多智能体系统与强化学习

主讲人：高阳、杨林、杨天培

https://reinforcement-learning-2025.github.io/

第二讲：时差学习

强化学习问题和范式

高　阳

大 纲

Bootstraps和Sampling

强化学习算法设计

N步回退学习

大 纲

Bootstraps和Sampling

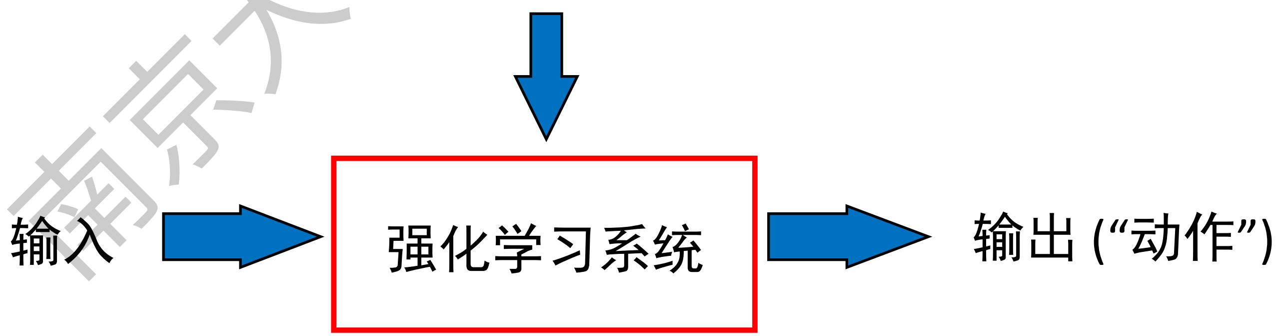
强化学习算法设计

N步回退学习

监督学习 VS 强化学习

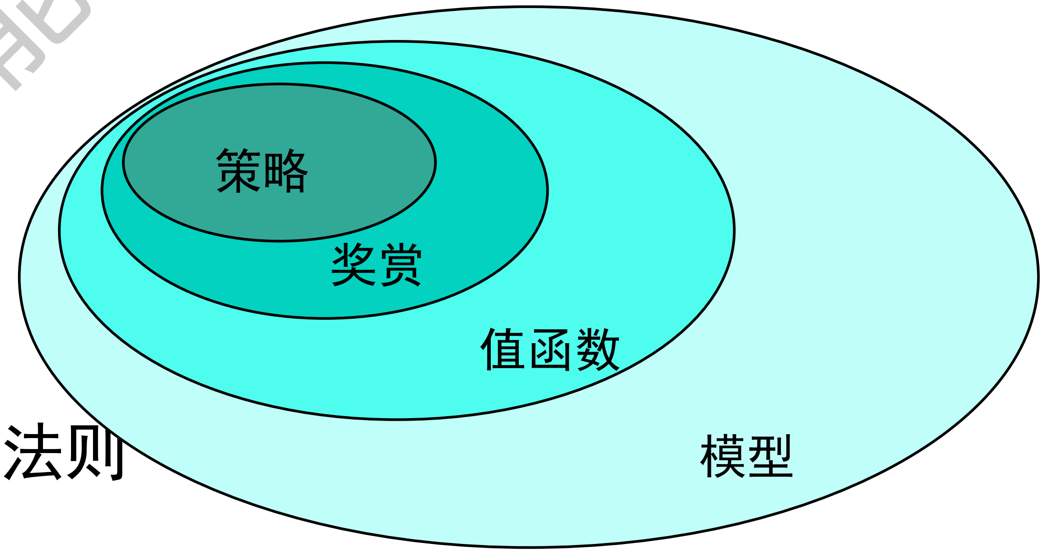
- **监督学习**
  - ✓ (正/反例)在样本上的分布是确定的
- **强化学习**
  - ✓ (状态/奖赏)的分布是策略依赖的(policy dependent!!!)
  - ✓ 策略上小的变化都会导致返回值的巨大改变

训练信息 = 对动作的评估(“奖赏” / “惩罚”)



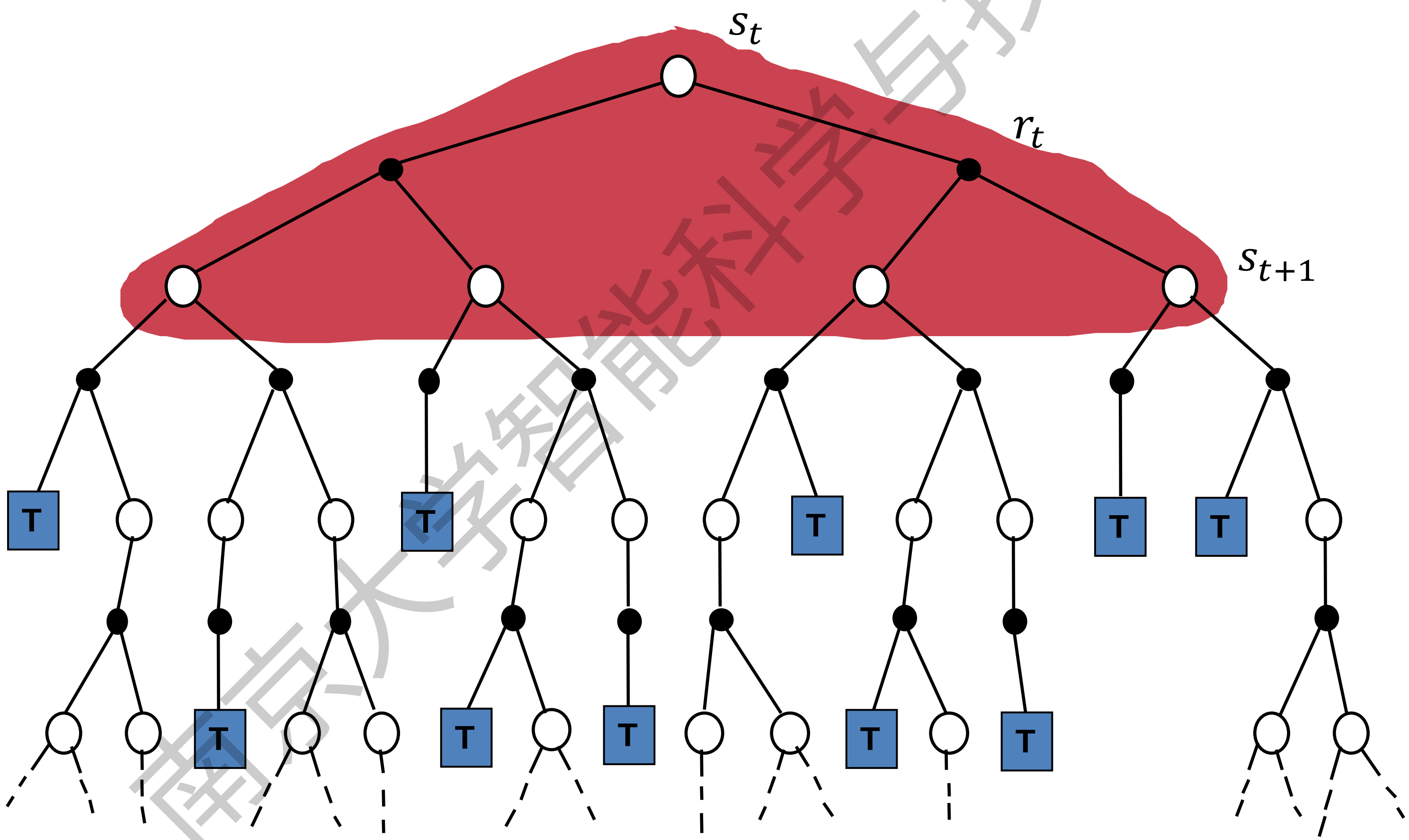
强化学习要素

- 策略
  - ✓ 选择动作的(确定/不确定)规则
- 奖赏/返回
  - ✓ 学习系统试图最大化的函数
- 值函数
  - ✓ 评估策略好坏的函数
- 模型
  - ✓ 环境(问题)演变遵循的法则



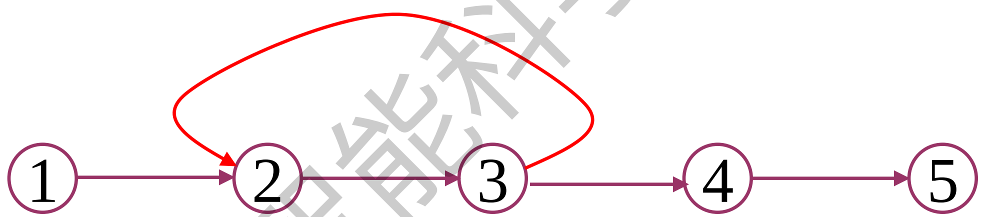
动态规划方法

$$V(s_t) \leftarrow E_\pi\{r_t + \gamma V(s_{t+1})\}$$



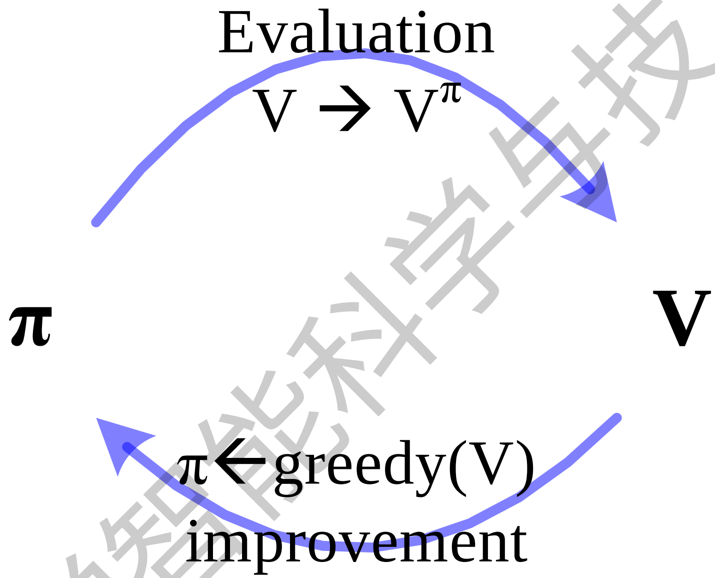
Monte Carlo策略评价

- 目标：学习$V^{\pi}(s)$；
- 给定：在访问状态s，采用策略下π，获得的若干经验；
- 思路：在访问状态s 后，对所获得的返回，进行平均。



- Every-Visit MC:
  - ✓ 在一次经验中，对每次访问到的s都进行平均
- First-visit MC
  - ✓ 在一次经验中，只对首次访问到的s进行平均

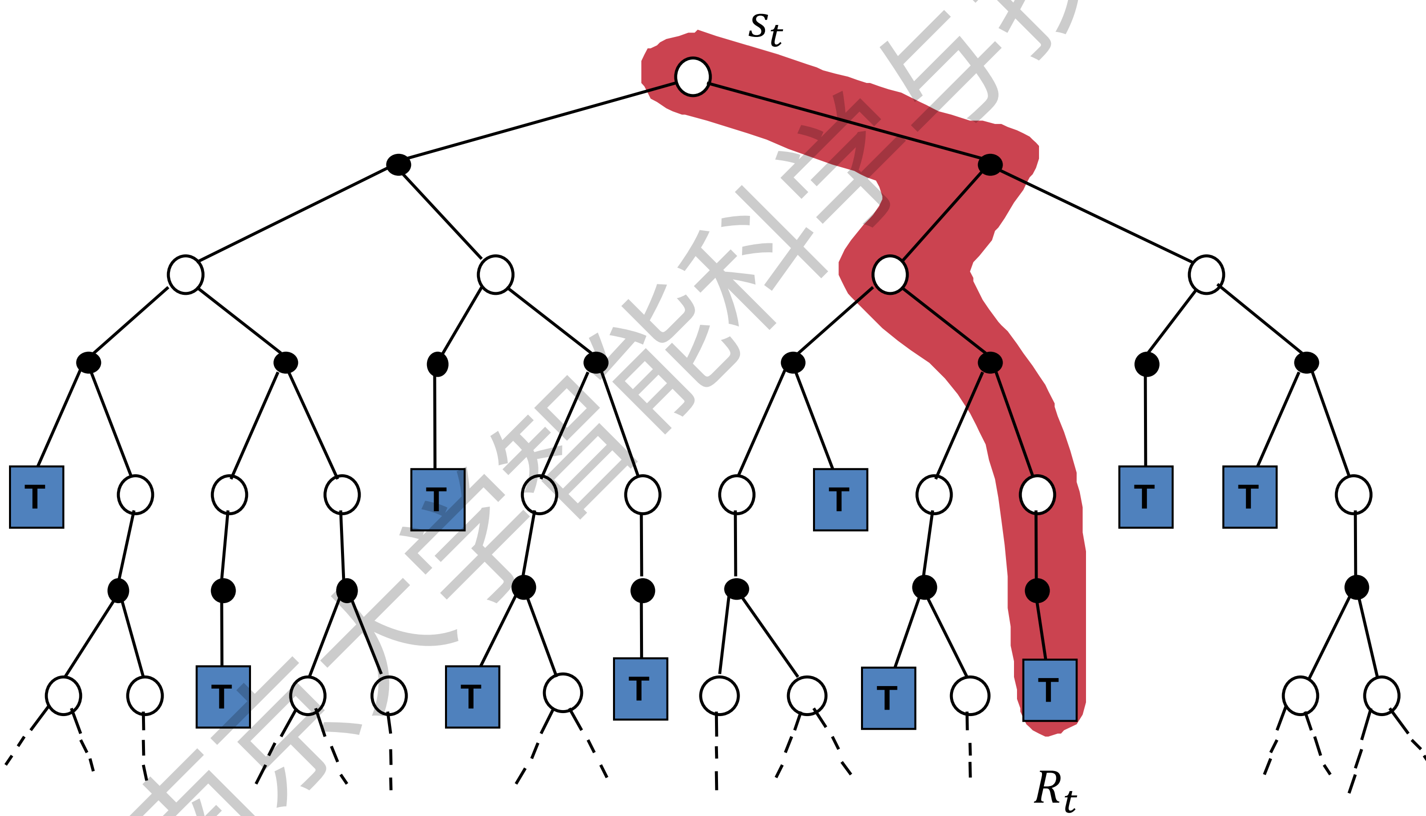
Monte Carlo最优控制



- MC策略迭代：使用MC方法对策略进行评估，计算值函数；
- MC策略修正：根据值函数(或者状态-动作对值函数)，采用贪心策略进行策略修正；

Monte Carlo方法

$$V(s_t) \leftarrow V(s_t) + \alpha\left[R_t - V(s_t)\right]$$

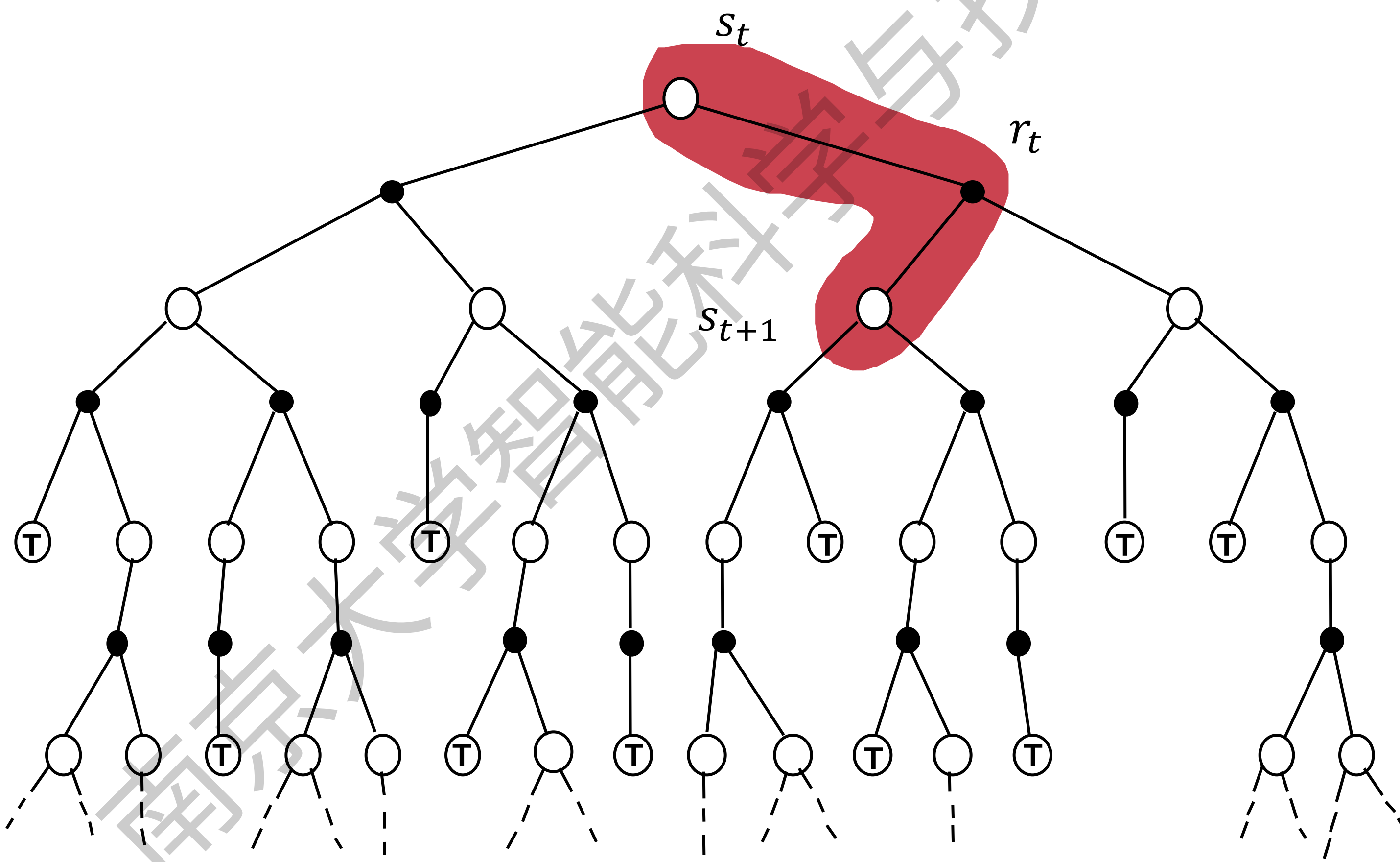


时差学习

- Every-Visit MC:
  - ✓ $V(s_t) = V(s_t)+\alpha[R_t - V(s_t)]$
  - ✓ 目标：在经过若干次平均后，得到真实的返回值
- 最简单的时间差分方法(**T**emporal **D**ifference)
  - ✓ $V(s_t) = V(s_t)+\alpha[\underbrace{r_t + \gamma V(s_{t+1})} - V(s_t)]$
  - ✓ 目标：在每一次经验后，都对返回值进行估计

时差方法

$$V(s_t) \leftarrow V(s_t) + \alpha\left[r_t + \gamma V(s_{t+1}) - V(s_t)\right]$$



Bootstraps和Sampling

- Bootstraps
  - ✓ 通过一个估计值进行更新
  - ✓ 动态规划/时差学习中采用
  - ✓ 蒙特卡罗方法不采用
- 采样
  - ✓ 不通过估计值进行更新，而根据经验进行更新
  - ✓ 蒙特卡罗方法/时差学习中采用
  - ✓ 动态规划中不采用

大 纲

Bootstraps和Sampling

强化学习算法设计

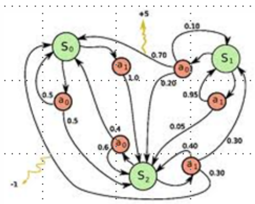
N步回退学习

强化学习算法

如何得到MDP模型？

如何选择最优动作？

如何计算状态-动作值函数？



MDP模型

- 值函数
  - $V^{\pi}(s) = E_{s' \sim \pi(s)}\left[R\big(s,\pi(s)\big) + \gamma V^{\pi}(s')\right]$
- 状态-动作对值函数
  - $Q^{\pi}(s,a) = E[R(s,a)] + \gamma \sum_{s'} \delta(s,a,s')\, V^{\pi}(s')$
  - 其中，$V^{\pi}(s) = Q^{\pi}\big(s,\pi(s,a)\big)$

算法构造思路

- ✓ 根据先验得到初始认知(值函数)
- ✓ 根据认知选择动作(伴随一定的随机性)
- ✓ 获得经验
- ✓ 根据反馈，修改认知
- ✓ 根据延迟的反馈，回退修改历史认知

算法设计的核心要素

- 值函数的<u>表达</u>(V, Q)
- 实现<u>随机的</u>动作选择(探索和利用)
- 值函数<u>更新</u>(在策略、离策略)
- 代表性的学习算法(SARSA, Q, AC)

值函数的表达

- 值函数
  - $V^{\pi}(s) = E_{s' \sim \pi(s)}\left[R\big(s, \pi(s)\big) + \gamma V^{\pi}(s')\right]$
- 状态-动作对值函数
  - $Q^{\pi}(s, a) = E[R(s, a)] + \gamma \sum_{s'} \delta(s, a, s')\, V^{\pi}(s')$
  - 其中，$V^{\pi}(s) = Q^{\pi}\big(s, \pi(s, a)\big)$

随机的动作选择

- 目的
  - 实现探索(Exploration)和利用(Exploitation)的平衡
  - 原则：算法初期倾向于探索，后期强调利用

ε-贪心策略

- ✓ 以1- ε概率选择，$\pi(s) = argmax_a Q^{\pi}(s,a)$
- ✓ 以ε概率选择其他动作
- ✓ ε随学习的episodic次数下降

SARSA：在策略TD学习

- 在策略(on-policy): **对于当前状态值函数，采用下一状态所选择动作的值函数(依据当前Policy)进行更新**

$$Q(s_t, a_t) \leftarrow Q(s_t, a_t) + \alpha[r_{t+1} + \gamma Q(s_{t+1}, a_{t+1}) - Q(s_t, a_t)]$$

Initialize $Q(s, a)$ arbitrarily
Repeat (for each episode):
  Initialize s
  Choose a from s using policy derived from Q (e.g., ϵ-greedy)
  Repeat (for each step of episode):
    Take action a, observe r, s'
    Choose a' from s' using policy derived from Q (e.g., ϵ-greedy)
    $Q(s, a) \leftarrow Q(s, a) + \alpha \left[r + \gamma Q(s', a') - Q(s, a)\right]$
    $s \leftarrow s'$; $a \leftarrow a'$;
  until s is terminal

Q-Learning：离策略TD学习

- 离策略(off-policy): **对于当前状态值函数，采用下一状态值函数最大值进行更新**

$$Q(s_t, a_t) \leftarrow Q(s_t, a_t) + \alpha[r_{t+1} + \gamma max_a Q(s_{t+1}, a) - Q(s_t, a_t)]$$

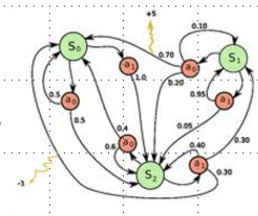
Initialize $Q(s, a)$ arbitrarily
Repeat (for each episode):
    Initialize s
    Repeat (for each step of episode):
        Choose a from s using policy derived from Q (e.g., ϵ-greedy)
        Take action a, observe r, s'
        $Q(s, a) \leftarrow Q(s, a) + \alpha \left[r + \gamma \max_{a'} Q(s', a') - Q(s, a)\right]$
        $s \leftarrow s'$;
    until s is terminal

强化学习算法

如何得到MDP模型？

如何选择最优动作？

如何计算状态-动作值函数？



MDP模型

- 值函数
  - $V^{\pi}(s) = E_{s'\sim\pi(s)}[R(s,\pi(s)) + \gamma V^{\pi}(s')]$
- 状态-动作对值函数
  - $Q^{\pi}(s,a) = E[R(s,a)] + \gamma \sum_{s'} \delta(s,a,s')\, V^{\pi}(s')$
  - 其中，$V^{\pi}(s) = Q^{\pi}(s,\pi(s,a))$

算法构造思路

- ✓ 根据先验得到初始认知（值函数）
- ✓ 根据认知选择动作（伴随一定的随机性）
- ✓ 获得经验
- ✓ 根据反馈，修改认知
- ✓ 根据延迟的反馈，回退修改历史认知

Initialize $Q(s,a)$ arbitrarily and $e(s,a) = 0$, for all s, a
Repeat (for each episode):
  Initialize s, a
  Repeat (for each step of episode):
    Take action a, observe r, s'
    Choose a' from s' using policy derived from Q (e.g., ε-greedy)
    $a^* \leftarrow \arg\max_b Q(s',b)$ (if a' ties for the max, then $a^* \leftarrow a'$)
    $\delta \leftarrow r + \gamma Q(s',a^*) - Q(s,a)$
    $e(s,a) \leftarrow e(s,a) + 1$
    For all s, a:
      $Q(s,a) \leftarrow Q(s,a) + \alpha\delta e(s,a)$
      If $a' = a^*$, then $e(s,a) \leftarrow \gamma\lambda e(s,a)$
            else $e(s,a) \leftarrow 0$
    $s \leftarrow s'$; $a \leftarrow a'$
  until s is terminal

大 纲

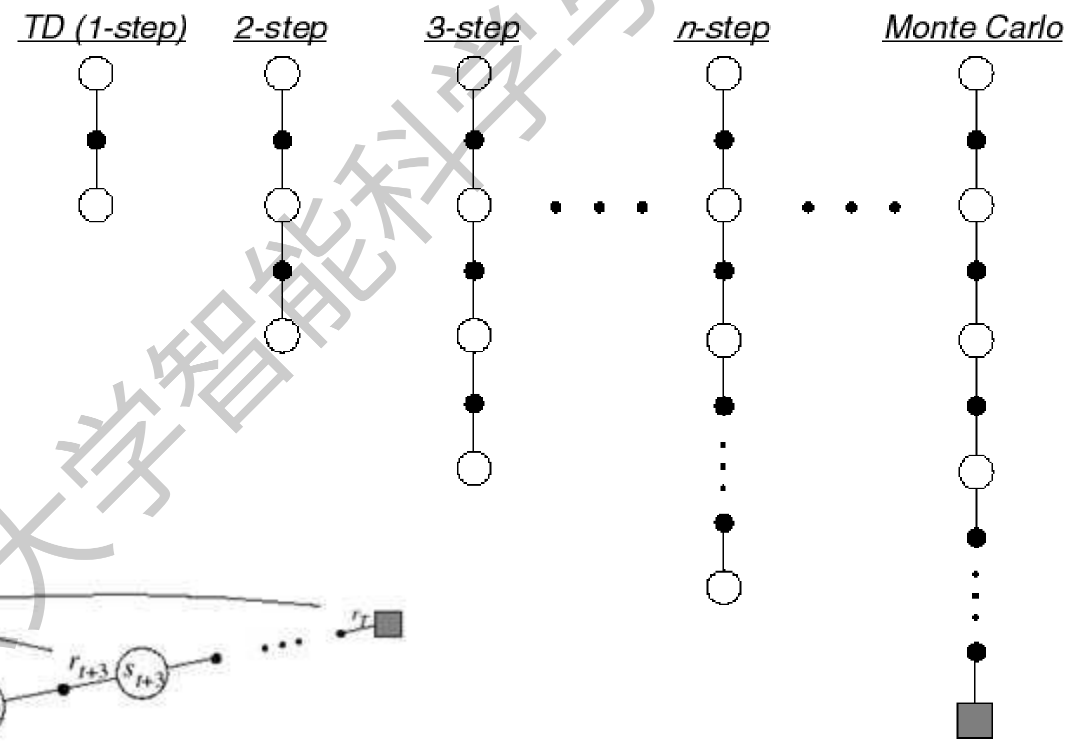
Bootstraps和Sampling

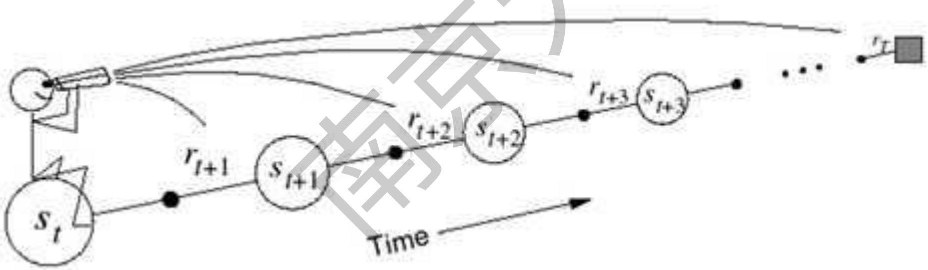
强化学习算法设计

N步回退学习

N步TD预测

- **思路：** 当做值函数TD回报(backup)时，可以看到“更远的未来”；





N步TD预测的数学表达

- Every-Visit MC:
  - ✓ $V(s_t) = V(s_t)+\alpha[R_t - V(s_t)]$
  - ✓ $R_t = r_t + \gamma r_{t+1} + \gamma^2 r_{t+2} + \cdots + \gamma^T r_{t+T}$
- TD
  - ✓ $V(s_t) = V(s_t)+\alpha[\underbrace{r_t + \gamma V(s_{t+1})}_{\widehat{R_t}} - V(s_t)]$
- TD(n)
  - ✓ 2步返回函数估计：$R_t^{(2)} = r_t + \gamma r_{t+1} + \gamma^2 V(s_{t+2})$
  - ✓ N步返回函数：$R_t^{(n)} = r_t + \gamma r_{t+1} + \gamma^2 r_{t+2} + \cdots + \gamma^{n-1} r_{t+n-1} + \gamma^n V(s_{t+n})$

N步回报学习

采用N步返回函数更新值函数

- ✓ $\Delta V(s_t) = \alpha\left[R_t^{(n)} - V(s_t)\right]$

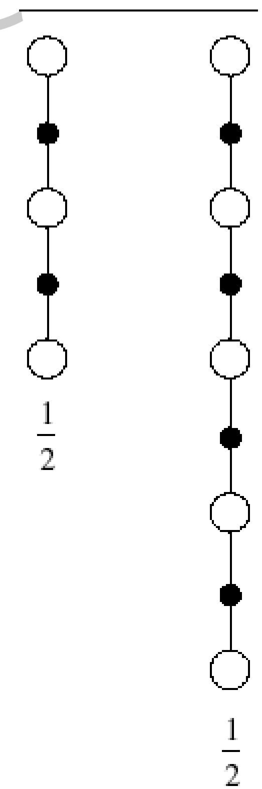
优势

- ✓ $\max\underbrace{\left|\underbrace{E_\pi\left\{R_t^{(n)}\middle|s_t = s\right\}}_{\widehat{R_t}} - V^\pi(s)\right|}_{\text{误差缩减}} \le \gamma^n \max|V(s) - V^\pi(s)|$

平均多次N步回报

- N步时差更新(两次平均)
  - ✓ $\Delta V(s_t) = \alpha\left[R_t^{(n)} - V(s_t)\right]$
  - ✓ $R_t^{(avg)} = \frac{1}{2}R_t^{(2)} + \frac{1}{2}R_t^{(4)}$
- 复杂的N步时差更新
  - ✓ 需要有哪些组件？
  - ✓ 每个组件的权重是什么？

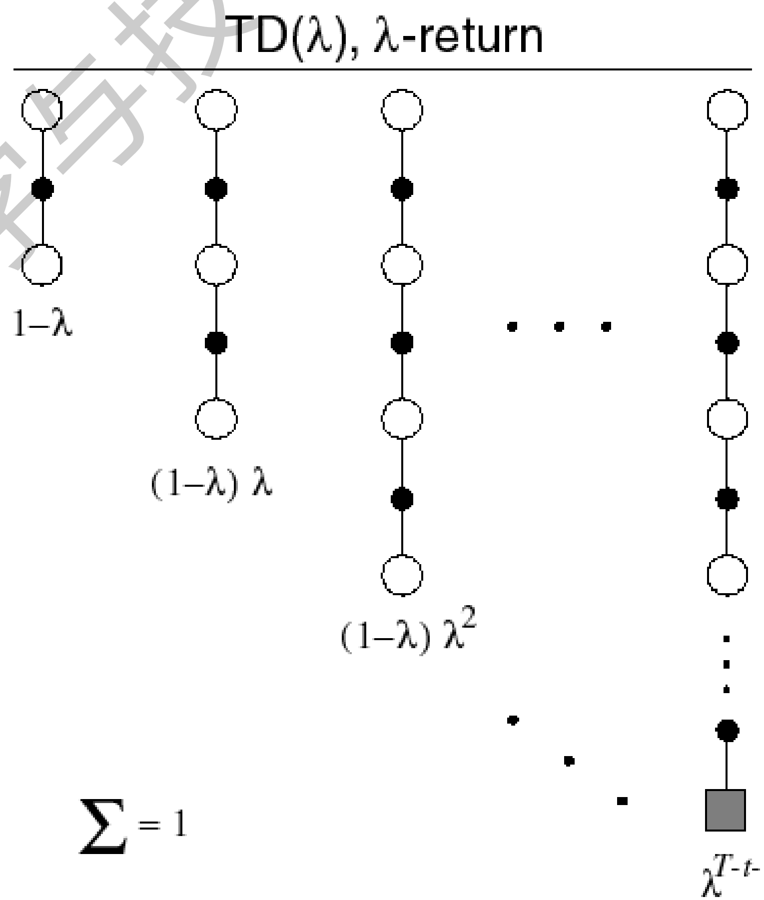
两次多步回报的平均



假设：即时奖赏对当前状态-动作对的影响最大

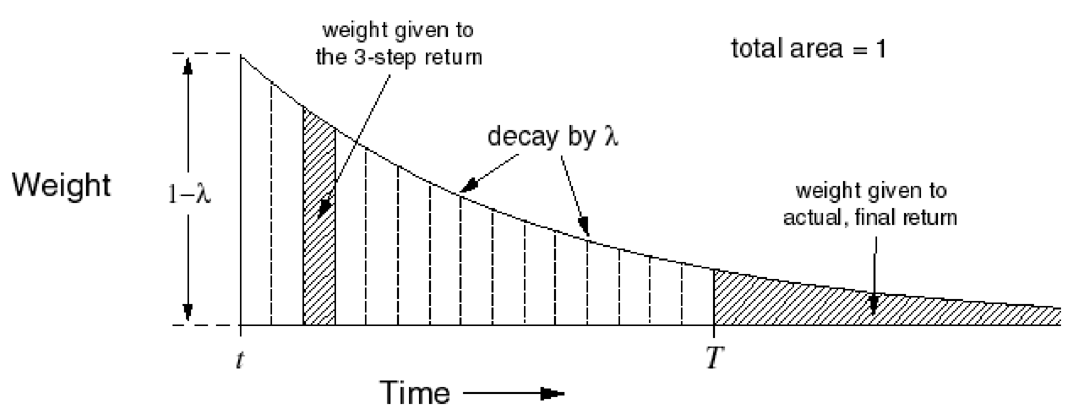
平均所有的N步回报

- TD(λ)
  - ✓ 构建一个复杂的TD回报R_t^λ
  - ✓ $R_t^\lambda = (1-\lambda)\sum_{n=1}^{\infty}\lambda^{n-1}R_t^{(n)}$
  - ✓ $\Delta V(s_t) = \alpha\left[R_t^\lambda - V(s_t)\right]$



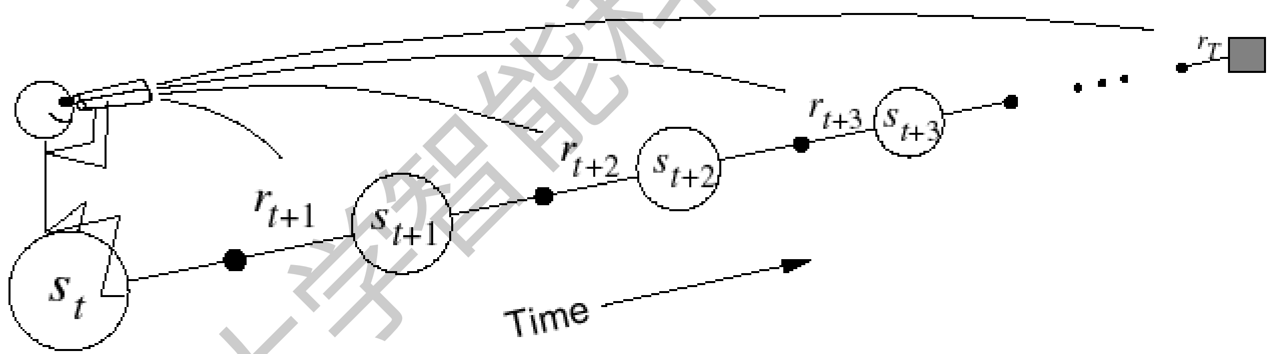
λ-返回的物理意义

- 重写λ-返回
  - ✓ $R_t^{\lambda} = (1-\lambda)\sum_{n=1}^{T-t-1}\lambda^{n-1}R_t^{(n)} + \lambda^{\mathrm{T-t-1}}R_t$
- 如果λ=1，退化成MC方法
  - ✓ $R_t^{\lambda=1} = (1-1)\sum_{n=1}^{T-t-1}1^{n-1}R_t^{(n)} + 1^{\mathrm{T-t-1}}R_t = R_t$
- 如果λ=0，退化成TD(0)方法
  - ✓ $R_t^{\lambda=0} = (1-0)\sum_{n=1}^{T-t-1}0^{n-1}R_t^{(n)} + 0^{\mathrm{T-t-1}}R_t = R_t^{(n)}$



前向视角理解TD(λ)

- 在每一个状态，向未来看，以未来的**“每个状态值函数+已获得的奖赏”**来更新当前状态的值函数



后向视角理解TD(λ)

- 前向视角：从理论上解释多步返回值函数更新
- 后向视角：从算法上实现多步返回值函数更新

- 定义一个变量：资格迹(eligibility trace)
  - 在每一个时间步，对迹上所有状态的资格进行衰减
  - 对于当前访问到的状态，资格增加1
  - 累计所有的资格

$$e_t(s) = \begin{cases} \gamma\lambda e_{t-1}(s) & if\ s \neq s_t \\ \gamma\lambda e_{t-1}(s) + 1 & if\ s = s_t \end{cases}$$

TD(λ)算法

1. 初始化V(s), e(s)=0
2. 对每一个episode，重复

   初始化s

   对episode中的每一步

   根据ε-贪心策略选择动作a

   执行动作a，获得r和s'

   $\delta \leftarrow r + \gamma V(s') - V(s)$

   $e(s) \leftarrow e(s)$+1

   对于所有s

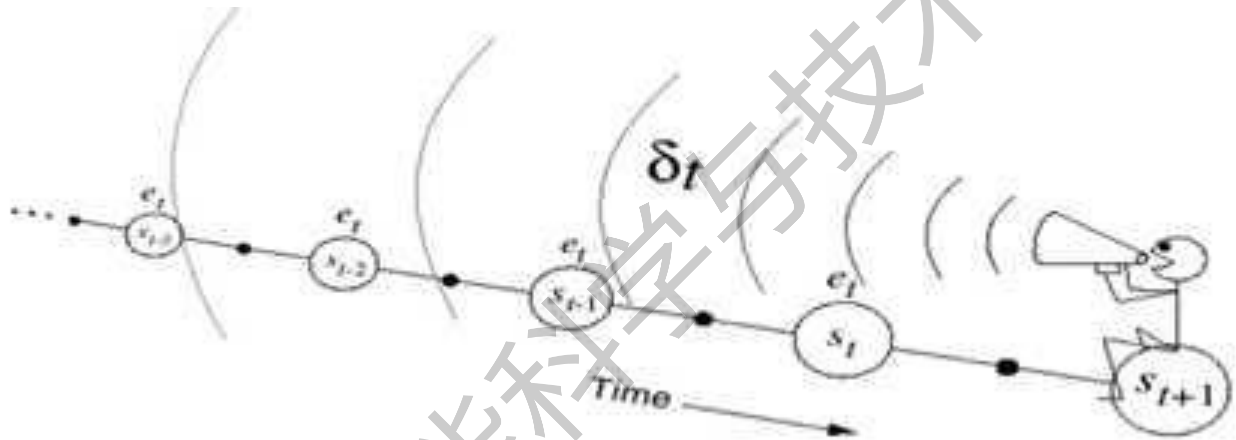
   $V(s) \leftarrow V(s)$+$\alpha \delta e(s)$

   $e(s) \leftarrow \gamma \lambda e(s)$

   $s \leftarrow s'$

   直到s为终止状态

后向视角理解TD(λ)



$$\delta_t \leftarrow r_{t+1} + \gamma V_t(s_{t+1}) - V_t(s_t)$$

- 随时间向后广播δ_t
- 广播的强度随时间距离按γ幂次进行衰减
- 在轨迹上的状态才有资格被广播接收到

TD(0)和MC

- 值函数更新规则(如果$s \neq s_t$)

$$\Delta V_t(s) = \alpha\delta_t e_t(s)$$

$$= \alpha[r_{t+1} + \gamma V_t(s_{t+1}) - V_t(s_t)]\gamma\lambda e_{t-1}(s)$$

- 如果λ=0，退化成TD(0)方法
- 如果λ=1，退化成MC方法

思考和讨论

1. 回报函数和值函数
2. 动态规划和蒙特卡罗采样的区别
3. 区分SARSA和Q学习算法的区别
4. 学习TD(λ)算法

谢 谢！