

# 14-Distribucion Normal

Adrian

25/1/2022

## Distribucion Normal

Una v.a.  $X$  tiene distribución normal o gaussiana de parámetros  $\mu$  y  $\sigma$ ,  $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$  si su función de densidad es

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

La gráfica de  $f_X$  es conocida como la **Campana de Gauss**

Cuando  $\mu = 0$  y  $\sigma = 1$ , diremos que la v.a.  $X$  es **estándar** y la indicaremos usualmente como  $Z$ , la cual tendrá función de densidad

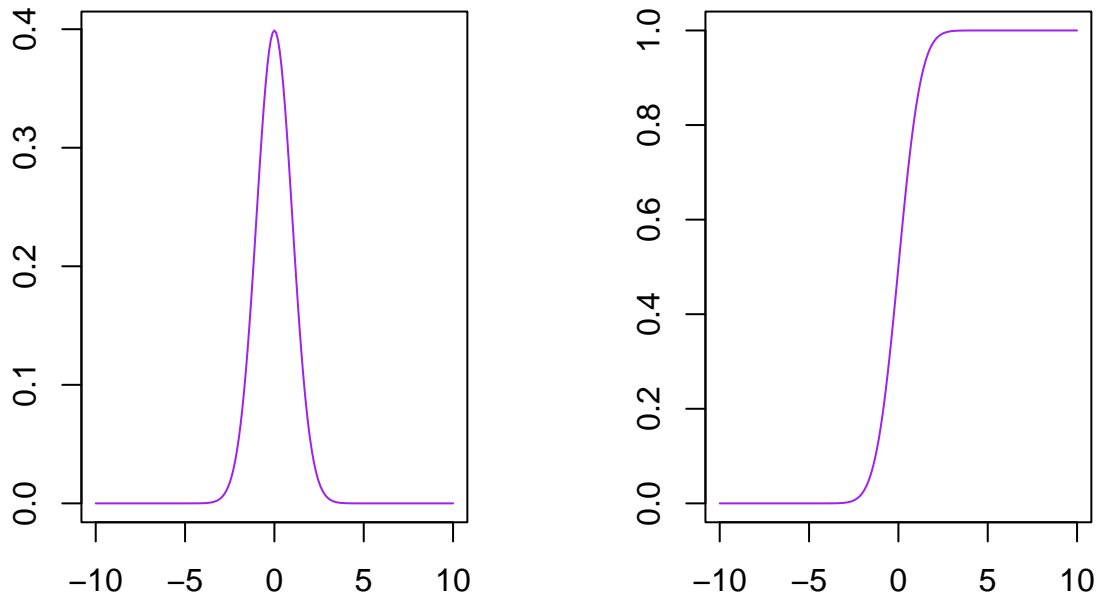
$$f_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \quad \forall z \in \mathbb{R}$$

- **Esperanza**  $E(X) = \mu$
- **Varianza**  $Var(X) = \sigma^2$

En particular, si  $Z$  sigue una distribución estándar,

- **Esperanza**  $E(X) = 0$
- **Varianza**  $Var(X) = 1$

## Función de densidad de una $N(0, 1)$ , Función de distribución de una $N(0, 1)$



## Paqueteria

- En R tenemos las funciones del paquete `stats`:
- `dnorm(x, mean, sd)`
- `pnorm(q, mean, sd)`
- `qnorm(p, mean, sd)`
- `rnorm(n, mean, sd)` donde `mean` es la media y `sd` es la desviación estándar de la normal  $N(\mu, \sigma)$ .
- En Python tenemos las funciones del paquete `scipy.stats.normal`: - `pdf(k, mu, scale)`
- `cdf(k, mu, scale)`
- `ppf(q, mu, scale)`
- `rvs(n, mu, scale)` donde `mu` es la media y `scale` es la desviación estándar de la normal  $N(\mu, \sigma)$ .

**Estandarización de una v.a. normal.** Si  $X$  es una v.a.  $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ , entonces

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

Las probabilidades de una normal estándar  $Z$  determinan las de cualquier  $X$  de tipo  $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ :

$$p(X \leq x) = p\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{x - \mu}{\sigma}\right) = p\left(Z \leq \frac{x - \mu}{\sigma}\right)$$

$F_Z$  no tiene expresión conocida.

Se puede calcular con cualquier programa, como por ejemplo R, o bien a mano utilizando las tablas de la  $\mathcal{N}(0, 1)$

Con las tablas se pueden calcular tanto probabilidades como cuantiles

### **Distribución Normal en R y Python**

Si a la hora de llamar a alguna de las 4 funciones siguientes: **dnorm**, **pnorm**, **qnorm** o **rnorm** no especificásemos los parámetros de la media ni la desviación típica, R entiende que se trata de la normal estándar: la  $\mathcal{N}(0, 1)$ .

Es decir, R interpreta  $\mu = 0$  y  $\sigma = 1$

En Python ocurre exactamente lo mismo.