

RELAZIONE 5

FONDAMENTI DI SISTEMI DINAMICI



Prof.: G. Celentano

Studente: Yuri Spaziani

Matricola: N46003377

AMMORTAMENTO DI UN DEBITO

Consideriamo il processo di estinzione graduale di un debito mediante il pagamento di v rate annue. Come ingresso si può considerare la rata u_k che bisogna pagare ogni $12/v$ mesi e come uscita y_k il debito che resta dopo aver pagato la rata. Indicando con i il tasso di interesse percentuale annuo tale processo è descritto dall'equazione:

$$y_k = \left(1 + \frac{i}{100v}\right) y_{k-1} - u_k$$

Facendo la seguente posizione:

$$x_k = y_{k-1} \Rightarrow x_{k+1} = y_k$$

il suo rispettivo modello i-s-u sarà:

$$\begin{cases} x_{k+1} = \left(1 + \frac{i}{100v}\right) x_k - u_k \\ y_k = \left(1 + \frac{i}{100v}\right) x_k - u_k \end{cases}$$

Ricordando che:

$u_k = \text{Rata da pagare}$

$y_k = \text{Debito ancora da estinguere}$

$y_{k-1} = \text{Debito al mese precedente}$

$v = \text{Numero di rate da pagare}$

$i = \text{Tasso di interesse}$

La simulazione la effettuiamo grazie a MATLAB, in particolare con il seguente programma:

```
clc, close, clear

disp(' ')
i=input('Tasso di interesse annuo =');
nra=input('Numero di rate annue =');
dma=input('Durata del mutuo in anni =');
deb=input('Inserire l ammontare del mutuo=');

N=nra*dma;          % numero rate

A=1+i/100/nra;B=-1;C=A;D=B;

ro=i/100/nra/(1-A^(-N))*deb;
xo=deb;

K=1:N;
u=K*0+ro;
y=dlsim(A,B,C,D,u,xo);
close
tot=sum(u)/1000;
ra=tot/N;

K=[0 K]*12/nra;
y=[deb;y];
y(N+1)=round(y(N+1));
subplot(2,1,1)
plot(K,y/1000,'.k'),grid,
title(['Andamento del debito se i=',num2str(i),'% - Rata=',
num2str(round(ra*1000)/1000),...
' migliaia di Euro - Somma totale pagata=',num2str(round(tot*1000)/1000),'
migliaia di Euro'])
xlabel('Tempo in mesi'), ylabel('Debito in migliaia di Euro')

yl=y;
```

```

i1=i;

i=10*i;          % Tasso di interesse decuplicato

A=1+i/100/nra;B=-1;C=A;D=B;

ro=i/100/nra/(1-A^(-N))*deb;
xo=deb;

K=1:N;
u=K*0+ro;
y=dlsim(A,B,C,D,u,xo);
tot=sum(u)/1000;
ra=tot/N;

K=[0 K]*12/nra;
y=[deb;y];
y(N+1)=round(y(N+1));
subplot(2,1,2)
plot(K,y1/1000,'.k',K,y/1000,'.r'),legend('i','10i'),grid,
title(['Andamento del debito se i=',num2str(i),'% - Rata=',
num2str(round(ra*1000)/1000),...
' migliaia di Euro - Somma totale pagata=',num2str(round(tot*1000)/1000),'
migliaia di Euro'])
xlabel('Tempo in mesi'), ylabel('Debito in migliaia di Euro')

```

Si noti che in particolare sono stati inseriti in input in un primo momento:

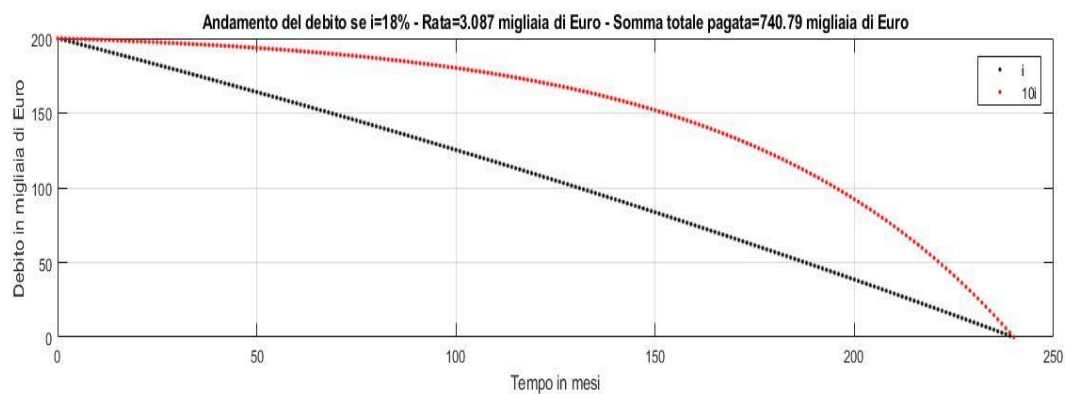
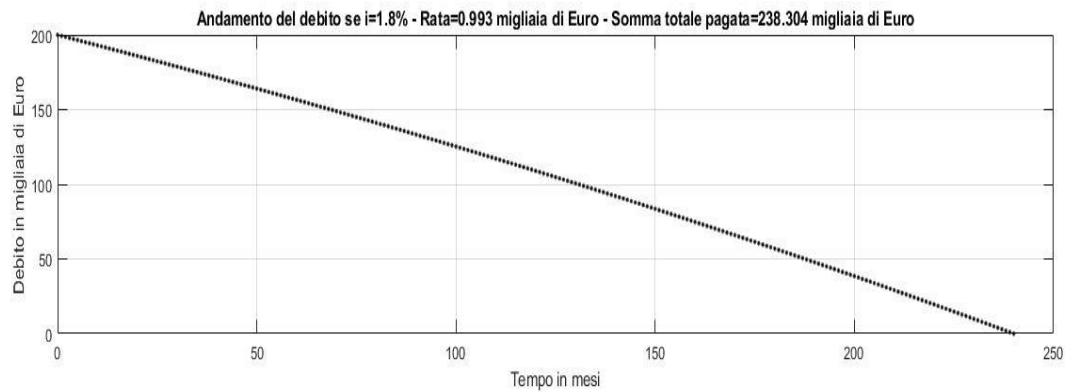
$i = 1.8$

$nra = 12$

$deb = 200000$

$dma = 20$

In un secondo momento, si è posto $i = 18$



Si nota facilmente, che mentre nel primo caso, con un tasso prossimo allo 0%, il sistema tende ad essere lineare, mentre con un tasso più elevato si nota come la curva sia più ampia, incrementando in modo considerevole la spesa totale di ammortamento del debito