
 Universidad de Granada 	<b>Ecuaciones Diferenciales y Cálculo Numérico</b> Grado en Ingeniería de Tecnologías de Telecomunicación	<b>Convocatoria Ordinaria de Junio</b> 9 de julio de 2012
--	---	--

Apellidos:

Firma:

Nombre:

D.N.I. (o Pasaporte):

### ACLARACIONES SOBRE EL EXAMEN

- La duración del examen es de **2 horas 45 minutos**.
- **No se permite el uso de calculadora programable.**
- **El examen corresponde a la parte de teoría y problemas, consta de 4 ejercicios y será valorada sobre 7 puntos.** En cada ejercicio se indica su valoración máxima.
- **Cada ejercicio ha de realizarse en hojas distintas.**

(2) 1. Se considera el problema de valores iniciales

$$\begin{cases} t^5 x''(t) + 2t^3(t+1)x'(t) + tx(t) = 1, \\ x(-1) = 1, \quad x'(-1) = -2. \end{cases} \quad (1)$$

- a) Comprueba que, aplicando el cambio de variable  $t = s^{-1}$  a la ecuación del problema (1), se obtiene una ecuación lineal de segundo orden con coeficientes constantes.
- b) Resuelve la ecuación del problema de valores iniciales (1) usando el cambio de variable dado en el apartado a).
- c) Resuelve el problema de valores iniciales (1). Debes indicar el intervalo de definición maximal de la solución obtenida.

(1.5) 2. Se considera el sistema de ecuaciones diferenciales lineales

$$\begin{cases} x_1'(t) = 4x_1(t) + 9x_2(t), \\ x_2'(t) = -x_1(t) - 2x_2(t). \end{cases} \quad (2)$$

- a) Resuelve (2) (sin hacer uso de la transformada de Laplace y sin pasar a una ecuación diferencial lineal equivalente).
- b) Calcula la solución de (2) que satisface la condición inicial  $(x_1, x_2)(0) = (1, 1)$ .

(2) 3. Se considera la ecuación no lineal  $x^2 - \cos(x) = 0$ .

- a) Demuestra que dicha ecuación tiene exactamente dos raíces reales, una positiva y una negativa, con igual valor absoluto. (Sugerencia: estudia la segunda derivada de una función adecuada.)
- b) Determina (justificadamente y sin usar la calculadora) un intervalo de longitud 1 al que pertenezca la raíz negativa.
- c) Si queremos aplicar el método de Newton–Raphson para aproximar la raíz negativa, ¿cuál será una buena elección de la iteración inicial  $x_0$ ? Justifica tu respuesta.
- d) Realiza dos iteraciones del método de Newton–Raphson usando el valor de  $x_0$  dado en el apartado anterior.

(1.5) 4. Se considera el siguiente conjunto de datos:

$x$	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	2	1	2	5	10

- a) Usando diferencias divididas, calcula el polinomio que interpola los datos de la tabla anterior.
- b) Haciendo sólo una cuenta y justificando tu respuesta, ¿cuál es spline cúbico que interpola los datos

$x$	-2	-1	1	2
$f(x)$	2	1	5	10

y satisface la condiciones adicionales  $s(0) = s'(0) = 2$ ?