Universidad autónoma de Coahuila

Algebra lineal
Proyecto Final

Docente: LAURA MONICA MONSERRAT GARCIA ESPARZA

Integrantes del equipo

-Jose Adrian Ontiveros Moran

-Juan Antonio Cruz Pérez

-Juan Abimael Camacho Canizales

Introducción

En esta resolución del problema implementaremos una solución adecuada, ya que el siguiente problema se requiere de operaciones con matrices y con diágrafos, esto nos ayudara a comprender que los sistemas de una cadena alimenticia se pueden comprobar y asimilar con algebra lineal y comprender mejor este tipo de problemas y sus implicaciones.

Veremos que es un diágrafo y grafo, como se resuelven con un ejemplo que se resolverá paso a paso.

También veremos cómo es la función de una cadena alimenticia Los seres vivos se relacionan entre sí en los diferentes ecosistemas, y de esta interrelación, los seres vivos unos obtienen energía de otros, por lo cual se constituyen las cadenas y redes tróficas, mediante las cuales todo organismo vivo obtiene energía de otro organismo vivo, siendo la base fundamental los autótrofos (plantas).

El origen de la teoría de grafos se remonta al siglo XVIII con el problema de los puentes de Königsberg, el cual consistía en encontrar un camino que recorriera los siete puentes del río Pregel (54°42′12″N 20°30′56″E) en la ciudad de Königsberg, actualmente Kaliningrado, de modo que se recorrieran todos los puentes pasando una sola vez por cada uno de ellos. El trabajo de Leonhard Euler sobre el problema titulado Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis3 (La solución de un problema relativo a la geometría de la posición) en 1736, es considerado el primer resultado de la teoría de grafos. También se considera uno de los primeros resultados topológicos en geometría (que no depende de ninguna medida). Este ejemplo ilustra la profunda relación entre la teoría de grafos y la topología.

La teoría de grafos tiene sus fundamentos en las matemáticas discretas y de las matemáticas aplicadas. Esta teoría requiere de diferentes conceptos de diversas áreas como combinatoria, álgebra, probabilidad, geometría de polígonos, aritmética y topología. Actualmente ha tenido mayor influencia en el campo de la informática, las ciencias de la computación y telecomunicaciones. Debido a la gran cantidad de aplicaciones en la optimización de recorridos, procesos, flujos, algoritmos de búsquedas, entre otros, se generó toda una nueva teoría que se conoce como análisis de redes.

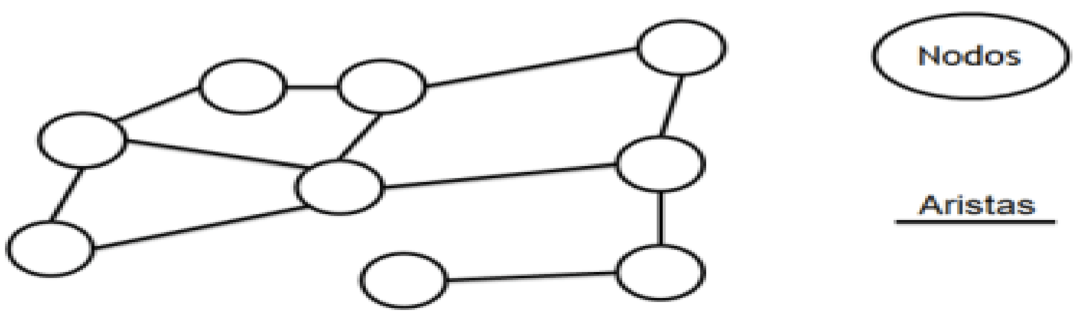
Conceptos

Grafos

La longitud de una trayectoria es su número de aristas. A una trayectoria que no incluye la misma arista más de una vez se le llama simple.
En matemáticas y ciencias de la computación, un grafo (del griego grafos: dibujo, imagen) es un conjunto de objetos llamados vértices o nodos unidos por enlaces llamados aristas o arcos, que permiten representar relaciones binarias entre elementos de un conjunto.

Un grafo, es una estructura matemática que permite modelar problemas de la vida cotidiana, mediante, como hemos visto, una representación gráfica formada por nodos o vértices que muestra a los actores y aristas que sirven para representar los lazos o relaciones entre los actores.

son objetos usados muy frecuentemente para describir las relaciones entre los elementos de un conjunto finito. Por ejemplo, enlaces entre los nodos de una red de telecomunicaciones, dinámica entre dos o más tipos de poblaciones (modelos presa-depredador), conexiones en una red de profesionistas, descripción de los resultados de una competencia (torneos), etc.



Definición Si G es un grafo con n vértices, entonces su matriz de adyacencia es la matriz A [o A(G)] de n x n definida por

$$\text{Ají}= \left\{ \frac{1 \; si\ existe\ una\ arista\ entre\ los\ vértices\ i\ y\ j}{0 \; de\ otro\ modo} \right.$$

Una trayectoria en un grafo es una secuencia de aristas que permiten viajar de un vértice a otro de manera continua

Matriz de adyacencia de un grafo

Todo grafo simple puede ser representado por una matriz, que llamamos matriz de adyacencia. Se trata de una matriz cuadrada de n filas X n columnas (siendo n el número de vértices del grafo). Para construir la matriz de adyacencia, cada elemento aij vale 1 cuando haya una arista que una los vértices i y j. En caso contrario el elemento aij vale 0. La matriz de adyacencia, por tanto, estará formada por ceros y unos.

La ventaja de la matriz de adyacencia es que es simple, y que para grafos pequeños es fácil ver qué nodos están conectados a otros nodos. Sin embargo, note que la mayoría de las celdas de la matriz están vacías. Dado que la mayoría de las celdas están vacías decimos que esta matriz es “rala”. Una matriz no es una forma muy eficiente de almacenar datos ralos. De hecho, en Python usted debe incluso esforzarse por crear una estructura de matriz

La matriz de adyacencia es una buena implementación para un grafo cuando el número de aristas es grande. Pero ¿qué entendemos por grande? ¿Cuántas aristas se necesitarían para llenar la matriz? Puesto que hay una fila y una columna para cada vértice en el grafo, el número de aristas requeridas para llenar la matriz es |V|2. Una matriz está llena cuando cada vértice está conectado a todos los otros vértices. Hay pocos problemas reales que se aproximan a este tipo de conectividad. Los problemas que veremos en este capítulo se refieren a grafos que están conectados de forma rala.

	V0	V1	V2	V3	V4	V5
V0		5				2
V1			4			
V2				9		
V3					7	3
V4	1					

Ejemplo
La figura 3.30 es un dígrafo que representa una cadena

alimenticia en un pequeño ecosistema. Una arista dirigida de a a b indica que a tiene a b como fuente de alimento. Construya la matriz de adyacencia A para este dígrafo y úsela para responder las siguientes preguntas.

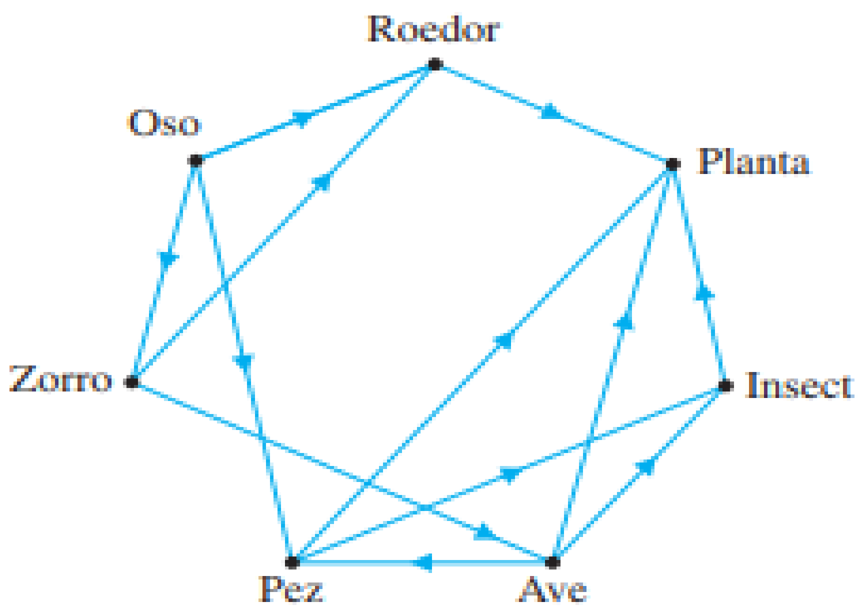
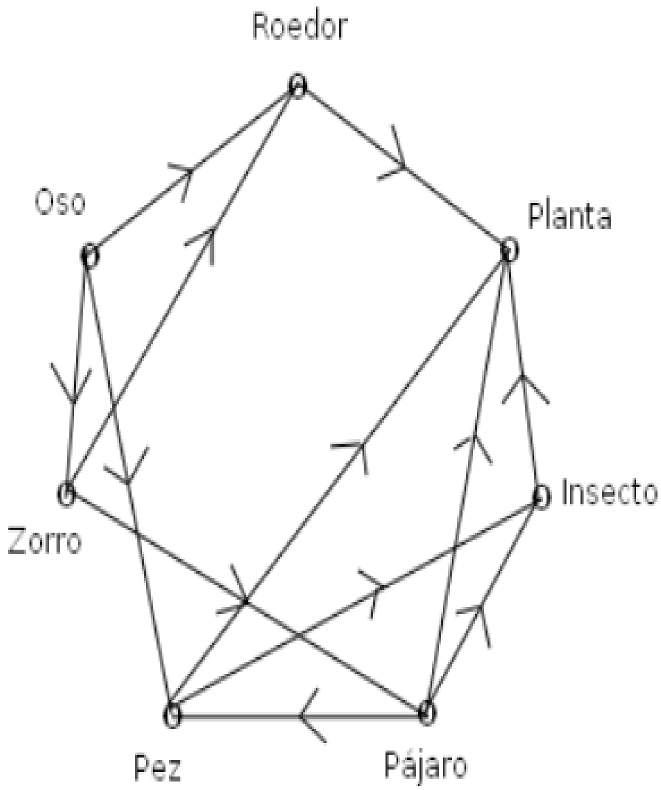


Figura 3.30

Matriz de adyacencia



$$A(D)=\begin{array}{c|ccccccc} & R & O & Z & Pz & Pj & I & Pl \\ \hline R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ O & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ Z & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ Pz & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ Pj & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ Pl & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

(a) ¿Cuál especie tiene las fuentes de alimento más directas? ¿Cómo muestra A esto?

se refiere al nodo o nodos con el mayor número de aristas salientes, dado que A(D)17 = [1 3 2 2 3 1 0]^t , entonces osos y pájaros son las especies con el mayor número de fuentes directas de alimento, seguidos por los zorros y peces, los roedores y los insectos y finalmente las plantas.

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
1	0	0	1	0	0	1	0
2	1	0	1	0	0	0	1
3	0	0	0	1	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	0	0
6	0	0	0	1	1	0	1
7	0	0	0	1	1	0	0

×

	B_1
1	1
2	1
3	1
4	1
5	1
6	1
7	1

=

	C_1
1	2
2	3
3	1
4	0
5	1
6	3
7	2

(b) ¿Cuál especie es una fuente directa de alimento para la mayoría de las otras especies? ¿Cómo muestra A esto?

(b) se refiere al nodo o nodos con el mayor número de aristas entrantes. Por inspección de A(D), esta especie son las plantas (3), seguida de insectos, peces y roedores (2), zorros y pájaros (1) y finalmente osos (0). (Nótese que esta lista no se obtiene de la lista en (a).)

	C_1
1	2
2	3
3	1
4	0
5	1
6	3
7	2

GRACIAS AL MISMO CALCULO DE LA MATRIZ “A” POR LA MATRIZ VECTOR “V” SABEMOS QUE EL QUE ES UNA FUENTE DIRECTA DE ALIMENTO PARA LA MAYORIA DE ESPECIES ES LA PLANTA. YA QUE NO TIENE NINGUNA FUENTE DIRECTA DE ALIMENTO.

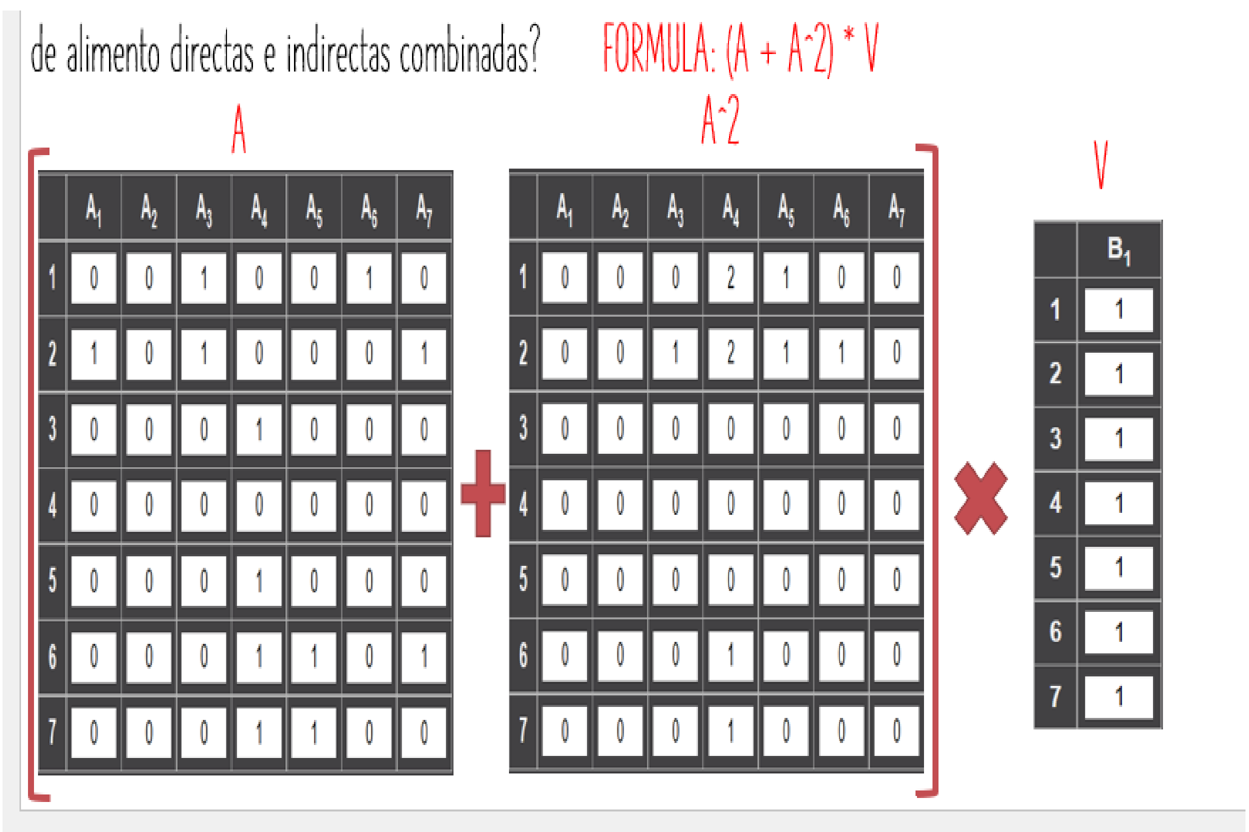
(c) Si a come a b y b come a c, se dice que a tiene a c como una fuente indirecta de alimento. ¿Cómo puede usar A para determinar cuál especie tiene más fuentes indirectas de alimento? ¿Cuál especie tiene más fuentes de alimento directas e indirectas combinadas?

(c) la primera parte de este inciso se refiere al nodo o nodos con el mayor número de 2-trayectorias.
A^2 = [0 5 4 1 3 0 0]^t , por lo tanto los osos son la especie con el mayor número de “fuentes indirectas” de alimento (seguido por los zorros (4) , pájaros (3), peces (1) y finalmente roedores, insectos y plantas (0)).

La segunda parte de estse inciso se refiere a la suma:

(A+A^2) = [1 8 6 3 6 1 0]^t

Los osos tienen entonces el mayor número de fuentes directas e indirectas de alimento (8). Observe cómo los zorros, a pesar de tener el mismo número de fuentes directas que los peces, al considerar el número de fuentes indirectas, esta especie parece tener mas posibilidades de sobrevivir que los peces.



(d) Suponga que los contaminantes matan a las plantas en esta cadena alimenticia y quiere determinar el efecto que tendrá este cambio sobre el ecosistema. Construya una nueva matriz de adyacencia A* a partir de A, al borrar el renglón y la columna correspondientes a planta. Repita los incisos (a) a (c) y determine cuáles especies son las más y menos afectadas por el cambio

$$B = \begin{array}{c|cccccc} & R & O & Z & Pz & Pj & I \\ \hline R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ O & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ Z & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ Pz & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ Pj & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Los roedores e insectos no tienen fuentes de alimento, entonces estas especies están en peligro de extinción. El resto de este inciso se deja al lector para su discusión.

(e) ¿Cuál será el efecto a largo plazo de la contaminación? ¿Qué cálculos matriciales demostrarán esto?

Desapareciendo roedores e insectos, se tiene la siguiente matriz de adyacencias para el ecosistema restante:

Sin fuente de alimento, los peces están próximos a desaparecer del ecosistema, seguidos por los pájaros, zorros y finalmente los osos. Los detalles y discusión se dejan como ejercicio para el lector.

$$C = \begin{array}{c|cccc} & O & Z & Pz & Pj \\ \hline O & 0 & 1 & 1 & 0 \\ Z & 0 & 0 & 0 & 1 \\ Pz & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Pj & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

Conclusión

Podemos concluir que un grafo es básicamente un conjunto de puntos y un conjunto de líneas tomado de entre el conjunto de líneas que une cada par de vértices. De una manera más informal podemos decir que un grafo es un conjunto de nodos con enlaces entre ellos, denominados aristas o arcos. y también podemos concluir en el ejemplo que podemos ver las relaciones de diferentes especies en una cadena alimenticia una de las relaciones más importantes entre los seres vivos surge de la necesidad de alimentarse para reponer energía y poder realizar distintas actividades. Las plantas producen su propio alimento. Los animales pueden ser herbívoros, carnívoros u omnívoros. Las bacterias y hongos descomponen los deshechos de plantas y animales, reduciéndolos a elementos simples que, nuevamente son utilizados por las plantas como alimento. De esta forma se cierra la cadena alimentaria.

También pudimos ejemplificar de una manera un ejemplo de la vida real en el algebra lineal.

Bibliografía

Bibliografía

De la computación, E. M. y. en C., De grafos, la T., Conjunto, U., Vacío, N., Vértices, de O. L., Mediante, un G. se, & Líneas, C. P. (s/f). Teoría de grafos. Edu.co. Recuperado el 19 de noviembre de 2021, de https://www.unipamplona.edu.co/unipamplona/portalIG/home_23/recursos/general/11072012/grafo3.pdf

Poole, D. (2012). Algebra Lineal. Una Introduccion Moderna. Cengage Learning Editores.

Qué son los grafos. (2019, julio 1). Grapheverywhere.com. https://www.grapheverywhere.com/que-son-los-grafos/

Ramírez, P. I., & Perfil, V. T. mi. (s/f). Cadena Alimenticia. Blogspot.com. Recuperado el 19 de noviembre de 2021, de http://cadenaalimen.blogspot.com/2010/01/conclusion.html