_{645}$

$$L = 32,44 + 20 \log_{10} (20) + 20 \log_{10} (f'_{645}) = 117,448 \text{ dB}$$

3- La SNR de salida para FM viene dada por la expresión

$$\frac{S_o}{N_o} = 3 \beta^2 \times \frac{\overline{m^2(f)}}{m_f^2} \quad \text{con} \quad \delta = \frac{S_i}{N_B} \quad \text{y} \quad \beta = \frac{\Delta f}{B}$$

$$\beta = \frac{45 \text{ kHz}}{3 \text{ kHz}} = \underline{\underline{15}}$$

$$S_i = P_R = P_T / L$$

Para  $f_{645}$

movil - red

$$P_T = 10W$$

$$L \approx 117,413 \quad L = 5,012 \cdot 10^{11}$$

$$\frac{S_0}{N_0} = 3 (3,17)^2 \frac{10^2}{(30)^2} \frac{10/L}{2 \cdot 10^{-17} \cdot 3 \cdot 10^3} =$$

$$= \frac{1}{3} (3,17)^2 \frac{10}{2 \cdot 10^{-15} \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 5,012 \cdot 10^{11}} = \frac{1}{3} (3,17)^2 \frac{10}{6 \cdot 5,012 \cdot 10^{11}}$$

$$= 11,14 \quad (10,47 \text{ dB})$$

para  $f'_{645}$

red - movil

$$P_T = 100W$$

$$L = 117,448 \quad L = 5,57 \cdot 10^{11}$$

$$\frac{S_0}{N_0} = \frac{1}{3} (3,17)^2 \frac{100}{6 \times 5,57 \cdot 10^{11}} = 100,23 \quad (20,01 \text{ dB})$$



una señal QAM está descrita por la expresión

$$x_{QAM}(t) = m_1(t) \cos(\omega_c t) + m_2(t) \sin(\omega_c t)$$

a) Para  $m_1(t) = 2 \cos(2\pi f_1 t)$  y  $m_2(t) = \cos(2\pi f_1 t) + 2 \cos(2\pi f_2 t)$

tendríamos

$$x_{QAM}(t) = 2 \cos(\omega_s t) \cos(\omega_c t) + [\cos(\omega_s t) + 2 \cos(\omega_2 t)] \sin(\omega_c t) \quad (1)$$

Si se quiere se puede simplificar

$$x_{QAM}(t) = \cos[(\omega_c - \omega_s)t] + \cos[(\omega_c + \omega_s)t] + \frac{1}{2} \sin[(\omega_c - \omega_2)t] + \frac{1}{2} \sin[(\omega_c + \omega_2)t] + \sin[(\omega_c - \omega_2)t] + \sin[(\omega_c + \omega_2)t]$$

Esta expresión solo tiene sentido si se va a representar el espectro

b) Forma canónica de  $x_{QAM}(t)$

La expresión (1) ya tiene forma canónica y los componentes en cuadratura son

$$x_I(t) = m_1(t)$$

$$x_Q(t) = m_2(t) \quad \left( \text{o } x_Q(t) = -m_2(t) \right)$$

c) Demodulación: portadora local  $\cos(\omega_c t + \delta)$   
o  $\sin(\omega_c t + \delta)$

(2)

Para obtener señal  $m_1(t)$  realizamos

$x_{QAM}(t) \cdot \cos(\omega_c t + \delta)$  seguido de un filtrado paso-baja

$$x_{QAM}(t) \cdot \cos(\omega_c t + \delta) = m_1(t) \cos(\omega_c t) \cos(\omega_c t + \delta) + m_2(t) \sin(\omega_c t) \cos(\omega_c t + \delta)$$

$$= \frac{1}{2} m_1(t) \cos(\delta) + \frac{1}{2} m_1(t) \cos(2\omega_c t + \delta) + \frac{1}{2} m_2(t) \sin(\delta) + \frac{1}{2} m_2(t) \sin(2\omega_c t + \delta)$$

Tras LPF se obtiene

$$\frac{1}{2} m_1(t) \cos(\delta) - \frac{1}{2} m_2(t) \sin(\delta)$$

No se puede recuperar correctamente  $m_1(t)$

Para obtener  $m_2(t)$  realizamos

$$x_{QAM}(t) \sin(\omega_c t + \delta) + \text{LPF}$$

$$x_{QAM}(t) \sin(\omega_c t + \delta) = \frac{1}{2} m_1(t) \sin(\delta) + \frac{1}{2} m_1(t) \sin(2\omega_c t + \delta) + \frac{1}{2} m_2(t) \cos(\delta) - \frac{1}{2} m_2(t) \cos(2\omega_c t + \delta)$$

Tras LPF tenemos

$$\frac{1}{2} m_1(t) \sin(\delta) + \frac{1}{2} m_2(t) \cos(\delta)$$

Tampoco recuperamos  $m_2(t)$  correctamente