

Jose Adrian Ontiveros  
Moran

Matricula = 17332507

Universidad autonoma de  
Cochila

Ingenieria Sistemas Computaci-  
onales

Probabilidad

Profesora = Yuliana Avila.



1. Considera un mazo de baraja formado por siete cartas marcadas 1, 2, ..., 7. Tres de estas cartas están seleccionadas al azar. Define una variable  $x$  como "suma de los números resultantes" y calcule la distribución de probabilidad. Después calcule  $\mu$  y  $\sigma^2$ . Considere los resultados sin orden de manera que  $(1, 3, 7)$  y  $(3, 1, 7)$  no son resultados diferentes.

$S = \{(i, j, k) / i, j, k = 1, 2, 3, \dots, 7\}$   
 importa el orden no hay repetición

$$m=3 \quad n=7$$

$$C_3^7 \quad N(S) = 7C_3 = 35$$

El evento con mayor valor de la suma es el de  $(7, 6, 5) = 18$

El evento con menor suma  $(1, 2, 3) = 6$

$X$  es del 6 al 18

Cada probabilidad es

$$(0.02857)(35) = 1$$

$$\frac{1}{35} = 0.02857$$



2. Dada la siguiente distribucion

a) verifique que se trata de una distribucion

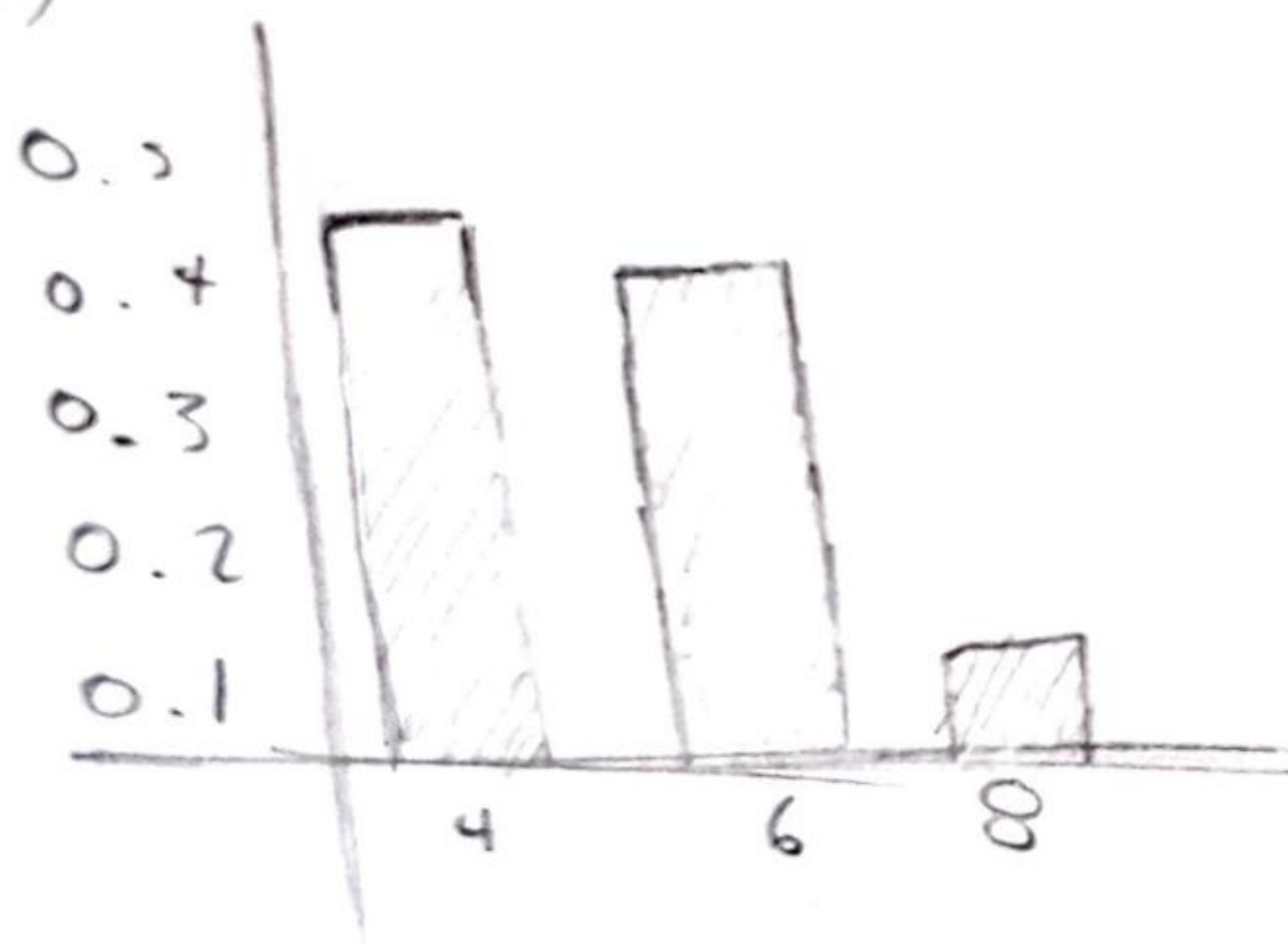
b) Realice la grafica de esta distribucion

c) calcule  $\mu$  y  $\sigma^2$

d) Construya la funcion acumulada y grafiquela.

a)  $x_i \leq 1$   $0.002 + 0.146 + 0.588 + 0.264 = 1$

b)



c)

X	P(x)	X * P(x)
1	0.002	0.002
2	0.146	0.292
3	0.588	1.764
4	0.264	1.056

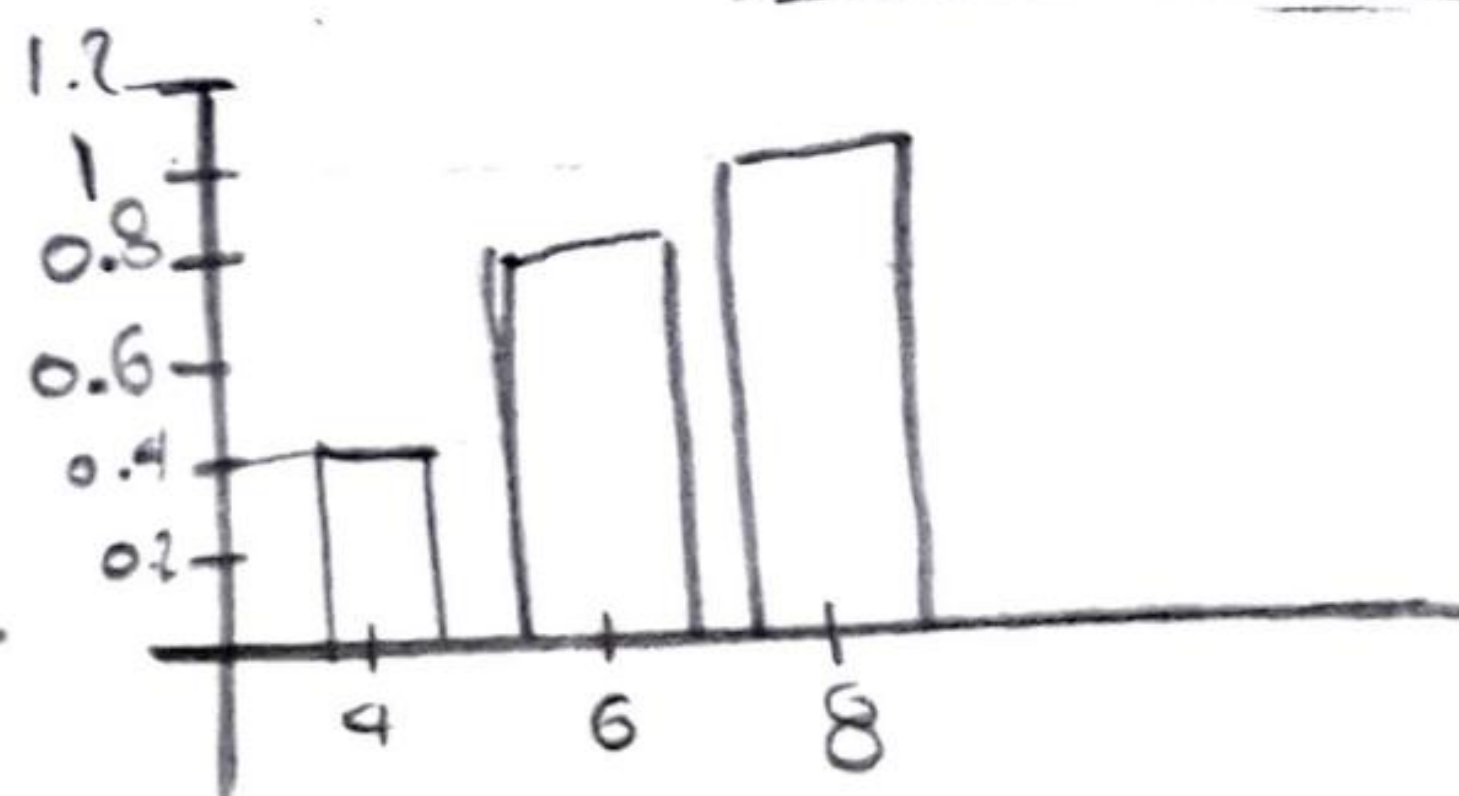
3.114

X	P(x)	X <sup>2</sup> * P(x)
1	0.002	0.002
2	0.146	0.584
3	0.588	5.292
4	0.264	1.056
		10.102

0.4050

d)

X	P(x)	F(x)
1	0.002	0.002
2	0.146	0.148
3	0.588	0.736
4	0.264	1





3- Un taller de servicios para automoviles sabe que 45% de las afinaciones se efectuan de cuatro cilindros, 40% en automoviles de 6 cilindros y 15% en automoviles de ocho cilindros.

- a) defina la variable aleatoria y sus valores  
 b) Calcule la distribucion de probabilidad para el problema dado.  
 c) Calcule  $\mu$  y  $\sigma^2$   
 d) construya la funcion de distribucion acumulada y grafique la.

a)  $X$ : Numero de cilindros en un auto afinar

b)

$x$	$P(x)$
4	0.45
6	0.4
8	0.15
	1

c)

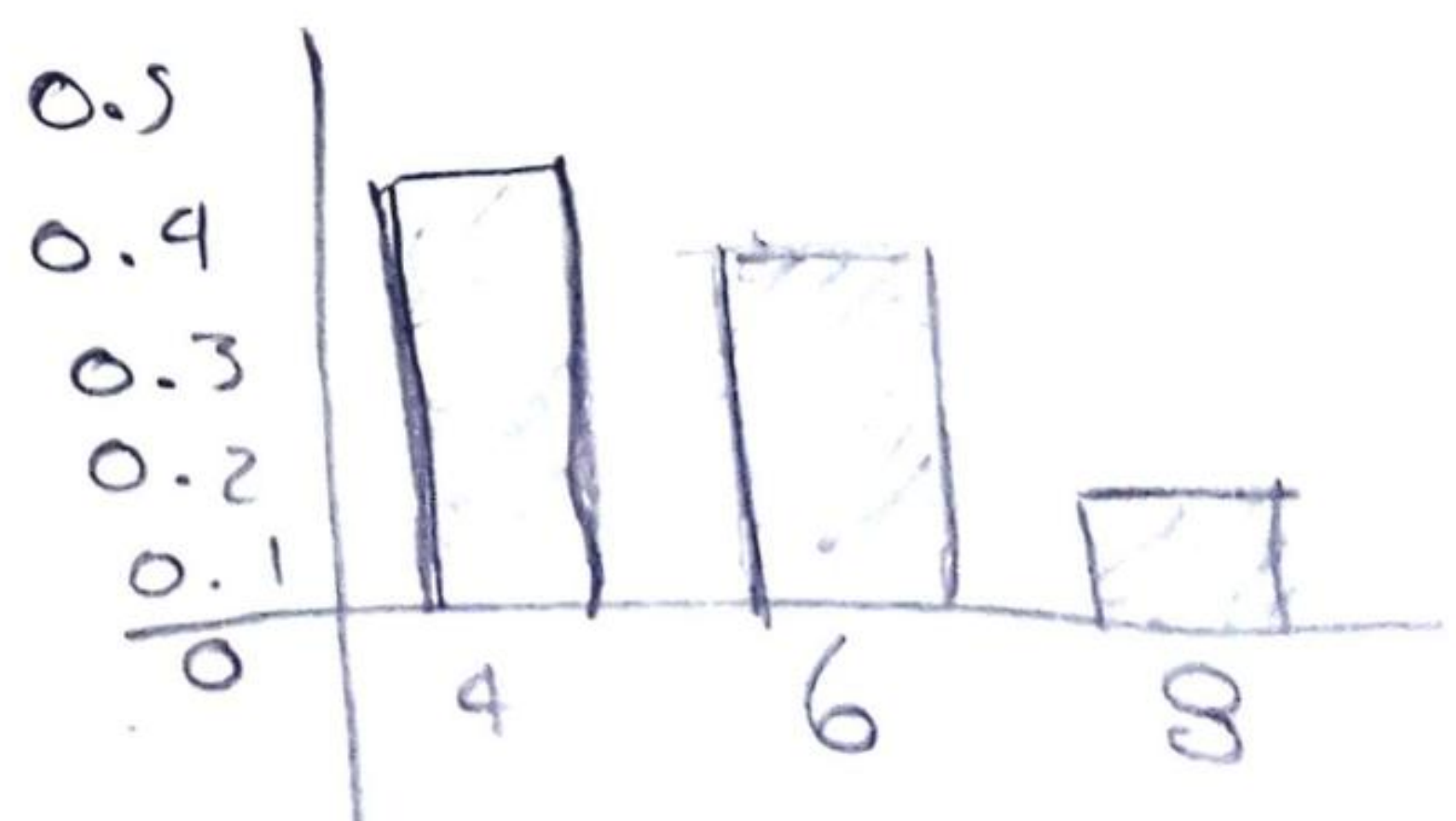
$x$	$P(x)$	$x * P(x)$
4	0.45	1.8
6	0.4	2.4
8	0.15	1.2
	1	5.4

$x$	$P(x)$	$x^2 * P(x)$
4	0.45	7.2
6	0.4	14.4
8	0.15	9.6
		31.2

$$31.2 - 5.4^2 = 2.0400$$

d)

$x$	$P(x)$	$F(x)$
4	0.45	0.45
6	0.4	0.85
8	0.15	1





4-En un vecindario de 95 casas, 35 tienen mascotas.  
Suponga que en la proxima revision sanitaria se eligen 12 casas completamente al azar

- a) Cual es la probabilidad de que en 5 casas tengan mascotas,  
b) calcule el valor esperado del numero de casas que tienen mascotas.

$Y$  = Numero de casas que tienen mascotas

Parametros  $N=95$   $n=12$   $r=35$

Rango  $Y = 0, 1, 2, \dots, 12$

Distribucion  $Y \sim H(95, 35, 12)$

$$\begin{aligned}
 a) P(Y \geq 5) &= 1 - P(Y \leq 4) \\
 &= 1 - P(Y=0) - P(Y=1) - P(Y=2) - P(Y=3) - P(Y=4) \\
 &= 1 - \frac{\binom{35}{0} \binom{60}{12}}{\binom{95}{12}} - \frac{\binom{35}{1} \binom{60}{11}}{\binom{95}{12}} - \frac{\binom{35}{2} \binom{60}{10}}{\binom{95}{12}} - \frac{\binom{35}{3} \binom{60}{9}}{\binom{95}{12}} - \frac{\binom{35}{4} \binom{60}{8}}{\binom{95}{12}} \\
 &= 1 - 0.2300 - 0.2451 - 0.1770 - 0.0870 - 0.0026 \\
 &= 0.24134
 \end{aligned}$$



$$\textcircled{4}b) \text{ media } \mu = n \left( \frac{r}{N} \right) = 12 \left( \frac{35}{95} \right) = 4.4210$$

$$\text{Varianza } \sigma^2 = n \left( \frac{r}{N} \right) \left( 1 - \frac{r}{N} \right) \left( \frac{N-n}{N-1} \right) = 12 \left( \frac{35}{95} \right) \left( 1 - \frac{35}{95} \right) \left( \frac{95-12}{95-1} \right)$$

$$\sigma^2 = \underline{2.46}$$

$$4.4210 \quad 0.6315 \quad 0.8879$$

Desviación estándar

$$\sqrt{\sigma^2} = \sqrt{2.46} = 1.5684$$

$$\mu - \sigma = 4.4210 - 1.5684 = 2.85 \approx 3$$

$$\mu + \sigma = 4.4210 + 1.5684 = 5.98 \approx 6$$

Se espera que entre  $[3, 6]$  casas tengan mascota



5- Un trabajador de una industria textil atiende varios cientos de husos, cada uno de los cuales enrolla su propia bobina. En ese proceso, el hilo se rompe por distintas causas. Asumiendo que el trabajador ocupa 800 husos y la probabilidad de rotura del hilo en cada huso en un intervalo de tiempo dado es de 0.005.

- a) - analice y diga que tipo de distribución tiene la variable aleatoria que se observa en el experimento
- b) - ¿Cuál es la probabilidad (aproximada) de que hay al menos 3 roturas?
- c) - ¿Cuál es la probabilidad (aproximada) haya a lo más 2 roturas en 1200 hilos?

a) Es de distribución Binomial, ya que cuenta éxitos y fracasos, tiene una probabilidad y un número de pruebas

$Y$ : Número de roturas del hilo en cada huso

Parámetros  $p = 0.005$ ,  $q = 0.995$   $n = 800$

Rango =  $Y = 0, 1, 2, \dots, 800$

Distribución  $Y \sim B(800, 0.005)$

Aplicamos criterios de aproximación

$n = 800 > 20$  y  $p = 0.005 < 0.05$

aproximamos por la distribución de Poisson

$Y$  = Número de roturas del hilo en una muestra de 800

Parámetros  $np = 800(0.005) = 4$

Rango =  $Y = 0, 1, 2, \dots, \infty$

Distribución  $Y \sim P(\lambda = 4)$



$$\begin{aligned}
 P(Y \geq 3) &= 1 - P(Y \leq 2) \\
 &= 1 - P(Y=0) - P(Y=1) - P(Y=2) \\
 &= 1 - \frac{4^0 e^{-4}}{0!} - \frac{4^1 e^{-4}}{1!} - \frac{4^2 e^{-4}}{2!} \\
 &= 1 - 0.01831 - 0.07326 - 0.1465 \\
 &= 0.7619
 \end{aligned}$$

c) X = número de roturas del hilo en cada huso

Parámetro:  $p = 0.005$   $q = 0.995$   $n = 1200$

Rango  $X = 0, 1, 2, 3, \dots, 1200$

Distribución:  $X \sim B(1200, 0.005)$

Aplicar el criterio de aproximación

$$n = 1200 > 20 \quad \text{y} \quad p = 0.005 < 0.01$$

$$P(Y \leq 2) = P(Y=0) + P(Y=1) + P(Y=2)$$

$$\begin{aligned}
 &= C_0^{1200} (0.005)^0 (0.995)^{1200} + C_1^{1200} (0.005)^1 (0.995)^{1199} \\
 &\quad + C_2^{1200} (0.005)^2 (0.995)^{1198}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 0.002441 + 0.01472 + 0.04431 \\
 &= 0.06151
 \end{aligned}$$



7= En un banco un cajero atiende a 12 personas en promedio cada hora. Debido que se desea mejorar al cliente, el gerente del banco esta monitoriando cada media hora los cajeros.

- Cual es la probabilidad de que en la siguiente media hora un cajero elegido al azar atiende menos de 5 personas
- Cual es la probabilidad de que en una hora y media se atiendan 12 y 15 personas, inclusive?
- Calcule el valor esperado del numero de personas atendidas en 45 minutos?

$Y$  = Numero de clientes atendidos en media hora

Parámetros =  $\lambda = 6$

Rango  $Y = 0, 1, 2, \dots, \infty$

Distribucion =  $Y \sim P(\lambda = 6)$

$$P(Y < 5) = P(Y=0) + P(Y=1) + P(Y=2) + P(Y=3) + P(Y=4)$$

$$\frac{6^0 e^{-6}}{0!} + \frac{6^1 e^{-6}}{1!} + \frac{6^2 e^{-6}}{2!} + \frac{6^3 e^{-6}}{3!} + \frac{6^4 e^{-6}}{4!}$$

$$X = 0.0025 + 0.0149 + 0.0446 + 0.08975 + 0.1338$$

$$= 0.28504$$

$X$  = Numero de clientes atendidos en una hora y media

Parámetros =  $\lambda = 18$

Rangos  $X = 0, 1, 2, 3, \dots, \infty$

Distribucion  $X \sim P(\lambda = 18)$

$$P(12 \leq X \leq 15) = P(X=12) + P(X=13) + P(X=14) + P(X=15)$$

$$= \frac{18^{12} e^{-18}}{12!} + \frac{18^{13} e^{-18}}{13!} + \frac{18^{14} e^{-18}}{14!} + \frac{18^{15} e^{-18}}{15!}$$

$$= 0.368 + 0.5097 + 0.6547 + 0.7837$$

$$= 0.2318$$



② C)  $Z$  = Número de clientes atendidos en 45 minutos

X Parámetros:  $\lambda = 9$

Rango:  $Z = 0, 1, 2, \dots, \infty$

Distribución:  $Z \sim P(\lambda = 9)$

Media:  $\mu = \lambda = 9$

Varianza:  $\sigma^2 = \lambda = 9$

Desviación Estándar  $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{9} = 3$

$\mu - \sigma = 9 - 3 = 6$

$\mu + \sigma = 9 + 3 = 12$

Se espera que entre  $[6, 12]$  clientes  
sean atendidos en 45 minutos



$\theta$  = la distribución de probabilidad de  $x$ , el número de defectos por cada 10 metros de una tela sintética en rollos continuos de ancho uniforme es.

- Determine la distribución de probabilidad acumulada de  $x$ ,  $P(x)$
- Determine el número esperado de defectos por cada 10 metros de tela
- Determine la probabilidad de que 10 metros de tela sintética se encuentren máximo 2 defectos.

$X$  = Número de defectos de una tela sintética

$x^2$	$x$	$P$	$x \cdot P(x)$	
0	0	0.41	0	0
1	1	0.37	0.37	0.37
4	2	0.16	0.32	0.64
9	3	0.05	0.15	0.45
16	4	0.01	0.04	0.16
			<u><math>\Sigma 0.88</math></u>	<u><math>\Sigma 1.62</math></u>

$$1.62 - (0.88)^2$$

$$V[x] = 0.8456$$

$$P[x] = \sqrt{0.8456} = 0.9195$$

$$E[x] = 0.88$$

$$0.8 \pm 0.9195$$

$$[-0.0395, 1.7995] \approx [0, 2]$$



9. Calcule las siguientes probabilidades binomiales directamente de la fórmula para  $B(y; n, p)$  (fórmula de la distribución binomial), donde "y" es el valor que vas a calcular y "n, p" son los parámetros de la distribución binomial

a)  $B(3; 8, 0.6)$  Esto quiere decir que debes calcular  $P(y=3)$  donde  $n=8$  y  $p=0.6$  así también las siguientes

b)  $B(5, 8, 0.6)$

c)  $P(3 \leq x \leq 5)$  cuando  $n=8$  y  $p=0.6$

a) Parámetros:  $n=8, p=0.6, q=0.4$

Rango:  $y=0, 1, 2, \dots, 8$

Distribución:  $y \sim B(8, 0.6)$

$$P(y=3) = \binom{8}{3} (0.6)^3 (0.4)^5$$

$$= 0.1238$$

$$b) P(y=5) = \binom{8}{5} (.6)^5 (.4)^3$$

$$= 0.2786$$

$$c) P(3 \leq x \leq 5) = P(y=3) + P(y=4) + P(y=5)$$

$$= \binom{8}{3} (.6)^3 (.4)^5 + \binom{8}{4} (.6)^4 (.4)^4 +$$

$$0.1238 + 0.2722 + 0.2786$$

$$= 0.6746$$



10: Cuando se prueban tarjetas de circuitos empleados en la manufactura de reproductor de discos compactos, a la larga el porcentaje de partes defectuosas es de 5% se se toma una muestra de 30 tarjetas defectuosas y "x" representa el número de tarjetas defectuosas en esa muestra determine:

a)  $P(X \leq 2)$

b)  $P(X \geq 5)$

c)  $P(1 \leq x \leq 4)$

d) ¿Cuál es la probabilidad que ninguna tarjeta este defectuosa?

$Y$  = Número de tarjetas defectuosas

Parámetros:  $n = 30$ ,  $p = 0.05$   $q = 0.95$

Rango  $y = 0, 1, 2, \dots, 30$

Distribución  $Y \sim B(30, 0.05)$

$$\begin{aligned} a) P(Y \leq 2) &= P(Y=0) + P(Y=1) + P(Y=2) \\ &= C_{0}^{30} (0.05)^0 (0.95)^{30} + C_{1}^{30} (0.05)^1 (0.95)^{29} + \\ &\quad C_{2}^{30} (0.05)^2 (0.95)^{28} \\ &= 0.2146 + 0.339 + 0.2586 \\ &= 0.8122 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) P(Y \geq 5) &= 1 - P(Y \leq 4) \\ &= 1 - P(Y=0) - P(Y=1) - P(Y=2) - P(Y=3) - P(Y=4) \\ &= 1 - 0.2146 - 0.339 - 0.2586 - 0.3391 - 0.2146 \\ &= \underline{0.0156} \end{aligned}$$



11) Suponga que solo el 25% de los automovilistas se detienen por completo en el cruce donde hay un semáforo con la luz roja intermitente, cuando no ven otros automóviles (cuales) la probabilidad de que entre 19 automóviles seleccionados al azar:

- a) a lo sumo 6 se detengan por completo
- b) exactamente 6 se detengan por completo
- c) al menos 6 se detengan por completo.

$Y$  = número de automovilistas que se detienen por completo

Parámetros:  $n = 19$ ,  $p = .25$ ,  $q = .75$

Rango =  $Y = 0, 1, 2, \dots, 19$

Distribución:  $X \sim B(19, .25)$

$$a) P(Y \leq 6) = P(Y=0) + P(Y=1) + P(Y=2) + P(Y=3) + P(Y=4) + P(Y=5) + P(Y=6)$$

$$= 0.004228 + 0.02677 + 0.08033 + 0.1517 + 0.2023 + 0.2023 + 0.1573$$

$$= \underline{0.825}$$

$$b) P(Y=6) = C_{19}^6 (0.25)^6 (0.75)^{13} = 0.1573$$

$$\begin{aligned} c) P(Y \geq 6) &= 1 - P(Y \leq 5) \\ &= 1 - P(Y=5) - P(Y=4) - P(Y=3) - P(Y=2) \\ &\quad - P(Y=1) - P(Y=0) \\ &= 1 - 0.2023 - 0.2023 - 0.1517 - 0.08033 - 0.02677 - 0.004228 \\ &= \underline{0.3323} \end{aligned}$$