

建筑结构计量抽样检测推定区间的理解与计算

李瑞雪¹, 刘天明²

(1. 北京市建设工程质量第二检测所有限公司, 100000, 北京; 2. 北京强佑房地产开发有限公司, 100000, 北京)

摘要: 建筑结构检测规定了材料强度等计量抽样检测的结果, 且提供推定区间。为了更好地解释推定区间的含义, 不同置信度的均值和 95% 保证率特征值推定区间的上限值和下限值系数, 利用数理统计的概念推导了推定区间系数函数所服从的概率分布, MATLAB 计算程序对不同样本容量、置信度、分位数的上限值系数和下限值系数进行了计算。计算结果与规范表中的系数高度吻合, 进一步验证了理论推导及计算程序的正确性, 提出上限值系数和下限值系数具体的求解方法。

关键词: 统计推断; 计量抽样; 推定区间; 置信度; 非中心 t 分布

中图分类号: TU 317

文献标志码: A

文章编号: 1000-4726(2023)13-1562-05

UNDERSTANDING AND CALCULATION OF ESTIMATED INTERVAL FOR METROLOGICAL SAMPLING INSPECTION OF BUILDING STRUCTURE

LI Rui-xue¹, LIU Tian-ming²

(1. Beijing Second Construction Engineering Quality Inspection Institute Co., Ltd., 100000, Beijing, China; 2. Beijing Qiangyou Real Estate Development Co., Ltd., 100000, Beijing, China)

Abstract: In the inspection of building structures, it is stipulated that the estimation interval should be provided for inspection results of material strength and other sampling inspection batches. In order to further understand the meaning of the estimation interval and accurately calculate the upper and lower limit coefficients of estimation intervals for mean values and characteristic values with 95% assurance rate at different confidence levels, the probability distribution for the functions of estimation interval coefficients was derived with the concept of mathematical statistics, and the MATLAB calculation program was calculated the upper and lower limit coefficients with different sample sizes, confidence levels, and quantiles. The results and the coefficients in the specification table are highly consistent, further verifying the correctness of the theoretical derivation and calculation program. Specific solutions are given for the upper and lower limit coefficients, which can be directly applied in engineering as appropriate.

Keywords: statistical inference; method of variables; estimated interval; confidence level; non-central t-distribution

建筑结构检测有全数检测或抽样检测两种方式。根据抽样检测的理论, 随机抽样无法得到总体的准确数值, 只能得到总体的近似估计值。因此, 提供一个区间(由上限值与下限值组成), 并得出总体值, 其落在这个区间的可信程度是更为合理的^[1-2]。

对于符合正态分布的性能参数, 可推测该参数总体特征值或均值, 推定时应提供被推定值的推定区间^[2-3]。当总体标准差未知, 总体均值和具有 95% 保证率特征值的推定区间上限值和下限值可通过样本的平均值、样本标准差及推定系数确定, 其中推定系数与样本容量、推定区间的置信度、错判概率和漏判概率有关。

1 区间估计

区间估计是参数估计的一种形式, 是指根据样本统计量, 遵循抽样分布的原理, 用概率表示总体参数可能落在某数值区间之内的推算方法。置信度是区间估计理论最为基本的概念, 即区间一定是在某置信度下的区间, 置信度也称置信系数或置信水平。区间估计的种类很多, 主要有总体平均值的区间估计、总体百分数的区间估计、标准差和方差的区间估计、其他相关系数的区间估计等。

假设对于总体 X 的未知参数 μ , 用来自总体 X 的样本 $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ 构造两个统计量 $\mu_1(X_1, X_1, X_1, \dots, X_n)$ 与 $\mu_2(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$, $\mu_1 < \mu_2$, 使得 $[\mu_1, \mu_2]$ 包含 μ 的概率为置信度 $1-\alpha$ ($0 < 1-\alpha < 1$), 即 $P(\mu_1 < \mu < \mu_2) = 1-\alpha$, α 也称显著性水平。区

收稿日期: 2023-05-21

作者简介: 李瑞雪 (1991—), 男, 河北邯郸人, 工程师, 硕士,
e-mail: wshengli2022@126.com.

间 $[\mu_1, \mu_2]$ 称为 μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的区间估计或置信区间, μ_1 、 μ_2 分别为区间的上限值与下限值。区间越小代表数值越精确, 但可靠度 $1-\alpha$ 会降低; 相反, 区间越大, 可靠度越高, 但可能无法满足精度的要求。在实际工程中, 对精度与可靠度均做了明确的规定。

例如, 材料强度计量抽样检测中, 可靠度的要求: 推定区间的置信度宜取 0.90, 错判概率和漏判概率均宜为 0.05。特殊情况下, 推定区间的置信度为 0.85, 漏判概率取为 0.10, 错判概率仍为 0.05^[2-4]。精度的要求: 推定区间上限值与下限值的差值, 不宜大于相邻强度等级的差值和推定区间上限值与下限值算数平均根的 10% 两者中的较大值。

2 推定区间计算

2.1 总体均值的推定区间

均值代表随机变量取值的平均水平, 正态分布中也称 0.5 分位值。假设有来自总体 X 的样本 $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ 。样本均值 m 和样本标准差 s 均称为统计量, 计算公式如下:

$$m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (1)$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - m)^2}{n-1}} \quad (2)$$

根据计量抽样方法求检测量的总体分布正态分布^[2], 假设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, m 与 s 相互独立, 则有:

$$m \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n}) \quad (3)$$

$$\frac{m - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1) \quad (4)$$

$$\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1) \quad (5)$$

$$\frac{m - \mu}{s / \sqrt{n}} \sim t(n-1) \quad (6)$$

总体均值 μ , 标准差 σ 都是未知的, 通过一个区间 $[\mu_1, \mu_u]$ 计算 μ :

(1) 参数 μ 与统计量 m 、 s 的关系表达式如下:

$$\begin{cases} \mu = m - ks \\ \mu_1 = m - k_1 s \\ \mu_u = m - k_u s \end{cases} \quad (7)$$

(2) 构造枢轴变量 $\sqrt{nk}(m, s, \mu)$, \sqrt{nk} 服从 $t(n-1)$

分布^[5], 且分布与 μ 无关:

$$\sqrt{nk} = \frac{m - \mu}{s / \sqrt{n}} \sim t(n-1) \quad (8)$$

(3) 对于置信度 0.90 ($1-\alpha$), 漏判概率为 0.05、错判概率为 0.05, 如式 (9) ~ (11); 其中 $t_{0.05}(n-1)$ 可采用 MATLAB 中 `tinvt` 函数进行计算, 相应的上限值与下限值系数如式 (12):

$$\begin{cases} P(m - ks \leq \mu_1) = P(\sqrt{nk} \geq \frac{m - \mu_1}{s} \sqrt{n}) = 0.05 \\ P(m - ks \leq \mu_u) = P(\sqrt{nk} \geq \frac{m - \mu_u}{s} \sqrt{n}) = 0.95 \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \frac{m - \mu_1}{s} \sqrt{n} = t_{0.05}(n-1) \\ \frac{m - \mu_u}{s} \sqrt{n} = t_{0.95}(n-1) \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \mu_1 = m - \frac{t_{0.05}(n-1)}{\sqrt{n}} s \\ \mu_u = m - \frac{t_{0.95}(n-1)}{\sqrt{n}} s \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} k_1 = t_{0.05}(n-1) / \sqrt{n} = \text{tinvt}(0.95, n-1) / \sqrt{n} \\ k_u = t_{0.95}(n-1) / \sqrt{n} = \text{tinvt}(0.05, n-1) / \sqrt{n} \\ k_u = -k_1 \end{cases} \quad (12)$$

(4) 对于给定的置信度 0.85 ($1-\alpha$), 漏判概率 0.10 和错判概率 0.05, 如式 (13) ~ (15):

$$\begin{cases} P(m - ks \leq \mu_1) = P(\sqrt{nk} \geq \frac{m - \mu_1}{s} \sqrt{n}) = 0.10 \\ P(m - ks \leq \mu_u) = P(\sqrt{nk} \geq \frac{m - \mu_u}{s} \sqrt{n}) = 0.95 \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} \frac{m - \mu_1}{s} \sqrt{n} = t_{0.10}(n-1) \\ \frac{m - \mu_u}{s} \sqrt{n} = t_{0.95}(n-1) \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} \mu_1 = m - \frac{t_{0.10}(n-1)}{\sqrt{n}} s \\ \mu_u = m - \frac{t_{0.95}(n-1)}{\sqrt{n}} s \end{cases} \quad (15)$$

其上限值与下限值系数如式 (16):

$$\begin{cases} k_1 = t_{0.10}(n-1) / \sqrt{n} = \text{tinvt}(0.90, n-1) / \sqrt{n} \\ k_u = t_{0.95}(n-1) / \sqrt{n} = \text{tinvt}(0.05, n-1) / \sqrt{n} \end{cases} \quad (16)$$

2.2 保证率 95% 特征值的推定区间

材料强度的概率分布宜采用正态分布^[6], 其标准

值可按其概率分布的 0.05 分位值确定,即具有 95% 保证率的特征值。

同样,假设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, m 与 s 相互独立,具有 95% 保证率特征值 $\mu_{0.05}$, 标准差 σ 都是未知的,通过一个区间 $[\mu_{0.05l}, \mu_{0.05u}]$ 计算 $\mu_{0.05}$:

(1) 参数 $\mu_{0.05}$ 与统计量 m 、 s 的关系表达式如下:

$$\begin{cases} \mu_{0.05} = m - k_{0.05} s \\ \mu_{0.05l} = m - k_{0.05l} s \\ \mu_{0.05u} = m - k_{0.05u} s \end{cases} \quad (17)$$

(2) 构造枢轴变量为 $\sqrt{nk}_{0.05}(m, s, \mu_{0.05})$, $\sqrt{nk}_{0.05}$ 服从非中心参数为 $1.645\sqrt{n}$ 的 $t(n-1)$ 分布^[7-14], 为 $t(n-1, 1.645\sqrt{n})$, 且分布与 μ , $\mu_{0.05}$ 无关:

$$\begin{aligned} \sqrt{nk}_{0.05} &= \frac{m - \mu_{0.05}}{s / \sqrt{n}} = \frac{m - \mu_{0.05}}{\sigma / \sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2(n-1)}} \\ &= \left(\frac{m - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} + \frac{\mu - \mu_{0.05}}{\sigma / \sqrt{n}} \right) \cdot \sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2(n-1)}} \\ &= \left(\frac{m - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} + 1.645\sqrt{n} \right) \cdot \sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2(n-1)}} \end{aligned} \quad (18)$$

对于给定的置信度 0.90 (1- α), 漏判概率 0.05 和错判概率 0.05, 上限值和下限值分别为:

$$\begin{cases} \mu_{0.05l} = m - \frac{t_{0.05}(n-1, 1.645\sqrt{n})}{\sqrt{n}} s \\ \mu_{0.05u} = m - \frac{t_{0.95}(n-1, 1.645\sqrt{n})}{\sqrt{n}} s \end{cases} \quad (19)$$

其中 $t_{0.05}(n-1, 1.645\sqrt{n})$ 可以采用 MATLAB 中 nctinv 函数进行计算, 相应的上限值与下限值系数为:

$$\begin{cases} k_{0.05l} = t_{0.05}(n-1, 1.645\sqrt{n}) / \sqrt{n} \\ \quad = \text{nctinv}(0.95, n-1, 1.645\sqrt{n}) / \sqrt{n} \\ k_{0.05u} = t_{0.95}(n-1, 1.645\sqrt{n}) / \sqrt{n} \\ \quad = \text{nctinv}(0.05, n-1, 1.645\sqrt{n}) / \sqrt{n} \end{cases} \quad (20)$$

对于给定的置信度 0.85 (1- α), 漏判概率 0.10 和错判概率 0.05, 上限值和下限值见式 (21), 相应的上限值与下限值系数见式 (22)。

$n=5$ 和 $n=50$ 的 t 分布概率密度函数及非中心参数为 $\sqrt{nk}_{0.05}$ 的 t 分布概率密度函数曲线如图 1 所示。

3 MATLAB 程序计算

利用 MATLAB^[15-16] 的 tinv 函数和 nctinv 函数, 编制相应的计算程序, 分别求解总体均值的推定区

$$\begin{cases} \mu_{0.05l} = m - \frac{t_{0.10}(n-1, 1.645\sqrt{n})}{\sqrt{n}} s \\ \mu_{0.05u} = m - \frac{t_{0.95}(n-1, 1.645\sqrt{n})}{\sqrt{n}} s \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} k_{0.05l} = t_{0.10}(n-1, 1.645\sqrt{n}) / \sqrt{n} \\ \quad = \text{nctinv}(0.90, n-1, 1.645\sqrt{n}) / \sqrt{n} \\ k_{0.05u} = t_{0.95}(n-1, 1.645\sqrt{n}) / \sqrt{n} \\ \quad = \text{nctinv}(0.05, n-1, 1.645\sqrt{n}) / \sqrt{n} \end{cases} \quad (22)$$

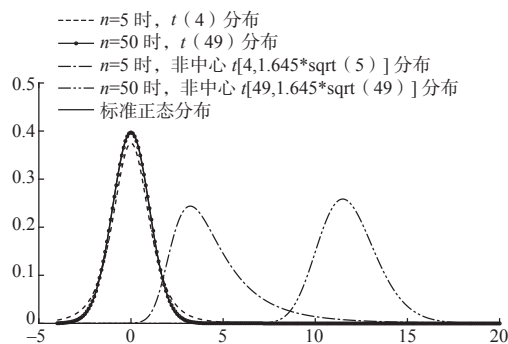


图1 t 分布与非中心 t 分布概率密度函数曲线

间系数和具有 95% 保证率特征值的推定区间系数。图 2、图 3 为利用 MATLAB 绘制的以样本容量 n 为自变量的推定区间系数曲线, 如图 2、图 3 所示。

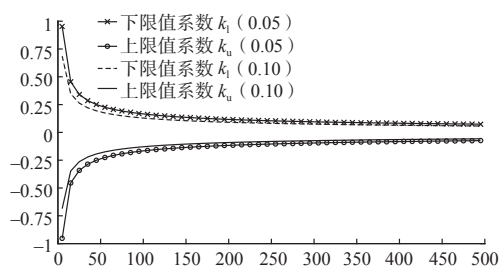


图2 总体均值的推定区间系数曲线

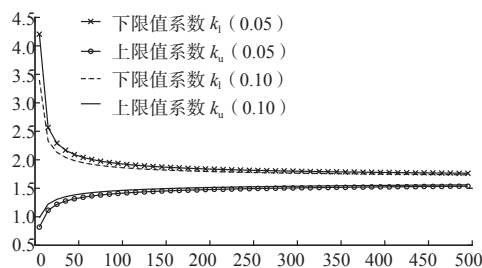


图3 具有 95% 保证率特征值的推定区间系数曲线

GB/T 50344—2019《建筑结构检测技术规范》和 GB/T 50784—2013《混凝土结构现场检测技术规范》规定标准差未知时, 特定样本容量 n 的 0.5 分位值 (均值) 和 0.05 分位值 (具有 95% 保证率特征值) 推定区间上限值与下限值系数。样本容量 n 的 0.5 分位值

(均值)的最大样本容量 $n=120$, 特定样本容量 n 的 0.05 分位值的最大样本容量 $n=500$ 。对比 MATLAB 程序计算结果与规范数值 (表 1、表 2)。

表 1 总体均值和 95% 保证率特征值的推定区间系数

样本容量 n	0.5 分位值	GB/T 50784 数值	MATLAB 计算结果
5	$k(0.05)$	0.953 39	0.953 390 9
	$k(0.10)$	0.685 67	0.685 670 7
8	$k(0.05)$	0.669 83	0.669 834 7
	$k(0.10)$	0.500 25	0.500 251 2
13	$k(0.05)$	0.494 32	0.494 317 6
	$k(0.10)$	0.376 15	0.376 147 0
20	$k(0.05)$	0.386 65	0.386 645 9
	$k(0.10)$	0.296 89	0.296 889 1
32	$k(0.05)$	0.299 73	0.299 728 2
	$k(0.10)$	0.231 48	0.231 482 6
50	$k(0.05)$	0.237 10	0.237 100 1
	$k(0.10)$	0.183 72	0.183 716 1
80	$k(0.05)$	0.186 08	0.186 082 4
	$k(0.10)$	0.144 49	0.144 490 2
130	$k(0.05)$	0.145 31	0.145 306 7
	$k(0.10)$	0.112 98	0.112 978 1
200	$k(0.05)$	0.116 85	0.116 852 7
	$k(0.10)$	0.090 92	0.090 921 2
500	$k(0.05)$	0.073 70	0.073 696 9
	$k(0.10)$	0.057 39	0.057 388 7
800	$k(0.05)$	—	0.058 221 9
	$k(0.10)$	—	0.045 347 2
1 250	$k(0.05)$	—	0.046 558 0
	$k(0.10)$	—	0.036 266 9

采用 MATLAB 程序计算的结果与规范表中数据高度吻合, 表中“—”表示规范表中未给出相应的数值。由图 2、图 3 可知, 当样本容量 n 趋近于 ∞ , 总体均值的推定区间系数趋近于 0; 具有 95% 保证率特征值的推定区间系数趋近于 1.645, 比较符合理论情况。

4 结论

(1) 确定抽样检测的推定区间时, 可构造一个函数, 使其服从特定的概率分布 F , 对于给定置信区间、漏判概率和错判概率, 找到相应的分位点, 并通过数学运算解出该推定区间的。

(2) 均值推定区间上限值与下限值系数与 \sqrt{n} 的乘积服从 $t(n-1)$ 分布。具有 95% 保证率特征值推定、漏判概率和错判概率, 找到相应的分位点, 并通过数

表 2 具有 95% 保证率特征值的推定区间系数

样本容量 n	0.05 分位值	GB/T 50784 数值	MATLAB 计算结果
50	$k_1(0.05)$	1.329 39	1.329 387 6
	$k_2(0.05)$	2.064 99	2.064 993 4
	$k_1(0.10)$	1.395 59	1.395 594 0
	$k_2(0.10)$	1.965 29	1.965 294 3
80	$k_1(0.05)$	1.389 59	1.389 586 7
	$k_2(0.05)$	1.964 44	1.964 435 8
	$k_1(0.10)$	1.443 66	1.443 657 3
	$k_2(0.10)$	1.889 88	1.889 883 6
130	$k_1(0.05)$	1.440 60	1.440 595 5
	$k_2(0.05)$	1.888 27	1.888 265 4
	$k_1(0.10)$	1.484 21	1.484 212 1
	$k_2(0.10)$	1.832 22	1.832 221 8
200	$k_1(0.05)$	1.477 77	1.477 769 1
	$k_2(0.05)$	1.837 24	1.837 235 6
	$k_1(0.10)$	1.513 66	1.513 662 8
	$k_2(0.10)$	1.793 32	1.793 324 0
320	$k_1(0.05)$	—	1.511 031 7
	$k_2(0.05)$	—	1.794 420 9
	$k_1(0.10)$	—	1.539 935 9
	$k_2(0.10)$	—	1.760 531 6
500	$k_1(0.05)$	1.536 71	1.536 713 2
	$k_2(0.05)$	1.763 05	1.763 045 9
	$k_1(0.10)$	1.560 17	1.560 169 6
	$k_2(0.10)$	1.736 41	1.736 409 3
800	$k_1(0.05)$	—	1.558 623 2
	$k_2(0.05)$	—	1.737 356 1
	$k_1(0.10)$	—	1.577 395 3
	$k_2(0.10)$	—	1.716 600 6
1 250	$k_1(0.05)$	—	1.575 413 1
	$k_2(0.05)$	—	1.718 304 3
	$k_1(0.10)$	—	1.590 572 4
	$k_2(0.10)$	—	1.701 877 1

学运算解出该推定区间的。

(2) 均值推定区间上限值与下限值系数与 \sqrt{n} 的乘积服从 $t(n-1)$ 分布。具有 95% 保证率特征值推定区间上限值与下限值系数与 \sqrt{n} 的乘积服从非中心 $t(n-1)$ 分布, 非中心参数为 $1.645 \sqrt{n}$ 。

(3) MATLAB 程序计算结果与规范表中的数据高度吻合, 验证了本文推定区间上限值与下限值系数求解方法的正确性。

(4) 实际工程中所抽取的样本容量 n 可能会与规范表中不一致, 甚至会超过规范表的适用范围, 此时无法通过查表得到推定区间的上限值与下限值系数。推导了不同置信度下均值和具有 95% 保证率特征值推定区间的表达式, 并得出上限值与下限值系

装配式钢结构建筑围护墙体技术分类及性能分析

董苏然^{1,3}, 王宇^{2,3}, 付素娟^{2,3}, 张涛^{2,3}

(1. 河北建研建筑设计有限公司, 050021, 石家庄; 2. 河北省建筑科学研究院有限公司, 050021, 石家庄; 3. 河北省绿色建筑产业技术研究院, 050227, 石家庄)

摘要: 围护墙体的种类繁多, 各类墙体的适用范围、技术特点、性能指标不尽相同, 在建设过程中普遍存在因不了解墙体是否满足要求而导致的选型困难的问题。结合当前围护墙体的应用现状, 对各类墙板进行技术调研, 主要包括墙板的制作工艺、节点构造、建造成本、优缺点、施工技术, 同时对墙板的隔声、保温隔热、防火、装饰性能进行分析并给出设计建议, 可为装配式钢结构建筑围护墙体的选型提供参考依据。

关键词: 装配式钢结构建筑; 围护墙体; 外墙板

中图分类号: TU 391

文献标志码: A

文章编号: 1000-4726(2023)13-1566-04

TECHNICAL CLASSIFICATION AND PERFORMANCE ANALYSIS OF RETAINING WALL OF PREFABRICATED STEEL BUILDING

DONG Su-ran^{1,3}, WANG Yu^{2,3}, FU Su-juan^{2,3}, ZHANG Tao^{2,3}

(1. Hebei Jianyan Architectural Design Co., Ltd., 050021, Shijiazhuang, China; 2. Hebei Institute of Building Science Co. Ltd., 050021, Shijiazhuang, China; 3. Hebei Provincial Green Building Industry Technology Research Institute, 050227, Shijiazhuang, China)

Abstract: There are various types of retaining walls, which vary greatly in terms of the scope of application, technical characteristics, and performance indicators. Construction often involves difficulties in wall selection due to lack of information on wall conformity. Based on the current application of retaining walls, this paper describes the technical research on a variety of wall panels, mainly including the production process, node structure, construction cost, advantages and disadvantages, and construction technology. In addition, the sound insulation, thermal insulation, fire prevention, and decoration performance of wall panels were analyzed, and design suggestions were proposed as a basis for selection of retaining walls of prefabricated steel buildings.

Keywords: prefabricated steel building; retaining wall system; external wall panel

1 围护墙体类型

我国装配式钢结构围护墙体可分为4大类, 见表1。整间板体系采用工厂预制、现场安装的施工工

收稿日期: 2023-04-23

作者简介: 董苏然(1986—), 女, 河北石家庄人, 高级工程师, 硕士, e-mail: 465441720@qq.com.

艺; 条板体系包括单一材料条板与复合夹芯条板, 可采用外挂、内嵌、嵌挂结合的方式安装; 金属骨架外墙以钢骨架为主要构件, 并使用保温隔热材料、连接件、外覆面板等材料拼装而成; 保温结构一体化外墙集保温隔热功能与围护结构功能于一体, 用粘结和锚固方式与梁、柱连接, 无需另外的保温措施。

数具体的求解方法, 可根据实际情况在工程中直接使用。

参考文献

- [1] 张继昌. 概率论与数理统计教程[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2006.
- [2] 混凝土结构现场检测技术标准: GB/T 50784—2013[S].
- [3] 建筑结构检测技术标准: GB/T 50344—2019[S].
- [4] 钻芯法检测混凝土强度技术规程: JGJ/T 384—2016[S].
- [5] 李谦. 试验数据的统计处理方法——总体均值和标准差的区间估计[J]. 西北电力技术, 2000(3): 63—65.
- [6] 建筑结构可靠性设计统一标准: GB 50068—2018[S].
- [7] 正态分布完全样本可靠度置信下限: GB/T 4885—2009[S].
- [8] 正态分布分位数与变异系数的置信限: GB/T 10094—2009[S].
- [9] 彭立新. 非中心t分布函数在混凝土强度推定中的应用研究[J].

建筑科学, 2011, 27(1): 50—52.

- [10] 张今阳, 沈德建. 混凝土强度推定区间的理解与应用[J]. 中国建材科技, 2012, 21(4): 129—130.
- [11] 成勃, 崔士起. 《建筑结构检测技术标准》中推定区间的探讨[J]. 建筑科学, 2013, 29(7): 100—103.
- [12] 金星, 洪延姬, 文明, 等. 非中心t分布函数在可靠性下限计算中的应用[J]. 兵工学报, 2003(1): 82—84.
- [13] 邱小云, 唐钰. 混凝土强度特征值抽样检测判定的原理与规则[J]. 工程质量, 2008(19): 1—3, 7.
- [14] 张仁瑜, 田冠飞. 抽样检验在混凝土强度评定中的应用[J]. 混凝土, 2017(7): 1—6.
- [15] 张志涌, 杨祖樱. MATLAB教程: R2010a[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社.
- [16] 张德丰. MATLAB概率与数理统计分析[M]. 北京: 机械工业出版社, 2010.