ФГАОУ ВО «КФУ им. В.И. Вернадского»
Физико-технический институт (структурное подразделение)

Кафедра компьютерной инженерии и моделирования

конспект (резюме) лекции №2

«Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)»

по дисциплине «Алгоритмы и методы вычислений»

Выполнил:
студент 1 курса
группы ПИ-б-о-241(1)
Коробка Илья Леонидович

Проверил:
Заведующий
кафедрой компьютерной
инженерии и моделирования
Милюков В. В.

Симферополь, 2025

На занятии были рассмотрены ключевые аспекты и теоретические основы, связанные с численными методами решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Эти методы широко применяются в различных научных и инженерных дисциплинах, включая физику, экономику, компьютерные науки и технические расчеты.

Основные подходы к решению СЛАУ

Прямые методы

Прямые методы позволяют находить точное решение системы за конечное число шагов. Они эффективны для систем небольшой и средней размерности.

Метод Крамера: Применим для систем с квадратной матрицей, где определитель матрицы отличен от нуля. Решение выражается через определители матриц.

Метод Гаусса: Основан на приведении системы к верхнетреугольному виду путем последовательного исключения неизвестных, после чего решение находится обратной подстановкой.

Метод Холецкого: Используется для симметричных положительно определенных матриц. Матрица разлагается на произведение нижней и верхней треугольных матриц, что упрощает решение системы.

Итерационные методы

Итерационные методы приближают решение через последовательные шаги, что делает их более подходящими для систем большой размерности.

Метод простых итераций: Решение на каждом шаге зависит от предыдущего приближения. Формула итерации:

x(k+1)=T(x(k)),x(k+1)=T(x(k)),

где TT — итерационная матрица.

Метод Гаусса-Зейделя: Улучшенная версия метода простых итераций, где новые значения используются сразу после их вычисления.

Метод градиентного спуска: Применяется для минимизации функций, связанных с системой уравнений. На каждом шаге решение обновляется по формуле:

$x(k+1)=x(k)-\alpha\nabla f(x(k)),x(k+1)=x(k)-\alpha\nabla f(x(k)),$

где $\alpha\alpha$ — шаг спуска, а $\nabla f(x(k))\nabla f(x(k))$ — градиент функции.

Заключение

Численные методы решения СЛАУ являются важным инструментом в прикладной математике и инженерных расчетах. Прямые методы обеспечивают точное решение, но могут быть ресурсоемкими для больших систем. Итерационные методы, напротив, более эффективны для крупных задач, но требуют тщательного выбора параметров для достижения сходимости. Каждый метод имеет свои особенности, что делает их применение зависимым от конкретной задачи.