

# **Zadanie 45. Test**

Adrian Rupala

---

29 maja 2018

Pewien student rozwiązując test jednokrotnego wyboru, w którym każdemu pytaniu przyporządkowano pięć odpowiedzi (w tym dokładnie jedną prawidłową), zna poprawne odpowiedzi lub zgaduje. Niech prawdopodobieństwo tego, że zna poprawną odpowiedź na dane pytanie wynosi  $\frac{1}{2}$ . Czyli na połowę pytań odpowiada „strzelając”. Ponieważ jest pięć odpowiedzi do wyboru, szansa, że odgadnie prawidłową odpowiedź wynosi  $\frac{1}{5}$ .

Jakie jest prawdopodobieństwo warunkowe tego, że student znał odpowiedź na dane pytanie, jeśli nie popełnił w tym pytaniu błędu?

Twierdzenie Bayesa to twierdzenie teorii prawdopodobieństwa, wiążące prawdopodobieństwa warunkowe dwóch zdarzeń warunkujących się nawzajem, sformułowane przez Thomasa Bayesa.

W podstawowej formie twierdzenie Bayesa mówi, że:

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{P(B)}, \text{ gdzie: } P(B) = \sum_{i \in J} P(B|A_j) \cdot P(A_j)$$

Gdzie  $A$  i  $B$  są zdarzeniami oraz  $P(B) > 0$ , przy czym:

- $P(A|B)$  oznacza prawdopodobieństwo warunkowe (prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia  $A$ , o ile zajdzie zdarzenie  $B$ ).
- $P(B|A)$  oznacza prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia  $B$ , o ile zajdzie zdarzenie  $A$ .

Z treści zadania można odczytać następujące dane:

- $A_1$  - uczeń zna odpowiedź,
- $A_2$  - uczeń nie zna odpowiedzi,
- $B$  - uczeń nie popełnił błędu.

Podstawiając dane do wzoru Bayesa:

$$P(A_1|B) = \frac{P(B|A_1) \cdot P(A_1)}{P(A_1) \cdot P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2)}$$

Z treści zadania wynika:

- $P(A_1) = P(A_2) = \frac{1}{2}$ ,
- $P(B|A_1) = 1$ ,
- $P(B|A_2) = \frac{1}{5}$ .

$$P(A_1|B) = \frac{\frac{1}{2} \cdot 1}{\frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}}$$

$$P(A_1|B) = \frac{1}{2(\frac{1}{5} + \frac{1}{2})} = \frac{1}{2(\frac{1}{10} + \frac{1}{2})}$$

$$P(A_1|B) = \frac{1}{2 \cdot \frac{5+1}{10}} = \frac{1}{2 \cdot \frac{6}{10}}$$

$$P(A_1|B) = \frac{1}{\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{2}}$$

$$P(A_1|B) = \frac{5}{2 \cdot 3}$$

$$P(A_1|B) = \frac{5}{6}$$



Prawdopodobieństwo warunkowe tego, że student znał odpowiedź na pytanie, jeśli nie popełnił błędu, wynosi  $\frac{5}{6}$ .

*Dziękuję za uwagę!*