1.- Suponga que el diámetro de cierto componente de un automóvil sigue una distribución normal con media 10 mm y desviación estándar 3 mm.

a) Encuentre la proporción de estos componentes de automóvil que tienen un diametro mayor que 13.4 mm.

b) Cuál es el diametro de este componente que caracteriza el 5% de todos los componentes con el diametro más grande?

X= Diametro de un componente de un automóvil

Parámetros: $\mu = 10$ mm, $\sigma = 3$ mm

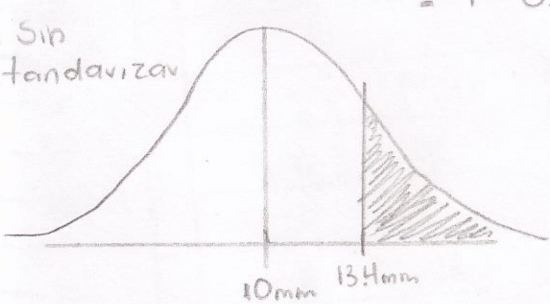
Rango: $-\infty < X < \infty$

Distribución = $X \sim N(\mu=10, \sigma^2 = 9)$

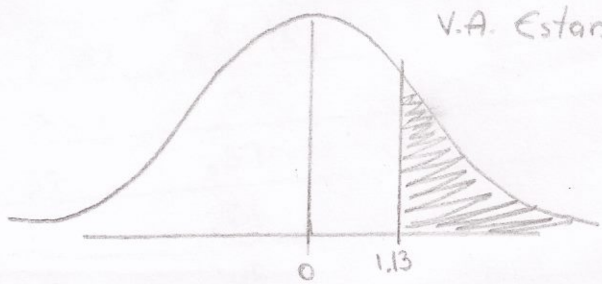
a) $P(X > 13.4) = P\left(Z > \frac{13.4-10}{3}\right) = P(Z > 1.13) = 1 - P(Z < 1.13)$

$= 1 - 0.87076 = 0.12924$

V.A. Sin Estandarizar



V.A. Estandarizada.



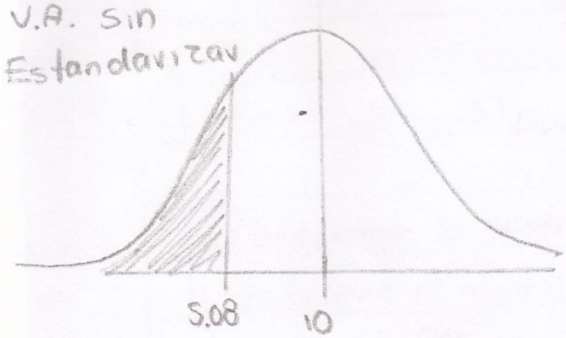
b) $P(X \leq X_0) = 0.05$

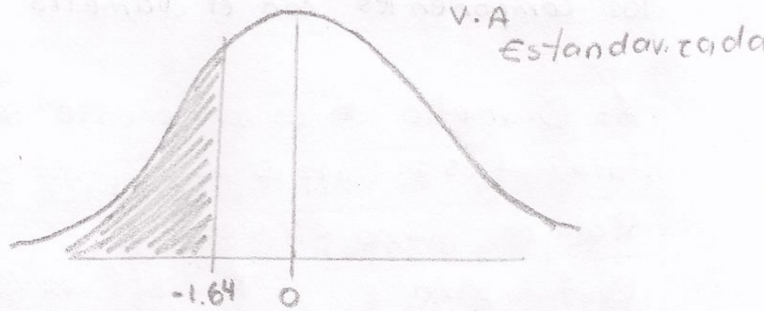
$P(Z \leq Z_0) = 0.05$, se tiene que $Z_0 = -1.64$

Usando la formúla de estandarización,

$-1.64 = \dfrac{X_0 - 10}{3}$, Despejando X_0, $= -1.64(3) + 10$

$X_0 = 5.08$





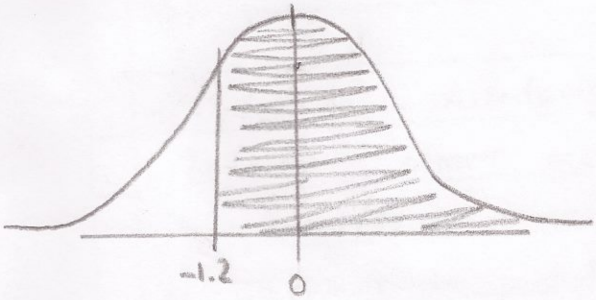
2: Encuentre las siguientes probabilidades para la distribución Normal Estándar:

a) $P(Z > -1.2)$

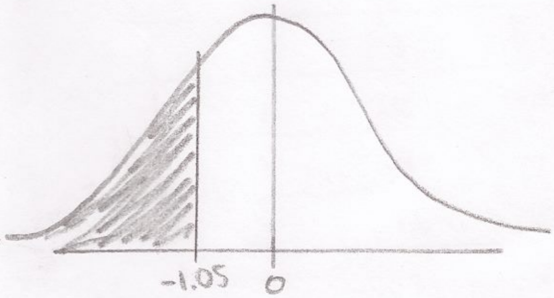
b) $P(Z < -1.05)$

c) $P(-2 < Z < 1.99)$

a) $P(Z > -1.2) = 1 - P(Z < -1.2) = 1 - 0.11507 = 0.885$

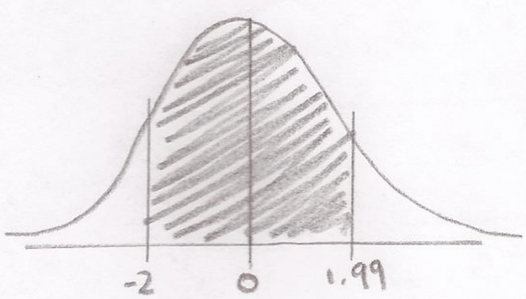


b) $P(Z < -1.05) = 0.1469$



c) $P(-2 < Z < 1.99) = P(Z < 1.99) - P(Z < -2) = 0.97670 - 0.02275$

$= 0.954$



3= Una tienda de artículos electrónicos desea comprar un lote de 200 tarjetas de video. El proveedor ha encontrado en lotes previamente entregados que la probabilidad de que alguna tarjeta presente algún defecto en el puerto de memoria es 0.12. Defina la variable aleatoria y justifique la densidad de probabilidad que utilizará para determinar:

a) La probabilidad de que al menos 10 pero no más de 24 tarjetas resulten con un defecto en el puerto de memoria.

b) Si se han encontrado al menos 7 tarjetas defectuosas, ¿Cuál es la probabilidad de encontrar a lo más 15?

Y = Número de tarjetas de video que presentan algún defecto.

Parametros: $n = 200$, $p = 0.12$

Rango: $Y = 0, 1, 2, \ldots, 200$

Distribución = $Y \sim B(n = 200, p = 0.12)$

Utilizamos los criterios de aproximación.

$$n = 200 > 20 \qquad p = 0.12 > 0.05$$

Aproximamos mediante la aproximación normal con los sig. parámetros.

Y = Número de tarjetas de video que presentan algún defecto.

parámetros = $\mu = np = 200(0.12) = 24$

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{200(0.12)(.88)} = 4.5956$

Rango = $-\infty < Y < \infty$

Distribución = $Y \sim N(\mu = 24, \sigma^2 = 21.12)$

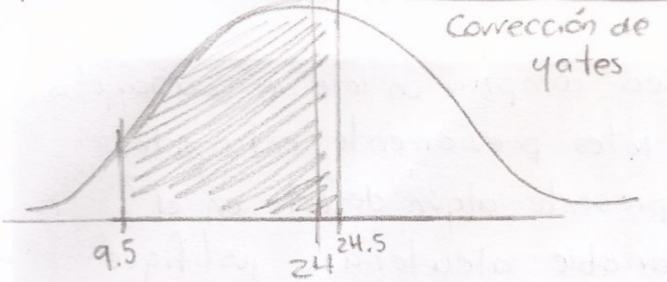
Corrección de Yates

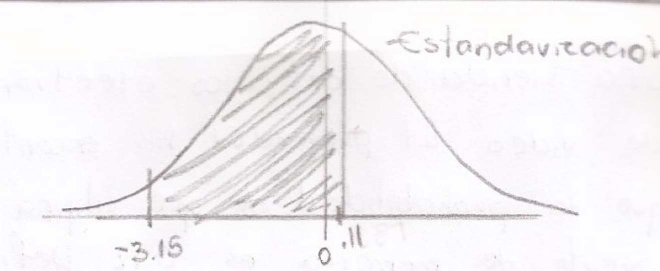
a) $P(10 \leq Y \leq 24) = P(9.5 \leq Y \leq 24.5) = P\left(\frac{9.5 - 24}{4.5956} \leq Z \leq \frac{24.5 - 24}{4.5956}\right)$

$= P(-3.1551 \leq Z \leq 0.11) = P(Z \leq 0.11) - P(Z \leq -3.1551)$

$= 0.54380 - 0.00082$

$= 0.5429$

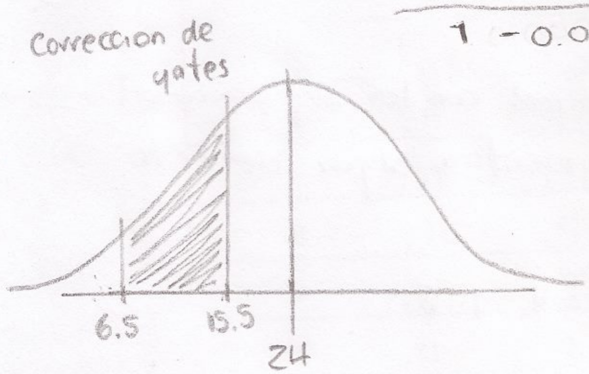


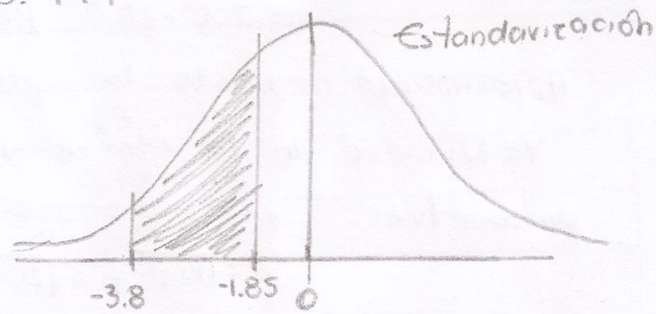


$$b)\ P(y \le 15 \mid y \ge 7) = \frac{P(7 \le y \le 15)}{P(y \ge 7)} = \frac{P(6.5 \le y \le 15.5)}{P(y \ge 6.5)} = \frac{P\left(\frac{6.5-24}{4.5956} \le Z \le \frac{15.5-24}{4.5956}\right)}{P\left(Z \ge \frac{6.5-24}{4.5956}\right)}$$

$$= \frac{P(-3.80 \le Z \le -1.85)}{P(Z \ge -3.80)} = \frac{P(Z \le -1.85) - P(Z \le -3.80)}{1 - P(Z \le -3.80)}$$

$$= \frac{0.03216 - 0.00007}{1 - 0.00007} = \frac{0.03209}{0.999} = 0.03212$$





4: El peso de naranjas de ombligo que se cosecharon el año 2016 está normalmente distribuido con media 8 onzas y varianza 2.25 onzas.

a) ¿Qué proporción de naranjas tendrá un peso entre 6.2 y 7 onzas?

b) ¿Cuál será el peso de las naranjas de manera que este caracteriza al 80 % de las naranjas con menor peso?

X = Peso de naranjas

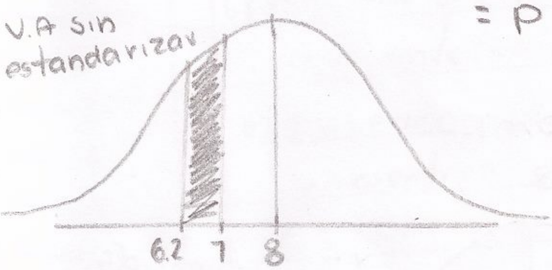
Parámetros = $\mu = 8$ $\quad \sigma = 1.5$

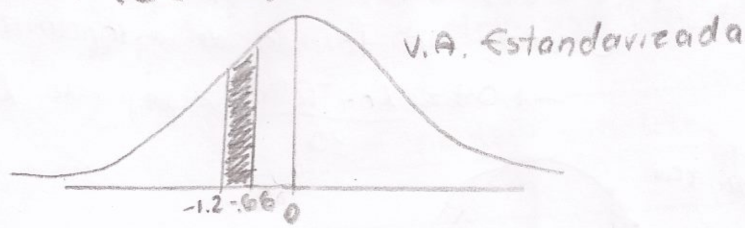
Rango = $-\infty < x < \infty$

Distribución = $X \sim N(\mu = 8, \sigma^2 = 2.25)$

a) $P(6.2 < x < 7) = P\left(\frac{6.2-8}{1.5} < z < \frac{7-8}{1.5}\right) = P(-1.2 < z < -0.66)$

$= P(z < -0.66) - P(z < -1.2) = 0.25463 - 0.11507 = 0.14$





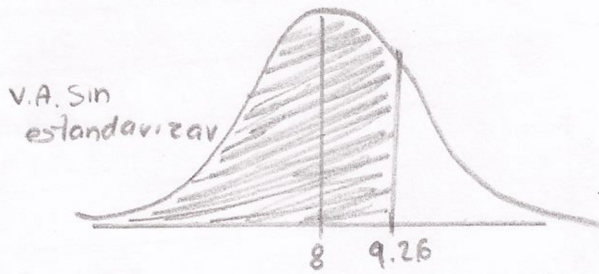
b) $P(X \leq X_0) = 0.8$

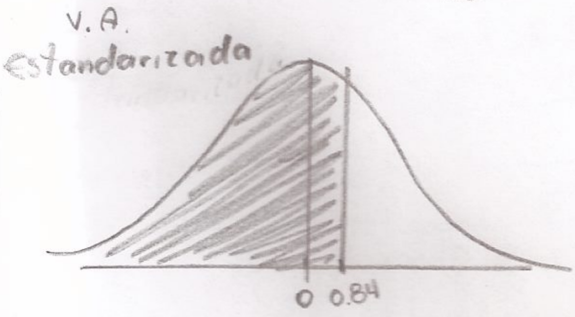
. $P(Z \leq Z_0) = 0.8$, se tiene que $Z_0 = 0.84$

Usando la fórmula de estandarización

$0.84 = \frac{X_0 - 8}{1.5}$, Despejando $X_0 = 0.84(1.5) + 8$

$X_0 = 9.26$





5= El gasto promedio por concepto de electricidad de cada vivienda en cierta ciudad se distribuye de forma normal con media $\mu = 720$ y desviación estandar $\sigma = 80$

¿A partir de que cantidad se caracteriza al 15% de las viviendas que pagan más por electricidad?

X= Gasto por electricidad en cierta ciudad.

Parámetros = $\mu = 720$, $\sigma = 80$

Rango = $-\infty < X < \infty$

Distribución = $X \sim B(\mu = 720, \sigma^2 = 6400)$

a) $P(X \leq X_0) = 0.15$

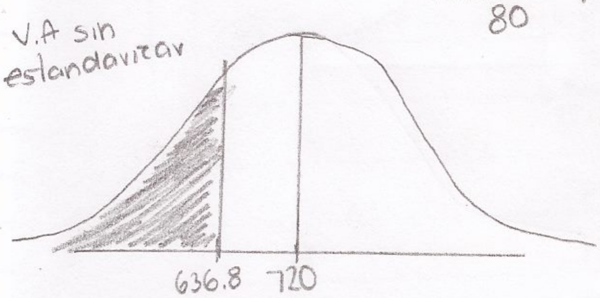
$P(Z \leq Z_0) = 0.15$, se tiene que $Z_0 = -1.04$

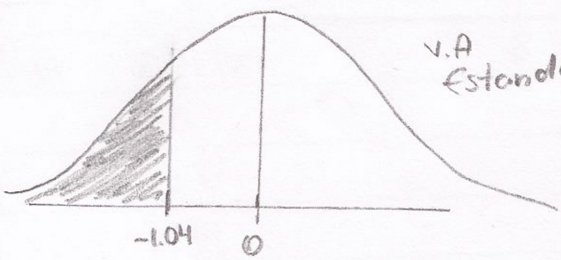
Usando la fórmula de estandarización,

$-1.04 = \dfrac{X_0 - 720}{80}$, Despejando $X_0 = -1.04(80) + 720$

$X_0 = 636.8$

V.A sin estandarizar





V.A Estandarizada.

6.- La probabilidad de que un nuevo restaurant en Christchurch no fracase en el primer año de operación es 0.9. Si se toma una muestra de 30 nuevos restaurantes:

a) Cuál es la probabilidad de que más de 18 pero a lo más 25 restaurantes no fracasen?

b) Cuál es la probabilidad de que a lo más 25 restaurantes no fracasen, si se saben que más de 20 restaurantes no fracasan.

c) Cuantos restaurantes fracasan en promedio?

d) Cuál es la probabilidad de que ningún restaurante fracase?

e) Cuál es la probabilidad de que algún restaurante fracase?

Y= Número de restaurantes que no fracasan

Parametros= $n=30$, $p=0.9$

Rango= $Y=0,1,2,\dots,30$

Distribución= $Y \sim B(n=30, p=.9)$

Utilizamos los criterios de aproximación

$n=30>20$, $p=0.9>0.05$

Aproximamos mediante la distribución normal con los sig. parámetros.

Y= Restaurantes que no fracasan.

Parametros: $u=np=30(0.9)=27$

$6=\sqrt{npq}=\sqrt{30(0.9)(0.1)}=\sqrt{2.7}=1.64$

Rango = $-\infty<Y<\infty$

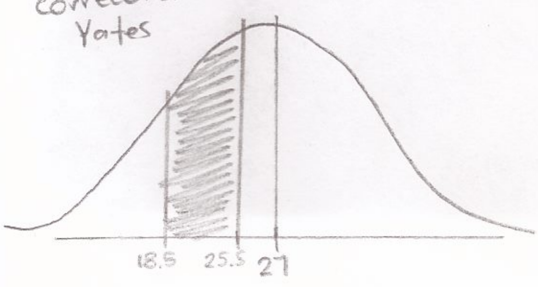
Distribución= $Y\sim N(u=27, 6^2=2.7)$

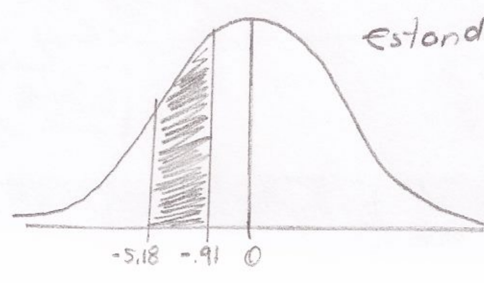
a) $P(18<Y\leq 25)= P(19\leq Y\leq 25) = P(18.5\leq Y\leq 25.5) = P\left(\frac{18.5-27}{1.64}\leq Z\leq \frac{25.5-27}{1.64}\right)$

$= P(-5.18\leq Z\leq -0.91) = P(Z\leq -0.91) - P(Z\leq -5.18)$

$= 0.18141 - 0 = 0.1841$

correccion de Yates





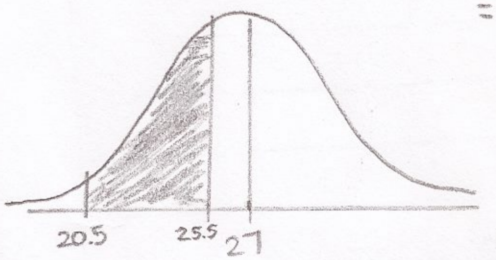
estandarización.

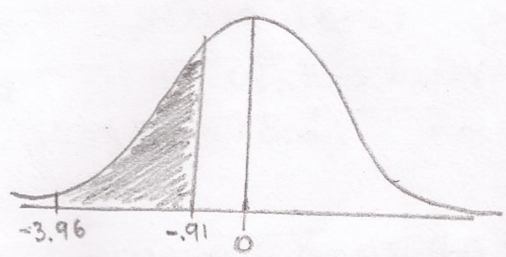
b) $P(Y \le 25 \mid Y > 20) = P(Y \le 25 \mid Y \ge 21) = \dfrac{P(21 \le Y \le 25)}{P(Y \ge 21)} = \dfrac{P(20.5 \le Y \le 25.5)}{P(Y \ge 20.5)}$

$$= \frac{P\left(\frac{20.5-27}{1.64} \le Z \le \frac{25.5-27}{1.64}\right)}{P\left(Z \ge \frac{20.5-27}{1.64}\right)} = \frac{P(-3.96 \le Z \le -0.91)}{P(Z \ge -3.96)}$$

$$= \frac{P(Z \le -0.91) - P(Z \le -3.96)}{1 - P(Z \le -3.96)} = \frac{0.18141 - 0.00004}{1 - 0.00004} = \frac{0.18406}{0.99996}$$

$$= 0.18406$$





c) X= Restaurantes que fracasan

parámetros = $\mu = np = 30(.1) = 3$

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{30(.1)(.9)} = \sqrt{2.7} = 1.64$

Rango = $-\infty < x < \infty$

Distribución $X \sim N(\mu = 27, \sigma^2 = 2.7)$

$\mu - \sigma = 3 - 1.64 = 1.36 \simeq 1$

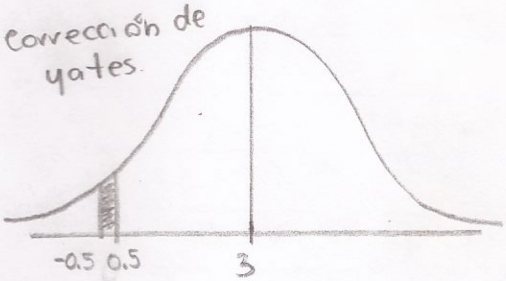
$\mu + \sigma = 3 + 1.64 = 4.64 \simeq 5$

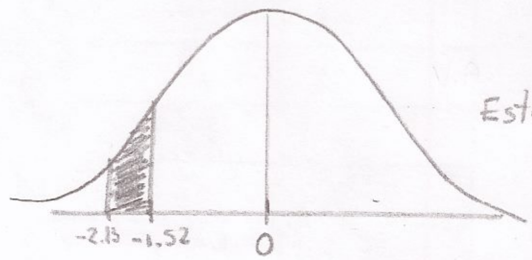
Se espera que entre [1,5] restaurantes fracasen en promedio.

d) $P(x=0) = P(-0.5 \leq x \leq 0.5) = P\left(\frac{-0.5-3}{1.64} \leq Z \leq \frac{0.5-3}{1.64}\right) = P(-2.13 \leq Z \leq -1.52)$

$= P(Z \leq -1.52) - P(Z \leq -2.13) = 0.06426 - 0.01659 = 0.0477$

corrección de yates.



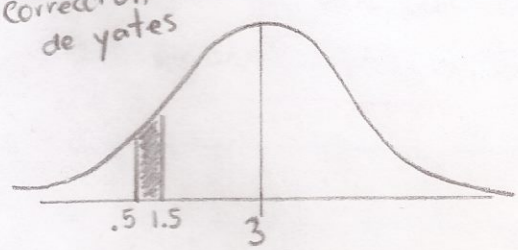


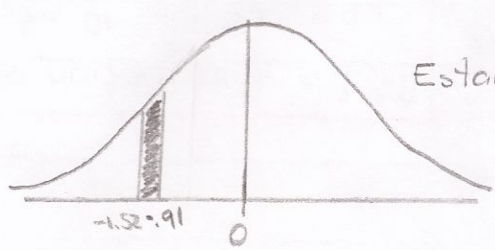
Estandarizada

e) $P(x=1) = P(0.5 \leq x \leq 1.5) = P\left(\frac{0.5-3}{1.64} \leq Z \leq \frac{1.5-3}{1.64}\right) = P(-1.52 \leq Z \leq -0.91)$

$= P(Z \leq -0.91) - P(Z \leq -1.52) = 0.18141 - 0.06426 = 0.11715$

corrección de yates





Estandarizada

7: La edad de los estudiantes de la Facultad de Sistemas está distribuida de forma normal con $\mu = 21$ y desviación estándar $\sigma = 3.2$. A partir de cuántos años se puede asegurar que se encuentra el 25% de los estudiantes más jóvenes?

X = Edad de los estudiandes de la Facultad de Sistemas.

Parametros = $\mu = 21$, $\sigma = 3.2$

Rango = $-\infty < x < \infty$

Distribución = $X \sim N(\mu = 21, \sigma^2 = 10.24)$

a) $P(X \leq X_o) = 0.25$

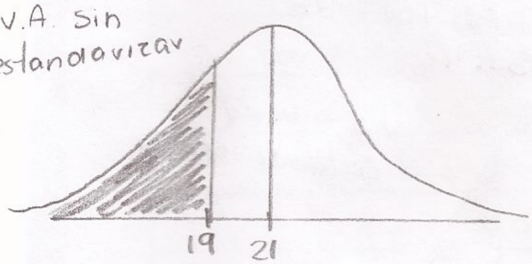
$P(Z \leq Z_o) = 0.25$, se tiene que $Z_o = -0.67$

Usando la fórmula de estandarización

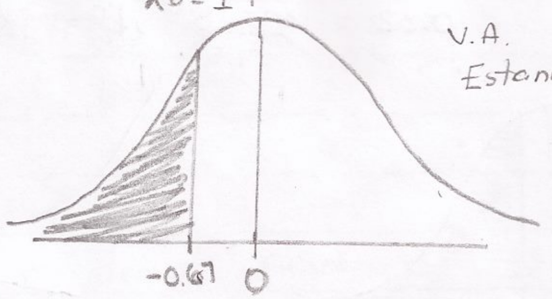
$-0.67 = \frac{X_o - 21}{3.2}$, Despejando $X_o = -0.67(3.2) + 21$

$X_o = 19$

V.A. Sin estandarizar



V.A. Estandarizada



8.- Suponga que la altura de las mujeres mexicanas está normalmente distribuida con media $\mu = 160$ cm y desviación estándar $\sigma = 7.5$ cm. ¿Cuál es la estatura de una mujer mexicana que caracteriza al 30% de las mujeres más altas que una mujer de estatura promedio?

X = Altura de mujeres mexicanas.

Parámetros = $\mu = 160$ cm, $\sigma = 7.5$ cm

Rango = $-\infty < X < \infty$

Distribución = $X \sim N(\mu = 160, \sigma^2 = 56.25)$

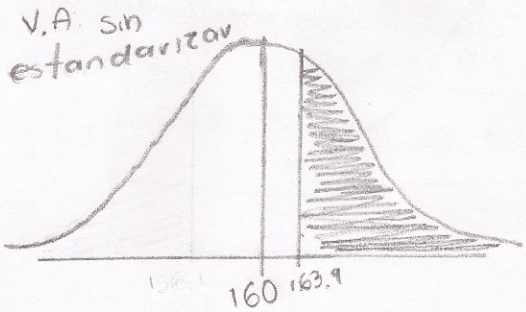
a) $P(X \leq X_0) = 1 - .30$

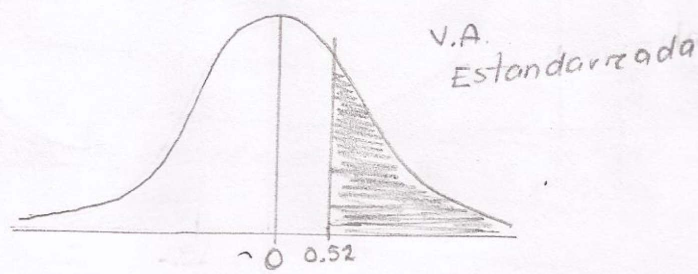
$P(Z \leq Z_0) = 0.7$, se tiene que $Z_0 = 0.52$

Usando la fórmula de estandarización

$$0.52 = \frac{X_0 - 160}{7.5}$$, Despejando $X_0 = 0.52(7.5) + 160$

$X_0 = 163.9$





9: En votaciones pasadas en Utopia, de la población total el 60% de la poblacion manifestó su intención de votar por Melinda McNulty. se seleccionaron aleatoriamente 100 personas y se les pregunto si votarian o no por Melinda McNulty.

a) Cuál es la probabilidad de que 70 personas voten por Melinda McNulty?

b) Cuál es la probabilidad de que a lo más 48 personas voten por Melinda McNulty?

c) Cuál es la probabilidad de que entre 50 y 70 personas voten por Melinda McNulty?

d) Cuál es la probabilidad de que al menos 45 personas voten por Melinda McNulty?

Y= Número de personas con intención de votar por Melinda McNulty

Parametros = $n=100$, $P=0.6$

Rango = $Y=0,1,2,\dots,100$

Distribución = $Y\sim B(n=100, P=0.6)$

utilizamos los criterios de aproximación

$n=100>20$, $P=0.6>0.05$

Aproximamos mediante la distribución normal con los sig. parámetros.

Y= Personas con intención de votar por Melinda McNulty.

Parametros: $\mu = np = 100(0.6) = 60$

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{100(0.6)(0.4)} = \sqrt{24} = 4.9$

Rango = $-\infty < Y < \infty$

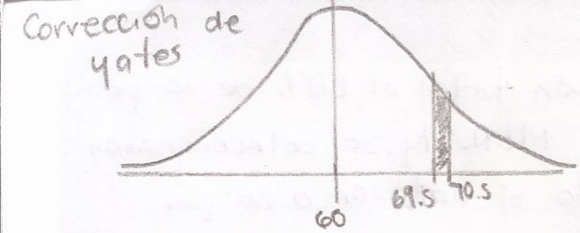
Distribución = $Y\sim N(\mu=60, \sigma^2=24)$

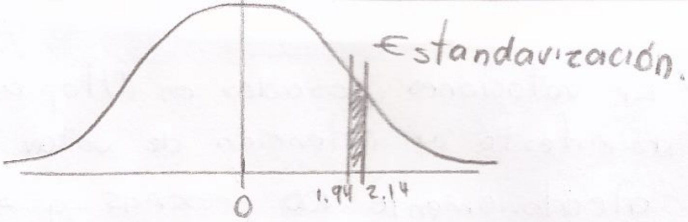
a) $P(Y=70) = P(69.5 \le Y \le 70.5) = P\left(\frac{69.5-60}{4.9} \le Z \le \frac{70.5-60}{4.9}\right)$

$= P(1.94 \le Z \le 2.14) = P(Z\le 2.14) - P(Z\le 1.94)$

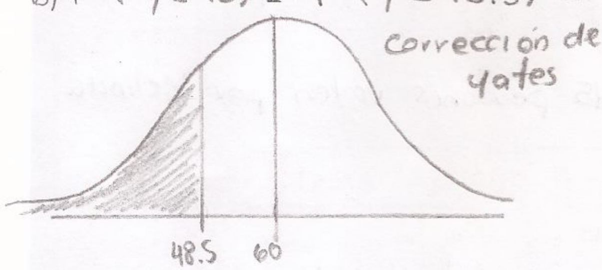
$= 0.98382 - 0.97381$

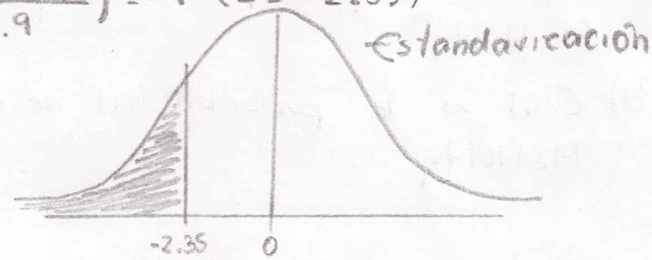
$= 0.01001$





b) $P(y \leq 48) = P(y \leq 48.5) = P\left(z \leq \frac{48.5-60}{4.9}\right) = P(Z \leq -2.35) = 0.00939$



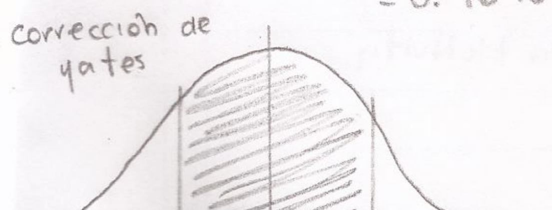


c) $P(50 \leq y \leq 70) = P(49.5 \leq y \leq 70.5) = P\left(\frac{49.5-60}{4.9} \leq z \leq \frac{70.5-60}{4.9}\right)$

$= P(-2.14 \leq Z \leq 2.14) = P(Z \leq 2.14) - P(Z \leq -2.14)$

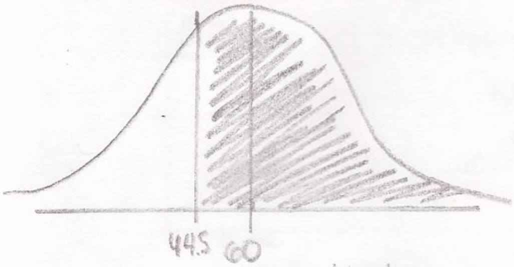
$= 0.98382 - 0.01618$

$= 0.96764$

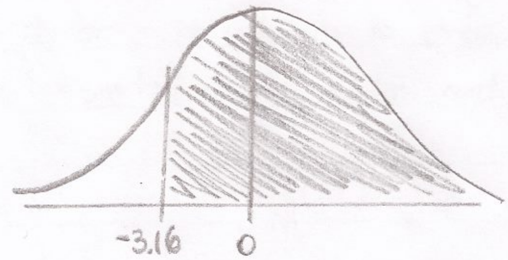


d) $P(y \geq 45) = P(y \geq 44.5) = P\left(z \geq \frac{44.5 - 60}{4.9}\right) = P(z \geq -3.16)$

$= 1 - P(z \geq -3.16) = 1 - 0.00079 = .99921$



Correccion de Yates



Estandarización

10: La oficina de admisiones de una universidad envía 1000 cartas de admisión a los futuros estudiantes. La probabilidad de que un estudiante admitido se inscriba en esa universidad es 0.4.

a) Si se sabe que almenos se inscriben 385 alumnos ¿Cuál es la probabilidad de que se inscriba a lo más 440 alumnos?

b) Cuál es la probabilidad de que al menos 370 pero menos de 420 alumnos se inscriban?

c) Cuál es la probabilidad de que más de 370 y menos de 390 alumnos estén realmente inscritos?

Y= Número de alumnos que se inscriben.

Parametros = $n=1000$, $p=0.4$

Rango = $Y=0,1,2,\dots,1000$

Distribución = $Y \sim B(n=1000, p=0.4)$

utilizamos los criterios de aproximación.

$n=1000>20$ $\quad p=0.4>0.05$

Aproximamos mediante la distribución normal con los sig. parámetros.

Y= Alumnos admitidos que se inscriben.

Parámetros = $\mu = nP = 1000(0.4) = 400$

$\sigma = \sqrt{nPq} = \sqrt{1000(0.4)(0.6)} = \sqrt{240} = 15.5$

Rango = $-\infty < Y < \infty$

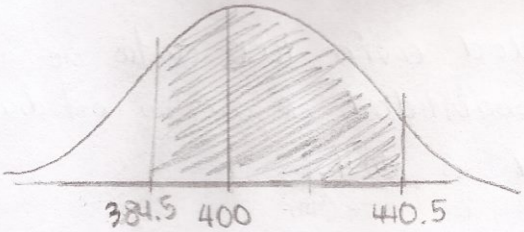
Distribución = $Y \sim N(\mu=400, \sigma=15.5)$

a) $P(y \leq 440 | y \geq 385) = \dfrac{P(385 \leq y \leq 440)}{P(y \geq 385)} = \dfrac{P(384.5 \leq y \leq 440.5)}{P(y \geq 384.5)}$

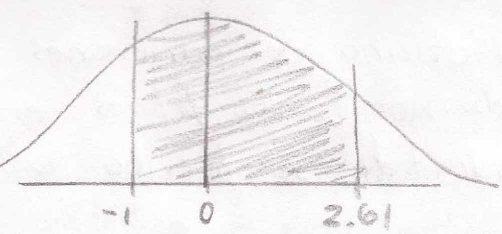
$$= \frac{P\left(\frac{384.5-400}{15.5} \leq z \leq \frac{440.5-400}{15.5}\right)}{P\left(z \geq \frac{384.5-400}{15.5}\right)} = \frac{P(-1 \leq z \leq 2.61)}{P(z \geq -1)}$$

$$= \frac{P(z \leq 2.61) - P(z \leq -1)}{1 - P(z \leq -1)} = \frac{0.99547 - 0.15866}{1 - 0.15866} = \frac{0.83681}{0.84134}$$

$= .9946$



Correccion de Yates



estandarización.

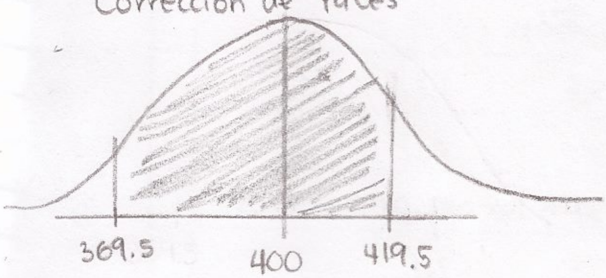
b) $P(370 \leq y < 420) = P(370 \leq y \leq 419) = P(369.5 \leq y \leq 419.5)$

$$= P\left(\frac{369.5-400}{15.5} \leq z \leq \frac{419.5-400}{15.5}\right) = P(-1.97 \leq z \leq 1.26)$$

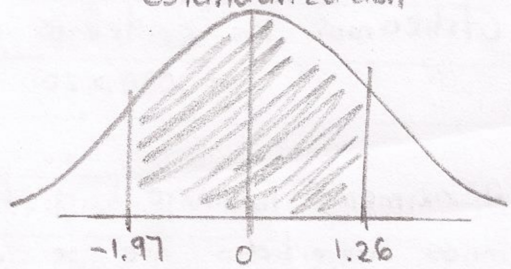
$$= P(z \leq 1.26) - P(z \leq -1.97) = 0.89617 - 0.02442$$

$$= 0.87175$$

Corrección de Yates



Estandarización



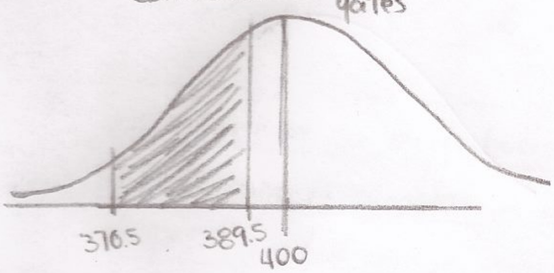
e) $P(370 < y < 390) = P(371 \le y \le 389) = P(370.5 \le y \le 389.5)$

$$= P\left(\frac{370.5-400}{15.5} \le z \le \frac{389.5-400}{15.5}\right) = P(-1.90 \le z \le -0.68)$$

$$= P(z \le -0.68) - P(z \le -1.90) = 0.24825 - 0.02872$$

$$= 0.22$$

Correccion de yates



Estandarizacion.