

Thm 4: TMA marries every boy with his optimal mate.

Pf: 使用归纳, 对  $t$  归纳

Claim: 对于  $\forall$  男孩比现在 wife 更好的在  $\leq t$  天时追求时会被比下去 (淘汰) 且不在 "可能对象范围" 中

反证法. 若在  $S$  中  $\exists$  一种情况  $m_0$ , 男孩  $B_0$  和曾在  $t$  被拒绝 (TMA) 的  $G_0$  marry.

则 TMA 在  $t$  天被  $G_0$  保留的男孩  $B_1$  在  $m_0$  中一定在  $B_0$  时比  $G_0$  更好. 设为  $G_1$

则  $B_1$  和  $G_0$  是  $m_0$  中的 rogue couple.

$\Rightarrow G_1$  在  $t-1$  天时拒绝  $B_1$  使用归纳即可.

一直推到 TMA 中  $B_0$  marry 前一天  $\star \square$ .

key: use  $t$  (the date of rejection) as the State in induction.

So that we can use the date as weapon.