Tarea parcial 1 Jose Adrian Ontiveros Moran

Ecuacion de la esfera

1 = Encuentre la ecuacion de la esfera que tiene centro en el origen y radio $\sqrt{2}$

$$r^2 = (\sqrt{2})^2$$
$$r^2 = 2$$
$$x^2 + y^2 + z^2 = 2$$

2 = Encuentre la ecuacion de la esfera que tiene centro $(0, -1, 1)$ y radio $\sqrt{3}$

$$r^2 = (\sqrt{3})^2$$
$$r^2 = 3$$

$$(x-0)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 3$$

$$x^2 + y^2 - 2y + 1 + z^2 + 2z + 1 = 3$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z = 3 - 1$$
$$\underline{x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z = 1}$$

3 = Determine el centro y el radio de la esfera
$$4x^2 + 4y^2 - 4x - 32y + 8z + 33 = 0$$

$$\frac{4x^2 - 4x + 4y^2 - 32y + 4z^2 + 8z}{4} = \frac{-33}{4}$$

$$(x - \tfrac{1}{2})^2 - \tfrac{1}{4}(y-4)^2 - 16(z-1)^2 - y = \frac{-33}{4}$$

$$(x - \tfrac{1}{2})^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = \frac{-33}{4} + \frac{1}{4} + 16 + 1$$
$$(x - \tfrac{1}{2})^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = \frac{35}{4}$$

$$\text{Centro} = \left(\tfrac{1}{2}, 4, 1\right)$$
$$r^2 = \sqrt{\frac{35}{4}}$$

3= si los puntos $A(-3,2,-1)$ y $B(3,-2,1)$ son los extremos de un diametro de una esfera determine si tiene centro en el origen y encuentre la ecuacion de la esfera.

$$Pm=\left(\frac{-3+3}{2},\frac{2+(-2)}{2},\frac{-1+1}{2}\right)$$

$$Pm=(0,0,0)$$

$$D=\sqrt{(-3+0)^2+(2+0)^2+(-1+0)^2}$$
$$D=\sqrt{14}$$
$$r^2=(\sqrt{14})^2$$

$$\underline{x^2+y^2+z^2=14}$$

4: $x^2+y^2+z^2-8y+6z+25=0$

$x^2+y^2-8y+z^2+6z=25$

$x^2+y^2-8y+16+z^2+6z+9=25+16+9$

$(x+0)^2+(y-4)^2+(z+3)^2=50$

Centro $(0,4,-3)$ radio $=\sqrt{50}$

5: Uno de los diametros es el segmento de recta que tiene extremos en $(6,2,5)$ y $(-4,0,7)$

$d=\sqrt{(-10)^2+(-2)^2+(12)^2}$

$d=\sqrt{248}$

$r=\frac{\sqrt{248}}{2}=7.874$

$Pm=\left(\frac{6-4}{2},\frac{2+0}{2},\frac{-5+7}{2}\right)$

Centro $=(1,1,1)$

$(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=61.9998$

$x^2-2x+y^2-2y+z^2-2z=58.998$

vectores. magnitud.

6= $P_1(3,0,-1)$ $P_2(-3,8,-1)$

$$\begin{array}{r} P_2(-3,\ 8,\ -1) \\ -\ P_1(3,\ 0,\ -1) \\ \hline -6,\ 8,\ 0 \end{array}$$

$$|\overrightarrow{V(P_1P_2)}| = \sqrt{(-6)^2+(8)^2+(0)^2}$$

$$|\overrightarrow{V(P_1P_2)}| = \sqrt{100} = 10$$

7= $P_1(-8,-5,2)$ y $P_2(-3,-9,4)$

$$\begin{array}{r} P_2(-3,\ -9,\ 4) \\ -\ P_1(-8,\ -5,\ 2) \\ \hline 5,\ -4,\ 2 \end{array}$$

$$|\overrightarrow{V(P_1P_2)}| = \sqrt{(5)^2+(-4)^2+(2)^2}$$

$$|\overrightarrow{VP_1P_2}| = \sqrt{45}$$

8= $P_1(3,-1,-4)$ $P_2(7,2,4)$

$$\begin{array}{r} P_2=(7,\ 2,\ 4) \\ -\ P_1=(3,\ -1,\ -4) \\ \hline \end{array}$$

$$\overrightarrow{P_1P_2} = \langle 4,\ 3,\ 8 \rangle$$

$$|\overrightarrow{P_1P_2}| = \sqrt{(4)^2+(3)^2+(8)^2} = \sqrt{89} \approx 9.433$$

$9 = P_1(-2, 6, 5)\ P_1(2, 4, 1)$

$$\begin{array}{l} P_2(2, 4, 1) \\ -P_1(-2, 6, 5) \\ \hline \end{array}$$

$\overrightarrow{P_1P_2} = \langle 4, -2, -4 \rangle$

$\overrightarrow{P_1P_2} = \sqrt{(4)^2 + (-2)^2 + (-4)^2} = \sqrt{36} \approx \underline{6}$

$10 = P_1(4, -3, -1)\ P_1(-2, -4, -8)$

$$\begin{array}{l} P_2(-2, -4, -8) \\ -P_1(4, -3, -1) \\ \hline \end{array}$$

$\overrightarrow{P_1P_2} \langle -6, -1, -7 \rangle$

$|\overrightarrow{P_1P_2}| = \sqrt{(-6)^2 + (-1)^2 + (-7)^2}$

$|\overrightarrow{P_1P_2}| = \sqrt{86} \approx \underline{9.2736}$

# Producto punto.

11: $A = \langle \frac{2}{5}, \frac{1}{4}, -\frac{3}{2} \rangle$ $B = \langle \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{1}{2} \rangle$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2}\right)$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = \left(\frac{1}{5} + \frac{3}{20} - \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{5} + \frac{3}{20} = \frac{20+15}{100} = \frac{35}{100}$

$\frac{7}{20} - \frac{3}{4} = \frac{28-60}{80} = \frac{-32}{80} = \frac{-2}{5}$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = -\frac{2}{5}$ //

12: $A = 3j - 2k$, $B = i + j - 3k$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = (0)(1) + (3)(1) + (-2)(-3)$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = 9$ //

13: $A = \langle 4, 0, 2 \rangle$ $B = \langle 5, 2, -1 \rangle$

$\vec{A}\vec{B} = (4)(5) + \cancel{(0)(2)}^{0} + (2)(-1)$

$\vec{A}\vec{B} = 20 - 2$

$\vec{A}\vec{B} = 18$ //

14: $3i - 2j + k$; $B = 6i + 7j + 2k$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = (3)(6) + (-2)(7) + (1)(2)$

$\vec{A}\vec{B} = 18 - 14 + 2$

$\vec{A}\vec{B} = 6$ //

# Producto cruz

15 = $A = \langle 1, 2, 3 \rangle$ , $B = \langle 4, -3, -1 \rangle$

$$A \times B = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

$$i[(2)(3)] - [(-1)(4)] - j[((1)(-1) - (4)(2))]$$

$$+ k[((1)(-3) - (4)(-3))]$$

$$i(-2) - j(-9) + k(9)$$

$$A \times B = -2j + 9j + 9k$$

16 = Calcule $D \times E$

$$D \times E \begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & 1 & 6 \\ 4, & 0, & -7 \end{vmatrix}$$

$$i((1)(6) - (-7)(4)) = 17i$$

$$-j((-2)(-7) - (4)(-1)) = -8j$$

$$k((-2)(0) - (4)(0)) = 0k$$

$$D \times E = 11i - 8j$$

Paralelepipedo

17 = $P\langle 1, 3, 4\rangle \quad Q\langle 3, 5, 3\rangle \quad S\langle 2, 2, 5\rangle$

$\vec{PQ} = Q(3, 5, 3) - P(1, 3, 4) = 2, 2, -1$

$\vec{PR} = R(2, 1, 6) - P(1, 3, 4) = 1, -2, 2$

$\vec{PS} = S(2, 2, 5) - P(1, 3, 4) = 1, -1, -1$

$$\vec{PQ} \times \vec{PR} = \begin{vmatrix} 2, & 2, & -1 \\ 1, & -2, & 2 \end{vmatrix} =$$

$$i[(2)(2) - (-2)(-1)] = 2i$$
$$-j[(2)(2) - (1)(-1)] = -5j$$
$$k[(2)(-2) - (1)(2)] = -6k$$

$$\vec{PQ} \times \vec{PR} = \langle 2, -5, -6\rangle$$

$$V = |\vec{PQ} \times \vec{PR} \cdot PS|$$

$$V = (2)(-1) + (-5)(-1) + (-6)(-1)$$

$$V = 9\ u^3$$

18 = Paralelepipedo

$i + 3j + 2k$ , $2i + j - k$ , $i$ , $-2j + k$

$A = \langle 1, 3, 2 \rangle$
$B = \langle 2, 1, -1 \rangle$
$C = \langle 1, -2, 1 \rangle$

$$A \times B \begin{vmatrix} i & & \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$i\,[(3)(-1) - (1)(2)] = -5\,i$
$-j\,[(1)(-1) - (2)(2)] = +5\,j$
$k\,[(2)(1) - (1)(3)] = -4\,k$

$V = A \times B \cdot C$

$V = |\langle -5 + 5 - 4 \rangle \langle 1, -2, 1 \rangle|$
$V = |(-5)(1) + (5)(-2) + (-4)(1)|$

$V = |\cancel{-}19\,u^3|$

19: Determine el area del triangulo tiene vertices A(0, 2, 2), B(8, 8, -2) y C(9, 12, 6)

$\vec{AB} = B(8, 8, -2) - A(0, 2, 2) = 8, 6, -4$

$\vec{AC} = C(9, 12, 6) - A(0, 2, 2) = 9, 10, 4$

$$\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 8 & 6 & -4 \\ 9 & 10 & 4 \end{vmatrix}$$

$i = ((6)(10) - (9)(6)] = 6i$

$-j = ((8)(4) - (9)(6)] = -22j$

$k = ((8)(10) - (4)(10)] = 40k$

$$Area = \frac{\sqrt{(6)^2 + (22)^2 + (40)^2}}{2} = \frac{46.04345}{2} = 23.0217$$

20: Calcule el area del triangulo que tiene vertices en A(4, 5, 6), B(4, 4, 5) y C(3, 5, 5)

$\vec{AB} = B(4, 4, 5) - A(4, 5, 6) = \langle 0, -1, -1 \rangle$

$\vec{AC} = C(3, 5, 5) - A(4, 5, 6) = \langle -1, 0, -1 \rangle$

$$\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$i ((-1)(0) - (-1)(-1)) = -1j$

$-j ((0)(-1) - (-1)(-1)] = 1j$

$k ((0)(0) - (-1)(0) = 0k$

$$Area = \frac{\sqrt{(-1)^2 + (1)^2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707106$$

Ecuacion del plano

21 = El plano que pasa por el origen y es perpendicular al vector < 1, -2, 5 >

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

$$1(x - 0) - 2(y - 0) + 5(z - 0) = 0$$

$$x - 2y + 5 = 0$$ //

22 = El plano que pasa por el punto (5, 3, 5) y con vector normal 2i + j - k

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

$$5(x - 2) + 3(y - 1) + 5(z + 1) = 0$$

$$5x - 10 + 3y - 3 + 5z + 5 = 0$$

$$5x + 3y + 5z = 8$$ //

25: Encuentre la ecuacion del plano que pasa por los puntos A(0, 1, 1), B(1, 0, 1) y C(1, 1, 0)

$$\vec{AB} = B(1,0,1) - A(0,1,1) = \langle 1,-1,0 \rangle \qquad \vec{AC} = C(1,1,0) - A(0,1,1) = \langle 1,0,-1 \rangle$$

$$N = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$i[(-1)(-1) - (0)(0)] = i$$

$$-j[(1)(-1) - (1)(0)] = +j$$

$$k[(1)(0) - (1)(-1)] = k$$

$$\underline{N = i + j + k}$$

$$N = \langle 1, 1, 1 \rangle$$

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

$$1(x - 0) + 1(y - 1) + 1(z - 1) = 0$$

$$x + y - 1 + z - 1 = 0$$

$$\underline{x + y + z = 2}$$

24= Encuentre la ecuacion del plano que pasa por el origen y los puntos $(2,-4,6)$ y $(5,1,3)$

$A=(0,0,0)$

$B=(2,-4,6)$

$C=(5,1,3)$

$\overrightarrow{AB}: B(2,-4,6) - A(0,0,0) = \langle 2,-4,6\rangle$

$\overrightarrow{AC}: C(5,1,3) - A(0,0,0) = \langle 5,1,3\rangle$

$$N = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -4 & 6 \\ 5 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$i[(-4)(3)-(1)(6)] = -18i$

$-j[(2)(3)-(5)(6)] = +24j$

$k[(2)(1)-(5)(-4)] = 22k$

$N = -18i + 24j + 22k$

$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$

$-18i(x-2)+24(y-(-4))+22(z-6)=0$

$-18x+36+24y+96+22z-132=0$

$\underline{-18x+24y+22z=0}$ //

25: Encuentre la ecuación vectorial y las ecuaciones paramétricas de la recta L que pasa por el punto (5, 1, 3) y es paralela al vector $i + 4j - 2k$

$r_0 = 5i + 1j + 3k$

$v = i + 4j - 2k$

$tv = ti + 4tj - 2tk$

$r_0 = 5i + j + 3k$

$L = r(t) = (5+t)\,i + (4t+1)\,j + (3-2t)\,k$ vectorial

$x = 5 + t$

$y = 4t + 1$

$z = 3 - 2t$

26= Encuentre la ecuación de la recta
(1, 5, -4) y (2, -1, 3)

$P_2\ (2, -1, 3)$
$P_1\ (1, -5, -4)$
$\langle 1, 4, 7 \rangle = v_0$

$R_0 = 1\bar{i} + 5j - 4k$
$v\,d = 1t\bar{i} + 4t + 7tk$

$r(t) = (t+1)\bar{i} + (4t+5)\bar{j} + (7t-4)k$

$L = r(t) = (t+1)i + (4t+5)j + (7t-4)k$
$L = r(t) = (t+2)i + (4t-1)j + (7t+3)k$

27 = Encuentre la posicion de un objeto que sigue la trayectoria de la siguiente funciones vectorial, ademas genere el vector, velocidad la velocidad instantanea y el vector aceleracion en tiempo de $t=2$ de

$r(t) = (t^2 - 2t)i + (\ln t)j$

Posicion

$r(2) = (4-4)i + (0.6331)j$

$r(2) = 0i + 0.6331j$

$r'(t) = v(t) = (2t-2)i + (\frac{1}{t})j$

$r(2) = v(2) = (4-2)i + (\frac{1}{2})j$

$= 2i + \frac{j}{2}$

$|r'(t)| = \sqrt{(2)^2 + (\frac{1}{2})^2}$

$|r'(t)| = \sqrt{\frac{17}{4}}$

$|r'(t)| = 2.0515$

$r''(t) = (2)i - \frac{1}{t^2}j$

$r''(2) = 2i - \frac{1}{4}j$

28: Encuentre el dominio de la funcion vectorial

$r(t) = \langle \sqrt{4-t^2}, e^{-3t}, \ln(t+1) \rangle$

$4 - t^2 \geq 0$

$(2-t)(2+t) \geq 0$

$t+1 > 0$

$t > -1$

$2 - t \geq 0 \qquad 2+t \geq 0$

$-t \geq -2 \qquad 2+t \geq 0$

$t \leq 2 \qquad t \geq -2$

Escaneado con CamScanner

27 = Encuentre la posicion de un objeto que sigue la trayectoria de la siguiente funciones vectorial, ademas genere el vector, velocidad la velocidad instantanea y el vector aceleracion en tiempo de $t=2$ de

$r(t) = (t^2 - 2t)i + (\ln t)j$

Posicion

$r(2) = (4-4)i + (0.6331)j$

$r(2) = 0i + 0.6331j$

$r'(t) = v(t) = (2t-2)i + \left(\frac{1}{t}\right)j$

$r(2) = v(2) = (4-2)i + \left(\frac{1}{2}\right)j$

$= 2i + \frac{j}{2}$

$|r'(t)| = \sqrt{(2)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}$

$|r'(t)| = \sqrt{\frac{17}{4}}$

$|r'(t)| = 2.0515$

$r''(t) = (2)i - \frac{1}{t^2}j$

$r''(2) = 2i - \frac{1}{4}j$

28: Encuentre el dominio de la función vectorial

$r(t) = < \sqrt{4-t^2}, e^{-3t}, \ln(t+1)$

$4 - t^2 \geq 0$

$(2-t)(2+t) \geq 0$

$t + 1 > 0$

$t > -1$

$2 - t \geq 0 \quad 2 + t \geq 0$

$-t \geq -2 \quad 2 + t \geq 0$

$t \leq 2 \quad t \geq -2$

29: Calcule la derivada de $\vec{r}(t) = \langle t\,\text{sen}\,t, t^2, \cos(2t) \rangle$

$$\vec{r}\,'(t) = \left\langle \frac{d}{dt} t\,\text{sen}\,t, \frac{d t^2}{dt}, \frac{d}{dt}\cos(2t) \right\rangle$$

$$\vec{r}\,'(t) = \langle \text{sen}\,t + \cos t, 2t, -2\,\text{sen}(2t) \rangle$$

$$\frac{dt}{dt} = t\,\text{sen}\,t = \text{sen}\,t + t\cos t$$

$$\frac{d\,u\cdot v}{dt} = \frac{du}{dt}\cdot v + u\cdot \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dt^2}{dt} = 2t$$

$$\frac{d}{dt}\cos(2t) = -2\,\text{sen}(2t) =$$

Escaneado con CamScanner

30: Dado el vector de posición $\vec{r}(t)$ de una partícula. Encontrar el vector de posición en $t=0$ ...

en $t=0$

$$\vec{r}(t) = (e^{-t})i + (2\cos 3t)j + (2\operatorname{sen} 3t)k$$

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}(t) = \vec{v}(t) = \frac{d}{dt}\left[e^{-t}i + 2\cos 3t\,j + 2\operatorname{sen} 3t\,\vec{k}\right]$$

$$\vec{v}(t) = \langle -e^{-t}i - 6\operatorname{sen} 3t\,\hat{j} + 6\cos 3t\,k \rangle$$

$$t=0 \Rightarrow \vec{v} = -e^{0}i - 6\operatorname{sen} 0\,j + 6\cos 0\,k$$

$$= -i + 6k$$

en $t=0$; $\vec{v} = -i + 6k$