COMUNICACIONES I

6 septiembre, 2012 Grado en Ingeniería de Tecnologías de Telecomunicación

Nombre: .... DNI: ....

Convocatoria de Septiembre

PROBLEMAS

P1.- (2 *puntos*) La señal $m(t) = cos^2(2\pi f_m t)$ se modula utilizando SSB, banda inferior, LSSB.

Si llamamos $x(t)$ a la señal modulada, escriba la expresión matemática de esta señal modulada. A partir de la expresión anterior de $x(t)$, obtenga sus componentes en cuadratura, dé la expresión de su equivalente paso-baja y calcule la señal analítica, $x_+(t)$.

Nota: Relación útil: *cos(a)*cos(b)=0.5*cos(a-b) +0.5*cos(a+b)*

P2.- *(2 puntos)* En un sistema de transmisión con modulación lineal la señal transmitida suele estar limitada por la **potencia pico** (valor de la potencia cuando la señal alcanza su valor de amplitud máximo) más que por la potencia promedio. Bajo esta limitación la modulación AM tiene todavía un rendimiento peor frente a DSB-SC o SSB-SC. Dada una señal de información que es un tono puro dado por $m(t) = \mu A \cos(\omega_m t)$, **a)** calcular la potencia pico, S_p, para una señal modulada DSB-SC y para una señal modulada AM con índice de modulación μ (suponga que la frecuencia portadora es ω_c). **b)** Expresar la relación señal ruido de salida para estas dos modulaciones en función de S_p, en lugar de S_i, la potencia promedio recibida. **c)** Cuantificar cuánto mejor es la SNR para DSB en comparación con el mejor valor de la SNR que se puede obtener con AM.

P3.- (2 *puntos*) Otra forma de ver la separación entre las señales FM de banda angosta y las de banda ancha es través de la SNR de salida. Podemos considerar que la línea que separa ambos tipos de modulación FM es aquella para la que el valor de Δf hace que la SNR de salida (**SNRo**) para FM es igual al máximo valor de la SNRo para la modulación AM.

a) ¿Cuándo se obtiene el máximo de la SNR de salida para AM, dado un valor fijo de γ? Suponga que el valor mínimo de la señal de información es igual al valor máximo, m_p, pero cambiado de signo ($[m(t)]_{max} = -[m(t)]_{min} = m_p$) **b)** Obtenga una expresión para el parámetro β cuando la SNRo de FM es igual al máximo valor de la SNRo de AM. **c)** Aplique el resultado del apartado b) para calcular el valor de β y de Δf cuando la señal de información es gaussiana con una carga de **3σ**.

1

$$m(t)= \cos^2(2\pi f_1 t) \quad \text{ó} \quad m(t)= \frac{1}{2}\left[1 + \cos(2\pi 2 f_1 t)\right]$$

la expresión de $x(t)$ sería

$$x(t)= m(t)\cos(2\pi f_c t) - \hat{m}(t)\,\text{sen}(2\pi f_c t)$$

↑ T. Hilbert.

$\Rightarrow$ necesitamos $\hat{m}(t)$

como $$m(t)= \frac{1}{2}\,\text{sen}(\pi/2) + \frac{1}{2}\cos(4\pi f_1 t)$$

$$\hat{m}(t) = \frac{1}{2}\cos(\pi/2) + \frac{1}{2}\,\text{sen}(4\pi f_1 t) = \frac{1}{2}\,\text{sen}(4\pi f_1 t)$$

$$\Rightarrow x(t)= \cos^2(2\pi f_1 t)\cos(2\pi f_c t) - \frac{1}{2}\,\text{sen}(2\pi 2 f_1 t)\,\text{sen}(2\pi f_c t)$$

Componentes en cuadratura

$$x_I(t)= \cos^2(2\pi f_1 t) \qquad x_Q(t)= \frac{1}{2}\,\text{sen}(2\pi 2 f_1 t)$$

Equivalente paso-baja

$$\tilde{x}(t)= x_I(t) + j\,x_Q(t) =$$

$$= \cos^2(2\pi f_1 t) + j\frac{1}{2}\,\text{sen}(2\pi 2 f_1 t)$$

$$x_+(t)= x(t) + j\,\hat{x}(t)$$

$$\hat{x}(t)= \cos^2(2\pi f_1 t)\,\text{sen}(2\pi f_c t) + \frac{1}{2}\,\text{sen}(2\pi 2 f_1 t)\cos(2\pi f_c t)$$

$$x_+(t) = \left[\cos^2(2\pi f_1 t) + j\frac{1}{2}\,\text{sen}(2\pi 2 f_1 t)\right]\cos(2\pi f_c t) + \left[\cos^2(2\pi f_1 t) - j\frac{1}{2}\,\text{sen}(2\pi 2 f_1 t)\right]\text{sen}(2\pi f_c t)$$

Problema 2

Señal de información $m(t) = \mu A \cos(\omega_m t)$

a) Potencia pico - potencia cuando la señal alcanza valor máximo de amplitud

- Modulación DSB-SC

señal modulada

$$x_{DSB}(t) = m(t)\cos(\omega_c t) = \mu A \cos(\omega_m t)\cos(\omega_c t)$$

$$= \frac{\mu A}{2}\left[\cos[(\omega_c+\omega_m)t] + \cos[(\omega_c-\omega_m)t]\right]$$

~~Potencia~~ El valor máximo de $x_{DSB}(t)$ se da cuando los "cos" son máximos (valor 1)

$$\text{Valor } x_{DSB}\Big|_{max} = \mu A$$

$$\text{Potencia pico} \quad S_p = \mu^2 A^2$$

- Modulación AM

señal modulada $x_{AM}(t) = [A + m(t)]\cos(\omega_c t) =$

$$= [A + \mu A \cos(\omega_m t)]\cos(\omega_c t) = A[1 + \mu\cos(\omega_m t)]\cos(\omega_c t)$$

$$= A\cos(\omega_c t) + \frac{\mu A}{2}[\cos(\omega_c+\omega_m)t] + \frac{\mu A}{2}\cos[(\omega_c-\omega_m)t]$$

valor máximo x_{AM} bajo las mismas circunstancias

$$x_{AM}\Big|_{max} = A + \mu A = A(1+\mu)$$

Potencia pico $\quad S_p = A^2(1+\mu)^2$

b) SNR

· DSB $\quad \dfrac{S_o}{N_o} = \dfrac{S_i}{N B} = \gamma$

Para esta modulación, dada la expresión de $x_{DSB}(t)$

$$S_i = \frac{\mu^2 A^2}{4} + \frac{\mu^2 A^2}{4} = \frac{\mu^2 A^2}{2}$$

como $\quad S_p = \mu^2 A^2 \quad \Rightarrow \quad S_i = \dfrac{S_p}{2}$

Por tanto la SNR queda

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{S_p}{2NB}$$

· AM

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{\mu^2 P_m}{1+\mu^2 P_m}\frac{S_i}{NB} = \frac{\overline{m^2(t)}}{A^2 + \overline{m^2(t)}}\frac{S_i}{NB}$$

Para AM

$$S_i = \frac{A^2}{2} + \frac{\mu^2 A^2}{4} + \frac{\mu^2 A^2}{4} = \frac{A^2}{2}(1+\mu^2)$$

como $S_p = A^2(1+\mu)^2$ $\qquad A^2 = \frac{S_p}{(1+\mu)^2}$

$$\Rightarrow \quad S_i = \frac{S_p}{2}\,\frac{1+\mu^2}{(1+\mu)^2}$$

sustituyendo en $\frac{S_o}{N_o}$ con $\overline{m^2(t)} = \mu^2 A^2/2$

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{\mu^2 A^2/2}{A^2 + \mu^2 A^2/2}\;\frac{\frac{S_p}{2}\,\frac{1+\mu^2}{(1+\mu)^2}}{NB} = \frac{\mu^2}{2+\mu^2}\;\frac{1+\mu^2}{(1+\mu)^2}\;\frac{S_p}{2NB}$$

El máximo de esta SNR se da para $\mu = 1$

$$\Rightarrow \quad \left.\frac{S_o}{N_o}\right|_{max, AM} = \frac{1}{6}\,\frac{S_p}{2NB} = \frac{1}{6}\left.\frac{S_o}{N_o}\right|_{DSB}$$

Problema 3

SNR salida para FM $\quad \frac{S_o}{N_o} = 3\beta^2 \gamma \frac{\overline{m^2(t)}}{m_p^2}$

para AM $\quad \frac{S_o}{N_o} = \frac{\overline{m^2(t)}}{A^2 + \overline{m^2(t)}} \gamma$

a) La SNR_o máxima para AM se obtiene cuando $\mu = 1$

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{\mu^2 \overline{m_n^2(t)}}{1 + \mu^2 \overline{m_n^2(t)}} \gamma$$

y si $\mu = 1$ cuando $A = m_p$

por tanto $\quad SNR_o\Big|_{max} = \frac{\overline{m^2(t)}}{m_p^2 + \overline{m^2(t)}} \gamma$

b) Si $\left.\frac{S_o}{N_o}\right|_{FM} = \left.\frac{S_o}{N_o}\right|_{max, AM}$ tenemos

$$3\beta^2 \gamma \frac{\overline{m^2(t)}}{m_p^2} = \frac{\overline{m^2(t)}/m_p^2}{1 + \frac{\overline{m^2(t)}}{m_p^2}} \gamma$$

Despejando β y eliminando términos comunes

$$\beta^2 = \frac{1}{3}\,\frac{1}{1+\dfrac{\overline{m^2(t)}}{m_p^2}} \quad ó \quad \beta = \sqrt{\frac{1}{3}\,\frac{1}{1+\overline{m^2(t)}/m_p^2}}$$

Este valor de β nos daría la separación entre FM de banda angosta y FM de banda ancha que vemos depende de $\overline{m^2(t)}$ y m_p^2 características de la señal de información

c) si la señal de información es gaussiana con carga 3σ eso significa que

$$m_p = 3\sigma$$

y por definición $\overline{m^2(t)} = \sigma^2$

sustituyendo en la expresión anterior de β

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{3}\,\frac{1}{1+\sigma^2/(3\sigma)^2}} = \sqrt{\frac{1}{3}\,\frac{1}{1+1/9}} = \sqrt{\frac{3}{10}} = 0{,}5477$$

como $\beta = \dfrac{\Delta f}{B} \Rightarrow \Delta f = 0{,}548\, B$

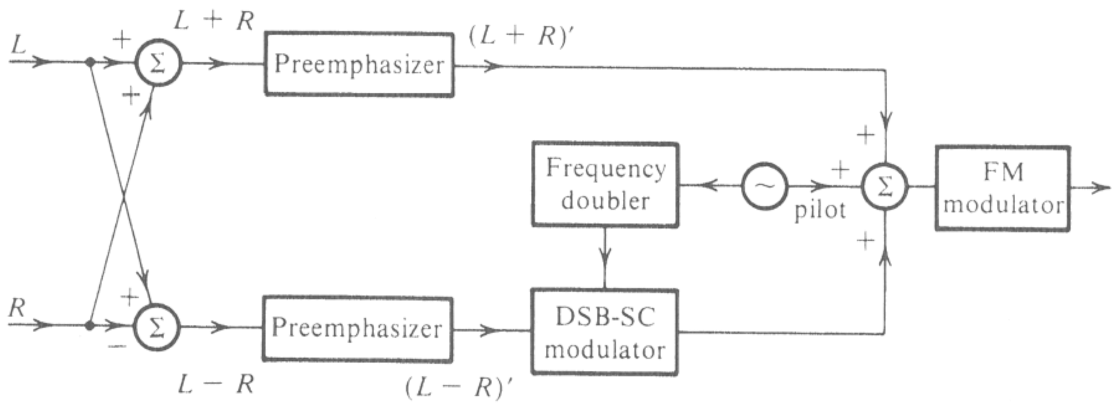
TEORIA

C4.- (1 *punto*) Indique los diferentes tipos de distorsión que se pueden presentar en un canal de comunicación y comente a qué tipo de señal afecta mayormente ese tipo de distorsión.

C5.- (1 *punto*) ¿Qué parámetro se suele utilizar para caracterizar la potencia del ruido térmico en un dispositivo electrónico? ¿y cómo se relaciona con esa potencia?

C6.- (1 *punto*) ¿Qué métodos se pueden utilizar en la demodulación síncrona de señales moduladas SSB para evitar las diferencias entre las portadoras utilizadas en modulación y demodulación?

C7.- (1 *punto*) Describa cada bloque del transmisor de la FM comercial, bloque a bloque, y dibuje el espectro de la señal que se modula finalmente en FM.



3. El canal de comunicación. Distorsión

Cuando una señal se transmite a través de un canal, es distorsionada por diferentes imperfecciones del mismo.

Distorsión lineal Cuando una señal se transmite por un canal lineal de características no-ideales de amplitud y/o fase, a la salida se obtiene una señal formada por una superposición retardada de la señal original, y por lo tanto distorsionada.

Interferencia intersimbólica Si la señal a transmitir es un pulso, el resultado es que éste se **ensancha temporalmente**, pudiendo interferir con otros pulsos adyacentes temporalmente. Por este motivo, la distorsión lineal puede producir interferencia en sistemas de multiplexado temporal TDM.

Distorsión no-lineal

La respuesta no-lineal de amplitud de un canal $r = f(g)$ puede desarrollarse en serie de McLaurin en la forma

$$r(t) = a_0 + a_1 g(t) + a_2 g^2(t) + a_3 g^3(t) + \cdots + a_k g^k(t) + \cdots$$

El espectro de Fourier de una de las potencias de la señal de entrada es

$$g^k(t) \leftrightarrow \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{(k-1)} G(w) * \overbrace{G(w) * \cdots * G(w)}^{k-1}$$

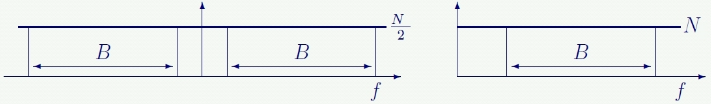
y por lo tanto

$$R(w) = 2\pi a_0 \delta(w) + a_1 G(w) + \sum_{k=2}^{\infty} \frac{a_k}{(2\pi)^{k-1}} G(w) * \overbrace{G(w) * \cdots * G(w)}^{k-1}$$

Dado que la *autoconvolución* de un espectro dobla su ancho de banda, el ancho de banda de $R(w)$ es k-veces el de $G(w)$, por lo tanto este tipo de distorsión es perjudicial en multiplexado FDM dado que puede provocar interferencia entre canales adyacentes.

Ruido Térmico

- Potencia de ruido térmico proporcional al ancho de banda.



$$P_n = kTB\ (W)$$

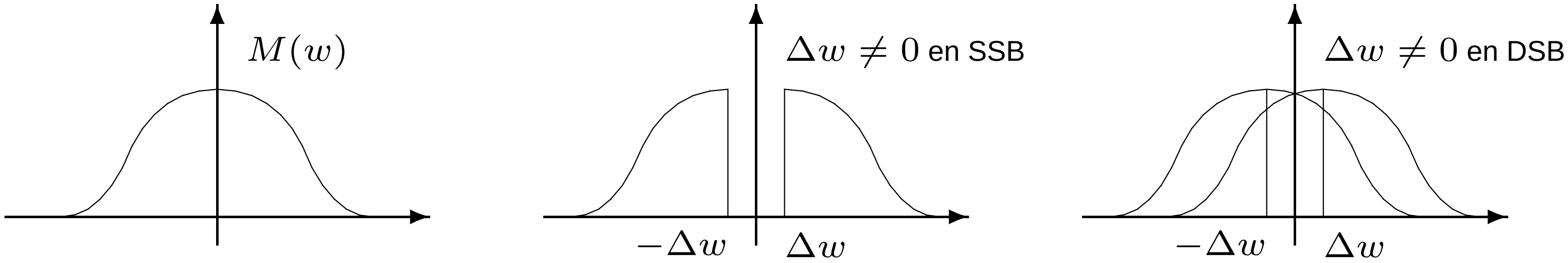
$$P_n(dBW) = -228{,}6\ dBW + 10\log_{10}(T) + 10\log_{10}(B)$$

- En dispositivos reales, sobre todo si es activo, produce un nivel de ruido que llamaremos P_N: $P_N = KT_{eq}B$.

Temperatura equivalente de ruido

(T_{eq}), es la temperatura a la que un cuerpo negro produce una potencia de ruido igual a la de nuestro dispositivo, en el ancho de banda de interés.

Nota: Los fabricantes de dispositivos no suelen especificar ni la potencia del ruido ni la densidad espectral de potencia, especifican la temperatura equivalente de ruido del dispositivo.



A diferencia del caso $DSB - SC$, el efecto es la generación de una señal $SSB - SC$ pero a frecuencia Δw. Este efecto únicamente eleva las frecuencias del espectro, pero no produce *batido*.

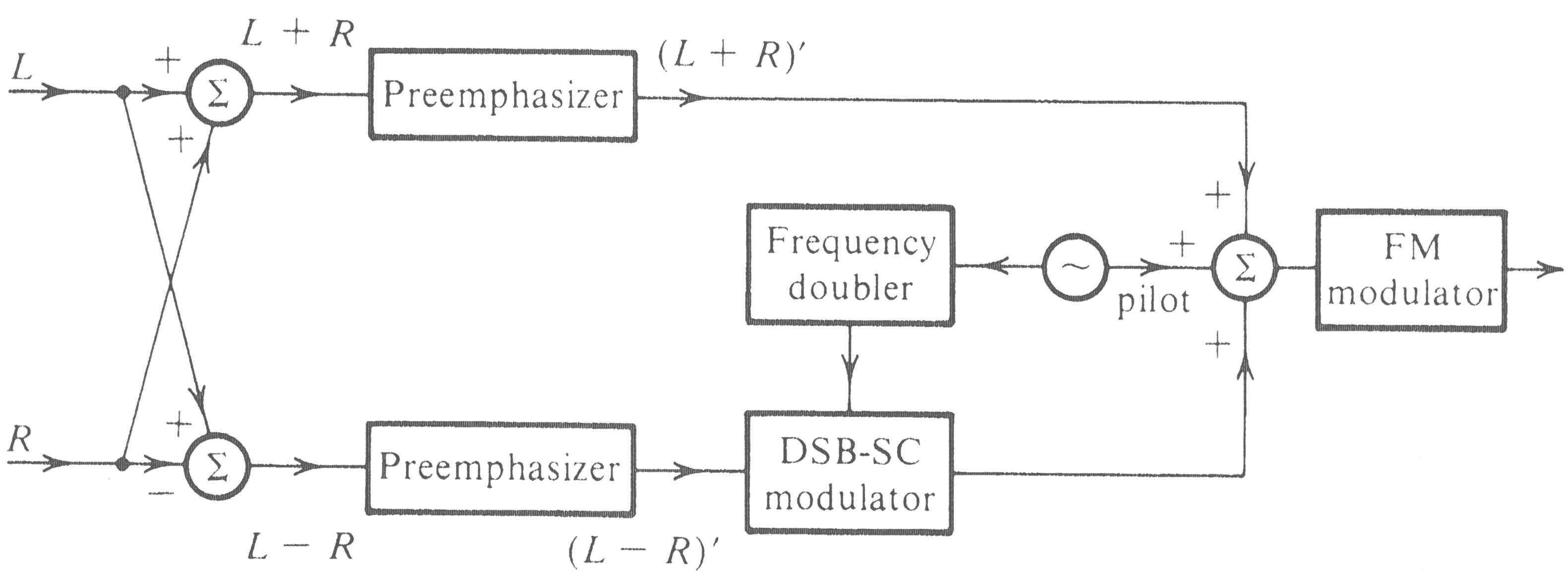
Para la sincronización en $SSB - SC$, la única posibilidad es la de utilizar una portadora piloto dado que ésta señal presenta una fase variable, lo que no permite usar los métodos anteriores de sincronización.

$$\varphi_{SSB}(t) = E(t)\cos[w_c t + \theta(t)] \qquad \begin{aligned} E(t) &= \sqrt{m^2(t) + \hat{m}^2(t)} \\ \theta(t) &= -\tan^{-1}\left(\frac{\hat{m}(t)}{m(t)}\right) \end{aligned}$$

$$\varphi^2_{SSB}(t) = \frac{E^2(t)}{2}[1 + \cos[2w_c t + 2\theta(t)]$$

Radio FM comercial (1)

- Actualmente la FM comercial transmite una señal estereofónica (consigue un efecto más natural).
- Se transmiten dos señales, L y R, captadas por dos micrófonos (izquierdo y derecho).
- Necesidad de mantener la compatibilidad con receptores monofónicos:
  - Estos deben de recibir la señal L+R
  - Ancho de banda para las señales L y R debe ser de 200 kHz con $\Delta f = 75$ kHz.



Radio FM comercial (2)

- Señal a transmitir:

$$m(t) = (L+R)' + (L-R)' \cos \omega_c t + \alpha \cos \frac{\omega_c t}{2}$$

  - Receptores monofónicos utilizan L+R.
  - L-R se modula mediante DSB para preservar la calidad a bajas frecuencias.
  - La señal piloto se envía para la demodulación
  - Señal piloto a 19 kHz ya que es más fácil separarla de la señal recibida (no hay señal 4 kHz arriba y abajo).
  - Usada también como indicador de estéreo.