

# 城市路网交通信号分层分布式控制优化方法

黄玮, 胡晶, 黄国煜, 周少锐\*

(中山大学, 智能工程学院, 广东 深圳 518107)

**摘要:** 合理的路网信号控制结构对提高城市交通系统运行效率具有重要意义。本文综合考虑控制性能和计算效率, 提出路网交通信号分层分布式控制策略。在控制结构的上层, 引入 Webster 方法实时更新周期时长; 在下层, 采用模型预测控制方法对交叉口信号控制问题进行建模, 以最小化路网总行程时间为目标, 优化信号绿信比, 并利用 Benders 分解思路将原问题分解为独立求解单个交叉口信号配时方案的 Primal 问题和协调优化相邻交叉口间交通流交互作用的 Master 问题, 提出一种基于 Benders 分解的双层分布式信号协调控制优化算法。通过两个实际路网算例, 验证分层分布式控制方法的有效性, 并针对上下层的控制方法设置对比实验。结果表明: 基于 Benders 分解的分布式模型预测控制方法能求得接近集中式控制的整体优化解(路网总行程时间差在 3.26% 以下), 在兼顾控制性能的同时大幅提升优化求解的计算效率, 相较于集中式控制, 计算时间减少的幅度可达 42.24%; 在不同实验场景下, 分布式控制方法的控制效果均优于定时控制方法, 路网总行程时间约减少 9.40%~20.57%。此外, 在上层加入周期优化层后, 分层控制方法能根据实时交通状态调整周期时长, 进一步提高交通系统的运行效率。

**关键词:** 交通工程; 分层分布式控制; Benders 分解; 路网交通信号控制; 模型预测控制

## Hierarchical and Distributed Control Optimization for Urban Network Traffic Signals

HUANG Wei, HU Jing, HUANG Guo-yu, ZHOU Shao-rui\*

(School of Intelligent Systems Engineering, Sun Yat-sen University, Shenzhen 518107, Guangdong, China)

**Abstract:** The control structure of network-wide traffic signal control is of great significance to improve the efficiency of urban traffic systems. Considering both the control performance and computational efficiency, this paper proposes an efficient hierarchical network signal control strategy. At the upper level, the cycle length optimization is conducted by using the Webster method. The lower level addresses the green split optimization with the objective function of minimizing the total time spent, which is formulated as a model predictive control (MPC). To decompose the network into intersections while mainlining optimal performance, a Benders decomposition method is introduced to decompose the problem into a Primal problem and a Master problem. The Primal problem solves the isolated intersection optimization independently while the Master problem tackles the flow interaction between adjacent intersections. For the solution approach, a Benders decomposition-based two-layer distributed signal control optimization algorithm is designed. To verify the performance of the proposed hierarchical control method, comparative experiments are set up for the two control levels on two test networks. The results show that the optimal solutions derived from the Benders Decomposition-based distributed MPC method are close to the global optimal solutions derived from the centralized control method. The errors of the network total time spent between the two methods are less than 3.26%. While maintaining the overall performance, the distributed MPC method can greatly improve computational efficiency; Compared with the centralized control method, the calculation time can be reduced up to 42.24%. In addition, the proposed distributed method outperforms the fixed-time control method. The reductions in the total travel time spent under different traffic conditions are about 9.40% to 20.57%. Moreover, by introducing the cycle optimization method

at the upper level, the hierarchical distributed control method can further improve overall control performance.

**Keywords:** traffic engineering; hierarchical and distributed control; Benders decomposition; network-wide traffic signal control; model predictive control

## 0 引言

路网交通信号控制策略能够有效提高交通时空资源利用率,促进交通流均衡分布,是缓解交通拥堵的重要手段<sup>[1]</sup>。一方面,定时控制方法基于对历史交通数据的分析离线优化周期、相位差及绿信比等信号控制参数,而后各交叉口执行预定义的信号配时方案。显然,固定配时方法无法根据当前交通状态灵活调整控制方案;另一方面,自适应控制能够根据当前交通状态信息及时地调整信号控制方案,因此,相较于定时控制,交通信号自适应控制能够更好地适应实时变化的交通流。

随着交通建模理论的发展,交通信号自适应控制经历了从无模型到简单的非因果模型,再到交通状态模型的发展历程,控制策略也已经应用于许多典型交通控制系统中,例如 SCOOT<sup>[2]</sup>和 SCATS<sup>[3]</sup>。由于交通系统本身的复杂性和随机性,仅根据历史数据和当前状态信息进行控制决策具有较大的局限性,为能够更好地预防拥堵的发生,基于模型的控制方法逐渐得到了应用和发展。基于底层交通流预测模型,该类方法在控制优化决策时加入考虑未来交通状态变化,使信号控制克服了短见的缺陷。现有的基于模型的控制策略大多采用模型预测控制(Model Predictive Control, MPC)框架。通过整合预测模型、反馈校正以及滚动优化的优点, MPC 能够有效处理带约束的非线性控制问题,且具有较强的干扰响应能力和实时控制性能,因此,在交通信号控制优化领域具有较强的应用潜力。

考虑到网络整体性能,最初的 MPC 信号控制方法多采用集中式控制结构。在集中式控制中,路网中所有交叉口的信号控制问题由 1 个集中式控制器统一求解。ABOUDOLAS 等<sup>[4]</sup>基于交通流存储转发模型将整个路网的信号控制问题描述为二次规划问题,通过优化一段时间内所有路段的总占用率得到各交叉口的最优信号配时方案。LIN 等<sup>[5]</sup>以宏观交通流模型为预测模型构建集中式 MPC 信号控制框架,通过将网络信号控制优化问题设计成混合整数线性规划问题的形式,有效降低了信号控制优化问题的求解难度。YE 等<sup>[6]</sup>考虑交通需求的不确定性,提出一种集中式 MPC 信号控制优化方法,以最小化排队长度为目标实现交叉口信号配时

方案的优化求解。集中式控制方法能够基于对整体交通流信息的分析,实现路网的协同控制,具有较好的全局最优性。然而,随着路网规模的增大,集中式控制在计算效率和稳定性上的缺陷越发明显,使集中式控制结构在路网交通控制中的应用受到了限制。

近年来,分布式控制结构的出现为大规模交通路网的控制优化问题提供了新的解决思路。在计算效率上,相较于集中式控制结构,分布式控制结构通过问题分解有效降低计算复杂度,与此同时,分布式控制结构通过引入交叉口间的协调交互过程实现对全局最优性的兼顾<sup>[7]</sup>。可以说,分布式控制结构弥补了集中式控制结构的缺陷,被认为是一种更加适合大规模交通路网信号协调优化的控制结构,因此,受到了学者们广泛的研究和关注。DE OLIVEIRA 等<sup>[8]</sup>提出一种分布式 MPC 控制框架,以交叉口为单位划分路网,采用迭代求解的方式实现算法的收敛和最优控制方案的求解。TIMOTHEOU 等<sup>[9]</sup>分别从时间和空间两个维度分解路网信号控制优化问题,以混合整数线性规划的形式建立分布式 MPC 信号控制优化模型,为了保证路网的整体控制性能,引入交替方向乘子算法,实现相邻交叉口之间的协调。YE 等<sup>[10]</sup>设计一种双层分布式 MPC 信号控制优化方法,将整个路网的控制优化问题转化为交叉口控制子问题的集合,为实现控制子问题的并行求解,该方法引入拉格朗日分解原理,有效松弛了交叉口间的耦合约束。上述分布式控制方法主要以优化绿信比为研究重点,对于信号周期的设置大多假设各区域交通运行状况基本相同,交叉口采用相同且固定不变的周期时长。本文考虑交通流状态对信号周期设置的影响,根据实时交通状态优化更新周期时长,进一步提升交通系统的运行效率。

基于路网分解,分布式控制方法有效降低了计算复杂度,考虑到上下游交叉口之间紧密关联,交通流相互影响,为保证整体控制性能,需要合理协调路网交叉口间的流量交互关系。因此,在构建分布式信号控制结构时,设计合理的分解协调算法是兼顾控制性能和计算效率的关键问题<sup>[11]</sup>。常见的大规模问题优化分解算法包括:拉格朗日松弛法

(Lagrangian Relaxation, LR)、交替方向乘子法(Alternating Direction Method of Multipliers, ADMM)、列生成算法(Column Generation, CG)及Benders分解算法(Benders Decomposition, BD)等。其中,Benders分解算法通常用来求解具有关键变量的数学规划问题,其基本原理是:合理选取原问题中的关键变量,将原问题分解为确定关键变量值后容易求解的子问题以及优化关键变量的对偶问题,继而通过反复迭代的方式实现解的收敛。目前Benders分解算法在交通领域也得到了广泛的应用,其重点是关键变量的辨识与基于关键变量的分解结构设计。本文结合交叉口到达车流关键变量特点,提出基于Benders分解的分布式交通信号控制优化方法,有效松弛了交叉口间的交通流耦合约束,实现交叉口间的协调交互。

综上所述,针对大规模城市路网交通信号控制问题,本文提出一种整合周期优化和分布式信号控制的分层递阶控制方法。将城市路网划分为若干个子区,基于路网分区的结果,构建分层信号控制框架,在分层控制的上层采用Webster方法,根据实际交通状态信息更新各子区交叉口的周期时长;在下层,基于模型预测控制对路网交通信号控制进行建模,优化各交叉口绿信比。为降低问题求解计算复杂度,本文引入分布式控制结构,将路网控制问题分解为单交叉口控制问题,并提出一种基于Benders分解的双层迭代求解算法,协调相邻交叉口间的流量交互关系,确保路网的整体控制性能。

## 1 分层控制整体框架

针对城市路网交通信号控制优化问题,本文提出分层递阶控制结构,主要包括周期优化层、协调层以及本地控制层。将整体路网划分为若干个子区,将状态相近(例如交通运行状态和相位结构等)的相邻交叉口划分为同一子区。在此基础上,上层控制进行周期优化,以子区为单位根据路网各子区的交通流状况优化信号周期(同一子区内的交叉口采取相同的周期时长)。本地控制层和协调层为下层控制,通过协调交互实现分布式MPC信号控制,为路网中的每个交叉口提供最优的信号绿信比配时方案。基于下层控制器反馈的实时交通流量状态信息,上层的周期优化层更新周期优化,并将最优周期时长传递至下层。分层控制结构如图1所示。

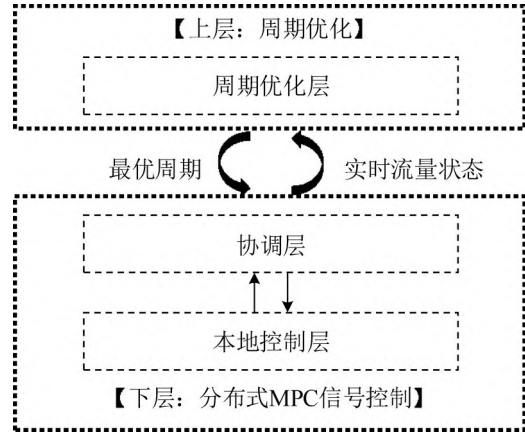


图1 分层控制结构

Fig. 1 Hierarchical control structure

### (1) 上层控制

传统的分层控制方法通常主要考虑优化绿信比,假设周期时长不变。考虑交通运行状态波动情况,本文在分层控制结构的上层引入1个周期优化层。网络中的交叉口将被划分为若干子区,假设子区内的各交叉口具有相同的信号周期。每隔一段固定的时间 $T_{oc}$ ,周期优化层将基于下层控制器反馈区域内的交通流量信息和Webster周期公式对各子区交叉口的周期长度进行更新,并将周期更新结果传递给下层控制器。Webster周期式为

$$C_{opt} = \frac{1.5L+5}{1-Y} \quad (1)$$

式中: $C_{opt}$ 为最佳周期时长; $L$ 为损失时间; $Y$ 为交通流量比。为避免出现周期过小或过大的情况,造成不必要的交通延误,需要预先对最优周期的取值范围进行设定,即

$$C_{min} \leq C_{opt} \leq C_{max} \quad (2)$$

式中: $C_{min}$ 和 $C_{max}$ 为最小周期和最大周期。

### (2) 下层控制

基于上层优化的信号周期时长,下层控制将采用模型预测控制方法(Model Predictive Control, MPC)进一步实现路网各交叉口的最优信号配时方案求解。结合模型预测、滚动时域和反馈控制的特点,MPC具有较强的实时控制性能和干扰响应能力。在基于MPC的交通信号控制优化方法中,实际的交通路网和MPC控制器之间形成了1个控制闭环。根据路网反馈的实时交通状态信息,MPC控制器预测交通系统未来一段时间内的状态,预测的结果将和采集到的当前信息一起作为基础输入用于信号控制方案的优化求解过程。为提升优化求解的效率,本文引入分布式控制结构,将路网按照交叉口进行划分,提出基于MPC的分布式信号



控制优化方法,原理如图2所示。

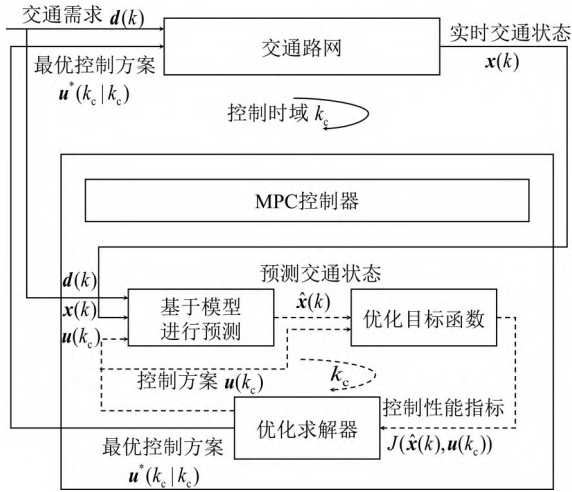


图2 基于MPC的交通信号控制优化原理

Fig. 2 Principle of MPC-based traffic signal control optimization

## 2 基于MPC的分布式交通信号控制优化方法

### 2.1 基于MPC的路网交通控制问题建模

本文采用改进的交通流存储转发(Store-and-Forward, SF)模型<sup>[10]</sup>描述交通系统时空状态变化特性,在模型预测控制(MPC)框架中构建路网交通信号控制优化问题模型。

以有向图  $G(N, A)$  表示路网,网络中的交叉口

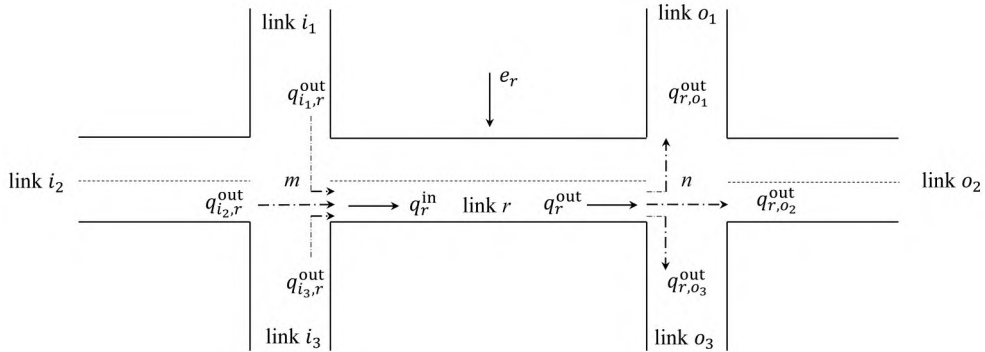


图3 路段交通流状态变化示意

Fig. 3 Traffic dynamics on a link

在此基础上,  $k$  时刻流入路段  $r$  的交通流率  $q_r^{\text{in}}(k)$  为路段  $r$  的上游路段  $i \in I_r$  的输出流率的总和,即

$$q_r^{\text{in}}(k) = \sum_{i \in I_r} \tau_{i,r} \cdot q_i^{\text{out}}(k) \quad (4)$$

根据路段流量守恒定律,  $k+1$  时刻,路段  $r$  中的车辆数  $x_r(k+1)$  为

$$x_r(k+1) = x_r(k) + T \cdot [q_r^{\text{in}}(k) - q_r^{\text{out}}(k)] + e_r(k) \quad (5)$$

和路段分别用节点集合  $N$  和边集合  $A$  表示。如图3所示,交叉口  $m \in N$  和  $n \in N$  通过路段  $r \in A$  相连,路段  $r$  的上游路段集合为  $I_r = \{i_1, i_2, i_3\}$ ,下游路段集合为  $O_r = \{o_1, o_2, o_3\}$ 。  $k$  时刻,路段  $r$  中的车辆数为  $x_r(k)$ ,  $q_r^{\text{in}}(k)$  为从上游路段流入路段  $r$  的交通流率,  $q_r^{\text{out}}(k)$  为从路段  $r$  流出到下游路段的交通流率,  $e_r(k)$  为路段  $r$  上的扰动。假设交叉口  $n$  的周期、损失时间和信号相位集合分别为  $C_n$ 、 $L_n$  和  $V_n$ ,相位  $v \in V_n$  的绿灯时间为  $u_v$ 。在给定路段饱和和流率  $S_r$  的情况下,流出路段  $r$  的交通流率  $q_r^{\text{out}}(k)$  为

$$q_r^{\text{out}}(k) = \min \left\{ \frac{S_r}{C_n} \sum_{v \in V_r} u_v(k), \tau_{r,o} \cdot x_r(k)/T, \omega_{r,o} \cdot [\Gamma_o - x_o(k)]/T \right\} \quad (3)$$

式中:  $\frac{S_r}{C_n} \sum_{v \in V_r} u_v(k)$  为路段  $r$  的通行能力;  $\tau_{r,o} \cdot x_r(k)/T$  为即将从路段  $r$  进入路段  $o$  的车辆数;  $\omega_{r,o} \cdot [\Gamma_o - x_o(k)]/T$  为下游路段  $o$  的剩余容量;  $T$  为控制时间间隔;  $V_r$  为路段  $r$  提供通行权的信号相位集合;  $u_v(k)$  为  $k$  时刻相位  $v \in V_r$  的绿灯时间;  $\Gamma_o$  为路段  $o$  的最大可容纳车辆数;  $\tau_{r,o}$  为从路段  $r$  流向路段  $o$  的流量占路段  $r$  总输出流量的比例,即路段转向比;  $\omega_{r,o}$  为从路段  $r$  流向路段  $o$  的流量占路段  $o$  总输入流量的比例。

需要注意的是,当路段  $r$  为网络边界路段时,流入路段的交通流率  $q_r^{\text{in}}(k)$  应等于交通需求  $d_r(k)$ 。在此基础上,考虑网络中的所有路段,便可以得到系统状态转移方程为

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{D}\mathbf{d}(k) + \mathbf{e}(k) \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{x}(k)$ 、 $\mathbf{u}(k)$ 、 $\mathbf{d}(k)$  和  $\mathbf{e}(k)$  分别为状态向量、控制向量、需求向量和扰动向量;  $\mathbf{B}$  为与网络拓扑相关的控制输入矩阵;  $\mathbf{D}$  为需求矩阵。

以上述SF模型为底层交通流预测模型,以最小化网络总延误为目标,基于MPC的路网信号控制优化模型构建为

$$\min_u J_{\text{TTS}} = \min_u \sum_{p=1}^{N_p} T \cdot \mathbf{x}(k_0 + p) \quad (7)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{x}(k_0) = \mathbf{x}_0 \quad (8)$$

$$\mathbf{x}(k_0 + p + 1) = \mathbf{x}(k_0 + p) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k_0 + p) + \mathbf{D}\mathbf{d}(k_0 + p) + \mathbf{e}(k_0 + p) \quad (9)$$

$$g[\mathbf{u}(k_0 + p)] = 0 \quad (10)$$

$$\mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u}(k_0 + p) \leq \mathbf{u}_{\max} \quad (11)$$

$$p = 0, \dots, N_p - 1 \quad (12)$$

式中:  $N_p$  为预测时域;  $k_0$  为当前时刻;  $\mathbf{x}(k_0 + p)$ 、 $\mathbf{u}(k_0 + p)$ 、 $\mathbf{d}(k_0 + p)$  和  $\mathbf{e}(k_0 + p)$  分别为从当前时刻开始的第  $p$  个控制步长所对应的状态向量、控制向量、需求向量和扰动向量。

式(7)为路网总行程时间(Total Time Spent, TTS);式(8)和式(9)分别为初始状态约束和状态转移方程;式(10)为与控制变量  $\mathbf{u}(k_0 + p)$  相关的约束,主要描述的是交叉口各相位的绿灯时间与损失时间及周期间的关系;式(11)表示控制变量的取值范围。

不难发现,上述建模思路是将路网看作一个整体,以集中式控制的方式统一优化路网中所有交叉口的绿信比控制变量。集中式的控制方法虽然能获得较好的全局最优性能,但是,在计算复杂度和鲁棒性上的缺陷一直深受诟病。尤其随着路网规

模的增大,模型中的变量数目增多,这样的控制方式将无法满足实时交通控制的要求。为提高计算效率,本文引入分布式控制结构。

## 2.2 分布式信号控制优化模型构建

网络分解是实现分布式控制的基础,现有研究中已经提出了一些高效的网络划分方法,由于子区划分并非本文重点,出于简易性考虑,本文以交叉口为单位分解路网,设定每个网络单元由1个交叉口及进入该交叉口的路段组成。每个交叉口可以构建对应的控制优化问题,由此,原始的路网信号控制问题便可进一步划分为若干子问题。

在构建子问题时,为保证网络的整体控制性能不受影响,除了考虑交叉口内部的交通状态信息外,还必须处理好相邻交叉口间的协调关系。如图4所示,网络中包含3个交叉口,从图4中不难发现,两两交叉口间存在着交通流量的输入输出关系,意味着子问题之间不可避免地存在着耦合约束。为方便表述,引入变量  $y$  和  $z$  说明交叉口间的流量交互关系。以交叉口  $i$  和交叉口  $j$  为例,  $y_{i,j}$  和  $z_{i,j}$  分别表示从交叉口  $i$  流出终点是交叉口  $j$  的流量和起点是交叉口  $i$  最终流入交叉口  $j$  的流量,实际上  $y_{i,j}$  和  $z_{i,j}$  描述的都是交叉口  $i$  到交叉口  $j$  的流量,只是两者侧重的角度不同,  $y_{i,j}$  强调的是从交叉口  $i$  流出,而  $z_{i,j}$  强调的是流入交叉口  $j$ 。由于  $y_{i,j}$  和  $z_{i,j}$  描述的是同一个流量交互关系,两者理应满足关系为

$$y_{i,j} = z_{i,j} \quad (13)$$

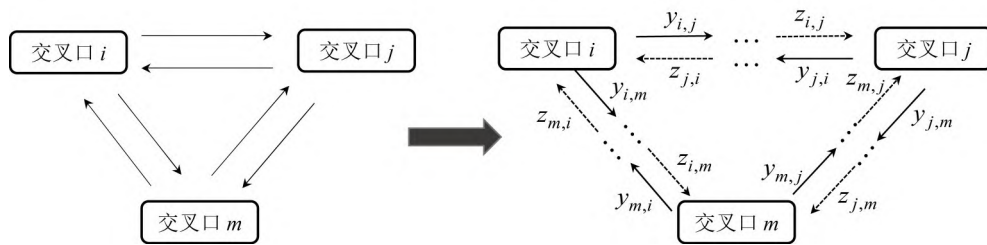


图4 交叉口间交互关系示意  
Fig. 4 Interactions between intersections

在此基础上,以交叉口  $i \in W$  ( $W$  为交叉口集合)为例,其所对应的子问题可以表述为

$$\min_{u_i} J_{i,\text{TTS}} = \min_{u_i} \sum_{p=1}^{N_p} T \cdot \mathbf{x}_i(k_0 + p) \quad (14)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{x}_i(k_0) = \mathbf{x}_{i,0} \quad (15)$$

$$\mathbf{x}_i(k_0 + p + 1) = \mathbf{x}_i(k_0 + p) + \mathbf{B}\mathbf{u}_i(k_0 + p) + \mathbf{D}\mathbf{d}_i(k_0 + p) + \mathbf{z}_i(k_0 + p) + \mathbf{e}_i(k_0 + p) \quad (16)$$

$$g_i[\mathbf{u}_i(k_0 + p)] = 0 \quad (17)$$

$$\mathbf{u}_{i,\min} \leq \mathbf{u}_i(k_0 + p) \leq \mathbf{u}_{i,\max} \quad (18)$$

$$\mathbf{z}_{j,i}(k_0 + p) = \mathbf{y}_{j,i}(k_0 + p), \forall j \in N_i^{\text{in}} \quad (19)$$

$$\mathbf{y}_{i,r}(k_0 + p) = \mathbf{z}_{i,r}(k_0 + p), \forall r \in N_i^{\text{out}} \quad (20)$$

$$\mathbf{z}_i(k_0 + p) = \sum_{j \in N_i^{\text{in}}} \mathbf{z}_{j,i}(k_0 + p) \quad (21)$$

$$p = 0, \dots, N_p - 1 \quad (22)$$

式中:  $N_i^{\text{in}}$  和  $N_i^{\text{out}}$  为交叉口  $i$  的上游交叉口集合和下游交叉口集合;  $\mathbf{x}_i(k_0 + p)$ 、 $\mathbf{u}_i(k_0 + p)$ 、 $\mathbf{d}_i(k_0 + p)$  和

$e_i(k_0+p)$  分别为交叉口  $i$  对应的状态向量、控制向量、需求向量和扰动向量;  $z_i$  为进入交叉口  $i$  的输入流量的总和;  $z_{j,i}$  为从交叉口  $j \in N_i^{\text{in}}$  流出而后进入交叉口  $i$  的流量;  $y_{i,r}$  描述的是从交叉口  $i$  流出并流入下游交叉口  $r \in N_i^{\text{out}}$  的输出流量。为方便后续的表达,将省略相关变量中的时间步长序号  $(k_0+p)$ ,例如,  $x_i(k_0+p)$  可被简化表述成  $x_i$ 。同基础的 MPC 模型,式(15)和式(16)表示初始状态和状态转移方程;式(17)和式(18)表示信号配时参数的关系;式(19)和式(20)为交叉口  $i$  及其相邻交叉口间的流量交互约束。

基于各交叉口所建立的控制优化问题,在分布式控制框架下,整个路网的控制优化问题式(7)~式(11)便可转化为多个子问题的集合,即

$$\begin{aligned} \min J_{\text{TTS}} &= \min \sum_{i \in W} J_{i,\text{TTS}} \\ \text{s.t. 式(15)~式(22)} \end{aligned} \quad (23)$$

### 2.3 求解算法

优化模型中,耦合约束式(19)和式(20)的存在,意味着各交叉口在求解其对应的子问题时需要相邻交叉口传递的流量信息,考虑交通流的耦合作用。为实现交叉口信号控制方案的独立求解,本文

采用 Benders 分解算法<sup>[12]</sup>,将原问题分解为独立求解单个交叉口信号配时方案的 Primal 问题,以及协调相邻交叉口间交通流耦合关系的 Master 问题。

根据状态转移方程式(16),不难发现,若确定上游交叉口的输入流量  $z$  (即到达车流),交叉口便可根据自身的交通状态信息独立运行,求解最优控制决策。因此,将交叉口到达车流  $z$  定义为 Benders 分解思路中的关键变量,设计分解结构,将每个交叉口的控制优化问题分解为 Primal 问题和 Master 问题。在 Primal 问题中,固定关键变量  $z$  的值,根据交叉口内部的交通状态信息求解最优信号配时方案;在 Master 问题中,基于上游交叉口反馈的信息,实现关键变量  $z$  的优化。

在此基础上,本文设计了由本地控制层和协调层组成的双层分布式信号控制结构,如图 5 所示。在本地控制层,各交叉口可以独立地求解 Primal 问题,以获得最优信号控制方案,而后,根据 Primal 问题的最优解构建的 Benders cut 约束将被传递给协调层;协调层则主要负责各交叉口 Master 问题的构建以及相邻交叉口间的协调交互,并将关键变量的优化结果传递给本地控制层。

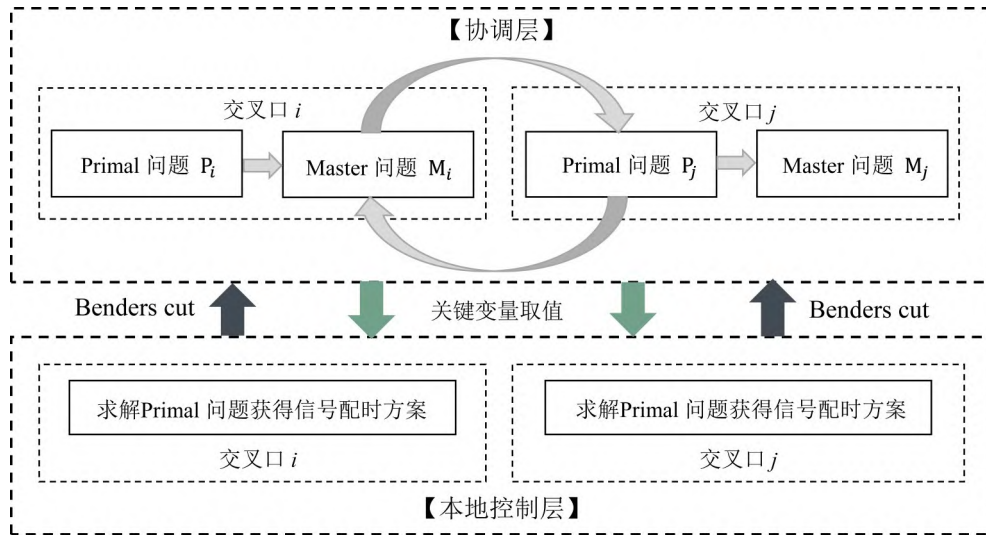


图 5 双层分布式 MPC 控制结构

Fig. 5 Two-layer distributed MPC control structure

#### (1) Primal 问题的构建

以交叉口  $i \in W$  为例,当来自上游交叉口  $j \in N_i^{\text{in}}$  的输入流量  $z_{j,i}$  确定为定值  $z_{j,i}^{\sim}$  时,即  $z_{j,i} = z_{j,i}^{\sim}$ ,式(19)可暂时移除,式(16)和式(21)中的  $z_{j,i}$  被赋值为  $z_{j,i}^{\sim}$ ,由此可得到交叉口  $i$  的 Primal 问题为

$$\min_{u_i} J_{i,\text{TTS}} = \min_{u_i} \sum_{p=1}^{N_p} T \cdot x_i(k_0+p) \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \text{s.t. } x_i(k_0+p+1) &= x_i(k_0+p) + Bu_i(k_0+p) + \\ &Dd_i(k_0+p) + z_i^{\sim}(k_0+p) + e_i(k_0+p) \end{aligned} \quad (25)$$

$$z_i(k_0+p) = z_i^{\sim}(k_0+p) = \sum_{j \in N_i^{\text{in}}} z_{j,i}^{\sim}(k_0+p) \quad (26)$$



$$p=0, \dots, N_p - 1 \quad (27)$$

式(15)、式(17)和式(18)

需要注意的是,交叉口  $i$  与其下游交叉口  $r \in N_i^{\text{out}}$  之间的交互约束式(20),是在交叉口  $r$  的 Primal 问题中考虑。

通过求解交叉口  $i$  的 Primal 问题,可以实现交通信号控制方案  $u_i$  的优化,进一步,基于 SF 交通流模型,可以根据交通信号控制方案  $u_i$ 、路段状态  $x_i$  以及输入流量  $z_i^-$  计算交叉口  $i$  的输出流量  $y_i$ 。

此外,交叉口  $i$  的 Primal 问题的最优解  $u_i^*$ ,  $x_i^*$ ,  $y_i^*$  以及目标函数值  $J_{i,\text{TTS}}^*$  将被用于构建 Benders cut 约束和交叉口  $i$  的 Master 问题。根据式(26),在引入对偶乘子  $\lambda_i^*$  后, Benders cut 可构建为

$$L(z_i) = J_{i,\text{TTS}}^* + \lambda_i^*(z_i - z_i^-) = J_{i,\text{TTS}}^* + \sum_{j \in N_i^{\text{in}}} \lambda_{j,i}^*(z_{j,i} - z_{j,i}^-) \quad (28)$$

式中:  $\lambda_{j,i}^*$  为对偶乘子,表示目标函数值(路网性能指标 TTS)随变量  $z_{j,i}$  的值变化而变化的大小。根据式(14)和式(16),  $z_{j,i}$  作为输入车辆数每增加  $\Delta$ , 目标函数值将增加  $T \cdot \Delta$ , 满足  $\lambda_{j,i}^* = T \cdot \Delta / \Delta = T$ 。

## (2) Master 问题的构建

根据对偶理论,以关键变量  $z_{j,i}$  为优化变量,结合 Benders cut 和式(19),交叉口  $i$  的 Master 问题可构建为

$$\min_{z_{j,i}} \eta_i \quad (29)$$

$$\text{s.t. } z_{j,i} = y_{j,i} \quad (30)$$

$$L(z_i) = J_{i,\text{TTS}}^* + \sum_{j \in N_i^{\text{in}}} \lambda_{j,i}^*(z_{j,i} - z_{j,i}^-) \leq \eta_i, \quad \forall j \in N_i^{\text{in}} \quad (31)$$

式(31)中的  $y_{j,i}$  为交叉口  $j$  的输出流量,同时也是交叉口  $j$  的 Primal 问题中的优化结果之一。为满足相邻交叉口间的流量交互关系,交叉口  $i$  的 Master 问题中应考虑交叉口  $j$  的 Primal 问题对于  $y_{j,i}$  的约束。路网中各个交叉口的 Primal 问题和 Master 问题可以按照类似的方式构建。

通过求解交叉口  $i$  的 Master 问题式(29)~式(31)便可得到优化后的关键变量的值  $z_{j,i}^*$  和目标函数值  $\eta_i^*$ , 随后,  $z_{j,i}^*$  作为下一次迭代时关键变量的取值代入交叉口  $i$  的 Primal 问题中。此外,每次迭代,根据交叉口  $i$  的 Primal 问题的求解结果均会构建 1 个新的 Benders cut 约束加入到交叉口  $i$  的 Master 问题中。根据 Benders 分解的原理,对于路网总行程时间最小化问题来说,Primal 问题和 Master 问题的目标函数值分别为原问题的目标函数提供了上界和

下界<sup>[12]</sup>。通过 Primal 问题和 Master 问题间的反复迭代,当 Primal 问题的目标函数值和 Master 问题的目标函数值相等时,算法便可实现收敛。因此,针对整个路网来说,算法的收敛条件为

$$\|J_{\text{TTS}}^* - \eta\|_2 \leq \varepsilon \quad (32)$$

## (3) 算法求解步骤

基于上述分析,便可得到基于 Benders 分解的分布式 MPC 信号控制优化算法,算法的求解步骤具体如下:

Step 1 令迭代次数  $s=1$ , 采集当前时刻交通状态信息,初始化收敛阈值  $\varepsilon$  和关键变量的设定值  $z^{s-}$ 。

Step 2 求解各交叉口的 Primal 问题  $P^s$  (式(24)~式(27))得到优化解  $u^{s*}$ 、 $x^{s*}$  和  $y^{s*}$  以及最优目标函数值  $J_{\text{TTS}}^{s*}$ 。

Step 3 根据 Primal 问题的优化解构建 Benders cut 约束和各交叉口的 Master 问题  $M^s$  (式(29)~式(31))。

Step 4 求解各交叉口的 Master 问题  $M^s$ , 得到优化后的关键变量的值  $z^{s*}$  和目标函数值  $\eta^{s*}$ 。

Step 5 判断收敛条件  $\|J_{\text{TTS}}^* - \eta\|_2 \leq \varepsilon$  是否成立? 成立,则算法收敛,  $u^{s*}$  即为所求的最优控制方案;否则,令  $z^{s+1-} = z^{s*}$ ,  $s = s + 1$ , 并回到 Step 2。

## 3 算例分析

为验证基于 MPC 分层分布式控制方法的性能,本文在 Nguyen-Dupius 路网(ND 路网)<sup>[13]</sup>和安徽宣城市的实际路网上应用。实验设计分为两部分:

(1) 与集中式 MPC 方法、感应式控制方法<sup>[14]</sup>和定时控制方法<sup>[15]</sup>对比,验证所提出的基于 Benders 分解的分布式模型预测控制算法(分布式 Benders MPC)的性能;

(2) 探究周期优化对控制结果的影响,分析包含周期优化层的分层控制方法的性能。

### 3.1 实验设置

图 6(a)所示的 ND 路网是单向路网,包含 13 个控制交叉口和 23 条路段,其中,路段  $x_1$  和路段  $x_2$  为网络进口,路段  $x_{22}$  和路段  $x_{23}$  为网络出口。图 6(b)所示的宣城路网是 1 个双向路网,由 8 个信号控制交叉口和 1 个非信号控制交叉口(交叉口 5)组成,包含 9 条进口道和 9 条出口道在内,该路网有 42 条路段。2 个路网中的信号控制交叉口皆设置为两相位交叉口。假设路段流量转向比为固定转向比, ND

路网的转向比设置如表1所示,宣城路网的转向比设置假设为各方向均分。实验选用CPLEX 12.5.1作为优化求解器,基于Visual Studio2019使用C#语言实现求解算法。硬件环境为Intel(R) Core(TM)

i7-10700 CPU @ 2.90 GHz,内存为 16 GB。软件环境为Windows 10系统。实验中其他参数的设置如表2所示。实验的仿真时间总计2 h,即36个仿真步长。

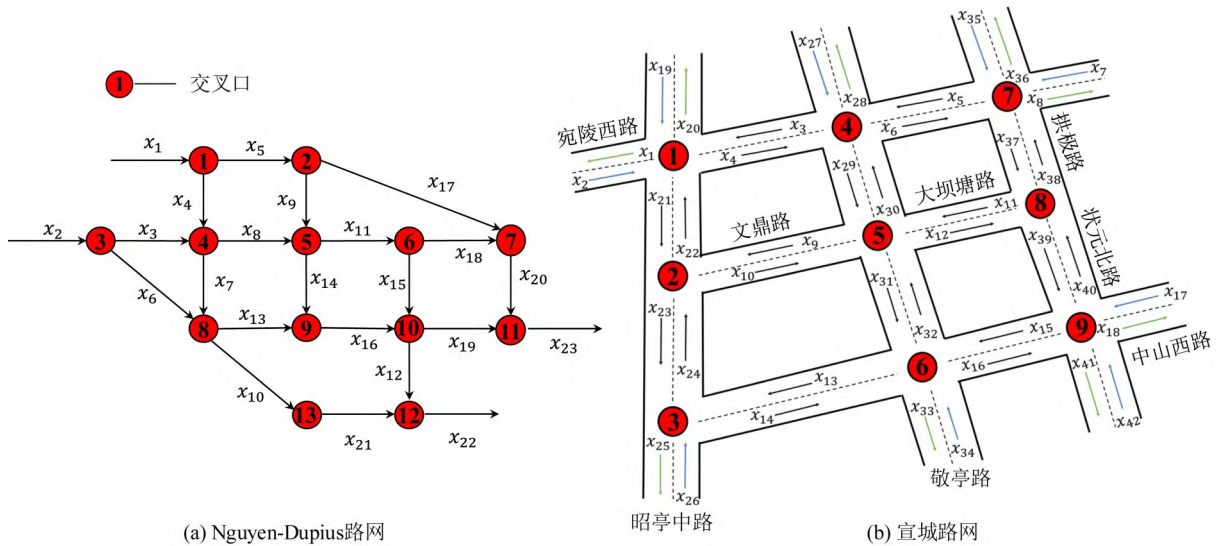


图6 算例路网

Fig. 6 Test networks

表1 Nguyen-Dupuis路网转向比设置

Table 1 Turning ratios for Nguyen-Dupuis network

| 路段<br>标号 | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   | 13   | 14   | 15   | 16   | 17   | 18   | 19   | 20   |
|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1        | 0.00 | 0.40 | 0.60 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 2        | 0.35 | 0.00 | 0.00 | 0.65 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 3        | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.45 | 0.55 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 4        | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.55 | 0.45 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 5        | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.35 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.65 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 6        | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.40 | 0.00 | 0.00 | 0.60 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 7        | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.60 | 0.00 | 0.00 | 0.40 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 8        | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.50 | 0.00 | 0.00 | 0.50 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 9        | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.45 | 0.00 | 0.00 | 0.55 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 10       | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 11       | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.55 | 0.00 | 0.00 | 0.45 | 0.00 | 0.00 |
| 12       | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 13       | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 1.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 14       | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 1.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 15       | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.65 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.35 | 0.00 |
| 16       | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.40 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.60 | 0.00 |
| 17       | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 1.00 |
| 18       | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 1.00 |

假设路网每个进口交通需求输入相同,针对2个算例路网,根据需求大小的不同各设置2种需求水平:低需求和高需求,如图7所示。此外,用扰动项表示路段车辆数的波动,由于随机波动导致路段车辆数预测值和实际值间存在误差,本文分析高扰动和低扰动这2种扰动状态,并假设各路段扰

动值的大小随机产生。其中,高扰动状态下各路段扰动值的取值范围为[4, 6],低扰动状态下各路段扰动值的取值范围为[2, 4]。通过组合不同的交通需求水平和扰动状态可得4种不同的实验场景:低需求低扰动、低需求高扰动、高需求低扰动及高需求高扰动。



表2 参数设置  
Table 2 Parameter settings

| 变量名               | 物理含义          | 数值                                     |
|-------------------|---------------|--|
| $S$               | 饱和流率          | $2000 \text{ veh} \cdot \text{h}^{-1}$ |
| $C$               | 周期时长(讨论下层方法时) | 120 s                                  |
| $T$               | 下层控制时间间隔      | 200 s                                  |
| $T_{\text{OC}}$   | 上层周期更新时间间隔    | 120 s                                  |
| $T_{\text{lost}}$ | 交叉口损失时间       | 12 s                                   |
| $u_{\text{max}}$  | 最大绿灯时间        | 80 s                                   |
| $u_{\text{min}}$  | 最小绿灯时间        | 20 s                                   |

### 3.2 实验结果

#### (1) 分布式Benders MPC方法的控制性能分析

##### ① MPC预测时域的影响分析

本文提出基于Benders分解的分布式MPC控制方法,目的是希望在降低对整体控制性能影响的前提下,分解路网,提高计算效率。选取1次仿真实验的路网总行程时间(Total Time Spent, TTS)和CPU计算时间作为指标,分别评价控制方案的优化性能和计算效率。由于集中式控制同时求解所有控制变量,能获得较好的全局优化解,但需要耗费更长的计算时间。以集中式MPC方法为基准,定义指标TTS-error和Time-reduce,分别表示本文提出的分布式Benders MPC的TTS指标增加的比例和计算时间减少的比例。针对ND路网,首先,以

高需求低扰动实验场景为例,对比分布式Benders MPC与集中式MPC这2种方法在不同预测时域下的结果,如表3所示。通过对比2种方法的TTS结果,显然集中式MPC方法由于求解全局问题,对应的路网总行程时间TTS值小于分布式Benders MPC的结果。随着预测时域的增加,分布式Benders MPC的TTS结果与集中式MPC的结果间的差距呈现下降的趋势。在计算时间方面,分布式Benders MPC通过问题分解降低了求解规模,其计算时间均小于集中式MPC方法,尤其是当 $N_p \geq 4$ 时,分布式Benders MPC在计算时间上表现出明显的优势。进一步对比不同预测时域下TTS-error和Time-reduce值,可以发现,相较于延误增加的程度,分布式Benders MPC方法在计算时间上减少的幅度更大,例如,当 $N_p = 5$ 时,相较于集中式MPC,分布式Benders-MPC的TTS增加了9.25%,计算效率提升达42.24%。结果表明:所提出的分布式方法会以少量增加延误为代价大幅降低计算时间,这即是分布式控制结构的优势所在,尤其随着预测时域的增加,分布式Benders MPC方法的优势愈发明显。综合考虑控制性能和计算时间,在后续ND路网的实验中预测时域的取值选择 $N_p = 4$ 。

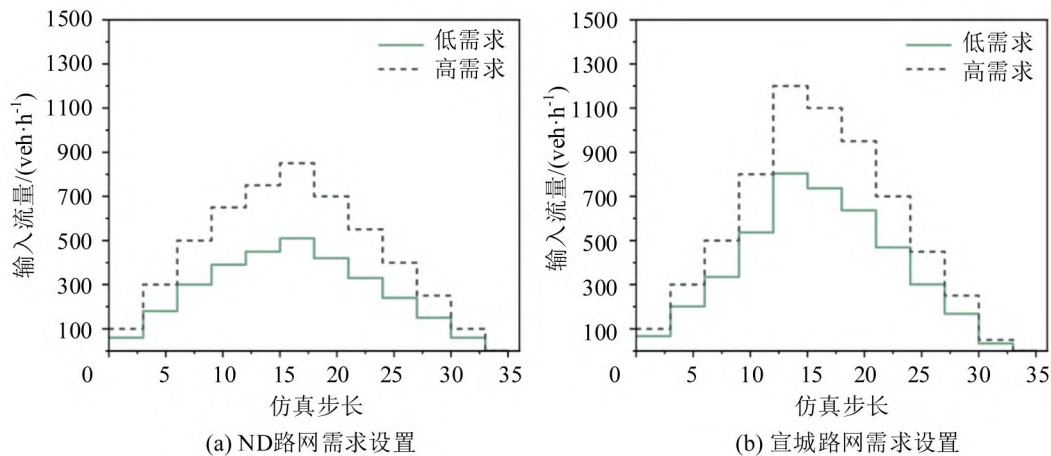


图7 交通需求

Fig. 7 Traffic demand

表3 不同预测时域的结果分析(ND路网)

Table 3 Results under different prediction horizons (ND network)

| 预测时域 | 集中式MPC                                    |        | 分布式Benders MPC                            |        | TTS-error/% | Time-reduce/% |
|------|---|--------|---|--------|-------------|---------------|
|      | TTS/( $10^6 \text{ veh} \cdot \text{s}$ ) | Time/s | TTS/( $10^6 \text{ veh} \cdot \text{s}$ ) | Time/s |             |               |
| 1    | 2.907                                     | 0.45   | 3.334                                     | 0.44   | 14.69       | 2.22          |
| 2    | 2.879                                     | 0.79   | 3.237                                     | 0.77   | 12.43       | 2.53          |
| 3    | 2.865                                     | 1.17   | 3.233                                     | 1.12   | 12.84       | 4.27          |
| 4    | 2.912                                     | 1.89   | 3.251                                     | 1.47   | 11.64       | 22.22         |
| 5    | 2.875                                     | 3.03   | 3.141                                     | 1.75   | 9.25        | 42.24         |

### ② 信号控制方案和路段车辆数结果分析

除了对比路网总行程时间性能指标外,实验结果还分析了分布式 Benders MPC 和集中式 MPC 优化得到的控制方案和每个时间步长内的路段车辆数随时间变化的结果。交叉口 2 和交叉口 8 东西相位绿灯时间的设置方案如图 8 所示,可以发现交叉口的控制方案随着交通状态的变化而变化,且大部分时间,分布式 Benders MPC 方法得到的控制方案

均与集中式 MPC 方法保持一致。相似的结论也可以通过比较网络中路段车辆数的变化得到,如图 9 所示,以路段 2 和路段 10 为例,2 种方法计算得到的路段车辆数的变化趋势基本相同。分布式 Benders MPC 控制方法将路网分解为独立交叉口进行求解,由于采用协调算法考虑交叉口间车流耦合作用,分解方法能较好地逼近集中式整体求解的效果。

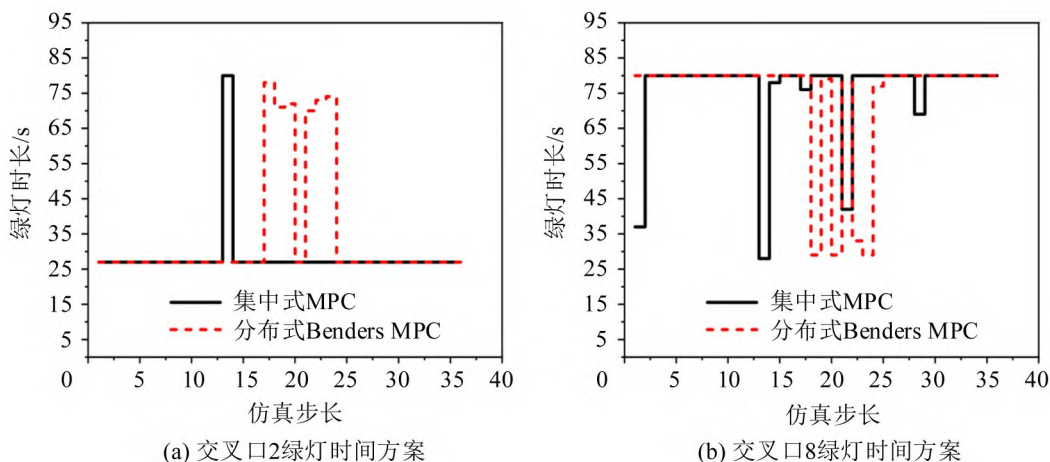


图 8 2 种 MPC 方法的绿灯时间方案对比(ND 路网)

Fig. 8 Comparison of signal timing plans for two MPC methods (ND network)

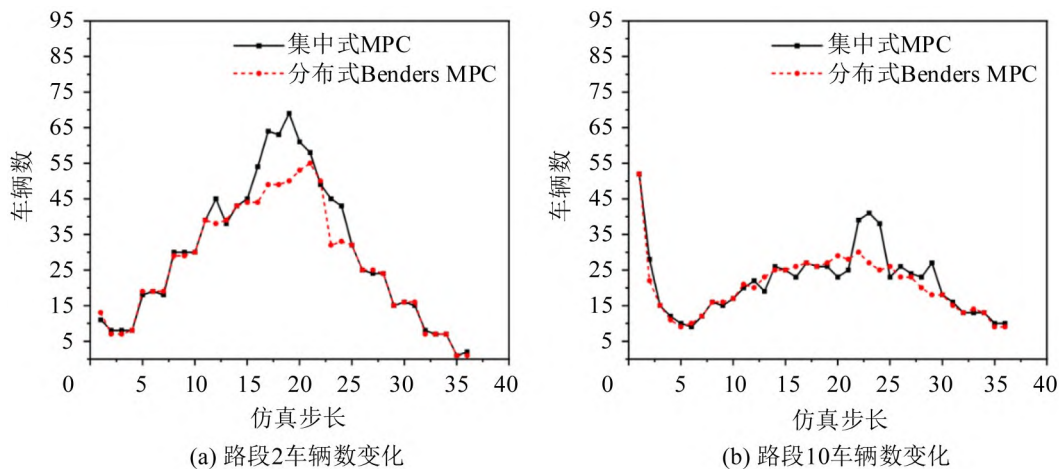


图 9 2 种 MPC 方法的车辆数结果对比(ND 路网)

Fig. 9 Comparison of number of vehicles for two MPC methods (ND network)

### ③ 不同实验场景下 4 种控制方法的结果对比

此外,本文还对比了 2 种 MPC 控制方法与感应式控制方法、定时控制方法在前述 4 种不同实验场景下的结果。4 种方法在不同实验场景下的累计 TTS 结果如图 10 所示。不同实验场景下,集中式 MPC 均能获得最小的延误。在仿真实验的初期,4 种方法间的差距并不大。随着仿真的进行,分布式 Benders MPC、感应式控制和定时控制的累计 TTS 值超过集中式 MPC,相对来说,定时控制方法

延误的增长速率更快,尤其是在第 20 个时间步长之后,定时控制方法的累计 TTS 值迅速增加,与 MPC 方法间的差距也越发明显。而相较于感应式控制方法,2 种 MPC 控制方法的路网整体性能也有所提升,体现了 MPC 控制策略的优势,即加入模型预测和反馈矫正过程后,路网交通信号控制能够更好地适应交通流的实时性变化波动。进一步对比不同需求场景下的结果可以发现,需求越高,4 种方法获得的 TTS 值也越大。针对扰动水平来说,高扰

动场景下的累计TTS值的增长速度明显更快。相较于定时控制方法,扰动的增大对于其他3种方法的影响更小。不同实验场景下,感应式控制方法、定时控制方法和分布式Benders MPC方法的TTS-error值如图11(a)所示,对比集中式MPC方法的整

体性能指标的降低程度,可以发现,分布式Benders MPC的TTS-error值小于感应式控制方法,且明显小于定时控制方法,意味着相较于定时控制方法来说,分布式Benders MPC控制性能有较大的提升,能保证较好的路网整体控制性能。

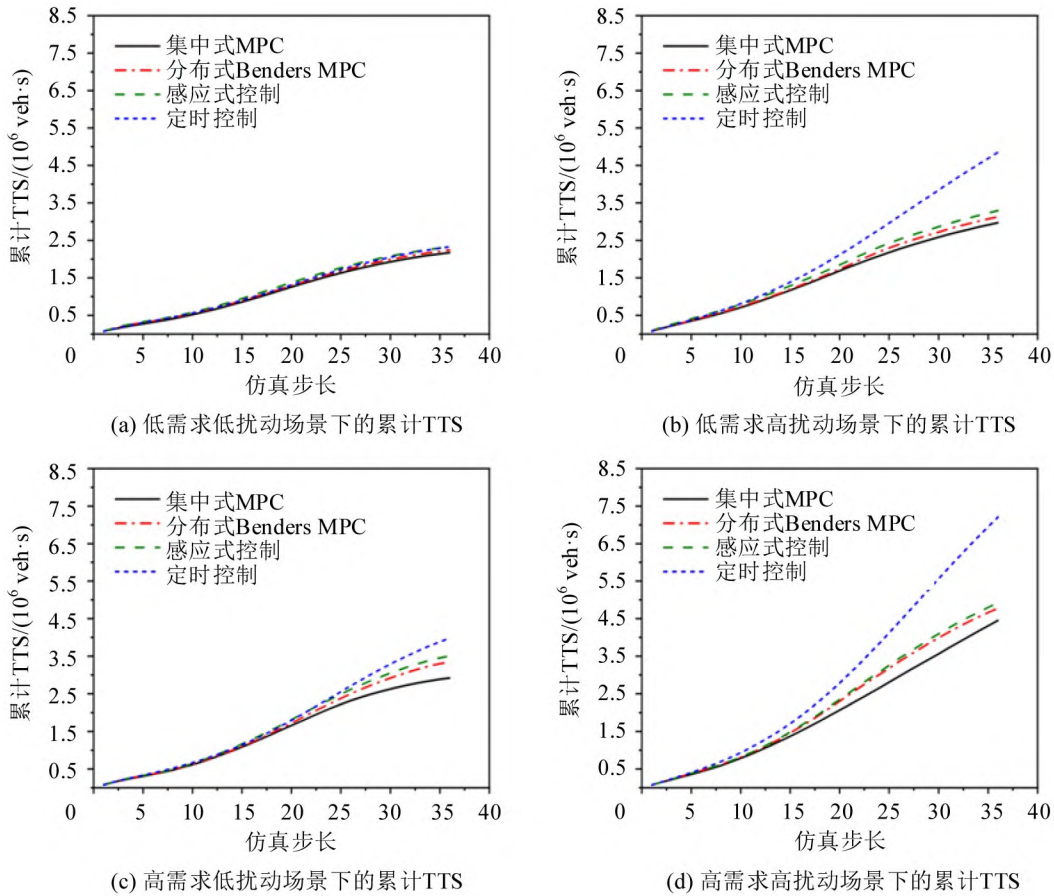


图 10 不同实验场景下的累计TTS (ND路网)

Fig. 10 Accumulative TTS under different experimental scenarios (ND network)

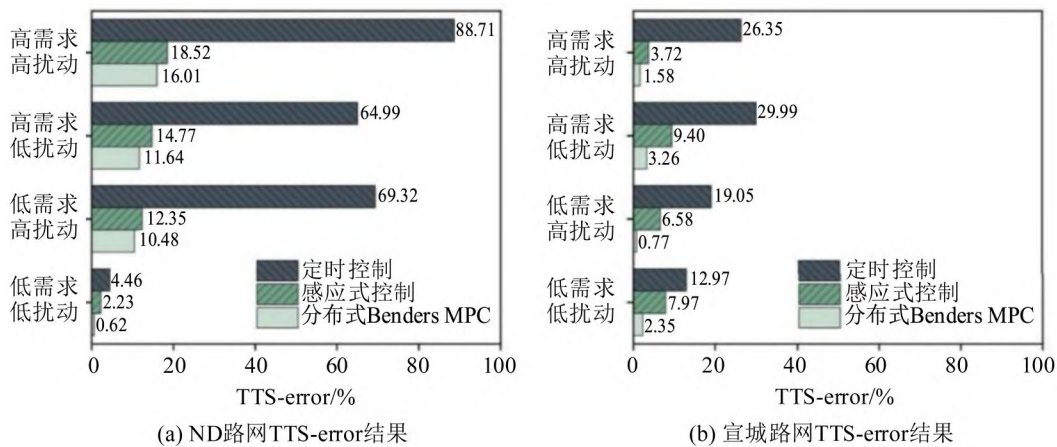


图 11 不同实验场景下的TTS-error结果

Fig. 11 TTS-error under different experimental scenarios

为证明方法在实际路网上的适用性,本文将方法在宣城的路网上进行进一步验证。4种方法在宣

城路网上的TTS结果和TTS-error指标值如表4和图11(b)所示,从对比集中式方法的整体性能指标



TTS降低程度来看,也可以得出相似的结论,即不同实验场景下,定时控制的TTS对比集中式控制增加12.97%以上,在交通需求较高的情况下,增加至29.99%,定时控制的路网总行程时间效果不佳;分布式Benders MPC方法的路网行程时间增加程度最少,不同场景为0.77%~3.26%。对比定时控制方法,分布式Benders MPC方法的路网总行程时间减少了9.40%~20.57%。实验结果表明,分布式Benders MPC方法能够获得接近集中式控制全局最优的解,其控制性能优于定时控制方法和感应式控制方法。

表4 3种方法的总TTS结果分析(宣城路网)

Table 4 Total TTS results for three methods  
(Xuancheng network)

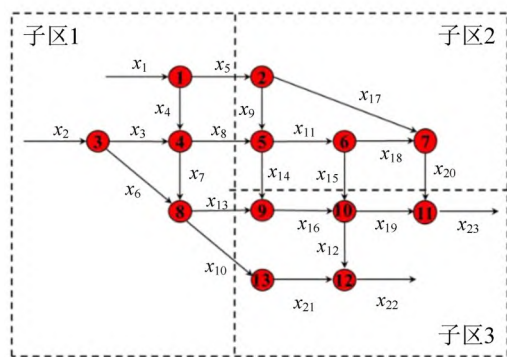
| 实验场景设置 | TTS/( $10^7$ veh·s) |       |       |                 |
|--------|---------------------|-------|-------|-----------------|
|        | 集中式 MPC             | 定时控制  | 感应式控制 | 分布式 Benders MPC |
| 低需求低扰动 | 0.979               | 1.106 | 1.057 | 1.002           |
| 低需求高扰动 | 1.307               | 1.556 | 1.393 | 1.317           |
| 高需求低扰动 | 1.627               | 2.115 | 1.780 | 1.680           |
| 高需求高扰动 | 2.148               | 2.714 | 2.228 | 2.182           |

## (2) 周期优化层的控制性能分析

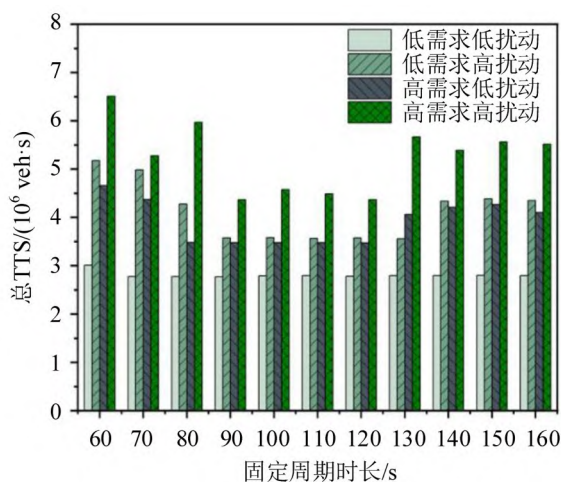
在分层递阶控制结构中,不仅仅采用分布式结构优化各交叉口配时方案,此外,上层还引入了周期优化层,根据不同子区交通流运行状况实时更新周期,进一步提升路网整体运行效率。本文对比所

提出的包含周期优化层的分层控制方法(Three-layer MPC)与现有路网分布式 MPC 方法(HiCo-MPC)<sup>[10]</sup>,展示周期优化层的控制效果。其中,HiCo-MPC方法采用双层分布式控制结构优化交叉口绿信比,并假设固定周期时长,未考虑不同交通流运行状态对信号周期设置的影响。

首先,将ND路网的13个交叉口划分为3个子区,如图12(a)所示,假设相同子区内的交叉口交通状况相同,采用相同的周期时长,周期优化层将分别根据各子区的交通流量状态确定该子区对应的最优周期。在本实验中,设置上层周期更新频率与下层控制保持一致,设定周期时长的变化范围为60~160 s。此外,为提升对比实验的合理性,在进行实验之前,需要标定HiCo-MPC方法中的固定周期取值,寻找一个合理的固定周期时长。不同实验场景下,列举不同固定周期对应的路网总行程时间TTS值如图12(b)所示,由此选定对应TTS较小的周期时长120 s作为HiCo-MPC方法中的给定周期。2种方法计算的总TTS值结果如表5所示。从中可以发现,考虑周期优化的Three-layer MPC方法,由于可以根据实时的流量信息灵活调整周期时长,相较于仅优化绿信比的方案,路网运行效率进一步提升,在不同场景下,路网总行程时间下降约3%。由此,验证了加入上层周期优化的分层控制方法的控制效果。



(a) 路网分区结果



(b) 不同固定周期下的总TTS

图12 周期时长分析(ND路网)

Fig. 12 Sensitivity analysis on cycle length

## 4 结论

本文针对城市路网交通信号控制问题提出一种分层分布式控制方法,得到主要结论如下:

(1) 分布式Benders MPC方法通过路网分解提高计算效率,同时,利用分解算法协调交叉口之间的交通流交互作用,兼顾考虑求解方案的最优控制

性能。与集中式 MPC、感应式控制方法及定时控制方法的对比实验结果表明,不同实验场景下,分布式 Benders MPC 均能获得接近集中式 MPC 方法的整体优化控制效果(宣城路网算例的路网总行程时间相差在 3.29% 以下)。相较于定时控制方法,分布式 Benders MPC 方法具有实时自适应能力,在降低交通延误和处理随机干扰上具有优势,不同场景下的路网总行程时间减少了 9.40%~20.57%。在兼顾控制性能的同时,由于将路网控制问题分解为独立求解的单交叉口控制问题,相较于集中式 MPC 方法,分布式 Benders MPC 方法的计算效率有了明显的提升,计算效率提升效果可达 42.24%。

表 5 有无周期优化层的总 TTS 结果对比(ND 路网)  
Table 5 Comparison of total TTS results with and without cycle optimization layer (ND network)

| 实验场景设置 | TTS/(10 <sup>6</sup> veh·s) |                 | TTS 减少/% |
|--------|-----------------------------|-----------------|----------|
|        | HiCo-MPC                    | Three-layer MPC |          |
| 低需求低扰动 | 2.783                       | 2.701           | 2.95     |
| 低需求高扰动 | 3.567                       | 3.472           | 2.67     |
| 高需求低扰动 | 3.463                       | 3.364           | 2.86     |
| 高需求高扰动 | 4.809                       | 4.675           | 2.79     |

(2) 有周期和无周期优化层的分层控制方法的对比结果表明,在控制结构的上层引入周期优化层后,可以根据交通状态信息实时调整周期长度,进一步提升路网的整体运行效率,相较于未考虑周期时长优化的 HiCo-MPC 方法,不同实验场景下的路网总行程时间下降约 3%。

## 参考文献

- [1] 路婷, 贝晓旭, 刘桂云. 基于交叉口重要度深度搜索的区域信号协调控制方法[J]. 交通运输系统工程与信息, 2018, 18(2): 80–86. [LU T, BEI X X, LIU G Y. An area-wide traffic signal coordination method based on the deep first search of intersection's importance[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2018, 18(2): 80–86.]
- [2] HUNT P B, ROBERTSON D I, BRETHERTON R D, et al. The SCOOT on-line traffic signal optimisation technique[J]. Traffic Engineering & Control, 1982, 23(4): 190–192.
- [3] LOWRIE P. The sydney coordinated adaptive traffic system: Principles, methodology, algorithms[C]. London, United Kingdom: IEEE, 1982.
- [4] ABOUDOLAS K, PAPAGEORGIOU M, KOUVELAS A, et al. A rolling-horizon quadratic-programming approach to the signal control problem in large-scale congested urban road networks[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2010, 18(5): 680–694.
- [5] LIN S, DE SCHUTTER B, XI Y, et al. Model predictive control for urban traffic networks via MILP[C]. United States: IEEE, 2010.
- [6] YE B L, WU W, GAO H, et al. Stochastic model predictive control for urban traffic networks[J]. Applied Sciences, 2017, 7(6): 588.
- [7] 江竹, 林豪, 李树彬, 等. 城市快速路分层分布式优化控制方法研究[J]. 交通运输系统工程与信息, 2020, 20(2): 101–106. [JIANG Z, LIN H, LI S B, et al. Hierarchical and distributed optimal control research on urban freeway network[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2020, 20(2): 101–106.]
- [8] DE OLIVEIRA L B, CAMPONOGARA E. Multi-agent model predictive control of signaling split in urban traffic networks[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2010, 18(1): 120–139.
- [9] TIMOTHEOU S, PANAYIOTOU C G, POLYCARPOU M M. Distributed traffic signal control using the cell transmission model via the alternating direction method of multipliers[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2014, 16(2): 919–933.
- [10] YE B L, WU W, LI L, et al. A hierarchical model predictive control approach for signal splits optimization in large-scale urban road networks[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2016, 17(8): 2182–2192.
- [11] 裴华鑫, 杨敬轩, 胡坚明, 等. 大规模路网中分布式车辆群体协同决策方法[J]. 交通运输工程学报, 2022, 22(3): 174–183. [PEI H X, YANG J X, HU J M, et al. Distributed cooperative decision-making method for vehicle swarms in large-scale road networks[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2022, 22(3): 174–183.]
- [12] 江雨星, 牛惠民. 需求响应的集装箱班列时刻表优化及 Benders 分解算法[J]. 交通运输系统工程与信息, 2020, 20(5): 191–198. [JIANG Y X, NIU H M. Optimization of demand-response container train timetables and benders decomposition[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2020, 20(5): 191–198.]
- [13] NGUYEN S, DUPUIS C. An efficient method for computing traffic equilibria in networks with asymmetric transportation costs[J]. Transportation Science, 1984, 18(2): 185–202.
- [14] 李水友, 刘智勇. 城市交通感应控制综述[J]. 城市交通, 2006, 4(6): 64–69. [LI S Y, LIU Z Y. A general description of urban traffic inductive-loop signal control [J]. Urban Transport of China, 2006, 4(6): 64–69.]
- [15] WEBSTER F V. Traffic signal settings[R]. London: Road Research Laboratory, 1958.