

## Señales Aleatorias

Examen Final del 8 de Julio de 2011

Nombre:

- 1) Las amplitudes de dos señales  $X$  e  $Y$  tienen la siguiente función densidad de probabilidad conjunta:

$$f_{X,Y}(x,y) = e^{-x/2} y e^{-y^2} \text{ para } x > 0, y > 0 \quad (1)$$

- a) (1 punto) Determine las pdfs marginales. ¿Son independientes  $X$  e  $Y$ ?
- b) (1 punto) Determine  $P[e^{X/2} > 5]$ .
- 2) Sean  $X(t)$  e  $Y(t)$  dos procesos aleatorios, independientes y estacionarios en sentido amplio, con media cero y la misma covarianza  $C_X(\tau) = 4 * e^{-|\tau|}$ . Se define el proceso  $Z(t)$  como:

$$Z(t) = 3 * X(t) - 5 * Y(t) \quad (2)$$

Determine:

- a) (1 punto) Determinar si  $Z(t)$  es estacionario en sentido amplio.
- b) (0.75 puntos) Determinar la pdf de  $Z(t)$  si  $X(t)$  e  $Y(t)$  son conjuntamente gaussianos con media zero y covarianza  $C_X(\tau) = 4 * e^{-|\tau|}$ . Ayuda: la combinación lineal de transformaciones lineales de procesos conjuntamente gaussianos origina procesos gaussianos.
- c) (0.75 puntos) Encontrar la pdf conjunta de  $Z(t_1)$  y  $Z(t_2)$  en el apartado b.
- d) (1 punto) Encontrar la covarianza cruzada entre  $Z(t)$  y  $X(t)$ .

- 3) (1 punto) Enuncie los Axiomas I, II, III y III' de la probabilidad y demuestre que dado un