Señales Digitales
Examen Parcial 2016
Grupo B2

Nombre: Solución

1. (2 points) Si la señal analógica paso baja $x(t)$ está limitada en banda a $45Hz$ ($X(f) = 0$ para $f > 45Hz$), ¿cuál es la frecuencia de nyquist para la señal $x(t) \cdot \cos(810\pi t)$?

2. Dada una señal analógica $x(t) = \cos(3000\pi t) + \sin(1200\pi t)$, se le hace pasar por el sistema de la Figura 1.

   (a) (3 points) Suponga que $F_{S1} = F_{S2} = 3kHz$. Si el sistema $H(f)$ está definido como:

   $$H(f) = \begin{cases} 1 & |\omega| < \pi/2 \\ 0 & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

   ¿cual será el valor de $y(t)$? Represente los pasos gráficamente.

   (b) (2 points) Suponiendo ahora un sistema pasa todo ($H(f) = 1$ en el intervalo $-1/2 < f < 1/2$), y dados unos valores de $F_{S1} = F_{S2} = 2kHz$, ¿cuál será la señal $y(t)$ a la salida?

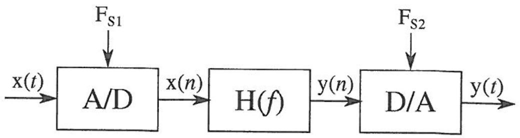


Figura 1:

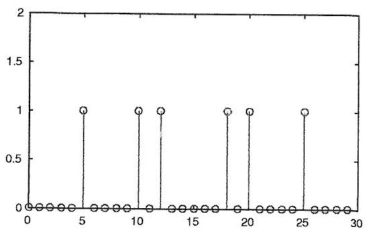
3. (3 points) Una señal analógica $y(t)$ ha sido muestreada con $F_S = 30Hz$. La figura muestra el valor absoluto de la DFT de dicha señal calculada sobre las primeras 30 muestras. Razone cual de los siguientes enunciados es correcto:

   (a) La señal analógica es $y(t) = \cos(6\pi t) + \sin(20\pi t) + \cos(40\pi t)$

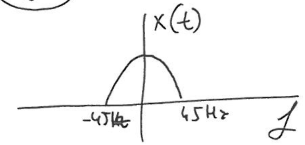
   (b) La señal analógica es $y(t) = \cos(10\pi t) + \cos(20\pi t) + \cos(56\pi t)$

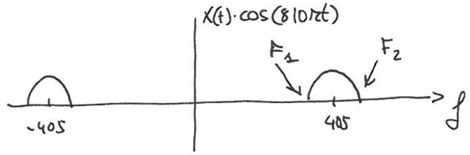
   (c) La señal analógica es $y(t) = \sin(10\pi t) + \cos(20\pi t) + \cos(36\pi t)$

   (d) La señal analógica es $y(t) = \cos(6\pi t) + \cos(10\pi t) + \sin(50\pi t)$



1. Señal $x(t)$ limitada a 45 Hz. F_s para $x(t)\cdot\cos(810\pi t)$





$F_2 = 405 + 45 = 450\ Hz$

$F_1 = 405 - 45 = 360\ Hz$

Señal paso-banda. Como vimos, calculamos el ancho de banda:

$B = 450 - 360 = 90\ Hz$.

y la proporción:

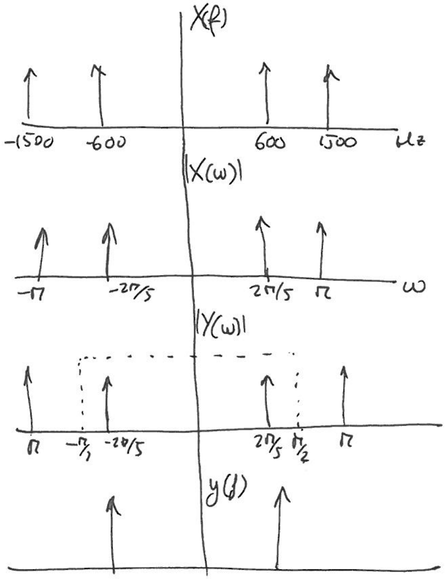
$$r = \frac{F_2}{B} = \frac{450}{90} = 5$$

Es un número natural, así que

$$F_s = 2 \cdot B = 2 \cdot 90 = 180\ Hz$$

2. $x(t) = \cos(3000\pi t) + \operatorname{sen}(1200\pi t)$

a) $F_{s1} = F_{s2} = 3kHz$. No aliasing.



$F_1 = 1500\ Hz$

$F_2 = 600\ Hz$.

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi \frac{F_1}{F_s} = 2\pi \frac{1500}{3000} = \pi$$

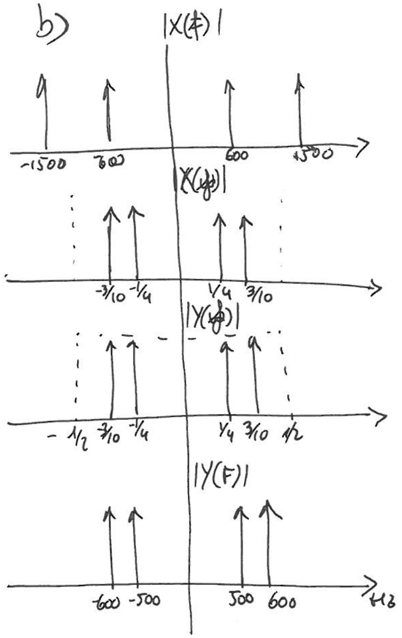
$$\omega_2 = 2\pi f_2 = 2\pi \frac{F_2}{F_s} = 2\pi \frac{600}{3000} = \frac{2\pi}{5}$$

El filtro elimina la componente F_1.

$$F_2 = F_s \cdot \frac{\cancel{2\pi}\,\omega_2}{2\pi} = 3000 \cdot \frac{\cancel{2\pi}}{5} \cdot \frac{1}{\cancel{2\pi}} = 600$$

$$y(t) = \operatorname{sen}(2 \cdot 600\pi t) = \operatorname{sen}(1200\pi t)$$

b)



$F_{s1} = F_{s2} = 2kHz$. Aliasing!!!

$F_1 = 1500\ Hz$

$F_2 = 600\ Hz$

$f_1 = \frac{1500}{2000} = \frac{3}{4} > \frac{1}{2} \Rightarrow$ aliasing $\left\{ \omega_1' = 2\pi k \pm \omega \right.$

$\omega_1' = 0 \pm \frac{3\pi}{2}$

$\omega_1' = -2\pi 1 \pm \frac{3\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$

$f_1' = \frac{\omega_1'}{2\pi} = \frac{1}{4}$

$f_2 = \frac{600}{2000} = \frac{3}{10}$

Filtro pasa todo.

$y(t) = \cos(2 \cdot 500 \pi t) + \text{sen}(2 \cdot 600 \pi t) =$

$\cos(1000 \pi t) + \text{sen}(1200 \pi t)$

3. Extraemos los picos con $F_s = 30\ Hz$.

a) $F_1 = \frac{6\pi}{2\pi} = 3\ Hz$, $F_2 = \frac{20\pi}{2\pi} = 10\ Hz$, $F_3 = \frac{40\pi}{2\pi} = 20$ (aliasing). NO

$F_3' = 30 - 20 = 10\ Hz$.

b) $F_1 = 5\ Hz$, $F_2 = 10\ Hz$, $F_3 = \frac{56\pi}{2\pi} = 28$ (aliasing) $F_3' = 30 - 28 = 2\ Hz$

NO

c) $F_1 = 5\ Hz$, $F_2 = 10\ Hz$, $F_3 = \frac{36\pi}{2\pi} = 18$ (aliasing) $F_3' = 30 - 18 = 12\ Hz$

SI, Hay picos en 5, 10 y 12 Hz.

d) $F_1 = 3\ Hz$, $F_2 = 5\ Hz$, $F_3 = \frac{50\pi}{2\pi} = 25$ (aliasing) $F_3' = 30 - 25 = 5\ Hz$

NO