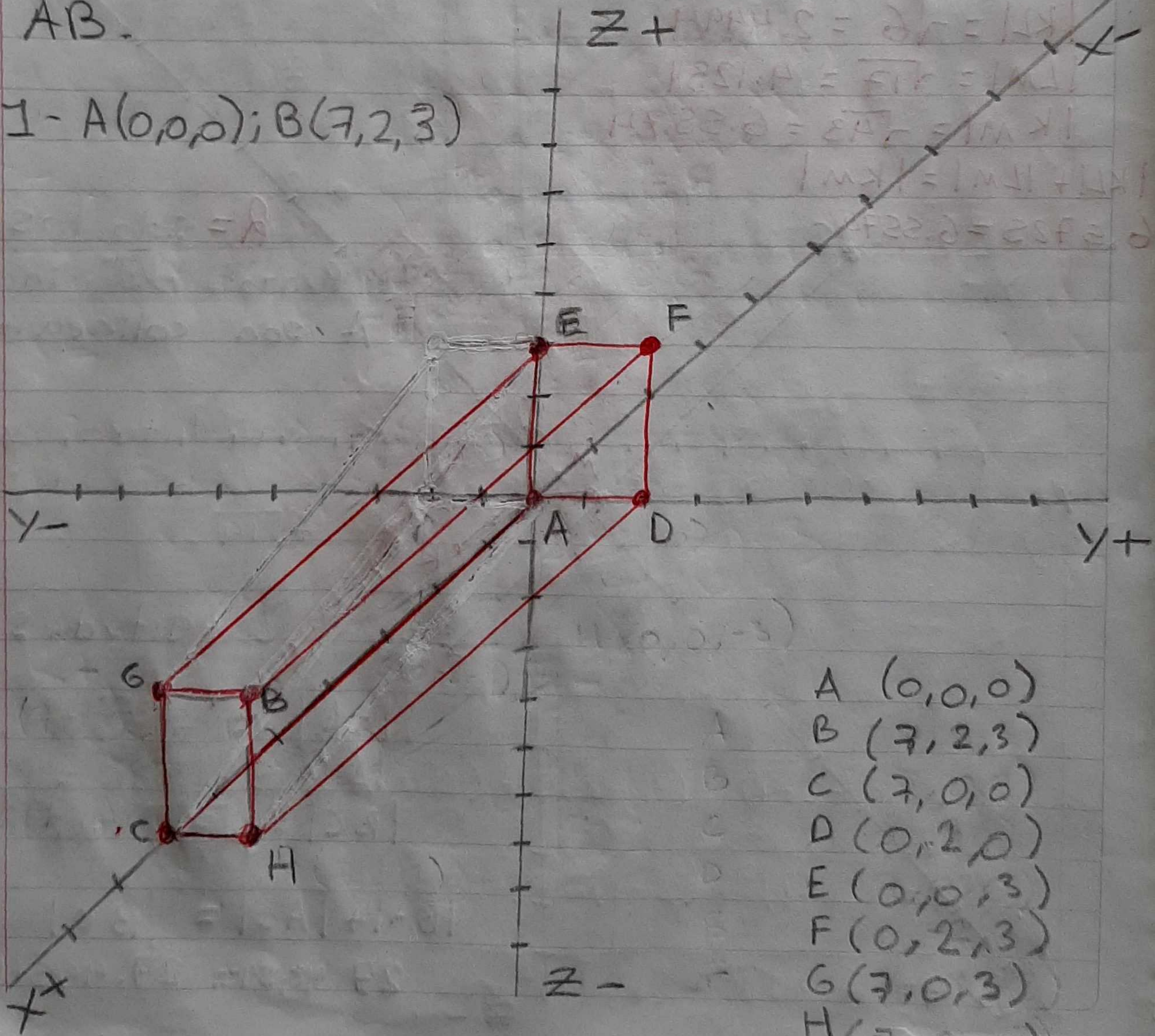
TAREA del libro

En los ejercicios 1 a 5, los puntos A y B son vertices opuestos de un paralelepipedo que tiene sus caras paralelas a los planos coordenados. En cada ejercicio (a) dibuje la figura, b) obtenga las coordenadas de los otros 6 vertices c) calcule la longitud de la diagonal AB.

1- A(0,0,0); B(7,2,3)



A (0,0,0)
B (7,2,3)
C (7,0,0)
D (0,2,0)
E (0,0,3)
F (0,2,3)
G (7,0,3)
H (7,2,0)

calculando la longitud de la diagonal AB.

$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{(0-7)^2 + (0-2)^2 + (0-3)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{(-7)^2 + (-2)^2 + (-3)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{49 + 4 + 9}$$

$$\boxed{|AB| = \sqrt{62} = 7.8740 \approx 7.87}$$

Demostramos que todas sus diagonales son iguales al calcular la longitud de EH y de FC

$$|EH| = \sqrt{(0-7)^2 + (0-2)^2 + (3-0)^2}$$

$$\boxed{|EH| = \sqrt{49 + 4 + 9} = \sqrt{62} = 7.8740}$$

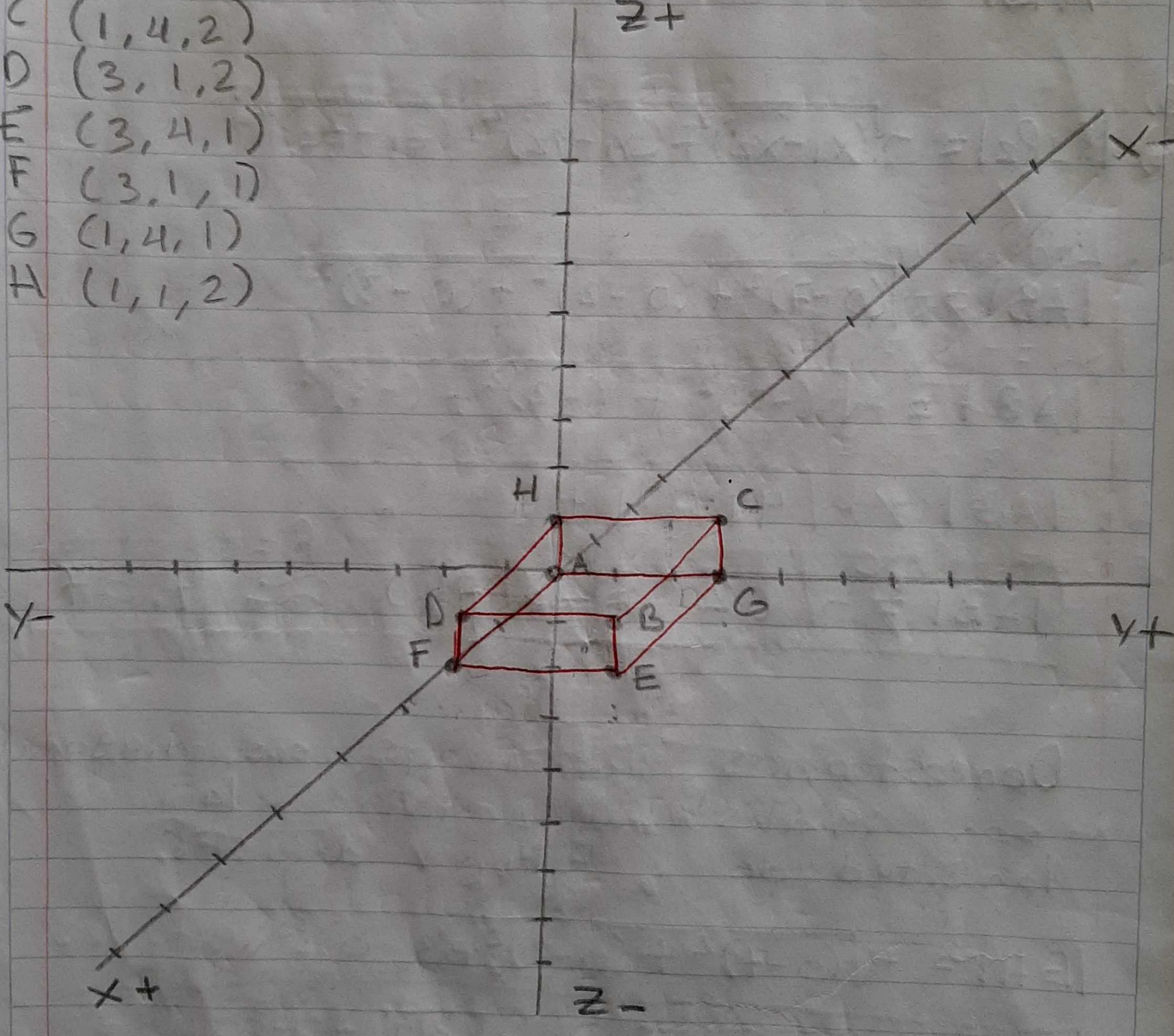
$$|FC| = \sqrt{(0-7)^2 + (-2-0)^2 + (3-0)^2}$$

$$\boxed{|FC| = \sqrt{49 + 4 + 9} = \sqrt{62} = 7.8740}$$

Ejercicio No° 2

2- A(1,1,1) ; B(3,4,2)

C (1,4,2)
D (3,1,2)
E (3,4,1)
F (3,1,1)
G (1,4,1)
H (1,1,2)



Calculando la longitud de la diagonal AB

$|AB| = \sqrt{(1-3)^2 + (1-4)^2 + (1-2)^2}$

$|AB| = \sqrt{4 + 9 + 1}$

$\boxed{|AB| = \sqrt{14} = 3.7416 \approx 3.74}$

Demostramos que todas sus diagonales son iguales al calcular la longitud de DG y de C.

$|DG| = \sqrt{(3-1)^2 + (1-4)^2 + (2-1)^2}$

$|DG| = \sqrt{4+9+1} = \sqrt{14}$

$\boxed{|DG| = 3.7416 \approx 3.74}$

$|CF| = \sqrt{(1-3)^2 + (4-1)^2 + (2-1)^2}$

$|CF| = \sqrt{4 + 9 + 1}$

$\boxed{|CF| = \sqrt{14} = 3.7416 \approx 3.74}$

Ejercicio No° 3

3- A(-1,1,2), B(2,3,5)

C(-1,3,5)

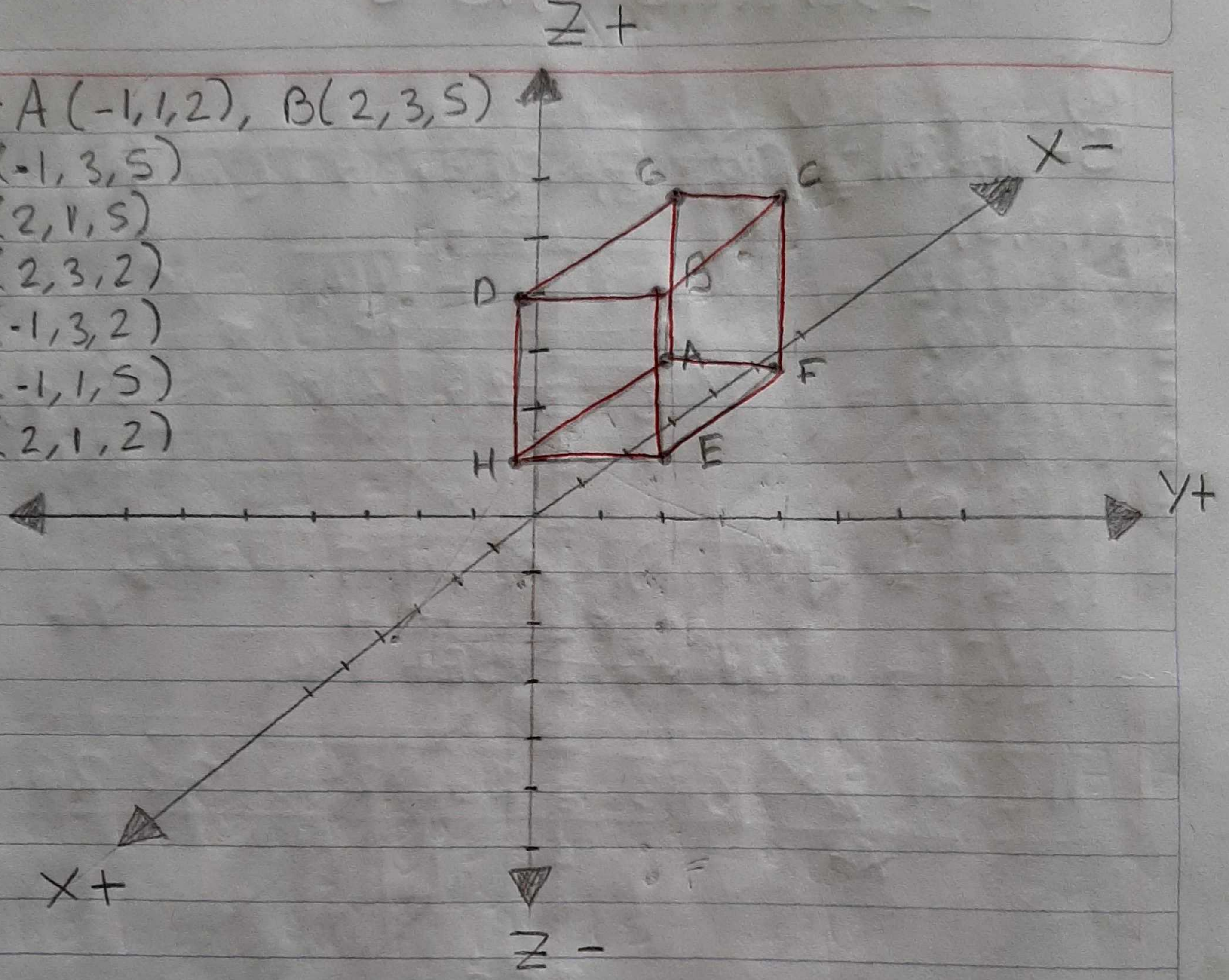
D(2,1,5)

E(2,3,2)

F(-1,3,2)

G(-1,1,5)

H(2,1,2)



$$|AB| = \sqrt{(-1-2)^2 + (1-3)^2 + (2-5)^2}$$

$$\boxed{|AB| = \sqrt{9+4+9} = \sqrt{22} = 4.6904 \approx 4.7}$$

Comprobamos con la diagonal CH =

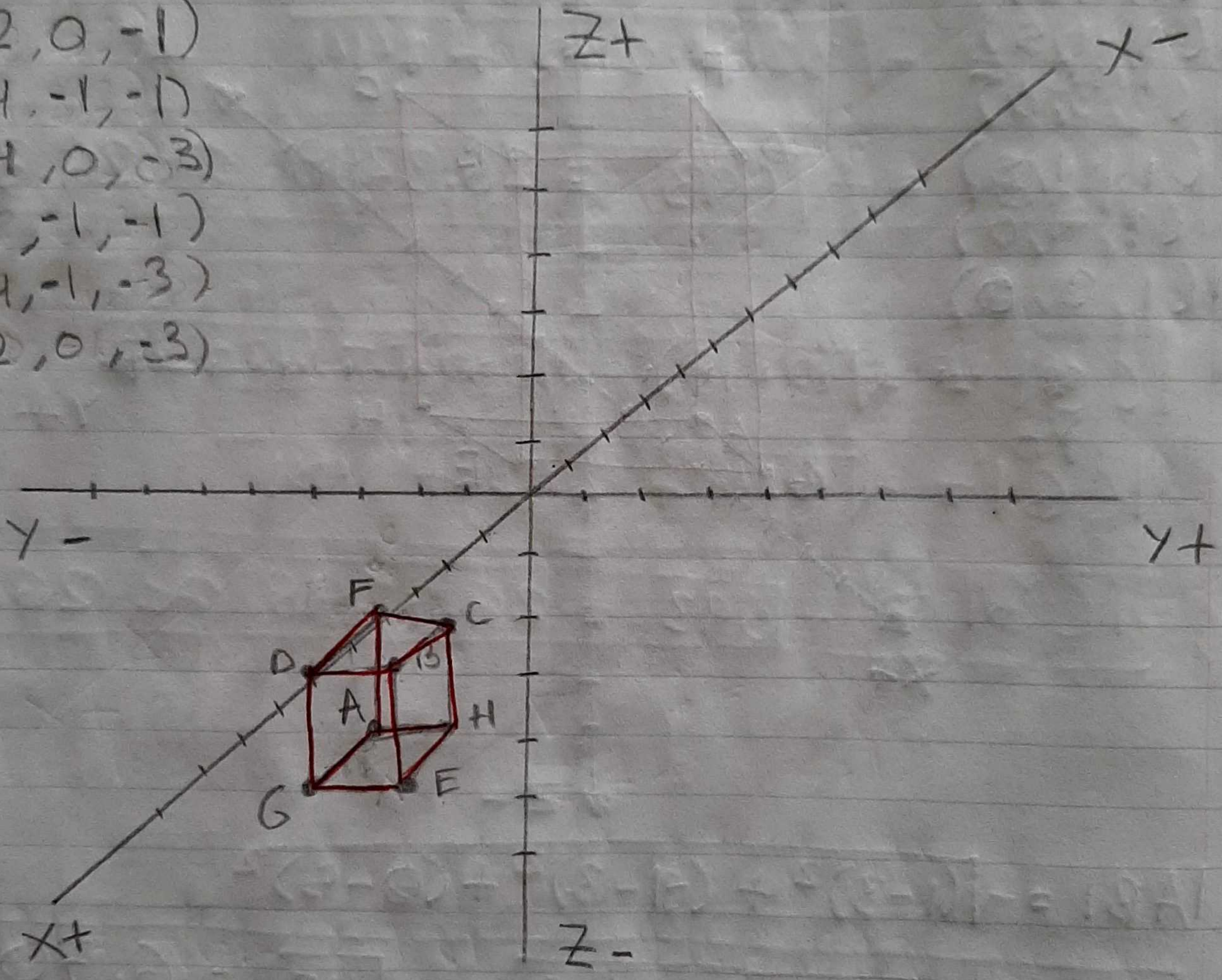
$$|CH| = \sqrt{(-1-2)^2 + (3-1)^2 + (5-2)^2}$$

$$\boxed{|CH| = \sqrt{9+4+9} = \sqrt{22} = 4.6904 \approx 4.7}$$

Ejercicio N° 4

4- $A(2,-1,-3)$; $B(4,0,-1)$

C $(2,0,-1)$
D $(4,-1,-1)$
E $(4,0,-3)$
F $(2,-1,-1)$
G $(4,-1,-3)$
H $(2,0,-3)$



$$|AB| = \sqrt{(2-4)^2 + (-1-0)^2 + (-3+1)^2}$$

$$\boxed{|AB| = \sqrt{4+1+4} = \sqrt{9} = 3}$$

Comprobamos con la diagonal CG =

$$|CG| = \sqrt{(2-4)^2 + (0+1)^2 + (-1+3)^2}$$

$$\boxed{|CG| = \sqrt{4+1+4} = \sqrt{9} = 3}$$

Ejercicio No' 5

5- A(1,-1,0) ; B (3,3,5)

C (1,3,5)

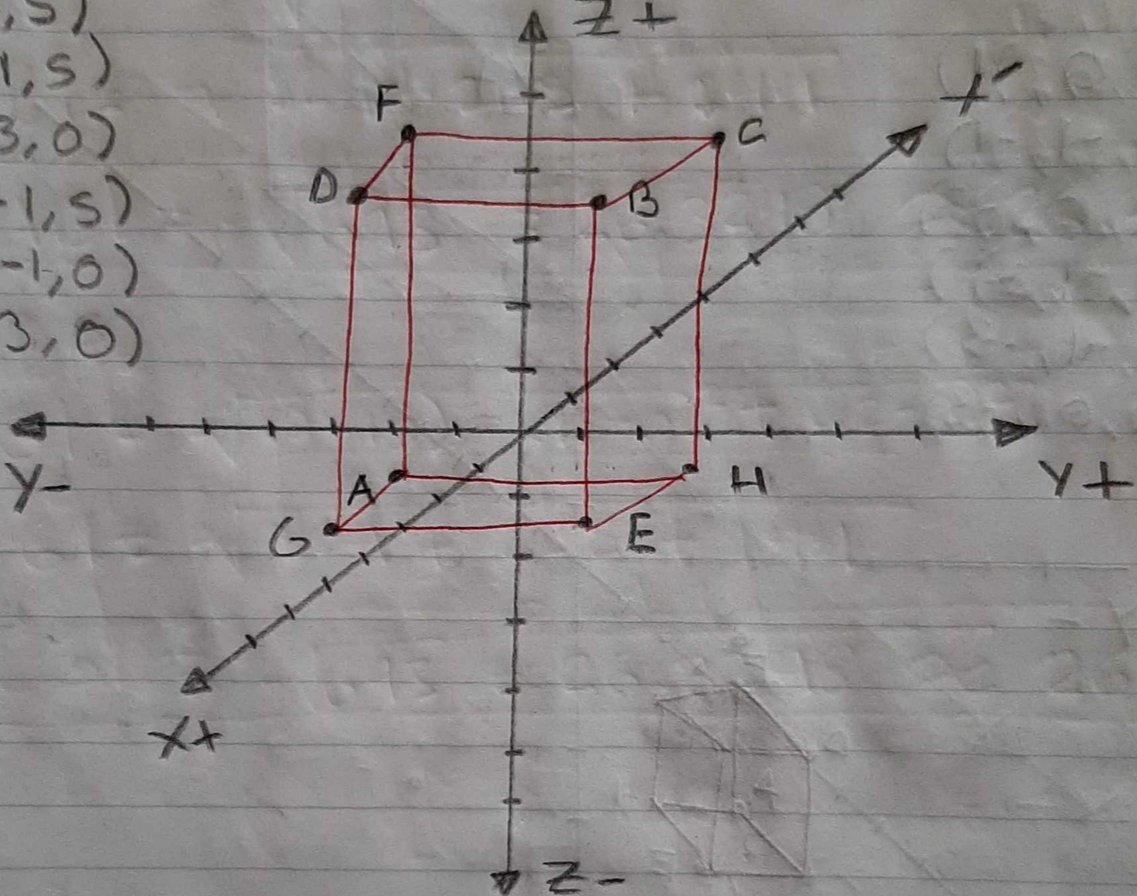
D (-3,-1,5)

E (3,3,0)

F (1,-1,5)

G (3,-1,0)

H (1,3,0)



$$|AB| = \sqrt{(1-3)^2 + (-1-3)^2 + (0-5)^2}$$

$$\boxed{|AB| = \sqrt{4+16+25} = \sqrt{45} = 6.70}$$

comprobamos con la diagonal CG =

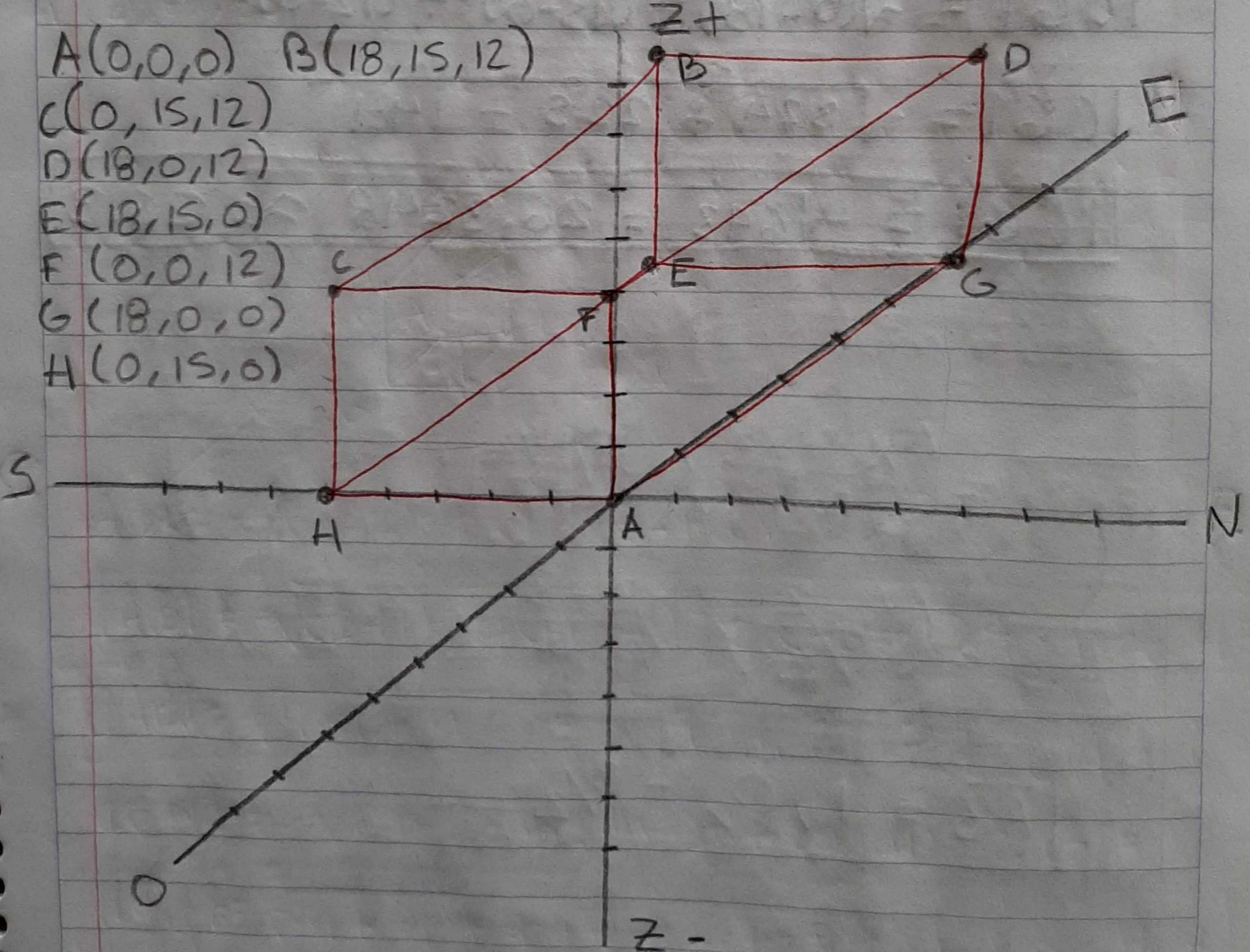
$$|CG| = \sqrt{(1-3)^2 + (3+1)^2 + (5-0)^2}$$

$$\boxed{|CG| = \sqrt{4+16+25} = \sqrt{45} = 6.70}$$

EJercicio N° 6

El Vertice Opuesto al rincon de una sala esta a 18 Pies al este, 15 Pies al sur y 12 Pies Por arriba del Primer rincon a) Dibuje la figura b) determine la longitud de la diagonal que une 2 vertices opuestos, c) obtenga las coordenadas de los ocho vertices de la sala.

A(0,0,0) B(18,15,12)
C(0,15,12)
D(18,0,12)
E(18,15,0)
F(0,0,12)
G(18,0,0)
H(0,15,0)



b)

$$|AB| = \sqrt{(0-18)^2+(0-15)^2+(0-12)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{324+225+144}$$

$$\boxed{|AB| = \sqrt{693} = 26.3248 \approx 26.3}$$

$$|CG| = \sqrt{(0-18)^2+(15-0)^2+(12-0)^2}$$

$$|CG| = \sqrt{324+225+144}$$

$$\boxed{|CG| = \sqrt{693} = 26.3248 \approx 26.3}$$

Ejercicio No° 7

En los ejercicios 7 a 11. determine a) la distancia no dirigida entre los puntos A y B b) el punto medio del segmento de la recta que une a A con B.

7- $A(3,4,2)$; $B(1,6,3)$

a) obtenemos la distancia No dirigida

$$|AB| = \sqrt{(3-1)^2 + (4-6)^2 + (2-3)^2}$$

$$\boxed{|AB| = \sqrt{4+4+1} = \sqrt{9} = 3}$$

b) obtenemos el punto medio

$$\overline{P_1P_2} = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}, \frac{z_1+z_2}{2} \right)$$

$$\overline{AB} = \left(\frac{3+1}{2}, \frac{4+6}{2}, \frac{2+3}{2} \right)$$

$$\boxed{\overline{AB} = 2, 5, 5/2}$$

Ejercicio Nº 8

$A(4,-3,2)$; $B(-2,3,-5)$

obtenemos la distancia No dirigida

$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{(4+2)^2+(-3-3)^2+(2+5)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{36+36+49}$$

$$\boxed{|AB| = \sqrt{121} = 11}$$

calculamos el punto medio

$$\overline{P_1P_2} = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}, \frac{z_1+z_2}{2}\right)$$

$$\overline{AB} = \left(\frac{4-2}{2}, \frac{-3+3}{2}, \frac{2-5}{2}\right)$$

$$\boxed{\overline{AB} = 1, 0, -3/2}$$

Ejercicio No° 9

$A(2,-4,1)$; $B(1/2, 2, 3)$

obtenemos la distancia No dirigida

$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_1-x_2)^2 + (y_1-y_2)^2 + (z_1-z_2)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{(2-1/2)^2 + (-4+2)^2 + (1-3)^2}$$

$$\boxed{|AB| = \sqrt{2.25+4+4} = \sqrt{10.25} = 3.2}$$

Calculamos el punto medio

$$\overline{P_1P_2} = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}, \frac{z_1+z_2}{2}\right)$$

$$\overline{AB} = \left(\frac{2+1/2}{2}, \frac{-4+2}{2}, \frac{1+3}{2}\right)$$

$$\boxed{\overline{AB} = 5/4, -1, 2}$$

Ejercicio No° 10

$A(-2, -\frac{1}{2}, 5)$; $B(5, 1, -4)$

obtenemos la distancia No dirigida

$|P_1P_2| = \sqrt{(-2-5)^2 + (-1/2-1)^2 + (5+4)^2}$

$|AB| = \sqrt{49 + 2.25 + 81}$

$\boxed{|AB| = \sqrt{132.25} = 11.5}$

calculamos el punto medio

$\overline{P_1P_2} = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}, \frac{z_1+z_2}{2} \right)$

$\overline{AB} = \left(\frac{-2+5}{2}, \frac{-1/2+1}{2}, \frac{5-4}{2} \right)$

$\boxed{\overline{AB} = 3/2, 1/4, 1/2}$

Ejercicio No° 11

$A(-5, 2, 1)$; $B(3, 7, -2)$

obtenemos la distancia No dirigida

$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{(-5-3)^2 + (2-7)^2 + (1+2)^2}$$

$$\boxed{|AB| = \sqrt{64 + 25 + 9} = \sqrt{98} = 9.9}$$

Calculamos el Punto medio

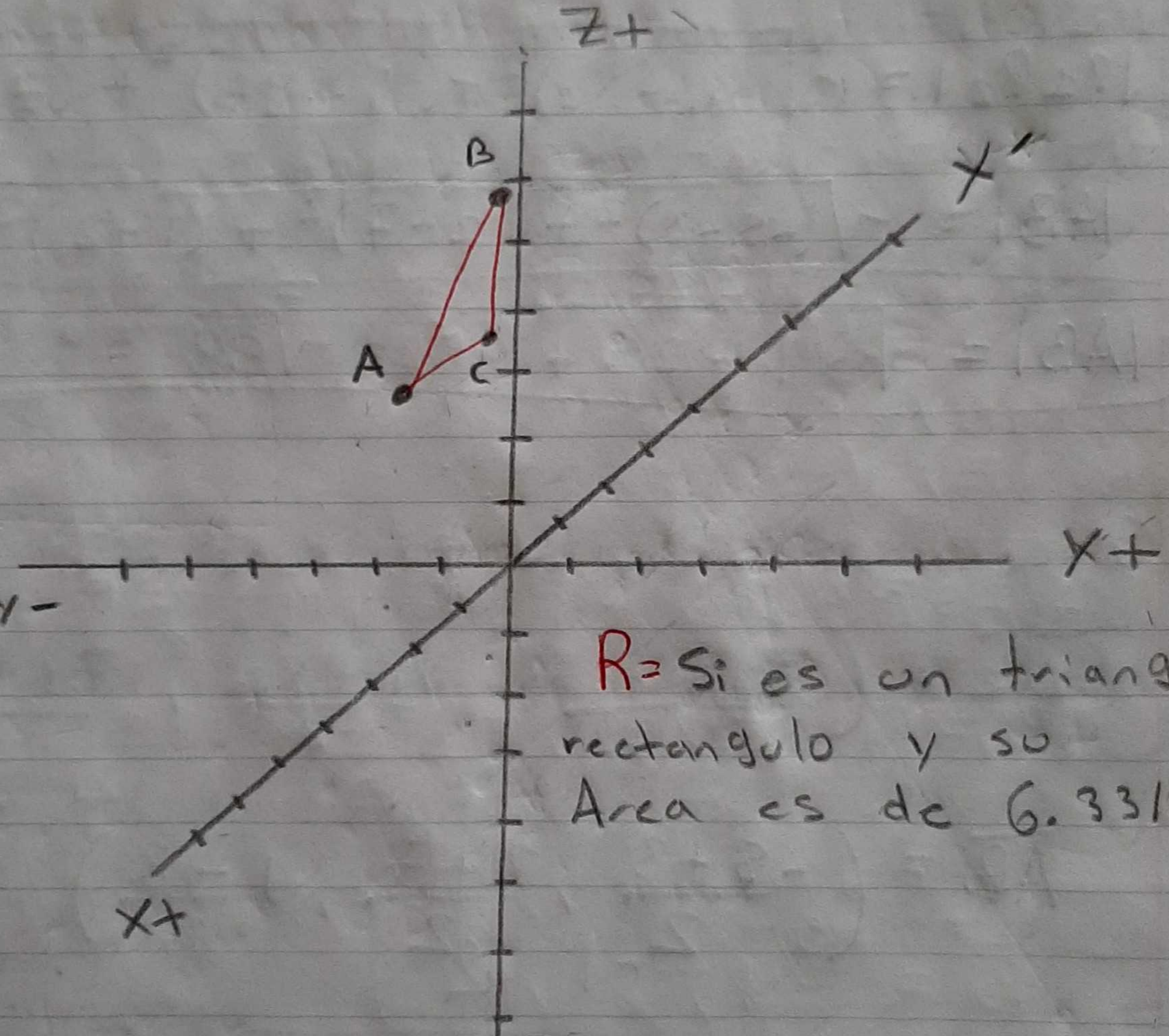
$$\overline{P_1P_2} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2} \right)$$

$$\overline{AB} = \left(\frac{-5+3}{2}, \frac{2+7}{2}, \frac{1-2}{2} \right)$$

$$\boxed{\overline{AB} = -1, 9/2, -1/2}$$

Ejercicio No. 12

Demuestre que los 3 puntos (1,-1,3), (2,1,7) y (4,2,6) son los vertices de un triangulo rectangulo y calcule su Area.



R= Si es un triangulo rectangulo y su Area es de 6.3318

$$|AB| = \sqrt{(1-2)^2 + (-1-1)^2 + (3-7)^2}$$

$$\boxed{|AB| = \sqrt{1+4+16} = \sqrt{21} = 4.5825}$$

$$|BC| = \sqrt{(2-4)^2 + (1-2)^2 + (7-6)^2}$$

$$\boxed{|BC| = \sqrt{4+1+1} = \sqrt{6} = 2.4494}$$

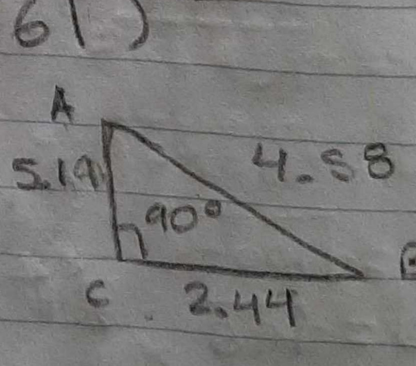
$$|CA| = \sqrt{(4-1)^2 + (2+1)^2 + (6-3)^2}$$

$$\boxed{|CA| = \sqrt{9+9+9} = \sqrt{27} = 5.1961}$$

Comprobamos con el teorema de pitagoras si es o no un triangulo rectangulo =

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$(2.4494)^2 + (4.5825)^2 = (5.1961)^2$$



$$\sqrt{26.9988} = 5.1961$$

$$\boxed{5.1960 = 5.1961}$$

Calculamos el Area del triangulo

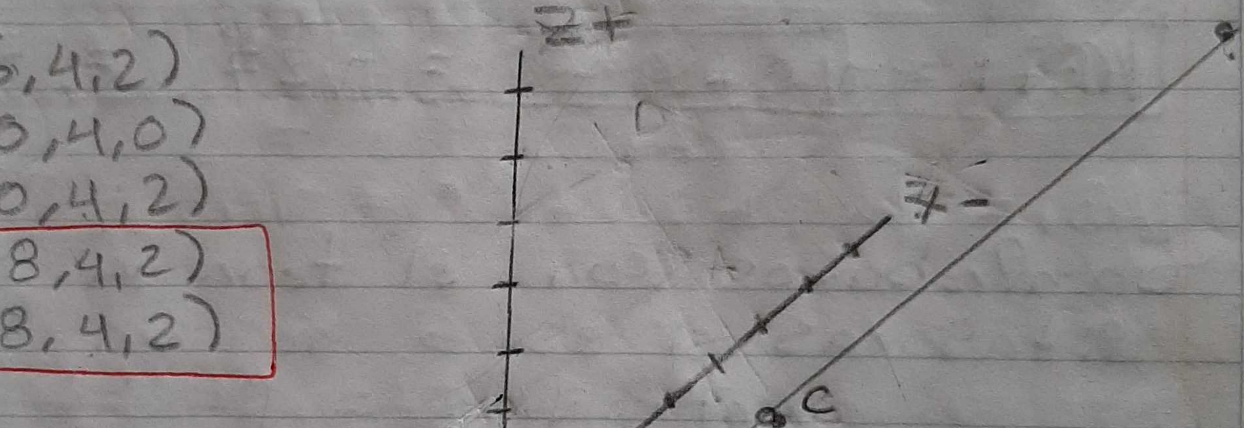
$$A = \frac{b \cdot h}{2} \qquad A = \frac{2.44 \cdot 5.19}{2} \qquad \boxed{A = 6.3318}$$

Ejercicio No° 13

Se dibuja una recta que pasa por el punto (6,4,2) y que es perpendicular al plano YZ. obtenga las coordenadas de los puntos de la recta que estan a una distancia de 10 unidades del punto (0,4,0).

A (6,4,2)
B (0,4,0)
C (0,4,2)

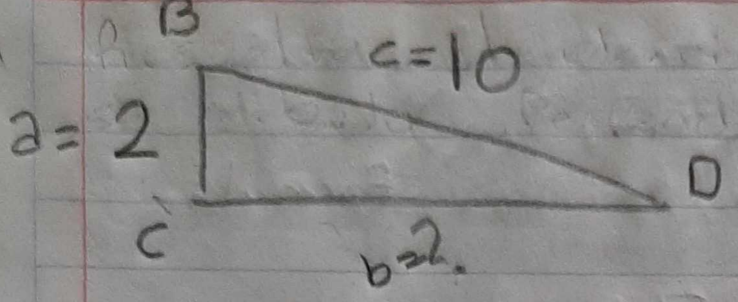
$$\boxed{\begin{array}{l} D\ (9.8,4,2) \\ E\ (-9.8,4,2) \end{array}}$$



$$|CD| = \sqrt{(0+9.8)^2 + (4-4)^2 + (2-2)^2}$$

$$\boxed{|CD| = \sqrt{96} = 9.7979}$$

Ejercicio N° 13



teorema de Pitagoras

$$|BC| = \sqrt{(0-0)^2+(4-4)^2+(0-2)^2}$$

$$\boxed{|BC| = \sqrt{4} = 2}$$

$$|BD| = \sqrt{(0-9.8)^2+(4-4)^2+(0-2)^2}$$

$$\boxed{|BD| = \sqrt{96+4} = \sqrt{100} = 10}$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$b^2 = (10)^2 - (2)^2$$

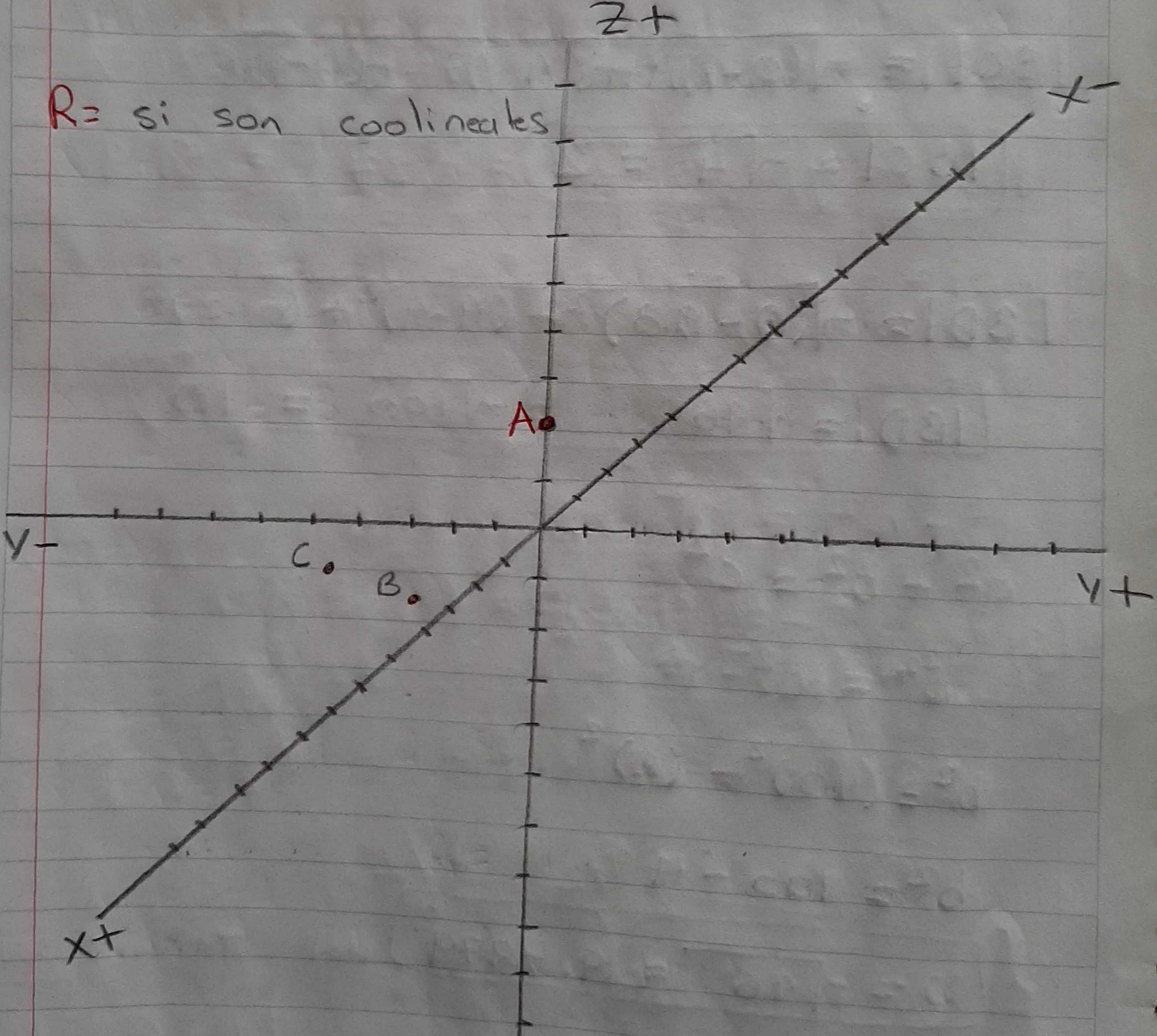
$$b^2 = 100 - 4$$

$$\boxed{b = \sqrt{96} = 9.7979}$$

Ejercicio No° 15

Demuestre que los tres Puntos $(-3,2,4)$, $(6,1,2)$ y $(-12,3,6)$ son colineales empleando la formula de la distancia

R= si son coolineales



$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{(-3-6)^2+(2-1)^2+(4-2)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{81+1+4} = \sqrt{86}$$

$$\boxed{|AB| = 9.2736}$$

$$|BC| = \sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1+z_2)^2}$$

$$|BC| = \sqrt{(6+12)^2+(1-3)^2+(2-6)^2}$$

$$|BC| = \sqrt{324+4+16} = \sqrt{344}$$

$$\boxed{|BC| = 18.5472}$$

$$|AC| = \sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2}$$

$$|AC| = \sqrt{(-3+12)^2+(2-3)^2+(4-6)^2}$$

$$|AC| = \sqrt{81+1+4} = \sqrt{86}$$

$$\boxed{|AC| = 9.2736}$$

$$|AC| + |AB| = |BC|$$

$$9.2736 + 9.2736 = 18.5472$$

Ejercicio No°16

Determine las vertices del triangulo cuyos lados tienen los puntos medios en (3,2,3), (-1,1,5) y (0,3,4)

Las obtenemos por medio de un sistema de ecuaciones

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = 0$$

$$\frac{x_2 + x_3}{2} = -1$$

$$\frac{x_3 + x_1}{2} = 3$$

$x_1 + x_2 = 0$
$x_2 + x_3 = -2$
$x_3 + x_1 = 6$

$\cancel{x_1} + x_2 = 0$
$-x_3 - \cancel{x_1} = -6$
$-\cancel{x_3} + x_2 = -6$
$x_2 + \cancel{x_3} = -2$
$2x_2 = -8$
$x_2 = -8/2$
$\boxed{x_2 = -4}$

$x_2 + x_3 = -2$
$-4 + x_3 = -2$
$x_3 = -2 + 4$
$\boxed{x_3 = 2}$

$x_3 + x_1 = 6$
$2 + x_1 = 6$
$x_1 = 6 - 2$
$\boxed{x_1 = 4}$

R= los vertices son

A (4,4,2)
B (-4,2,6)
C (2,0,4)

Ejercicio 16

$$\frac{y_1+y_2}{2}=3 \qquad \frac{z_1+z_2}{2}=4$$

$$\frac{y_2+y_3}{2}=1 \qquad \frac{z_2+z_3}{2}=6$$

$$\frac{y_3+y_1}{2}=2 \qquad \frac{z_3+z_1}{2}=3$$

$y_2+y_3=2$

$2+y_3=2$

$y_3=2-2$

$\boxed{y_3=0}$

$y_3+y_1=4$

$0+y_1=4$

$\boxed{y_1=4}$

$y_1+y_2=6$

$y_2+y_3=2$

$y_3+y_1=4$

$\cancel{y_1}+y_2=6$

$-y_3-\cancel{y_1}=-4$

$-\cancel{y_3}+y_2=2$

$y_2+\cancel{y_3}=2$

$2y_2=4$

$y_2=4/2$

$\boxed{y_2=2}$

$z_2+z_3=10$

$6+z_3=10$

$z_3=10-6$

$\boxed{z_3=4}$

$z_3+z_1=6$

$4+z_1=6$

$z_1=6-4$

$\boxed{z_1=2}$

$z_1+z_2=8$

$z_2+z_3=10$

$z_3+z_1=6$

$\cancel{z_1}+z_2=8$

$-z_3-\cancel{z_1}=-6$

$-\cancel{z_3}+z_2=2$

$z_2+\cancel{z_3}=10$

$2z_2=12$

$z_2=12/2$

$\boxed{z_2=6}$

Ejercicio No: 17

Para el triangulo que tiene vertices $A(2,-5,3)$, $B(-1,7,0)$ y $C(-4,9,7)$ calcule A) la longitud de cada lado y b) los puntos medios de cada lado.

$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_1-x_2)^2 + (y_1-y_2)^2 + (z_1-z_2)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{(2+1)^2 + (-5-7)^2 + (3-0)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{9+144+9} = \sqrt{162}$$

$$\boxed{|AB| = \sqrt{162} = 12.7279 \approx 12.73}$$

$$|BC| = \sqrt{(-1+4)^2 + (7-9)^2 + (0-7)^2}$$

$$|BC| = \sqrt{9+4+49} = \sqrt{62}$$

$$\boxed{|BC| = \sqrt{62} = 7.8740 \approx 7.87}$$

$$|AC| = \sqrt{(2+4)^2 + (-5-9)^2 + (3-7)^2}$$

$$|AC| = \sqrt{36+196+16} = \sqrt{248}$$

$$\boxed{|AC| = \sqrt{248} = 15.7480 \approx 15.75}$$

Puntos Medios =

$$\overline{P_1P_2} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2} , \frac{y_1 + y_2}{2} , \frac{z_1 + z_2}{2} \right)$$

$$\overline{AB} = \left(\frac{2-1}{2} , \frac{-5+7}{2} , \frac{3+0}{2} \right)$$

$$\boxed{\overline{AB} = 1/2 , 1 , 3/2}$$

$$\overline{BC} = \left(\frac{-1-4}{2} , \frac{7+9}{2} , \frac{0+7}{2} \right)$$

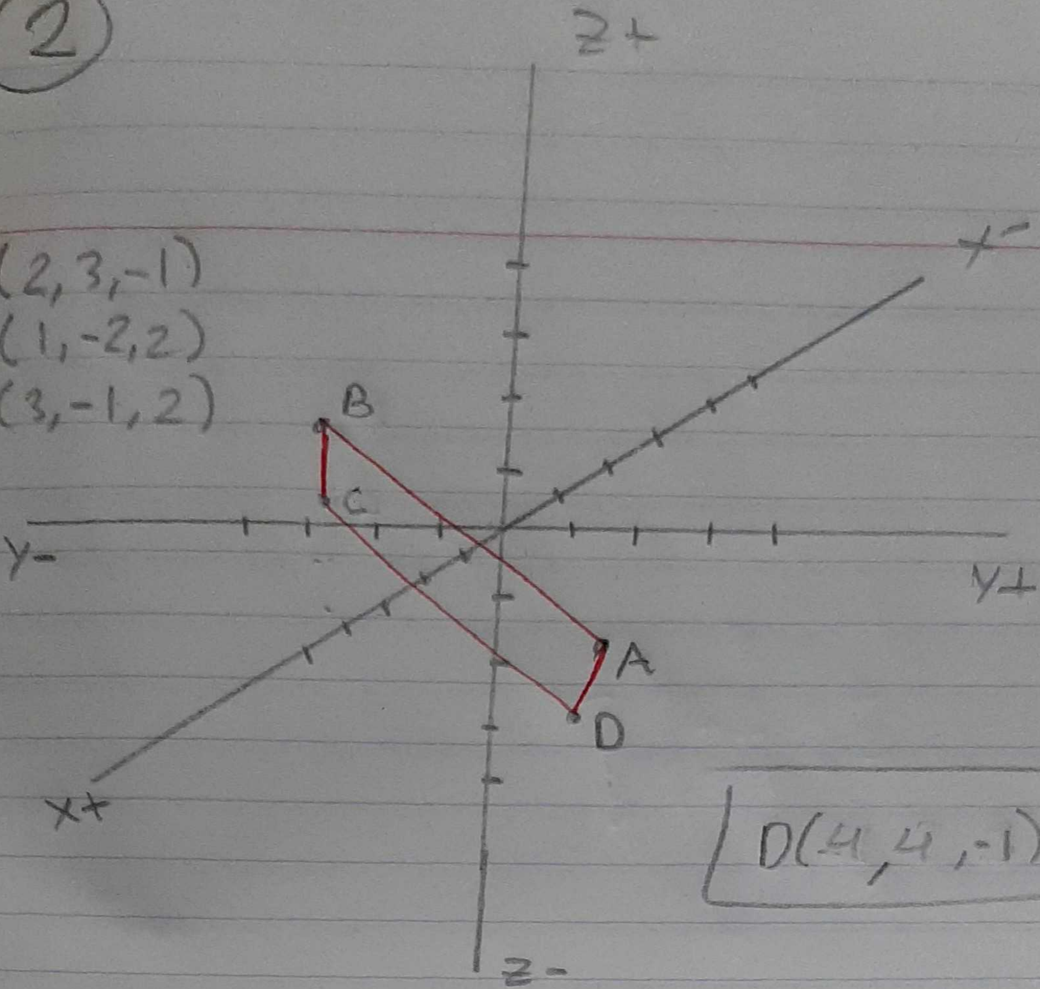
$$\boxed{\overline{BC} = -5/2 , 8 , 7/2}$$

$$\overline{AC} = \left(\frac{2-4}{2} , \frac{-5+9}{2} , \frac{3+7}{2} \right)$$

$$\boxed{\overline{AC} = -1 , 2 , 5}$$

(2)

A $(2,3,-1)$
B $(1,-2,2)$
C $(3,-1,2)$

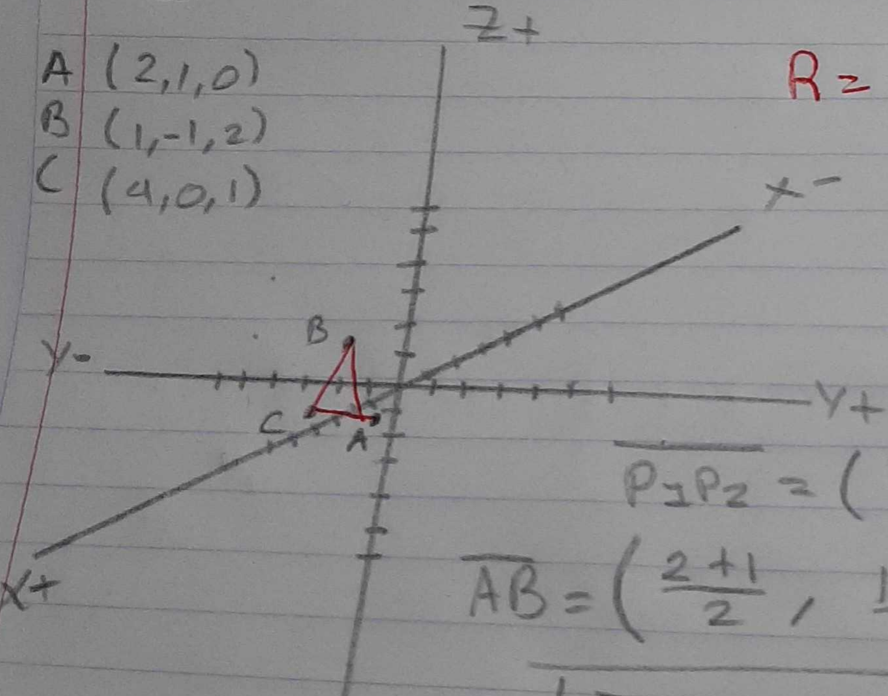


$\boxed{D(4,4,-1)}$

(3)

A $(2,1,0)$
B $(1,-1,2)$
C $(4,0,1)$

R = No es triangulo rectangulo



$$\overline{P_1P_2} = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}, \frac{z_1+z_2}{2}\right)$$

$$\overline{AB} = \left(\frac{2+1}{2}, \frac{1-1}{2}, \frac{0+2}{2}\right)$$

$$\boxed{\overline{AB} = 3/2, 0, 1}$$

$$|AB| = \sqrt{(2-1)^2 + (1+1)^2 + (0-2)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{1+4+4} = \sqrt{9} = 3$$

$$|BC| = \sqrt{(1-4)^2 + (-1+0)^2 + (2-1)^2}$$

$$|BC| = \sqrt{9+1+1} = \sqrt{11} = 3.3$$

$$|AC| = \sqrt{(2-4)^2 + (1-0)^2 + (0-1)^2}$$

$$|AC| = \sqrt{4+1+1} = \sqrt{6} = 2.44$$

teorema de pitagoras

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$(3)^2 + (2.44)^2 = 3.3^2$$

$$9 + 5.9536 = 3.3^2$$

$$\sqrt{14.9536} = 3.3$$

$$3.86 = 3.3$$