

基于万能运动参数的弧齿锥齿轮建模方法

唐祎^{1,2}, 何玉辉^{1,2}, 唐进元^{1,2}

- (1. 中南大学 机电工程学院, 湖南 长沙, 410083;
2. 中南大学 高性能复杂制造国家重点实验室, 湖南 长沙, 410083)

摘要: 考虑到安装误差、机床空间几何误差等因素, 以弧齿锥齿轮刀具几何参数、齿坯参数、机床加工参数为输入参数, 将齿面误差作为检测目标, 使用 MATLAB 编程求解齿面参数化方程, 采用 Newton 迭代法进行齿面参数化, 并在 CATIA 中构造光滑齿槽与齿坯实体进行布尔运算; 提出一种新的基于万能运动概念的弧齿锥齿轮齿面三维建模方法, 并通过建立 1 对弧齿锥齿轮副实体模型来验证。研究结果表明: 提出的方法能快速完成齿面参数化, 拟合后的齿面精度得到大幅提高。

关键词: 弧齿锥齿轮; 齿面参数化; 万能运动概念; 三维建模

中图分类号: TH132.421

文献标志码: A

文章编号: 1672-7207(2020)01-0033-08

General modeling method of spiral bevel gear based on universal motion parameters

TANG Yi^{1,2}, HE Yuhui^{1,2}, TANG Jinyuan^{1,2}

- (1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Central South University, Changsha 410083, China;
2. State Key Laboratory of High Performance Complex Manufacturing, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: Considering the influence of factors such as installation errors, machine tool spatial geometric errors, etc, and taking geometric parameters of the tool, blank parameters and machine-tool settings as input parameters, the tooth error was considered as an evaluation index. The parametric equations were calculated using Newton's method. Then, the three-dimensional model was generated by Boolean operation of the smooth cogging and the blank in CATIA. A new general modeling method of spiral bevel gear was constructed. The results show that the mathematical tooth surface model can be accurately and efficiently established and the precision of the tooth surface is greatly improved.

Key words: spiral bevel gear; mathematical tooth surface; universal motion concept(UMC); 3D modeling

在现代化机械制造业尤其在汽车、航空和机床中, 弧齿锥齿轮生产占有重要地位。由于齿面几何形状的复杂性和特殊性, 弧齿锥齿轮不存在统一标准的齿面参数化表达。弧齿锥齿轮的齿制、

收稿日期: 2019-08-27; 修回日期: 2019-09-29

基金项目(Foundation item): 国家自然科学基金资助项目(51535012, U1604255) (Projects(51535012, U1604255) supported by the National Natural Science Foundation of China)

通信作者: 唐进元, 博士, 教授, 从事以齿轮传动为主要载体的复杂曲面宏/微观形貌设计制造研究; E-mail: jytangcsu@163.com

加工方法、加工机床、加工工艺都各有不同,故有多种分类方式,例如按照齿高分类,可分为等高齿锥齿轮、渐缩齿锥齿轮和双重收缩齿锥齿轮;而按加工机床分类,又分为带凸轮机构机械式摇台机床和五轴联动数控机床。机床不同,则对应的基本加工工艺也不同。例如,在传统的 GLEASON 机械式摇台机床 No.116 上加工,一般采用五刀法,即大轮粗加工+大轮精加工和小轮粗加工+小轮凹面精切+小轮凸面精切。一直以来,齿面建模都局限于某一类加工调整卡(如 SGM, HGM 等)和某一类加工机床进行加工过程仿真模拟^[1]。加工调整卡、加工工艺发生改变,都需要重新针对复杂加工过程进行建模,计算过程复杂,建模效率低,通用性差。本文突破传统建模,基于弧齿锥齿轮设计的万能运动概念(UMC),提出了基于万能运动参数的通用建模方法。其中,UMC 机床模型是针对数控加工,将传统摇台机床各轴“数控化”后的一种机床模型,既能实现传统机床的功能,又能利用“数控化”后各轴的运动能力来实现相应的齿面误差修正。在通用加工参数的齿面建模中,通过 8 个通用参数可以转化成任意机械式加工机床的调整卡参数,完成任意调整卡、任意加工方法的通用统一仿真模拟。目前,有关 UMC 建模的研究比较少, GONZALEZ-PEREZ 等^[2-3]提出了改善齿面接触特性的齿面综合分析方法及齿面综合优化的数学模型,针对各种误差对运动精度的影响进行解析描述; ARTONI 等^[4]对万能运动概念进行了阐述,但没有进行基于 UMC 建模的研究; FAN^[5-6]结合 UMC 的基本概念对弧齿锥齿轮进行了建模与仿真,并推导了一套刀具相对于齿坯的坐标变换关系;唐进元等^[7-12]在弧齿锥齿轮的通用化设计和加工方面进行了大量研究,内容涉及弧齿锥齿轮基于各种调整卡的建模与 TCA 和 LTCA 分析,为齿面几何精确建模打下基础; LIN 等^[13-14]研究了通用加工参数与机械式机床参数之间的等效转换关系。综上所述,上述研究均没有给出基于万能运动参数的弧齿锥齿轮通用建模方法。本文针对这一问题进行研究,给出基于万能运动参数的弧齿锥齿轮通用建模方法,通过相关计算实例对方法进行验证。

1 齿面通用数学模型

基于确定的通用机床加工参数采用真实齿面加工仿真模拟的设计理念,建立满足齿面啮合原理的方程,完成齿面数学建模,借助数值求解方法完成齿面点的离散化,得到齿面的真实模型。

1.1 刀具建模

弧齿锥齿轮建模来源于实际齿轮加工过程的仿真模拟^[4]。通过数值模拟刀盘与工件的加工运动轨迹,获得一系列不同时刻的刀具曲面簇。齿面由刀具轨迹的曲线族包络而成,获得的每一个齿面点必定满足齿面啮合定理,求导得由刀具切削轨迹包络而成的齿面参数化方程为

$$F:D \subseteq \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3: \xi \mapsto p = F(\xi) \quad (1)$$

式中: $\xi=(\mu, \theta, \phi)$ 为基本设计参数^[15], 包含刀盘刀具的几何参数 (μ, θ) 和机床运动基本参数 ϕ ; μ 为刀具高度方向的变量; θ 为刀具旋转角度。该仿真过程主要包括刀盘刀具设计(与几何参数 (μ, θ) 有关)和机床运动设计(与由 ϕ 表示的机床加工参数有关)。

刀盘刀具设计主要包括 3 种类型: 直线型、抛物线型和 Top-Rem 型。而在 UMC 建模中, 抛物线型刀具如图 1 所示, 分为 2 个部分。

1) 上端圆弧部分参数化方程:

$$r_c^{(a)}(\mu, \theta) = \begin{bmatrix} (R_c \pm (\mu + \mu_g) \sin \alpha_c \pm a_c \mu^2 \cos \alpha_c) \cos \theta \\ (R_c \pm (\mu + \mu_g) \sin \alpha_c \pm a_c \mu^2 \cos \alpha_c) \sin \theta \\ -(\mu + \mu_g) \cos \alpha_c + a_c \mu^2 \sin \alpha_c \end{bmatrix} \quad (2)$$

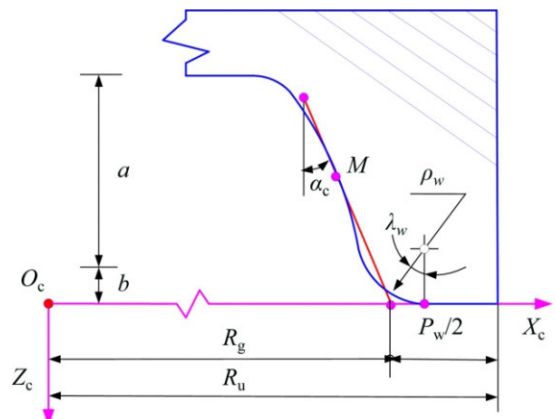


图 1 抛物线型刀具形状

Fig. 1 Type tool shape of parabolic-profile

$$f(\zeta^*) = \mathbf{n}_b \cdot \mathbf{v}_{bc} = \left(\frac{\partial F(\zeta^*)}{\partial \mu} \times \frac{\partial F(\zeta^*)}{\partial \theta} \right) \cdot \frac{\partial F(\zeta^*)}{\partial \phi} = 0 \quad (9)$$

式中: \mathbf{n}_b 为齿面的方向矢量; 而 \mathbf{v}_{bc} 为加工过程中刀具与齿坯的相对速度。联立式(8)和(9), 可完成齿面方程的隐式表达。显然, 该方程组中, 含有 3 个未知变量和 2 个标量方程, 具有很强的非线性和复杂性, 通过研究高效率的数值求解方法, 即可以求出展成包络齿面数值点。

2 齿面离散化方法及实例

2.1 齿面离散化方法

通过齿面离散化获得理论齿面坐标点, 以便与实际加工齿轮测量点进行对比。在齿面建模中已经证明: 齿面参数化方程的非线性和复杂性导致齿面不能以显示形式表示出来, 如

$$\mathbf{p}^{[\Theta]}(\mu, \theta) = \mathbf{p}(\mu, \theta, \phi(\mu, \theta)) \quad (10)$$

只能进行齿面离散化逐点求解。通过离散其中 1 个未知参数, 求解以另外 2 个参数构成的精确齿面方程, 匹配合理的齿面等分均匀化规则^[17-18], 以前锥面、背锥面、顶锥面和根锥面为约束边界条件, 就可以完成齿面网格化离散过程。

2.2 齿面建模实例

根据提出的建模方法, 结合万能运动概念, 由 8 个万能运动参数控制刀具相对齿坯的运动轨迹, 完成对所有弧齿锥齿轮的参数化建模。以下

算例将不同的弧齿锥齿轮副机床加工参数输入至求点程序, 可分别得到规律的齿面离散点坐标, 并直接利用齿面离散点建立参数化曲面, 在 CATIA 中构建对应的实体模型。

2.2.1 齿面建模

本文采用 Gleason No.116 机床 HFT 调整卡双面法加工的弧齿锥齿轮副基本设计参数, 主要包括齿坯设计参数和机床加工参数。需要强调的是, 根据 UMC 定义, 原本刀倾法(Tilt®)调整卡加工的 11 个机床加工参数除了表中所给万能运动参数外, 还有压力角 α_c 和刀盘偏心角 β_c , 都可以转换成万能运动参数。根据本文提供的通用参数化建模方法, 可建立齿面的数学模型, 并完成齿面的离散化表达。

2.2.2 算例

由于弧齿锥齿轮副的加工工艺繁杂, 本文选取其中的主要加工工序即铣齿加工来完成齿轮三维实体建模。在弧齿锥齿轮的齿面啮合方程求解过程中, 代入不同数值的万能运动参数, 由 MATLAB 求解程序可获得一系列均匀分布的离散齿面点。表 1 所示为齿坯参数, 表 2 所示为机床加工参数。

根据给定的齿坯参数与机床加工参数即可完成齿面方程的推导, 求解出规律分布的齿面离散点坐标, 需说明的是, 由于建立的齿面方程具有非线性, 不能直接推导出显示的齿面方程表达式, 只能借助齿面参数化方法将齿面表示成离散化的点, 其中采用的是 9×15 的网格点分布方式, 如图

表 1 齿坯参数

Table 1 Blank parameters

基本齿坯	齿数/个	压力角/ (°)	齿宽/ mm	外锥距/ mm	齿高/ mm	节锥角/ (°)	顶锥角/ (°)	根锥角/ (°)	螺旋角/ (°)
小轮	47	20	19	108.52	6.61	40.517	44.15	37.683	5
大轮	55	20	19	108.52	6.61	49.483	51.2	47.383	5

表 2 机床加工参数

Table 2 Machine-tool settings

齿面	滚比	径向刀位/ mm	垂直轮 位/mm	床位/ mm	水平轮 位/mm	根锥安装 角/(°)	刀倾角/ (°)	刀转角/ (°)	基本摇台 角/(°)
小轮凸面	1.516	116.890	0.387	2.189	-0.410	37.683	0.512	102.844	36.546
小轮凹面	1.572	124.645	0.607	1.612	0.843	37.683	0.216	124.005	44.759
大轮凹(凸)面	1.312	119.566	0	2.898	0	47.850	0	214.410	39.410

3所示。

本文提出的参数化建模求解齿面点的优点在于: 与 Gleason 求解齿面离散点的 cage 软件类似, 能求得一系列有规律、光顺的齿面点, 有利于后续进行实体建模; 齿面点之间的间距可人为控制; 齿面点的密度可根据齿面面积人为设定。

2.3 弧齿锥齿轮实体建模

根据 Matlab 求解的齿轮副的齿面离散点反映

出齿面具有良好的齿面光顺性和连续性, 可为后续齿面误差测量及修正、齿面接触分析(TCA)等关键技术提供精确齿面模型和基本数据信息。在弧齿锥齿轮三维建模过程中, 齿面离散点必须规则化, 不能出现奇异点或者散乱点, 且齿面点分布越密集, 得到的模型精度越高。图4所示为齿轮副在 CATIA 中的实体模型, 将获得的离散齿面点坐标导入 CATIA 中, 由点构线, 由线构面, 分别构

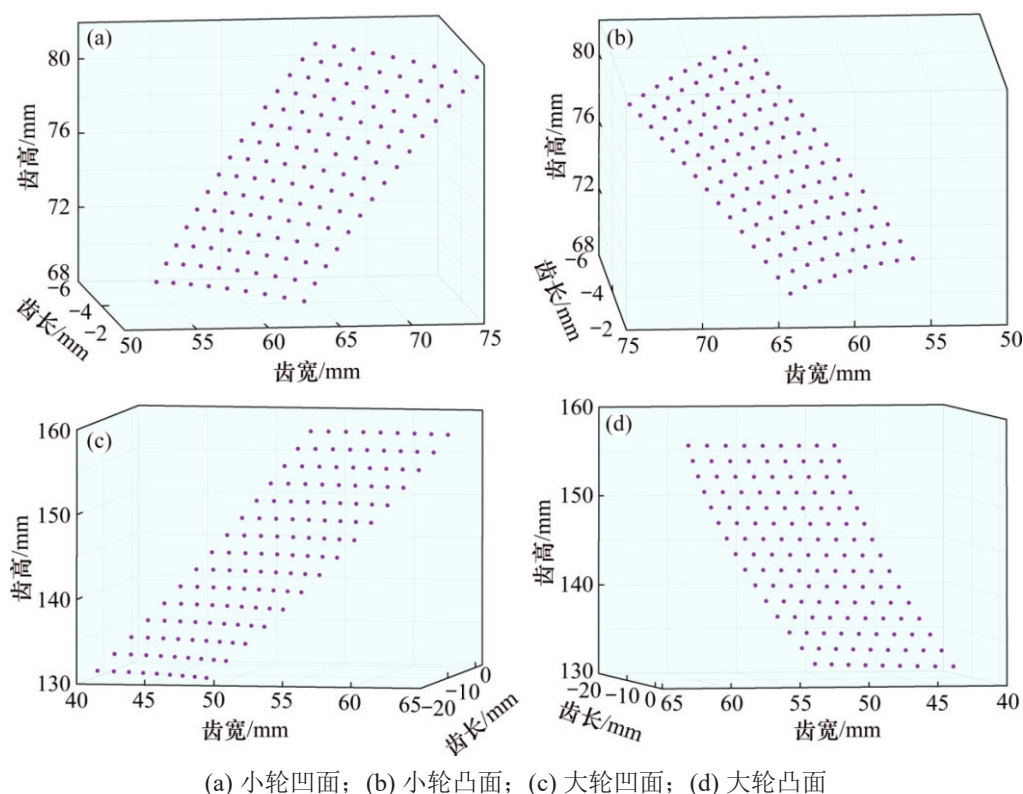


图3 离散化齿面点

Fig. 3 Discretized tooth surface points

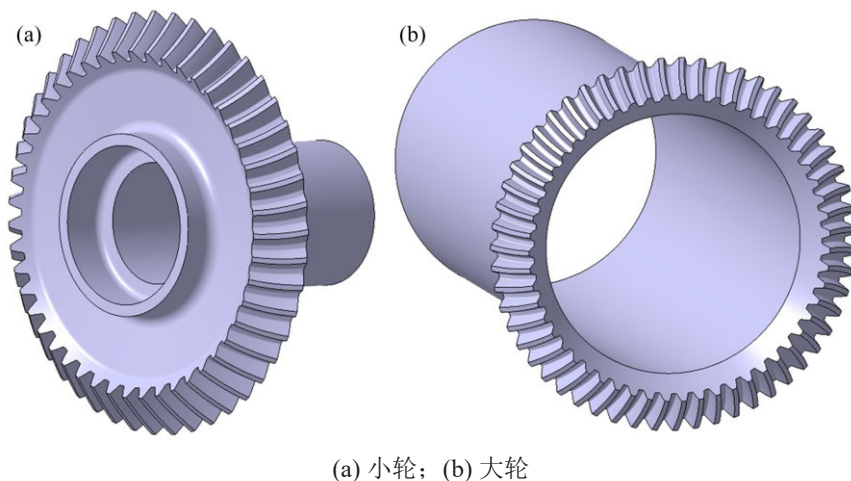


图4 齿轮副在 CATIA 中的实体模型

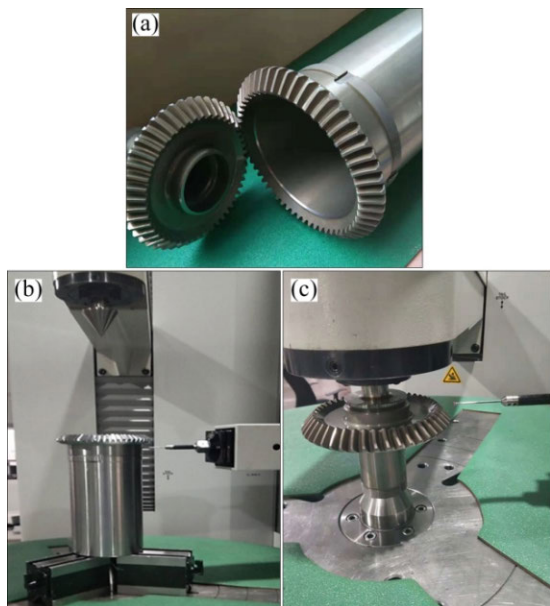
Fig. 4 Physical model of bevel gear pair in CATIA

造弧齿锥齿轮的凹面与凸面,再与齿根圆锥面相交进行修剪可得到 1 个齿槽模型,最后由齿槽与齿坯实体进行布尔运算,即可得到弧齿锥齿轮三维建模。

3 齿面误差测量及结果分析

3.1 齿面误差的精确测量

在实际加工过程中,受多种因素如装配、机床运动、热处理变形和磨损和装夹等影响,实际加工制造的真实齿面与理论齿面产生一定偏差。在弧齿锥齿轮的齿面设计中,定义其法向偏差为齿面误差,用差曲面来表示。在目前的实际测量中,很多公司有专门的齿轮测量仪,配备专业商用软件如 G-AGETM 和 KOMET[®] 等,完成齿面的精确自动测量。本文采用 CMMs 精确测量弧齿锥齿轮的齿面误差,CMMs 具体型号为 1500GMM,测量参考标准为 HB0—1992—1998。图 5 所示为齿轮副的实际加工齿面误差 CMM 测量实例。



(a) 实际加工齿轮; (b) 大轮测量; (c) 小轮测量

图 5 实际加工齿轮的 CMM 测量

Fig. 5 CMM measurement of actual machined gears

3.2 齿面误差的测量结果

在齿面测量规划中,将齿轮的轴向横截面预设 1 个齿面网格 $A_M B_M C_M D_M$,该齿面网格可以根据齿面离散化来确定,用来表示 1 个理论参考的设计齿面。参照 Gleason 标准的一般齿面预设网格点规

划,齿面被离散化成 1 个典型的 5×9 网格,即齿宽 (face width, FW) 方向取 9 个点,而齿高 (tooth height, TH) 方向取 5 个点,并建立与理论齿面的差曲面。图 6 所示为三坐标测量仪测得齿面误差。

表 3 所示为齿面误差测量结果。将建立的齿轮模型与实际加工齿轮模型进行比较可知:小轮铣齿后的凹面齿面误差平均值为 $1.862 \mu\text{m}$,最小值为 $-4.400 \mu\text{m}$,位于 (5, 9) 点即大端面与齿顶面相交处;最大值为 $5.100 \mu\text{m}$,位于 (5, 4) 点即靠近齿根面中间处;小轮凸面齿面误差平均值为 $5.236 \mu\text{m}$,其中最小值为 $-9.700 \mu\text{m}$,位于 (2, 1) 点即小端面中间位置;最大值为 $13.400 \mu\text{m}$,位于 (5, 9) 点即靠近大端面与齿顶面相交处。

大轮的测量结果相比于小轮来说更理想,大轮凹面齿面误差平均值为 $2.328 \mu\text{m}$,其中最小值为 $-5.200 \mu\text{m}$,位于 (3, 2) 点即靠近小端面中间处;最大值为 $3.200 \mu\text{m}$,位于 (4, 9) 点即大端面靠近齿顶面相交处。大轮凸面齿面误差平均值为 $1.477 \mu\text{m}$,最小值为 $-2.600 \mu\text{m}$,位于 (3, 2) 点即靠近小端面中间处;最大值为 $3.400 \mu\text{m}$,位于 (5, 1) 点即小端面与齿顶面相交处。

3.3 齿面误差测量的结果分析

由表 3 可知:由于大轮是主动件且易加工,在实际加工制造过程中,可通过 1 次装夹同时铣削出凹凸面,而小轮则需分别装夹并使用不同种型号铣刀切削才能得到。这也解释了与较大轮相比,小轮齿面误差总体偏大的原因。其次,影响齿面精度的因素除了安装误差、装夹误差外,还应考虑到机床空间几何误差、刀具磨损等。

在实际建模过程中发现,使用 Matlab 求解离散齿面点坐标时,离散的齿面点疏密程度也会影响三维模型的精度。

将求解的齿面点导入至 CATIA 中,采用不同的方式构造三维齿面,获得的实体模型精度也会有所区别。例如,将 9 列的齿面点连成线再构面 and 将 15 行的齿面点连成线再构面得到的齿面不一样;在 CATIA 创成式外形设计模块中,选择“桥接曲面”和“多截面曲面”命令创建的齿面也会有差异。

综合考虑制造加工过程中以及参数化建模流程中各种误差的影响,在齿面法矢方向得到的齿面误差测量结果精度较高,说明本文提出的基

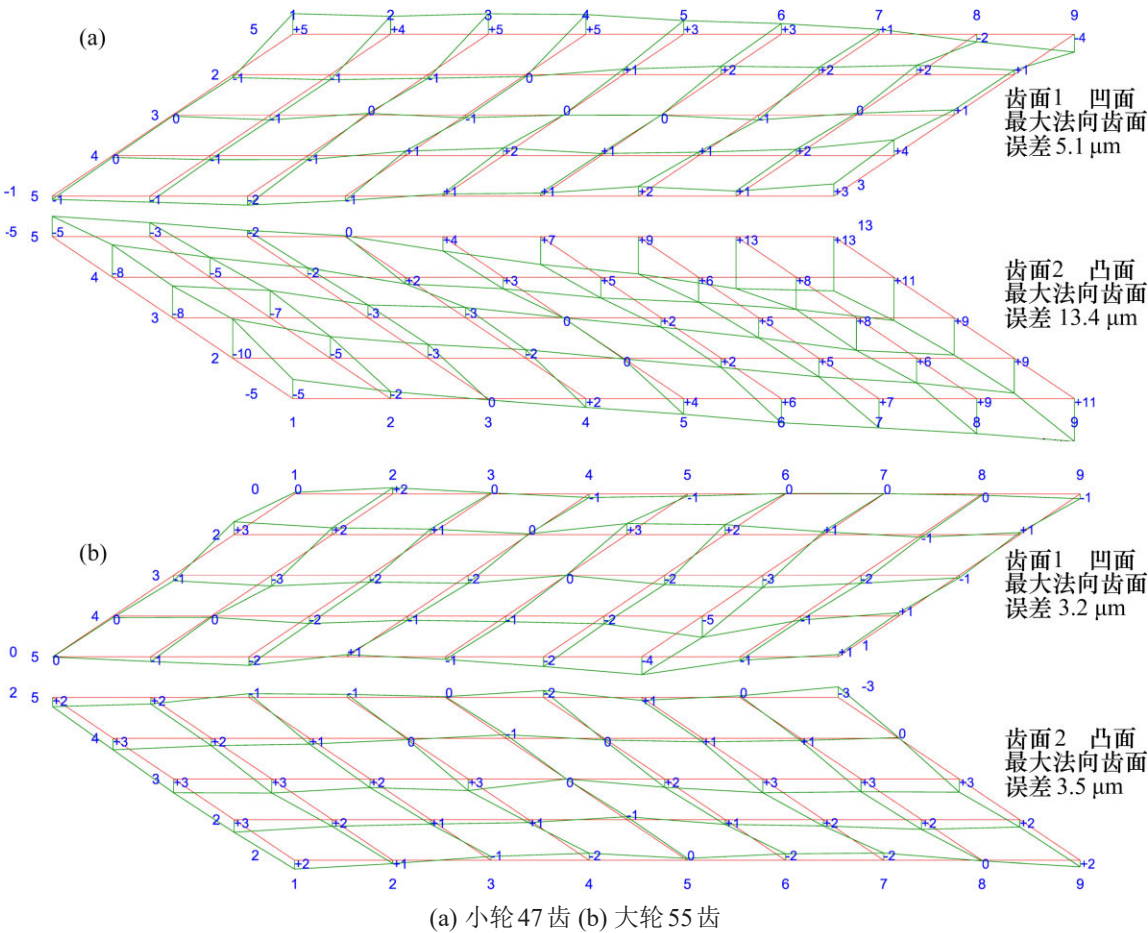


图6 齿面误差分析

Fig. 6 Tooth surface error analysis

表3 齿面误差测量结果

Table 3 Tooth surface error measurement results μm

齿面	齿面误差	齿面误差	齿面误差平
	最小值	最大值	均值
小轮凹面	-9.7	13.4	5.236
小轮凸面	-4.4	5.1	1.862
大轮凹面	-5.2	3.2	2.328
大轮凸面	-2.6	3.4	1.477

于参数化弧齿锥齿轮通用建模方法原理正确。

4 结论

1) 运用 Newton 迭代法建立齿面参数化方程以获得统一齿面参数化表达, 综合考虑机床几何空间误差、安装误差等误差来源, 提出基于万能运动参数的弧齿锥齿轮建模方法。

2) 对 1 对锥齿轮参数进行模型建立, 测量结果

显示建立理论模型与实际模型非常接近, 为后续齿面误差修正提供基本的技术支撑和理论基础。

3) 基于万能运动建模理念, 给出了由万能运动参数驱动的齿面参数化模型。该机床加工参数可以由任意机械式加工机床调整卡参数转化而成, 实现了所有加工形式统一的参数驱动化弧齿锥齿轮建模。

参考文献:

[1] 樊奇, 让·德福. 格里森专家制造系统(GEMS)开创弧齿锥齿轮及双曲面齿轮数字化制造新纪元[J]. 世界制造技术与装备市场, 2005(4): 87-93.
FAN Qi, RON D. Gleason expert manufacturing system (GEMS) opens a new era for digitized manufacturing of spiral bevel and hypoid gears[J]. World Manufacturing Engineering & Market, 2005(4): 87-93.
[2] GONZALEZ-PEREZ I, FUENTES A, HAYASAKA K. Analytical determination of basic machine-tool settings for generation of spiral bevel gears from blank data[J]. Journal

- of Mechanical Design, 2010, 132(10): 91–104.
- [3] LITVIN F L, KUAN C, WANG J C, et al. Minimization of deviations of gear real tooth surfaces determined by coordinate measurements[J]. Journal of Mechanical Design, 1993, 115(4): 995–1001.
- [4] ARTONI A, GABICINI M, GUIGGIANI M. Nonlinear identification of machine settings for flank form modifications in hypoid gears[J]. Journal of Mechanical Design, 2008, 130(11): 112602–112609.
- [5] FAN Qi. Tooth surface error correction for face-hobbed hypoid gears[C]// Proceedings of the ASME 2009 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference. San Diego, California, USA: ASME, 2009: 61–69.
- [6] FAN Qi. Computerized modeling and simulation of spiral bevel and hypoid gears manufactured by gleason face hobbing process[J]. Journal of Mechanical Design, 2006, 128(6): 1315–1327.
- [7] 唐进元, 刘艳平, 蒲太平. 基于五轴联动数控铣齿机的螺旋锥齿轮刀倾法制造仿真[J]. 北京工业大学学报, 2011, 37(4): 487–493.
- TANG Jinyuan, LIU Yanping, PU Taiping. Simulation for tilt manufacturing of spiral bevel gears based on five-axes CNC machine tool[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2011, 37(4): 487–493.
- [8] HE Di, DING Han, TANG Jinyuan. A new analytical identification approach to the tooth contact points considering misalignments for spiral bevel or hypoid gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 121: 785–803.
- [9] DING Han, TANG Jinyuan, SHAO Wen, et al. Optimal modification of tooth flank form error considering measurement and compensation of cutter geometric errors for spiral bevel and hypoid gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 118: 14–31.
- [10] 唐进元, 黄云飞, 周超, 等. 弧齿锥齿轮展成齿面的几何建模[J]. 计算机仿真, 2009, 26(2): 293–297.
- TANG Jinyuan, HUANG Yunfei, ZHOU Chao, et al. Geometry modeling of spiral bevel gears based on generating tooth-surface[J]. Computer Simulation, 2009, 26(2): 293–297.
- [11] 周凯红. 基于预定啮合特性的螺旋锥齿轮点啮合齿面设计及 CNC 制造技术研究[D]. 长沙: 中南大学机电工程学院, 2009: 46–64.
- ZHOU Kaihong. Research on meshing characteristic-Based design & CNC technology of point-contact spiral bevel gears tooth surface[D]. Changsha: Central South University. School of Mechanical and Electrical Engineering, 2009: 46–64.
- [12] 曹康, 唐进元, 李国顺, 等. 弧齿锥齿轮齿面误差的最少参数修正法[J]. 中国机械工程, 2010, 21(4): 469–476.
- CAO Kang, TANG Jinyuan, LI Guoshun, et al. Least parametrical modification method of spiral bevel gear tooth surface errors[J]. China Mechanical Engineering, 2010, 21(4): 469–476.
- [13] LIN C Y, TSAY C B, FONG Z H. Computer-aided manufacturing of spiral bevel and hypoid gears with minimum surface-deviation[J]. Mechanism and Machine Theory, 1998, 33(6): 785–803.
- [14] SHIH Y P, FONG Z H, LIN G C Y. Mathematical model for a universal face hobbing hypoid gear generator[J]. Journal of Mechanical Design, 2007, 129(1): 38–47.
- [15] FAN Qi, DAFOE R S, SWANGER J W. Higher-order tooth flank form error correction for face-milled spiral bevel and hypoid gears[J]. Journal of Mechanical Design, 2008, 130(7): 1–7.
- [16] FONG Z H. Mathematical model of universal hypoid generator with supplemental kinematic flank correction motions[J]. Journal of Mechanical Design, 2000, 122(1): 136–142.
- [17] ARTONI A, GABICINI M, GUIGGIANI M, et al. Multi-objective ease-off optimization of hypoid gears for their efficiency, noise, and durability performances[J]. Journal of Mechanical Design, 2011, 133(12): 1–9.
- [18] ZHOU Yuansheng, PENG Shandong, LIU Xinru, et al. A novel method to generate the tooth surface model of face-milled generated spiral bevel gears[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2019, 102(5/6/7/8): 1205–1214.

(编辑 秦明阳)