Universidad de Granada
Departamento de Teoría de la Señal,
Telemática y Comunicaciones

ETSIIT
C/ Periodista Daniel Saucedo Aranda, s/n
18071 - Granada

SISTEMAS DE CONMUTACIÓN

– 4º. curso de Ingeniería de Telecomunicación –

Examen de teoría[1,2] – Febrero 2013

Apellidos y nombre: ____

1. (2.0 pts : 0.5 x 4) Considere un sistema de colas con *n* servidores y con número ilimitado de posiciones de memoria. Considere además que al sistema llegan usuarios procedentes de un proceso de Poisson con tasa λ usuarios por unidad de tiempo, y un tiempo de servicio exponencialmente distribuido de media de $1/\mu$ unidades de tiempo. La paciencia de estos usuarios es limitada y cuando el tiempo de espera (sin acceder a los servidores) es mayor que un determinado intervalo de tiempo, los usuarios abandonan el sistema. Suponga que el intervalo de tiempo que están dispuesto a esperar los usuarios se puede modelar mediante una distribución exponencial con media $1/\lambda_r$. Se pide:

a. Identifique los modelos de colas clásicos que se corresponden con los siguientes casos, e indique para cada caso las restricciones sobre λ y μ para que los sistemas alcancen el equilibrio estadístico.
   i. $\lambda_r = 0$
   ii. $\lambda_r = \mu$
   iii. $\lambda_r = \infty$

b. Demuestre que la probabilidad de que un usuario experimente un tiempo de espera positivo está dada por:

$$D = \frac{\frac{A^n}{n!}\cdot(1+Q)}{\sum_{v=0}^{n-1}\frac{A^v}{v!}+\frac{A^n}{n!}\cdot(1+Q)}$$

donde

$$Q = \sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{A^i}{\prod_{j=1}^{i}\left(n+j\cdot\frac{\lambda_r}{\mu}\right)}\right)$$

y

$$A = \frac{\lambda}{\mu}$$

c. Calcule el tamaño medio de la cola y el tiempo medio que espera un cliente en la cola.

d. Calcule el porcentaje de usuarios que se impacientan y abandonan la cola.

1. SOLUCIÓN

a)

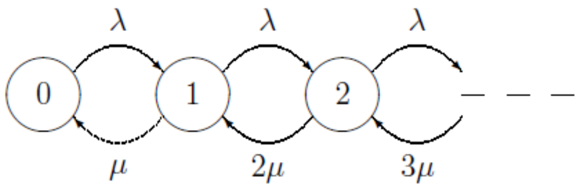
i. $\lambda_r = 0$: En este caso, los clientes tienen paciencia infinita y nunca se cansan de esperar. Este sistema corresponde al de espera clásico de Erlang C: M/M/m

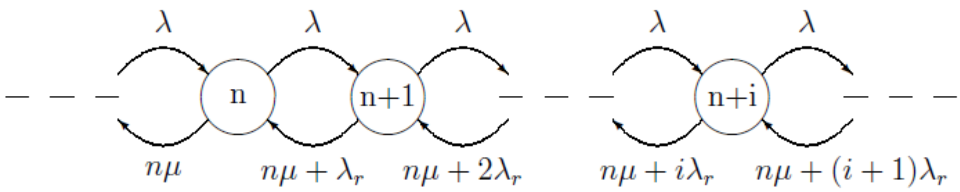
ii. $\lambda_r = \mu$: Las posiciones de espera "sirven" clientes con la misma velocidad que los servidores. Así pues, las probabilidades de estado corresponden a las probabilidades de estado de M/G/∞.

iii. $\lambda_r = \infty$: El cliente renuncia a la espera de inmediato y por tanto este sistema se corresponde al modelo clásico pérdidas de Erlang-B: M/M/m/m

[1] La calificación de esta parte de la asignatura representará un 60% del total, es decir, 6 puntos sobre 10.
[2] Su examen debe estar compuesto de un total de 2 hojas rellenas en 3 caras.

b) El diagrama de la cadena de Markov es el siguiente:





Por tanto, a partir de las ecuaciones de balance obtenemos:

$$
\begin{array}{rcll}
0 & \leftrightarrow & 1 : & \lambda \cdot p(0) = \mu \cdot p(1) \\
1 & \leftrightarrow & 2 : & \lambda \cdot p(1) = 2\,\mu \cdot p(2) \\
\vdots & \vdots & & \vdots \\
(i-1) & \leftrightarrow & i : & \lambda \cdot p(i-1) = i\,\mu \cdot p(i) \\
\vdots & \vdots & & \vdots \\
n & \leftrightarrow & (n+1) : & \lambda \cdot p(n) = (n\mu + \lambda_r) \cdot p(n+1) \\
\vdots & \vdots & & \vdots \\
(n+i-1) & \leftrightarrow & (n+i) : & \lambda \cdot p(n+i-1) = (n\mu + i\lambda_r) \cdot p(n+i)
\end{array}
$$

Sustituyendo A= λ/μ se puede calcular la probabilidad de estar en cualquier estado:

$$
\begin{aligned}
p(i) &= \frac{A^i}{i!} \cdot p(0) & 0 \le i \le n \\
p(n+i) &= \frac{A^i}{\prod_{j=1}^{i}\left(n + j \cdot \frac{\lambda_r}{\mu}\right)} \cdot p(n) & 0 < i \le \infty
\end{aligned}
$$

Teniendo en cuenta que la suma de las probabilidades en todos los estados debe ser igual a 1:

$$\sum_{i=0}^{\infty} p(i) = 1.$$

$$
\begin{aligned}
1 &= p(0)\left\{1 + A + \frac{A^2}{2} + \ldots + \frac{A^{n-1}}{(n-1)!}\right\} \\
&\quad + p(n) \cdot \left\{1 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{A^i}{\prod_{j=1}^{i}\left(n + j \cdot \frac{\lambda_r}{\mu}\right)}\right\} \\
1 &= p(0)\left\{\sum_{\nu=0}^{n-1} \frac{A^\nu}{\nu!} + \frac{A^n}{n!} \cdot (1 + Q)\right\}.
\end{aligned}
$$

Por tanto,

$$p(0) = \frac{1}{\sum_{\nu=0}^{n-1} \frac{A^\nu}{\nu!} + \frac{A^n}{n!} \cdot (1+Q)}$$

$$Q = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{A^i}{\prod_{j=1}^{i} \left(n + j \cdot \frac{\lambda_r}{\mu} \right)} .$$

Y con ello se puede calcular la probabilidad de estar en cualquier estado.
La probabilidad de que un usuario llegue y tenga que esperar es igual a la probabilidad de que estén todos los servidores ocupados, lo cual sucede en cualquier estado mayor o igual que n:

$$D = \sum_{\nu=0}^{\infty} p(n+\nu)$$

Y utilizando la expresión Q:

$$D = p(0) \cdot \frac{A^n}{n!}(1+Q) ,$$

$$D = \frac{\frac{A^n}{n!}(1+Q)}{\sum_{\nu=0}^{n-1} \frac{A^\nu}{\nu!} + \frac{A^n}{n!}(1+Q)}$$

c) La longitud media de la cola viene dada por:

$$L = 0 \cdot \sum_{i=0}^{n-1} p(i) + \sum_{i=0}^{\infty} i \cdot p(n+i)$$

$$L = \sum_{i=n}^{\infty} (i-n) \cdot p(i) .$$

Y por la Ecuación de Little el tiempo medio de espera en cola:

$$\underline{W = \frac{1}{\lambda} \cdot L .}$$

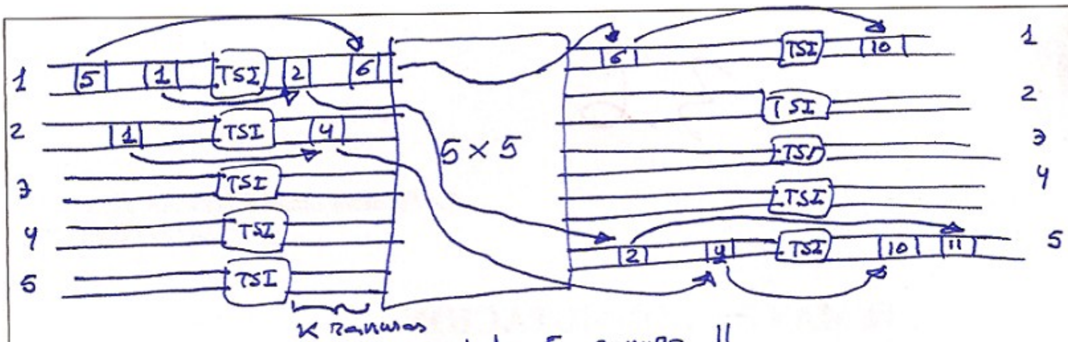
d) Los clientes abandonan la cola por su impaciencia con una tasa λ_r. El número medio de clientes que abandona la cola por unidad de tiempo es por lo tanto $L \cdot \lambda_r$. La proporción de todos los clientes que abandonan la cola se convierte en:

$$D_2 = \frac{L \cdot \lambda_r}{\lambda} .$$

2. (1.0 pts) Represente gráficamente un conmutador de circuitos TST que conmute 5 líneas MIC de 30 canales cada una. Ayudándose del gráfico explique el proceso de conmutación llevado a cabo al conmutar los siguientes canales:

i. Línea de entrada 1 ranura 1 → Línea de salida 5 ranura 11.
ii. Línea de entrada 2 ranura 1 → Línea de salida 5 ranura 10.
iii. Línea de entrada 1 ranura 5 → Línea de salida 1 ranura 10.

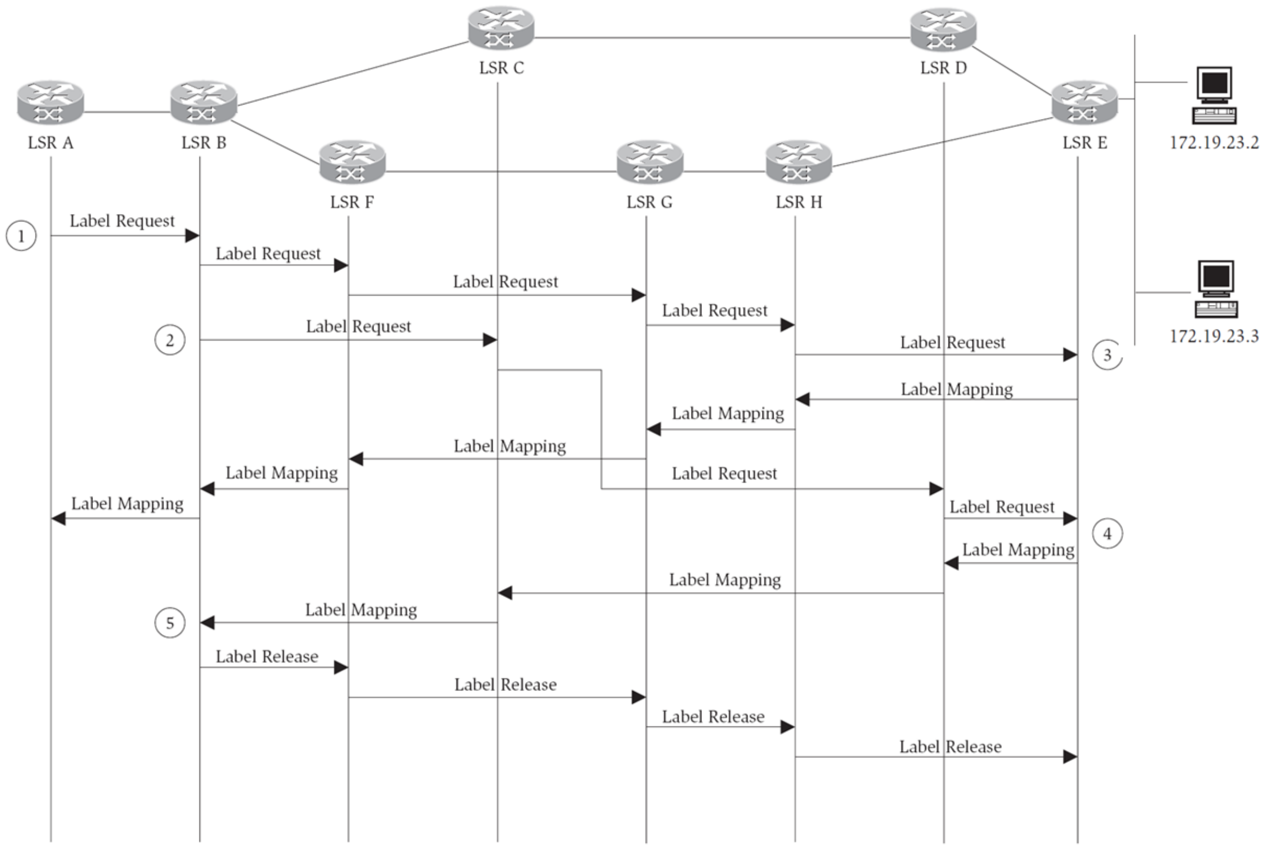
¿Cuál debe ser el número de ranuras temporales en la etapa espacial para garantizar que se obtiene una red de conmutación sin bloqueo?



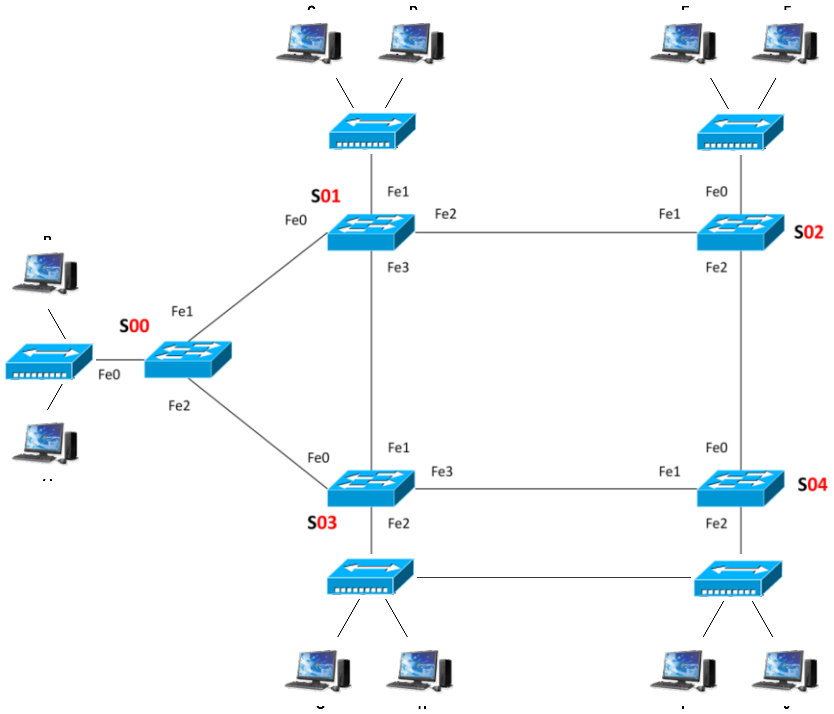
LE 1 ranura 1 → Salida 5 ranura 11
El TSI cambia la ranura 1 a otra que pueda ser conmutada por el espacial a la linea 5 de salida, luego el TSI de salida la conmuta a 11
LE 2 ranura 1 → salida 5 ranura 10
el TSI conmuta la ranura 1 a otra que pueda ser conmutada por el espacial a la linea 5 de salida, luego el TSI de salida la conmuta a 10
LE 1 ranura 5 → Salida 1 ranura 10
El TSI conmuta la ranura 5 a otra que pueda ser conmutada por el espacial hacia la linea 1 de salida, luego el TSI de salida la conmuta a 10

$K \geq 2n-1 = 59$ para ser sin bloqueo en sentido amplio.

3. (1.0 pts) Suponga una red MPLS como la de la figura. Esta red ejecuta el protocolo de distribución de etiquetas LDP mediante el método de solicitud de etiquetas bajo demanda. Adicionalmente, el modo de retención del protocolo LDP es conservador. Indique la secuencia de mensajes LDP que permite obtener al LSR frontera A una etiqueta para una clase de equivalencia de reenvío definida mediante la dirección IP 172.19.23.2.



4. (2.0 pts: 1.5 + 0.5) Sea la topología de una red de área local como la representada en la figura. Las direcciones MAC de los conmutadores Sxx son 00-00-00-AA-AA-xx. La prioridad de cada puente se configura al valor por defecto. Todos los enlaces tienen un coste STP igual a 19.



a. Indique a partir del resultado final de aplicar el algoritmo Spanning Tree Protocol:
   i. El puente raíz: S00
   ii. Los puertos raíz: S01 (Fe0), S02 (Fe1), S03 (Fe0), S04 (Fe1)
   iii. Los puertos designados: S00(Fe0, Fe1, Fe2), S01(Fe1, Fe2, Fe3), S02(Fe0, Fe2), S03(Fe2, Fe3)
   iv. Los puertos bloqueados: S03(Fe1), S04(Fe0, Fe2)

b. Suponga que una vez ejecutado el protocolo STP en toda la red las tablas de direcciones MAC de todos los conmutadores están vacías. Posteriormente, la estación G transmite una trama Ethernet con dirección destino la MAC de J. Adicionalmente, la estación I transmite una trama Ethernet con dirección destino la MAC de F. Indique el estado de las tablas de direcciones MAC de los conmutadores S00 y S03 tras el envío de ambas tramas.

S00	
Puerto	Dir.MAC
Fe2	MAC_G
Fe2	MAC_I

S03	
Puerto	Dir. MAC
Fe2	MAC_G
Fe2	MAC_I