UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE COAHUILA
FACULTAD DE SISTEMAS

I Examen Parcial de: Cálculo Multivariable

Nombre ___________Cruz Perez Juan Antonio_________13596605__________ Matrícula:
___25/03/2021_________ Fecha _________

INSTRUCCIONES

- ESTE EXAMEN ES INDIVIDUAL, SEA INTEGRO Y NO COPIE.
- ELABORE LAS OPERACIONES EN SU CUADERNO Y DESPUES ELABORE EL REPORTE DEL EXAMEN EN WORD, INCLUYENDO TODOS LOS DETALLES ANALITICOS. NO SE ACEPTARÁN FOTOS O ARCHIVOS ÚNICAMENTE BASADOS EN IMAGENES
- SE PERMITE EL USO DE CALCULADORA CIENTÍFICA Y FORMULARIO. TAMBÍEN SE PERMITE EL USO DE SOFTWARE SIMBOLICO.

Conteste las siguientes preguntas, argumentando su respuesta. 5 puntos c/u.

1. ¿Cómo se define el álgebra vectorial?
2. ¿Cómo se interpreta la derivada de una trayectoria?
3. Ilustre con un ejemplo de su elección la propiedad anticonmutativa del producto cruz.

Resuelva los siguientes ejercicios, anotando procedimientos completos

1. Considere los vectores:
   $\boldsymbol{A} = \langle 0,5,-1\rangle, \boldsymbol{B} = \langle -1,7,0\rangle, \boldsymbol{C} = \langle 3,0,5\rangle$
   Y elabore la siguiente operación: $\frac{\boldsymbol{A}\cdot(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C})-\boldsymbol{C}\cdot(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{A})}{\|\boldsymbol{B}-\boldsymbol{C}\|}(\boldsymbol{B}-\boldsymbol{C})$ **(10pts)**
2. Considerando los vectores del ejercicio anterior, elabore la proyección vectorial de $\boldsymbol{B}-\boldsymbol{C}$ sobre $\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}$ **(15pts)**
3. Determine la ecuación del plano que pasa por los puntos P(1,0,4); Q(0,1,-1); S(2,-1,0) **(20pts)**
4. Considere la trayectoria: $\boldsymbol{\gamma}(t) = -sen\left(\frac{t}{2}\right)\hat{\boldsymbol{\imath}} + \cos\left(\frac{t}{2}\right)\hat{\boldsymbol{k}} - 2t^2\hat{\boldsymbol{\jmath}}$. Determine los vectores, Tangente Unitario, Normal Unitario y Binormal en el punto $t = 2\pi$ **(25pts)**
5. Considerando la trayectoria $\boldsymbol{\gamma}$ definida en el problema anterior, determine la longitud de $\boldsymbol{\gamma}$ en el intervalo $t \in (0,\pi)$ **(15pts)**

1 ¿Cómo se define el álgebra vectorial?
Se utilizará para pasar la representación de vectores en el plano a algebra.
2 ¿Cómo se interpreta la derivada de una trayectoria?
Derivando la función y luego volviéndola a derivar

1 Considere los vectores:

$\boldsymbol{A} = \langle 0,5,-1\rangle, \boldsymbol{B} = \langle -1,7,0\rangle, \boldsymbol{C} = \langle 3,0,5\rangle$

Y elabore la siguiente operación: $\frac{\boldsymbol{A}\cdot(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C})-\boldsymbol{C}\cdot(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{A})}{\|\boldsymbol{B}-\boldsymbol{C}\|}(\boldsymbol{B}-\boldsymbol{C})$ **(10pts)**

A = <0,5,-1>

B = <-1 ,7 ,6>

C = <3,0,5> $\frac{A\cdot(B+C)-C\,(B\cdot A)}{||B\cdot C||}\,(B-C)$

B+C = (0i+5j+1k)+(-1i+7j+6k)

B+C = -1i + 13j + 6k

$$A\cdot(B+C) = (0)(-1)+(5)(13)+(-1)(-6) = 0+65+6 = 71$$

$$B\cdot A = (-1)(0)+(7)(5)+(6)(-1) = 0+35-6 = 29$$

$$C(B\cdot A) = (3i+0j+5k)(0i+33j-6k) = 0i+0j\cdot 30k$$

$$|C(B\cdot A)| = \sqrt{0^2}+0^2+(-30)^2 = 30$$

$$B-C = (-1i+7j+6k)-3i+0j+5k) = -4i+7j+11k$$

$$|B-C| = \sqrt{((-4)^2}+7^2+11^2) \;=\; \sqrt{(16+49+121)} = \;\sqrt{186}$$

$$||B-C|| = 113.6381 = 13.6381$$

$$\left(\frac{71-30}{13.6381}\right)(-4i+7j+11k) =$$

$$3.0062(-4i+7j+11k) = -12.0248i+21.0434j+33.6682k$$

2 Considerando los vectores del ejercicio anterior, elabore la proyección vectorial de $\boldsymbol{B}-\boldsymbol{C}$ sobre $\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}$ **(15pts)**

P(1,0,4);Q(0,1,-1);5(2,-1,0)

$$B-C = -\frac{3,0,5}{-2,-7,5} = 4,-7,5$$

$$A-B = -\frac{-1,7,0}{0,5,-1} = -1,2,1$$

Producto punto

$$Punto = (4)(-1)+(-7)(2)+(5)(1)$$

$$Punto = 13$$

Magnitud

$$|A-B| = \sqrt{(-1)^2+(2)^2}+(1)^2$$

$$|A-B| = \sqrt{6}$$

Proyección

$$Proyeccion = -\frac{\mathrm{B-C\,(A-B)}}{\mathrm{A-B}} = -\frac{13}{\sqrt{6}} = -5.3072$$

3-Determine la ecuación del plano que pasa por los puntos P(1,0,4); Q(0,1,-1); S(2,-1,0) **(20pts)**

P(1,0,4);Q(0,1,-1);5(2,-1,0)

$$PQ = -\frac{0,1,-1}{1,0,4} = -1,-1,-5$$

$$PS = -\frac{2,-1,0}{1,0,4} = 1,-1,-4$$

Producto cruz

N=(-1)(-1)-(-1)(-5)i=-4i

-(-1)(-4)-(1)(-5)j=j

(-1)(-1)-(-1)(-1)k=2k

N=4i,j,2k

A(x-x0)+B(y-y0)+C(z-z0)=0

-4(x-(-1))+1(y-(-1))+2(z-(-5))=0

-4x+y+2z+7=0

4 Considere la trayectoria: $\boldsymbol{\gamma}(t) = -sen\left(\frac{t}{2}\right)\hat{\boldsymbol{\imath}} + \cos\left(\frac{t}{2}\right)\hat{\boldsymbol{k}} - 2t^2\hat{\boldsymbol{\jmath}}$**.** Determine los vectores, Tangente Unitario, Normal Unitario y Binormal en el punto $t = 2\pi$ **(25pts)**

4 - $\boldsymbol{\gamma}(t) = -sen\left(\frac{t}{2}\right)\hat{\boldsymbol{\imath}} + \cos\left(\frac{t}{2}\right)\hat{\boldsymbol{k}} - 2t^2\hat{\boldsymbol{\jmath}}$

$$t = 2\Pi$$

$$\mathrm{T} = (t) = \frac{\dot{r}(t)}{|\dot{r}(t)|} = \dot{r}(t) = \frac{-\cos\left(\frac{t}{2}\right)}{2}, \frac{\left(-sen\left(\frac{t}{2}\right)\right)}{2} - 4t$$

$$|\dot{r}(t)| = \sqrt{\left(\frac{-\cos\left(\frac{t}{2}\right)}{2}\right)^2, \left(\frac{\left(-sen\left(\frac{t}{2}\right)\right)}{2}\right)^2 - 4t}$$

$$|\dot{r}(t)| = \sqrt{\left(-\cos\left(\frac{t}{2}\right)2^{-1}\right)^2, \left(-sen\left(\frac{t}{2}\right)2^{-1}\right)^2 + (4t)^2}$$

$$|\dot{r}(t)| = \sqrt{\frac{\left(\cos\left(\frac{t}{2}\right)\right)^2, \left(-sen\left(\frac{t}{2}\right)\right)^2 + (4t)^2}{2^2}}$$

$$|\dot{r}(t)| = \sqrt{\frac{1}{4} + 8t^2}$$

$$|\dot{r}(t)| = \sqrt{\frac{33t^2}{4}}$$

$$|\dot{r}(t)| = \frac{33t}{4}$$

$$T(t) = \frac{\frac{-\cos\left(\frac{t}{2}\right)}{2}}{\frac{3^3}{4}}, \frac{\frac{-sen\left(\frac{t}{2}\right)}{2}}{\frac{3^3}{4}}, -\frac{4t}{\frac{3^3}{4}}$$

$$T(t) = \frac{-4\cos\left(\frac{t}{2}\right)}{66}, \frac{-4sen\left(\frac{t}{2}\right)}{66} - \frac{16t}{33} = < -0.060, -3.32x10^{-3}, -3.046 >$$

$$N(t)=\frac{\dot{T}(t)}{\left|\dot{T}(t)\right|}=\ \dot{T}(t)=\frac{-\cos\left(\frac{t}{2}\right)}{2},\frac{-sen\left(\frac{t}{2}\right)}{2},-4t$$

$$\dot{T}(t)=\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{t}{2}\right)}{4},\frac{-cos\left(\frac{t}{2}\right)}{4},-4$$

$$|\dot{T}(t)|=\sqrt{(\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{t}{2}\right)}{4})^2+\frac{-cos\left(\frac{t}{2}\right)}{4},+(-4)^2}$$

$$|\dot{T}(t)|=\frac{\left(\left(\operatorname{sen}\left(\frac{t}{2}\right)\right)^2+(\cos(\frac{t}{2}))^2\ +16\right)}{16}$$

$$|\dot{T}(t)|=\sqrt{-\frac{1}{16}+16}$$

$$\left|\dot{T}(t)\right|=\sqrt{\frac{257}{16}}=4.0073$$

5-Considerando la trayectoria γ definida en el problema anterior, determine la longitud de γ en el intervalo $t\in(0,\pi)$ **(15pts)**

$$\dot{r}(t)=\frac{-\cos\left(\frac{\mathrm{t}}{2}\right)}{2}i,\frac{-\operatorname{sen}\left(\frac{\mathrm{t}}{2}\right)}{2}k,(4t)j$$

$$|\dot{r}(t)|=\sqrt{\left(\frac{-\cos\left(\frac{\mathrm{t}}{2}\right)}{2}\right)^2+\left(\frac{-\operatorname{sen}\left(\frac{\mathrm{t}}{2}\right)}{2}\right)^2+(4t)^2}$$

$$|\dot{r}(t)|=\sqrt{\frac{-\cos^2+sen^2}{2^2}+8t^2}$$

$$|\dot{r}(t)|=\sqrt{\frac{1}{4}-8t^2}$$

$$|\dot{r}(t)|=-\frac{8\mathrm{t}}{4}$$

$$L=\frac{8}{4}\int_{\pi}^{0}t$$

$$L=\frac{8}{4}\left(\frac{t^2}{2}\right)$$

$$L=t^2$$

$$L=(\pi)^2$$

$$L = 9.8669u$$