

COMUNICACIONES I - Convocatoria de Junio

8 de julio de 2015

Grado en Ingeniería de Tecnologías de Telecomunicación

Nombre:

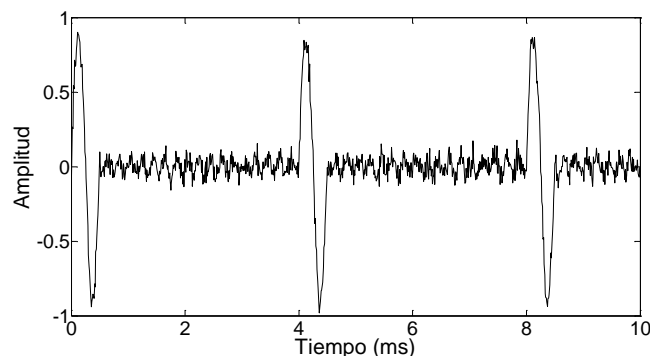
Instrucciones para la realización del examen:

- Es obligatorio entregar el enunciado del examen. Escribir el nombre en todos los folios, y enumerarlos.
- Sólo está permitido el uso de bolígrafo y calculadora no programable.
- No se permite almacenar material debajo de la mesa. No se permite pedir prestada la calculadora.
- Empezar las "cuestiones teóricas" y los "problemas" en un folio en blanco.

Duración: 2 horas y media

CUESTIONES TEÓRICAS (10 PUNTOS)

1. (2 puntos) Sea $x(t)$ la señal analógica de la siguiente figura, para realizar su conversión A/D comente si utilizaría un cuantizador uniforme o un cuantizador ley- μ . Razone la respuesta.

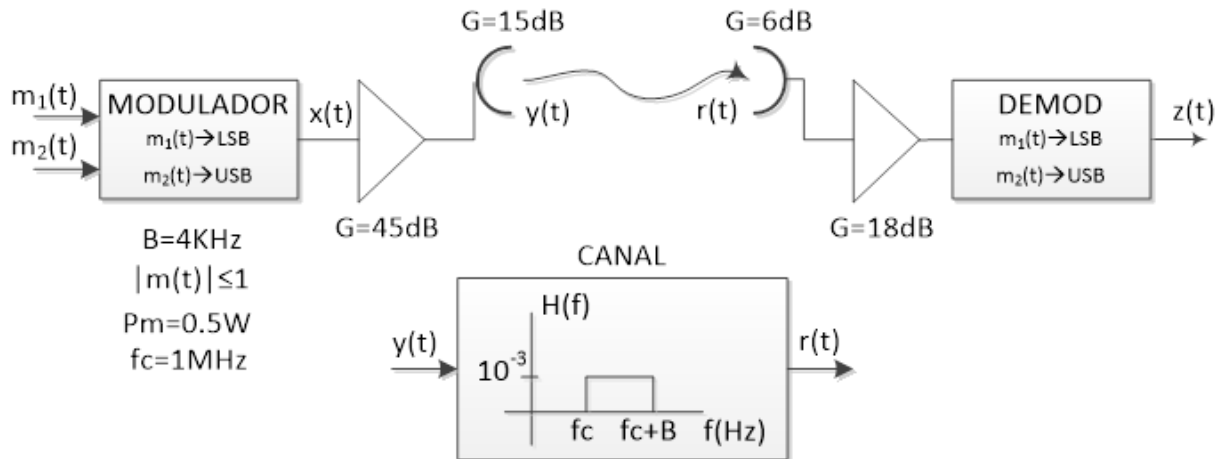


2. (2 puntos) Explique la distorsión no lineal de un canal de comunicaciones.
3. (2 puntos) Dibuje y explique el diagrama de bloques de un receptor superheterodino AM. ¿Cómo se elimina el canal imagen?
4. (2 puntos) Sabiendo que $\cos(A+B) = \cos(A)\cos(B) - \sin(A)\sin(B)$, indique la componente en cuadratura y la componente en fase de una señal modulada en FM.
5. (2 puntos) Para las siguientes densidades espectrales de potencia de una señal de entrada $g(t)$ a un sistema LTI, ¿cuál sería la densidad espectral de potencia de salida $S_y(f)$? a) $S_g(f) = \frac{1}{2}\delta(f)$; b) $S_g(f) = 2f$

La respuesta en frecuencia del sistema LTI es un pulso rectangular $H(f) = \Pi(f)$. Repetir el apartado anterior si $H(f) = jf$.

PROBLEMAS (10 PUNTOS)

1. (5 puntos) Se desea transmitir 2 señales analógicas, $m_1(t)$ y $m_2(t)$, mediante el sistema de comunicaciones descrito en la figura. Las dos señales tienen un ancho de banda de 4 kHz y una potencia de 0.5 W. La señal $m_1(t)$ se modula mediante LSB, y la señal $m_2(t)$ mediante USB, con una frecuencia de portadora de $f_c=1$ MHz. El canal de comunicaciones presenta el comportamiento descrito por $H(f)$.



Determine la expresión matemática de las siguientes señales:

- (2 puntos) $x(t)$ y su equivalente paso bajo.
- (1 punto) $y(t)$ y su equivalente paso bajo.
- (1 puntos) $r(t)$ haciendo uso de su equivalente paso bajo. Es decir, para calcular $r(t)$ determine su equivalente paso bajo y el equivalente paso bajo del canal de comunicaciones. Si no ha realizado el apartado b), suponga que $y(t)=Ax(t)$.
- (1 punto) $z(t)$

2. (3 puntos) En un sistema de comunicaciones se desea transmitir una señal analógica con un ancho de banda de 3.2 MHz, y amplitud con una función densidad de probabilidad uniforme en el intervalo $[-1, 1]$. El canal de comunicaciones dispone de hasta 20 MHz de ancho de banda, en el rango $[400-420]$ MHz. La distancia máxima entre transmisor y receptor es de 2 km. El canal introduce una atenuación en espacio libre de L (dB). Se considera que tenemos un canal aditivo con ruido blanco con una densidad de potencia espectral $N/2 = 10^{-14}$ W/Hz. El transmisor presenta una potencia de 40 dBW. Si se requiere que la SNR a la salida del demodulador sea de al menos 22 dB, y se desea ocupar el menor ancho de banda de canal posible, razone si utilizaría un sistema AM ($\mu=1$) o un sistema FM. Siempre que sea posible, asegúrese de que se encuentra trabajando en zona no umbral.

3. (2 puntos) Encuentre el máximo número de señales que se pueden multiplexar por división en frecuencia si se utiliza modulación a) DSB, b) SSB y c) FM ($\beta = 5$). Se dispone de un canal con 10 MHz de ancho de banda y las señales a multiplexar son de audio alta calidad (20 KHz de ancho de banda).

①

$$a) \quad x(t) = m_1(t) \cos \omega_c t + \hat{m}_1(t) \sin \omega_c t + m_2(t) \cos \omega_c t - \hat{m}_2(t) \sin \omega_c t$$

$$\hat{x}(t) = \underbrace{(m_1(t) + \hat{m}_2(t))}_{x_I(t)} + j \underbrace{(\hat{m}_1(t) - m_2(t))}_{x_Q(t)}$$

$$b) \quad y(t) = A x(t)$$

$$\hat{y}(t) = A \hat{x}(t)$$

$$\overline{y^2(t)} = A^2 \overline{x^2(t)} \quad ; \quad P_y = A^2 P_x$$

$$P_x = \frac{P_m}{2} \times 4 = 2 P_m = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \text{ W} \quad (0 \text{ dBW})$$

$$P_y \text{ (dBW)} = P_x \text{ (dBW)} + 45 \text{ dB} + 15 \text{ dB} = 60 \text{ dBW}$$

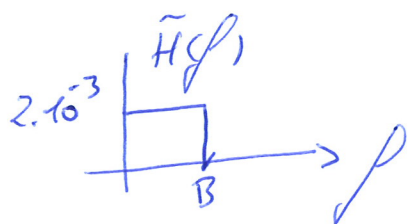
$$P_y = 10^6 \text{ W} = A^2 \cdot P_x = A^2 \quad ; \quad \underline{A = 10^3}$$

c) Viendo la función de transferencia del canal, $H(f)$, está claro que sólo va a dejar pasar la componente USB.

$$\text{Es decir, } r(t) = 10^{-3} A (m_2(t) \cos \omega_c t - \hat{m}_2(t) \sin \omega_c t).$$

Lo comprobamos:

$$\hat{r}(t) = \frac{1}{2} \hat{y}(t) * \hat{h}(t) \Rightarrow \hat{r}(f) = \frac{1}{2} \hat{y}(f) \cdot \hat{H}(f)$$



$$\hat{H}(f) = 2 \cdot 10^{-3} \Pi \left(\frac{f - B/2}{B} \right)$$

$$\hat{y}(f) = A \hat{x}(f)$$

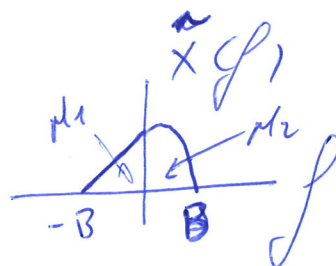
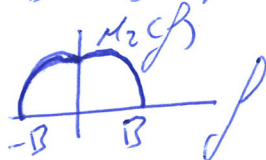
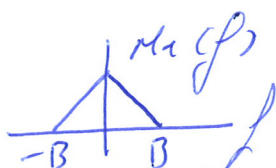
$$\tilde{R}(f) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot A \cdot \tilde{X}(f) \cdot \Pi\left(f - \frac{B}{2}\right)$$

$$\tilde{x}(t) = (m_1(t) - j\hat{m}_1(t)) + (m_2(t) + j\hat{m}_2(t))$$

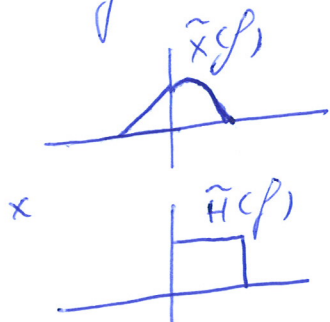
Sabiendo que $TF\{\hat{m}(t)\} = -j \operatorname{sgn}(f) \cdot M(f)$,

$$\begin{aligned} \tilde{X}(f) &= (M_1(f) - M_1(f) \operatorname{sgn}(f)) + (M_2(f) + M_2(f) \operatorname{sgn}(f)) \\ &= M_1(f) \cup(-f) + M_2(f) \cup(f) \end{aligned}$$

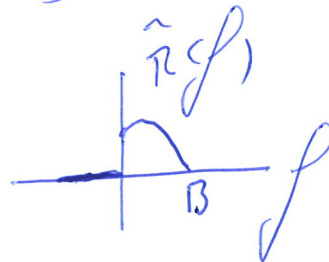
Es decir:



Como $\tilde{R}(f) = 10^{-3} A \tilde{X}(f) \cdot \Pi\left(f - \frac{B}{2}\right)$



=



$$\tilde{R}(f) = A \cdot 10^{-3} M_2(f) \cup(f) \rightarrow \underline{\hat{r}(t) = A \cdot 10^{-3} (m_2(t) + j\hat{m}_2(t))}$$

$$\gamma \quad \underline{r(t) = 10^{-3} \cdot A (m_2(t) \cos \omega_c t - \hat{m}_2(t) \sin \omega_c t)}$$

$$d) z(t) = \text{Demod} \{ B \cdot r(t) \}$$

$z(t)$ no tiene componente n.c. porque la elimine el canal

$$z(t) = B \cdot A \cdot 10^{-3} m_2(t)$$

A es la ganancia en transmisión y vale $A = 10^{+3}$

B es la ganancia en recepción.

Justo a la entrada del demodulador la potencia será 24 dB ($10 + 6$) más que la potencia de $r(t)$

$$P_{\text{entrada demod}} = P_r + 24 \text{ dB}$$

$$\begin{array}{l} \text{señal} \\ \text{entrada} \\ \text{demod} \end{array} = B \cdot r(t)$$

$$= 10^{2/4} \cdot P_r = B^2 \cdot P_r ;$$

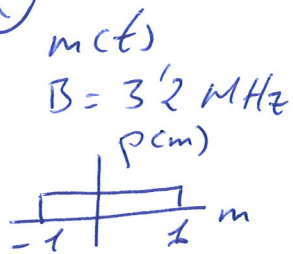
$$\underline{\underline{B = 10^{1/2}}}$$

P_{rec}

$$z(t) = A \cdot B \cdot 10^{-3} \cdot m_2(t)$$

$$= 10^3 \cdot 10^{1/2} \cdot 10^{-3} m_2(t) = \underline{\underline{10^{1/2} m_2(t)}}$$

2



canal $[400 - 420] \text{ MHz}$
 $L(\text{dB})$
 $N_f = 10^{-14} \text{ W/Hz}$
 $d = 2 \text{ km}$

$S_{Tx} = 40 \text{ dBW}$
 $\parallel SNR_0 \geq 22 \text{ dB}$
 $\parallel \text{BW canal mínimo}$
 $\delta \Delta M (\mu = 1) : \text{FM?}$

$$m(t) \begin{cases} m_p = 1 \\ \mu_m = 0 \\ \sigma_m^2 = \overline{m^2(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} m^2 p(m) dm = \int_{-1}^1 \frac{1}{2} m^2 dm = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$L(\text{dB}) = 32.44 + 20 \log_{10} d(\text{km}) + 20 \log_{10} f(\text{MHz})$$

$$= 32.44 + 20 \log_{10} 2 + 20 \log_{10} 420 = 40.93 \text{ dB} \quad (\text{caso peor, } L_{\text{max}})$$

Calculamos γ para ambos casos:

$$\gamma = \frac{S_i}{NB} = \frac{S_{Tx}/L}{NB} = \frac{10^4 / 10^{40.93}}{2 \cdot 10^{-14} \cdot 3.2 \cdot 10^6} = 126.13$$

Caso AM ($\mu = 1$):

$$SNR_0 = \frac{\mu^2 \overline{m^2(t)}}{1 + \mu^2 \overline{m^2(t)}} \cdot \gamma = \frac{1/3}{1 + 1/3} \gamma = \frac{1}{4} \gamma = 31.5326 \text{ (15 dB)}$$

$$\gamma > \gamma_{th} = 10 \quad \checkmark$$

$$BW_{\text{canal}} < 2B = 6.4 \text{ MHz} < 20 \text{ MHz}$$

SNR_0 no cumple $\geq 22 \text{ dB} \rightarrow$ No podemos usar AM

Caso FM

Como la S_{Tx} es fija, jugamos con β para conseguir SNR deseada

$$SNR_0 = 10^{2.2} = 3 \beta^2 \gamma \frac{\overline{m^2(t)}}{m_p^2} = 3 \beta^2 \gamma \frac{1}{3} \rightarrow \beta = 11.210$$

Para ese β comprobamos que:

$$- \gamma > \gamma_{th} = 20(\beta + 2) \rightarrow 126.13 > 62.42 \quad \checkmark$$

$$- BW_{\text{canal}} = 2B(\beta + 2) \rightarrow BW = 19.97 \text{ MHz} < 20 \text{ MHz} \quad \checkmark$$

FM
 cumple condiciones
 con $\beta = 11.210$

(3) Canal con $B_c = 10 \text{ MHz}$

Señales a multiplexar, $B = 20 \text{ kHz}$

Modulaciones con ancho de banda (señal modulada) B_m

Nº de canales máximos que se pueden considerar

$$N_c = \left\lfloor \frac{B_c}{B_m} \right\rfloor$$

- a) Modulación DSB $\Rightarrow B_m = 2B = 40 \text{ kHz}$

$$N_c = \left\lfloor \frac{10 \cdot 10^6}{40 \cdot 10^3} \right\rfloor = \left\lfloor 250 \right\rfloor = 250 \text{ canales}$$

- b) Modulación SSB $\Rightarrow B_m = 20 \text{ kHz}$

$$N_c = \left\lfloor \frac{10 \cdot 10^6}{20 \cdot 10^3} \right\rfloor = 500 \text{ canales}$$

- c) Modulación FM con $\beta = 5 \Rightarrow$ Aplicando Regla de Carson

$$B_m = 2B(\beta + 1) = 240 \text{ kHz}$$

$$N_c = \left\lfloor \frac{10 \cdot 10^6}{240 \cdot 10^3} \right\rfloor = \left\lfloor 41, \bar{6} \right\rfloor = 41 \text{ canales}$$