

Кафедра компьютерной инженерии и моделирования

конспект (резюме) лекции №4

«Аппроксимация и интерполяция»

по дисциплине «Алгоритмы и методы вычислений»

Выполнил:
студент 1 курса
группы ПИ-б-о-241(1)
Коробка Илья Леонидович

Проверил:
Заведующий
кафедрой компьютерной
инженерии и моделирования
Милюков В. В.

Симферополь, 2025

Введение

В вычислительной математике важными методами для приближённого представления данных являются интерполяция и аппроксимация.

- **Интерполяция** — это процесс нахождения функции, которая точно проходит через заданные точки.
- **Аппроксимация** — это выбор функции, которая приближённо описывает данные с минимальными ошибками, без необходимости проходить через все точки.

Эти подходы находят широкое применение в таких областях, как анализ данных, машинное обучение, физическое моделирование и инженерные расчёты.

2. Интерполяция

Цель: Создать функцию ($f(x)$), которая будет соответствовать всем заданным точкам.

Основные методы:

1. Полиномиальная интерполяция

- Полином Лагранжа для интерполяции.
- Полином Ньютона, основанный на разделённых разностях.
- Проблема Рунге: Высокие степени полиномов могут вызывать значительные колебания между узлами.

2. Кубические сплайны

- Используются для гладкой интерполяции, состоящей из кусочных полиномов третьей степени.
- Обеспечивают непрерывность первой и второй производных.
- Подходят для работы с большим количеством данных.

3. Тригонометрическая интерполяция (ряд Фурье)

- Применяется для работы с периодическими данными.

3. Аппроксимация

Цель: Найти функцию ($f(x)$), которая минимизирует отклонение от исходных данных, обычно с использованием метода наименьших квадратов.

Основные методы:

1. Линейная регрессия

- Аппроксимация с помощью прямой линии ($y = ax + b$).
- Метод наименьших квадратов (МНК) используется для минимизации суммы квадратов отклонений.

2. Полиномиальная аппроксимация

- Подбор полинома для минимизации ошибки.
- С увеличением степени может возникнуть переобучение.

3. Аппроксимация с ортогональными полиномами

- Используются полиномы Чебышёва, Лежандра и другие для повышения устойчивости.

4. Сплайн-аппроксимация

- Создание гладкой функции приближения с использованием кубических или B-сплайнов.

5. Нелинейная аппроксимация

- Может включать экспоненциальные, логарифмические и другие сложные модели.

4. Сравнение интерполяции и аппроксимации

Точность: Интерполяция точно проходит через заданные узловые точки, в то время как аппроксимация стремится минимизировать отклонение от данных, не требуя совпадения с каждой точкой.

Устойчивость: Интерполяция может быть чувствительна к шуму, особенно при использовании высокостепенных полиномов, что может вызывать колебания. Аппроксимация более устойчива к шуму, так как фокусируется на общих тенденциях.

Применение: Интерполяция подходит для задач, требующих высокой точности (например, CAD-системы), тогда как аппроксимация чаще используется в статистике и машинном обучении для анализа зашумлённых данных.

5. Заключение

- Интерполяция полезна, когда требуется точно воспроизвести заданные точки, что особенно актуально в CAD-системах.
- Аппроксимация используется для сглаживания данных, прогнозирования и работы с зашумлёнными измерениями.
- Выбор метода зависит от характера данных, необходимой точности и доступных вычислительных ресурсов.