

Вопросы по теории

1. Система уравнений Максвелла, физический смысл уравнений.

Система уравнений Максвелла — система уравнений в дифференциальной или интегральной форме, описывающих электромагнитное поле и его связь с электрическими зарядами и токами в вакууме и сплошных средах. Физический смысл — описание электромагнитного поля.

	Дифференциальная форма	Интегральная форма
Закон Гаусса	$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$	$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q$
Закон Гаусса для магнитного поля	$\nabla \cdot \vec{B} = 0$	$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$
Закон индукции Фарадея	$\nabla \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$	$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$
Теорема о циркуляции магнитного поля	$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{d\vec{D}}{dt}$	$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = I + \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S}$

Где:

- ρ — объёмная плотность (стороннего) электрического заряда ($\frac{\text{Кл}}{\text{м}^3}$).
- \vec{j} — плотность электрического тока ($\frac{\text{А}}{\text{м}^2}$).
- \vec{E} — напряженность электрического поля ($\frac{\text{В}}{\text{м}}$).
- \vec{H} — напряжённость магнитного поля ($\frac{\text{А}}{\text{м}}$).
- \vec{D} — электрическая индукция ($\frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$).
- \vec{B} — магнитная индукция ($\text{Тл} = \frac{\text{Вб}}{\text{м}^2} = \frac{\text{кг}}{\text{с}^2\text{А}}$).
- ∇ — дифференциальный оператор набла, при этом:
 - $\nabla \times \vec{E} \equiv \text{rot} E$ означает ротор вектора E
 - $\nabla \cdot \vec{E} \equiv \text{div} E$ означает дивергенцию вектора E
- Q — суммарный электрический заряд
- I — электрический ток

1.1. Материальные уравнения, дополняющие систему уравнений Максвелла

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}$$

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}$$

Где:

- $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$ — электрическая постоянная
- ε — диэлектрическая проводимость среды
- $\mu_0 = 1.25 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$ — магнитная постоянная
- μ — магнитная проницаемость среды
- γ — удельная проводимость

2. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона. Напряженность электрического поля и потенциал, и связь между ними. Интегральная и дифференциальная форма уравнений электростатического поля в вакууме. Электрическое поле при наличии вещества (проводников и диэлектриков).

2.1. Закон сохранения электрического заряда

Алгебраическая сумма зарядов электрически замкнутой системы сохраняется:

$$q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n = \text{const}$$

2.2. Закон Кулона

Физический закон, описывающий взаимодействие между двумя неподвижными точечными зарядами в вакууме. Сила, с которой заряд q_1 действует на заряд q_2 , согласно этому закону, находится, как:

$$\vec{F}_{12} = \frac{q_1 q_2 \vec{r}}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 |\vec{r}|^3}$$

Где \vec{r} — вектор, построенный от заряда q_1 к заряду q_2 , $\varepsilon_0 \approx 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$ — электрическая постоянная, ε — диэлектрическая проницаемость среды

2.3. Напряженность электрического поля и потенциал, и связь между ними

В электростатике:

Напряженность электрического поля — векторная физическая величина, характеризующая электрическое поле в данной точке и равная отношению силы \vec{F} , действующей на неподвижный малый по величине точечный заряд, помещённый в данную точку, к величине этого заряда q^* :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q^*} \frac{\text{А}}{\text{м}}$$

Через закон Кулона можно записать напряжённость так (q — точечный заряд, образующий поле, r — вектор от q до точки измерения):

$$\vec{E} = \frac{q \cdot \vec{r}}{4\pi\epsilon_0\epsilon|\vec{r}|^3}$$

Потенциал — скалярная характеристика электростатического поля, характеризующая потенциальную энергию, которой обладает единичный положительный заряд, помещённый в данную точку поля. Он равен отношению потенциальной энергии взаимодействия заряда с полем к величине этого заряда:

$$\phi = \frac{W_p}{q_0} \text{ В}$$

Где:

- $W_p = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}$ — потенциальная энергия заряда q_0 в поле заряда q на расстоянии r от него.

Связь потенциала и напряжённости:

$$\vec{E} = -\nabla\phi$$

$$\phi = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\phi = |\vec{E}| \cdot r$$

2.4. Интегральная и дифференциальная форма уравнений электростатического поля в вакууме

	Дифференциальная форма	Интегральная форма
Закон Гаусса	$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$	$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q$
Закон Гаусса для магнитного поля	$\nabla \cdot \vec{B} = 0$	$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$
Закон индукции Фарадея	$\nabla \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$	$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$
Теорема о циркуляции магнитного поля	$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{d\vec{D}}{dt}$	$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = I + \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S}$

2.5. Электрическое поле при наличии вещества (проводников и диэлектриков)

$$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0\vec{E}$$

$$\vec{j} = \gamma\vec{E}$$

3. Сила Лоренца. Сила Ампера. Закон электромагнитной индукции Фарадея.

3.1. Сила Лоренца

Опр. Сила, действующая на заряженную частицу со стороны магнитного и электрического поля, называется силой Лоренца:

$$\vec{F}_L = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

Часто под силой Лоренца подразумевается лишь магнитная её составляющая $F_L \approx q\vec{v} \times \vec{B}$

3.2. Сила Ампера

Сила ампера — сила, с которой магнитное поле, характеризуемое вектором магнитной индукции \vec{B} , действует на элементарный отрезок проводника $d\vec{l}$, по которому течёт ток I :

$$d\vec{F}_A = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

3.3. Закон электромагнитной индукции Фарадея

ЭДС электромагнитной индукции в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, натянутую на этот контур. ЭДС возникает, если поток Φ_B изменяется по любым причинам.

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

4. Волновое уравнение для электромагнитной волны в вакууме. Плоская монохроматическая волна.

Волновое уравнение для электромагнитной волны в вакууме:

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{d^2}{dt^2} \vec{E} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \square \vec{E} = 0$$

Плоские монохроматические волны — это волны одной строго определённой частоты. Они являются решениями волнового уравнения электромагнитного поля.

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \tilde{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi_0) \vec{e}_p$$

Где

- \tilde{E}_0 — вещественная амплитуда плоской волны
- \vec{k} — волновой вектор
- ω — циклическая частота монохроматической волны
- ϕ_0 — начальная фаза волны
- \vec{e}_p — единичный вектор поляризации световой волны
- $\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi_0$ — фаза волны

5. Принцип Гюйгенса-Френеля. Дифракция света на круглом отверстии.

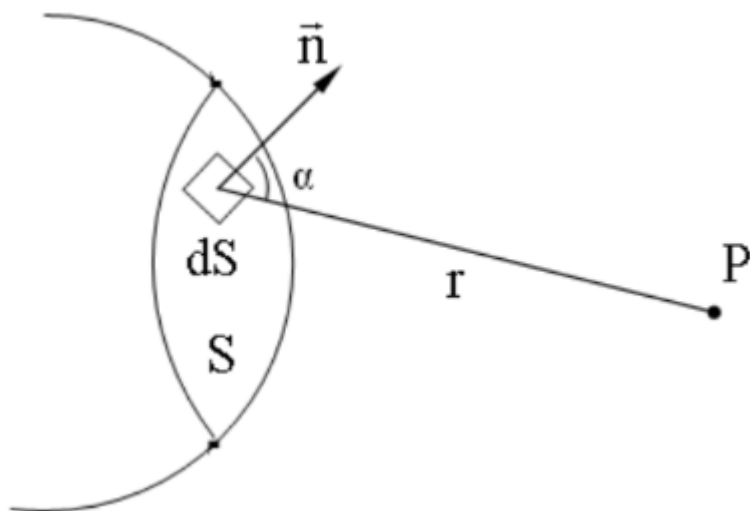
5.1. Принцип Гюйгенса-Френеля

Принцип Гюйгенса

Каждый элемент поверхности, которой достигла в данный момент волна, является центром элементарных волн, огибающая которых будет волновой поверхностью в следующий момент времени.

Этот принцип позволяет найти положение фронта волны в момент времени $t + \Delta t$, зная его положение в предыдущий момент времени t и скорость волны v .

Дополнение Френеля принципу Гюйгенса



1. Вторичные источники не точечные, а элементы фронта волны площадью dS
2. Вторичные источники dS — когерентные и результат их действия на точку P есть результат интерференции
3. Площадка фронта волны dS создаёт в точке P напряжённость ЭП:

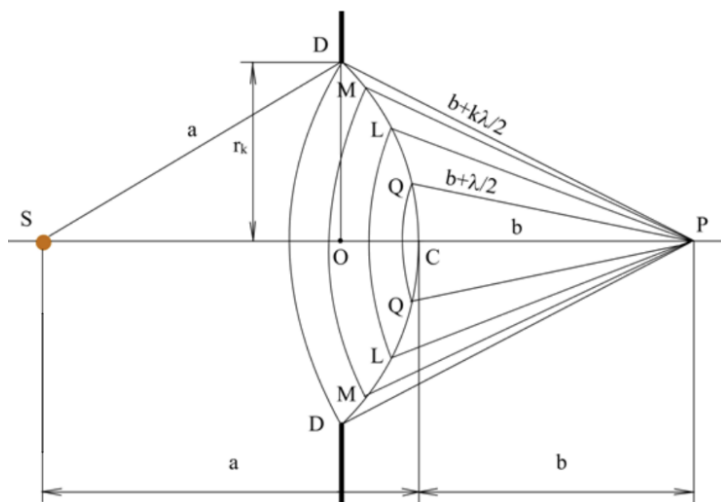
$$dE \sim dS \qquad dE \sim A_0 \qquad dE \sim \alpha \qquad dE \sim \frac{I}{r}$$

Где:

- A_0 — амплитуда световой волны в месте, где находится Площадка
- α — угол между нормалью к площадке dS и направлением на точку P
- r — расстояние от площадки dS до точки P

Принцип Гюйгенса-Френеля позволяет объяснить дифракцию КОЛИЧЕСТВЕННО и решить любую задачу на дифракцию света.

5.2. Дифракция света на круглом отверстии



Разобьем открытую часть волновой поверхности на зоны Френеля:

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m \lambda$$

Колебания от двух соседних зон (например, Q и L) приходят в противофазе.

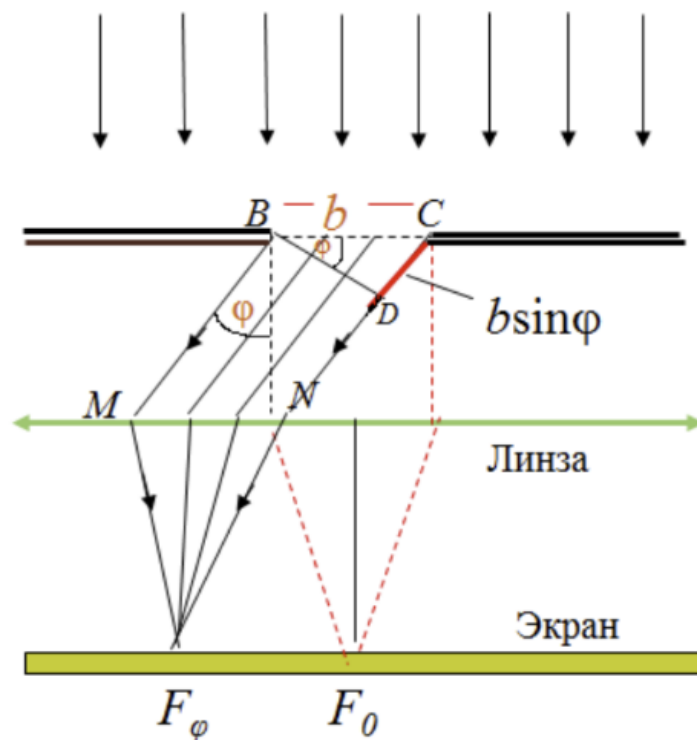
6. Дифракция Фраунгофера. Дифракционная решетка.

6.1. Дифракция Фраунгофера

Рассмотрим падение плоской монохроматической световой волны на длинную узкую прямую щель, вырезанную в непрозрачном для света экране.

Свет проходит сквозь щель и линзу, помещённую параллельно непрозрачному экрану. Дифракционную картину наблюдают на экране, расположенном в фокальной плоскости линзы.

Из всей совокупности вторичных когерентных волн плоского фронта волны, расположенного в щели, выделим лучи, идущие под углом ϕ к главной оптической оси линзы.



- b — ширина щели
- ϕ — угол дифракции
- λ — длина волны света
- k — порядок максимума

Зоны Френеля выглядят как полосы, параллельные щели. Ширина зоны Френеля:

$$x = \frac{\lambda/2}{\sin \phi}$$

Количество зон Френеля, уложившихся на ширине щели:

$$N = \frac{b}{x}$$

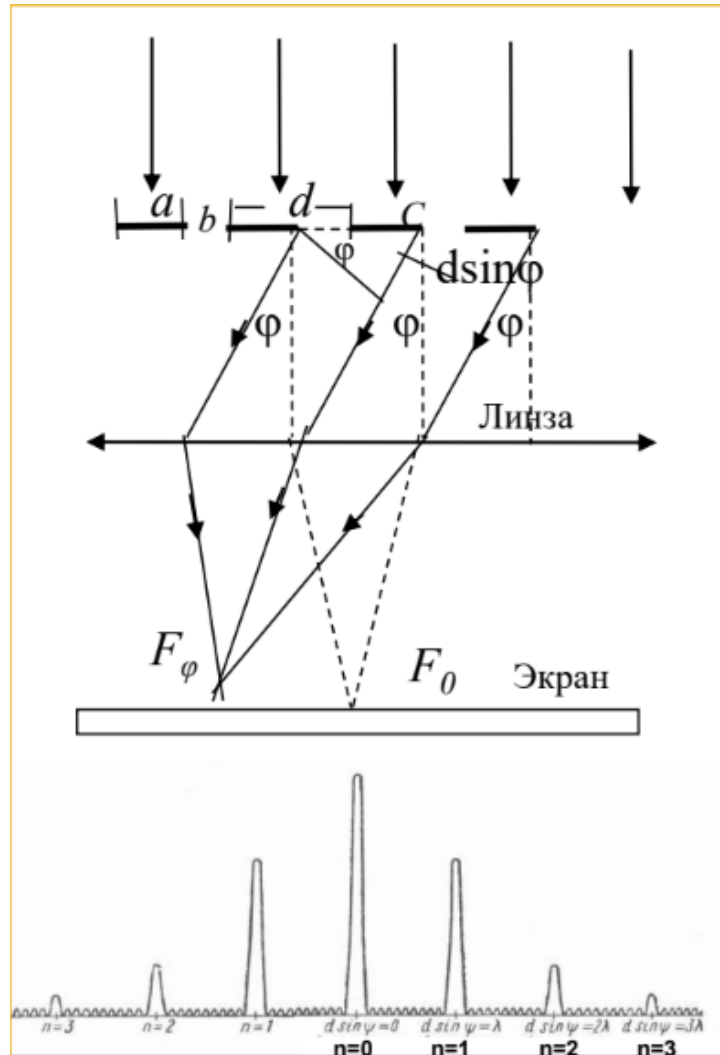
$$N = \frac{b \sin \phi}{\lambda/2}$$

В точке P экрана будут наблюдаться:

- максимумы, если в эту точку свет приходит от нечётного числа зон Френеля: $N = 2k + 1$
- минимумы, если свет приходит от чётного числа зон Френеля: $N = 2k$

6.2. Дифракционная решётка

Дифракционная решётка — оптический прибор, представляющий собой периодическую структуру из большого числа регулярно расположенных элементов, на которых происходит дифракция света (например, параллельных и равноотстоящих штрихов, нанесённых на плоскую или вогнутую оптическую поверхность).



Штрихи с определённым и постоянным для данной дифракционной решётки профилем повторяются через одинаковый промежуток d , называются её периодом

$$d = a + b$$

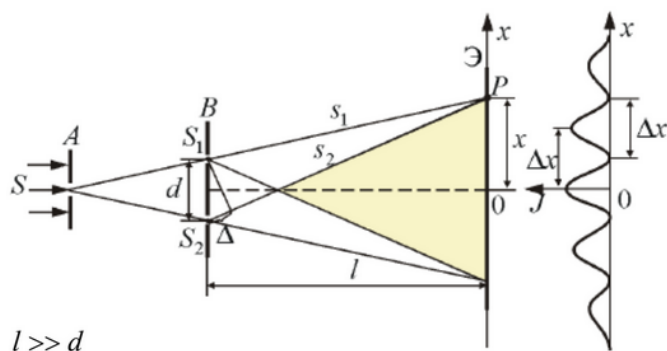
Если решётка имеет N щелей на длине L , то:

$$d = \frac{L}{N}$$

7. Расчет интерференционной картины в опыте Юнга на основе волновой теории.

В опыте Юнга свет от источника, в качестве которого служила узкая щель S , падал на экран с двумя близко расположенными щелями S_1 и S_2 . На экране Э световые пучки, прошедшие через щели S_1 и

S_2 , перекрывались. В области перекрытия световых пучков наблюдалась интерференционная картина в виде чередующихся светлых и темных полос.



$$S_2^2 = l^2 + (x + \frac{d}{2})^2$$

$$S_1^2 = l^2 + (x - \frac{d}{2})^2$$

$$S_2^2 - S_1^2 = (S_2 + S_1)(S_2 - S_1) = 2xd$$

$$\Delta = S_2^2 - S_1^2 = \frac{2xd}{S_1 + S_2}$$

$$\Delta = (S_1 + S_2) \approx 2l$$

$$l \gg d$$

$$\Delta = \frac{xd}{l}$$

$$\Delta = \frac{xd}{l} - \text{оптическая разность хода}$$

$$x_{max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda_0, (m = 0, 1, 2, \dots) - \text{максимумы интенсивности}$$

Ширина интерференционной полосы – расстояние между двумя соседними интерференционными максимумами (или минимумами):

$$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda_0, \text{ где } \lambda_0 - \text{длина волны в вакууме}$$

Ширина интерференционной полосы не зависит от порядка интерференции (величины m) и является постоянной для заданных l , d и λ_0

8. Закон сохранения электрических зарядов. Закон Кулона.

8.1. Закон сохранения электрических зарядов.

Закон сохранения электрических зарядов - Суммарный заряд электрически изолированной системы сохраняется.

8.2. Закон кулона

В скалярной форме:

Сила электростатического взаимодействия F двух точечных неподвижных зарядов, находящихся в вакууме, прямо пропорциональна произведению этих зарядов q_1 и q_2 , обратно пропорциональна квадрату расстояния r между зарядами и направлена вдоль соединяющей их прямой.

$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$$

В векторной форме

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r}$$

\vec{F}_{12} - сила, действующая на заряд q_1 со стороны заряда q_2

\vec{r}_{12} - радиус-вектор, соединяющий заряд q_1 с зарядом q_2

9. Электрическое поле. Напряженность электрического поля. Принцип суперпозиции. Изображение электрического поля с помощью силовых линий. Поле диполя.

9.1. Электрическое поле

Электрическое поле — вид материи, который окружает каждый электрический заряд, а также возникает при наличии изменяющегося во времени магнитного поля, и оказывает силовое воздействие на все покоящиеся заряды, притягивая или отталкивая их.

9.2. Напряженность электрического поля

Напряженность электрического поля - отношение силы \vec{F} , действующей со стороны поля на неподвижный точечный пробный электрический заряд, помещенный в рассматриваемую точку поля, к этому заряду.

$$E = \frac{\vec{F}}{q}$$

Пробный электрический заряд должен быть столь малым, чтобы его внесение в поле не вызывало изменения значений и перераспределения в пространстве электрических зарядов, напряженность поля которых измеряется с его помощью.

9.3. Принцип суперпозиции

Напряженность электрического поля системы точечных зарядов равна сумме напряженностей полей каждого из этих зарядов в отдельности.

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$$

9.4. Изображение электрического поля с помощью силовых линий.

Силовые линии - линии, проведенные в поле так, что касательные к ним в каждой точке совпадают по направлению с вектором напряженности поля.

1. Линия напряженности считается направленной так же, как вектор \vec{E} поля в рассматриваемой точке линии.
2. Линии напряженности не пересекаются.
3. Силовые линии начинаются и заканчиваются только на зарядах, или уходят и приходят в бесконечность.
4. Число силовых линий на единицу поверхности площадки, перпендикулярной линиям, пропорционально величине E в районе этой площадки ($E_A > E_B$).

9.5. Поле диполя

Электрический диполь – система, состоящая из двух одинаковых по величине, но разноименных точечных зарядов ($\pm q$), расстояние l между которыми мало по сравнению с расстоянием r от этой системы до рассматриваемых точек ее поля.

Плечом диполя - \vec{l} называется вектор, направленный по оси диполя от отрицательного заряда к положительному, модуль которого равен расстоянию между ними.

Электрическим моментом диполя, или дипольным моментом - \vec{p} называется вектор, совпадающий по направлению с плечом диполя и равный произведению модуля заряда $\frac{1}{2}Q$ на плечо \vec{l} :

10. Поток вектора напряженности электрического поля. Теорема Гаусса, ее применение к расчету электростатических полей.

10.1. Поток вектора напряженности электрического поля.

Потоком вектора напряженности \vec{E} электрического поля через площадку S называется скалярная физическая величина, равная произведению площади S на нормальную составляющую напряженности электрического поля E , где n — вектор нормали к поверхности S , α — угол между нормалью n и вектором напряженности E .

10.2. Теорема Гаусса, ее применение к расчету электростатических полей.

Теорема Гаусса: Поток вектора напряженности электростатического поля через произвольную замкнутую поверхность равен сумме всех зарядов, заключенных в этой поверхности, деленному на электрическую постоянную.

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Чтобы найти поле E внутри заряженного цилиндра рассмотрим применение теоремы Гаусса к соосному цилиндру с радиусом $r \leq R$ и длиной l . ρ - объемная плотность заряда.

$$E = 2\pi\rho r, \text{ при } r \leq R$$

Найдем теперь поле \vec{E} снаружи заряженного цилиндра при $r \geq R$. Рассмотрим цилиндр с радиусом $r \geq R$ и высотой l .

$$E = \frac{2\rho\pi R^2}{r}, \text{ при } r \geq R.$$

Здесь объем $V = \pi R^2 l$, так как только в этой части объема $\pi r^2 l$ есть заряды.

Для цилиндра по плоскости

$$E = \frac{4\pi\sigma R(R+l)}{r(r+l)}, \text{ при } r \leq R:$$

Для плоскости

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Для сферы

$$E = k\frac{q}{r^2} \text{ при } r > R, E = 0 \text{ при } r < R,$$

Для шара

$$E = k\frac{q}{r^2}, \text{ при } r > R, E = k\frac{Q}{R^3}r, \text{ при } r < R$$

11. Работа по перемещению заряда в электростатическом поле. Потенциальный характер электростатического поля. Потенциал точечного заряда. Связь между напряженностью электростатического поля и потенциалом.

11.1. Работа по перемещению заряда в электростатическом поле.

Работа сил электростатического поля при перемещении заряда q из точки 1 в точку 2 равна произведению перемещаемого заряда на разность потенциалов в начальной и конечной точках.

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

11.2. Потенциальный характер электростатического поля

Потенциальный характер электростатического поля - Физическая величина, определяемая отношением потенциальной энергии взаимодействия заряда с полем к величине этого заряда. Потенциальная энергия заряда q_0 в поле заряда q на расстоянии r от него:

$$W_p = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Потенциал электростатического поля:

$$\varphi = \frac{W_p}{q_0}$$

11.3. Потенциал точечного заряда

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}, \text{ где}$$

r – расстояние от данной точки до заряда q , создающего поле.

11.4. Связь между напряженностью электростатического поля и потенциалом

Напряженность как градиент Потенциала

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int \vec{E} d\vec{l}$$

Представив это соотношение в дифференциальной форме, получим:

$$\vec{E} d\vec{l} = -d\varphi$$

$$\vec{E} d\vec{l} = E_l dl, \text{ тогда}$$

$$E_l = -\frac{\partial \varphi}{\partial l}$$

$$\vec{E} d\vec{l} = E_x dx$$

$$\vec{E} = E_x \vec{e}_x + E_y \vec{e}_y + E_z \vec{e}_z$$

$$\vec{E}_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \vec{E}_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}, \vec{E}_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y + \vec{E}_z = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{e}_z\right)$$

$$\nabla \varphi = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{e}_z\right) = \text{grad} \varphi$$

$$\vec{E} = -\text{grad} \varphi = -\nabla \varphi$$

12. Проводники в электрическом поле.

Проводник – тело, в котором под действием электрического поля E течет электрический ток. В проводниках имеются свободные электроны (электроны проводимости). Внутри проводника при электростатическом равновесии электрическое поле отсутствует.

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \text{ при } \vec{E} = 0, \rho = 0$$

Т.е. внутри проводника отсутствуют объемные заряды. Это означает, что заряд проводника концентрируется на его поверхности.

Поле вблизи поверхности проводника: Напряженность электрического поля вблизи поверхности проводника направлена по перпендикуляру к поверхности и равна $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$. Экранирование электростатического поля проводником: Если в проводнике есть полость без зарядов, то внутри полости $\vec{E} = 0$ независимо от того, есть ли заряды снаружи проводника.

Потенциал проводника: Одинаковое во всех точках проводника значение потенциала называется потенциалом проводника.

$$\vec{E}_{inside} = 0 = -\nabla\varphi \Rightarrow \varphi_{inside} = const$$

Каждый проводник в электростатике эквипотенциален.

Электрическая ёмкость — характеристика проводящего тела, мера его способности накапливать электрический заряд.

Ёмкость уединенного проводника Ёмкостью проводника называется отношение заряда q уединенного проводника к его потенциалу ϕ .

$$C = \frac{q}{\varphi}$$

Ёмкость уединенного проводника зависит от его форм, размеров, от диэлектрич. проницаемости окружающей среды.

13. Диэлектрики в электрическом поле. Свободные и связанные электроны. Вектор поляризации.

При помещении диэлектрика в электрическое поле на нём возникают электрические заряды. На диэлектрике появляются электрические полюса, это явление называется поляризацией. Появившиеся заряды называются поляризованными или связанными.

Связанные заряды - заряды входящие в состав атомов/молекул или кристаллической решётки.

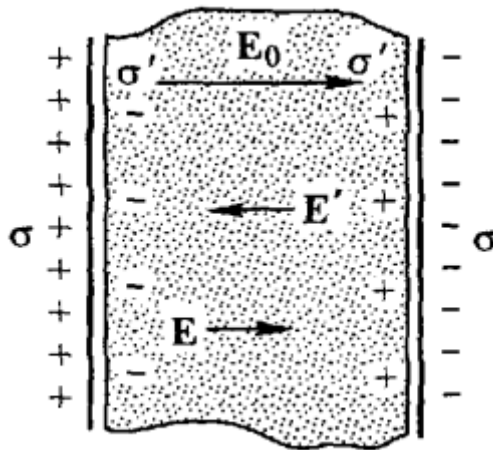
Свободные заряды - заряды, которые под воздействием могут свободно перемещаться в веществе.

Можем представить диэлектрик в электрическом поле как диполь (система из одинаковых по величине, но разных по знаку зарядов), тогда он обладает дипольным моментом: $\vec{p} = q \vec{l}$, где q - заряд, а l - плечо диполя (вектор, направленные от отрицательного заряда к положительному, равный по модулю расстоянию между ними)

Для количественной характеристики поляризации диэлектрика служит физическая величина, которая называется вектором поляризации: $\vec{P} = \sum_{i=1}^n p_i / V$, где p_i - дипольные моменты, а V - объём диэлектрика. Вектор поляризации сонаправлен с вектором напряжённости внешнего электрического поля. Зависимость P от E выражается как: $P = \epsilon_0 \epsilon_0 E$, где ϵ_0 - электрическая восприимчивость равная $\epsilon_0 = \epsilon - 1$ (ϵ - диэлектрическая проницаемость среды), а ϵ_0 - электрическая постоянная.

14. Описание поля в диэлектриках. Электрическая индукция. Теорема Гаусса для электрической индукции.

Диэлектрик, помещенный во внешнее однородное электрическое поле E_0 (создается двумя разноименно заряженными плоскостями) поляризуется: происходит смещение зарядов – на левой грани диэлектрика будет избыток отрицательного заряда с поверхностной плотностью $-\sigma'$, на правой – положительного заряда $+\sigma$.



Напряжённость электрического поля \vec{E} внутри диэлектрика есть разность поля \vec{E}_0 зарядов обкладок и полем \vec{E}' поляризационных зарядов. $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$ Вектор поляризации: $\vec{P} = \sigma' S \vec{l} / V$, в таком случае: Поверхностная плотность поляризационных зарядов равна нормальной составляющей вектора поляризации в данной точке поверхности: $\sigma' = \vec{P}_n$

Результирующее поле: $E = E_0 - E'$, $E = (\sigma - \sigma') / \epsilon_0$

Вектор электрической индукции D в однородной изотропной среде связан с вектором напряжённости E соотношением: $D = \epsilon \epsilon_0 E$ [кВ/м]. Направление вектора электрической индукции совпадает с вектором E .

Теорема Гаусса для электрической индукции: поток вектора электрической индукции через замкнутую поверхность произвольной формы равен суммарному заряду в объеме, охваченном этой поверхностью, и не зависит от зарядов, расположенных вне рассматриваемой поверхности.

В интегральной форме: $\oint_S D dS = \int_V \rho dV$

В дифференциальной форме: $\text{div} D = \rho$ или $\text{div} E = \rho / \epsilon \epsilon_0$

15. Емкость проводников. Конденсаторы. Емкость конденсатора.

электрическая ёмкость (электроёмкость) - характеристика проводящего тела, мера его способности накапливать электрич. заряд. Емкостью проводника называется отношение заряда q уединенного проводника к его потенциалу ϕ : $C = \frac{q}{\phi}$

Электроёмкость зависит от форм, размеров, от диэлектрич. проницаемости окружающей среды.

Электрический конденсатор - устройство, предназначенное для получения нужных величин электрич. ёмкости и способное накапливать и отдавать (перераспределять) электрич. заряды. Конденсатор состоит из двух (и более) проводящих тел (обкладок), разделённых диэлектриком.

Численно ёмкость C конденсатора равна заряду q одной из обкладок при напряжении, равном единице: $C = \frac{q}{\Delta\phi} = \frac{q}{U}$

Плоский конденсатор: $C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$

Цилиндрический конденсатор: $C = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 h}{\ln(\frac{r_2}{r_1})}$

Сферический конденсатор: $C = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}$

Двухпроводная линия: $C = \frac{\pi\epsilon\epsilon_0 h}{\ln(\frac{d-a}{a})}$

Изменение ёмкостей с параллельным и последовательным соединением:

последовательное - $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$, параллельное - $C = \sum_{i=1}^n C_i$

16. Энергия системы точечных зарядов. Энергия заряженных проводников, конденсаторов. Энергия электростатического поля.

Энергия системы точечных зарядов: $W = 1/2 \sum_{i=1}^n q_i \phi_i$, где ϕ_i - потенциал в точке, где находится заряд q_i , создаваемый всеми зарядами кроме i -го.

Энергия заряженных проводников:

Сообщение проводнику эл. заряда связано с совершением работы по преодолению кулоновских сил отталкивания между одноименными зарядами. Эта работа идет на увеличение эл. энергии заряженного проводника.

Элементарная работа, совершаемая внешними силами при перенесении заряда dq из бесконечности на уединенный проводник:

$$\delta A = \phi dq = C \phi d\phi \Rightarrow A = \int_0^{\phi} C \phi d\phi = \frac{C \phi^2}{2}$$

$$\text{Иные формулы: } W = \frac{C \phi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q \phi}{2}$$

$$\text{Энергия заряженных конденсаторов: } \delta A = \Delta \phi dq = \frac{q dq}{C} \Rightarrow A = \int_0^q \frac{q dq}{C} = \frac{q^2}{2C}$$

$$\text{Иные формулы: } W = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}$$

Энергия электростатического поля: $w = \frac{dW}{dV}$ - объёмная плотность энергии.

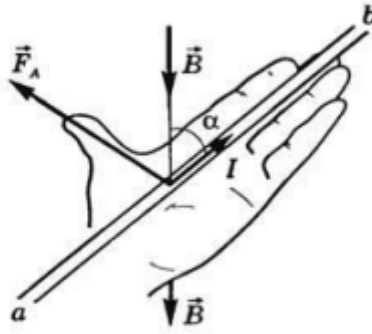
$$W = \frac{ED}{2} = 0.5 * \epsilon\epsilon_0 E^2 \text{ (изотропный диэлектрик)}$$

$$W = \int_V w dV$$

17. Закон Ампера.

Сила, с которой магнитное поле, характеризуемое вектором магнитной индукции \vec{B} , действует на элементарный отрезок проводника $d\vec{l}$, по которому течёт ток I равно $d\vec{F}_A = I[d\vec{l} \times \vec{B}]$ и называется силой Ампера.

Направление силы можно определить с помощью правила левой руки: если расположить ладонь левой руки так, чтобы вектор \vec{B} входил в ладонь, а четыре вытянутых пальца совпадали с направлением электрического тока в проводнике, то отставленный большой палец укажет направление силы Ампера, действующий на проводник в магнитном поле.



Сила Ампера, действующая в магнитном поле на проводник конечной длины l с током I , равна геометрической сумме сил Ампера, действующих на все малые элементы этого проводника: $F_A = I[dl, B]$

В частности, если магнитное поле однородно, а проводник прямолинейный, то: $F_A = IlB \sin(a)$, где a - угол между током и вектором B .

Закон ампера используют для определения силы взаимодействия двух токов. Например: два с сонаправленными токами притягиваются друг к другу, а противоположенные отталкиваются.

18. Закон Био-Савара-Лапласа. Вектор магнитной индукции. Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции

Вектор магнитной индукции

Аналогично электрическому полю, магнитное также имеет свою количественную характеристику, называемую *магнитной индукцией* \vec{B} . Единица измерения индукции — Тесла, [Тл].

В каждой точке поля вектор магнитной индукции направлен по касательной к силовым линиям этого магнитного поля.

Определения магнитной индукции

Опр. 1 B численно равна отношению силы, действующей на частицу со стороны магнитного поля, к произведению абсолютного значению заряда и скорости движения частицы.

$$\text{из силы Лоренца: } \vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B} = qvB \sin(\vec{v}, \vec{B}) \Rightarrow B = \frac{F_L}{|q|v \sin(\vec{v}, \vec{B})}$$

Опр. 2 B численно равна отношению силы, действующей со стороны поля на каждый метр длины проводника, перпендикулярного к полю, при протекании через него силы тока в 1А.

$$\text{из силы Ампера: } d\vec{F}_A = I d\vec{l} \times \vec{B} = IdlB \sin(I, \vec{B}) \Rightarrow B = \frac{dF_A}{Idl \sin(I, \vec{B})}$$

Опр. 3 B численно равна отношению максимального вращающего момента, действующего на рамку с током в магнитном поле, к её магнитному моменту.

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m} = \frac{M}{p_m \sin(p_m, \vec{B})}, \text{ где } \vec{p}_m = I\vec{S}, \vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B} \Rightarrow M = p_m B \sin(p_m, \vec{B})$$

Закон Био-Савара-Лапласа

Индукция поля в конкретной точке пространства равна:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$$

Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции

Т Циркуляция вектора магнитной индукции по произвольному замкнутому контуру равна произведению алгебраической суммы токов, охватываемых контуром, и магнитной постоянной:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k \quad - \text{также называется } \underline{\text{законом полного тока Ампера}}$$

19. Рамка с током в магнитном поле. Магнитный момент. Действие магнитного поля на рамку с током

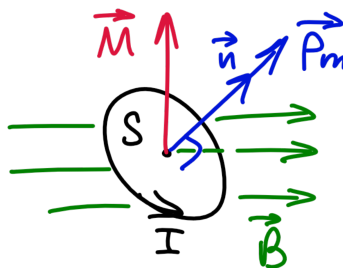
Действие магнитного поля на рамку с током

Магнитное поле оказывает на рамку с током ориентирующее воздействие. Нормаль к результирующему положению рамки принимается за направление магнитного поля.

Рамка с током в магнитном поле. Магнитный момент

При помещении рамки с током в магнитное поле *индукции* \vec{B} возникает *магнитный дипольный момент* $\vec{p}_m \perp S$; $\vec{p}_m = IS\vec{n}$

Тогда *вращающий момент* \vec{M} : $\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$



Рамка будет стремиться ориентироваться так, чтобы в итоге $\vec{p}_m \uparrow \vec{B}$

20. Сила Лоренца. Движение заряженных частиц в постоянном магнитном поле

Сила Лоренца

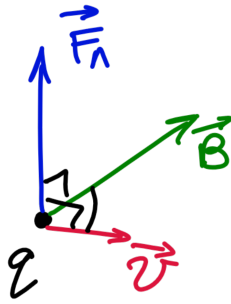
Опр. Сила, действующая на заряженную частицу со стороны магнитного и электрического поля, называется

силой Лоренца: $\vec{F}_L = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$

Часто под силой Лоренца подразумевается лишь магнитная её составляющая $F_L \approx q\vec{v} \times \vec{B}$

Движение заряженных частиц в постоянном магнитном поле

Сила F_L , оказываемая полем на частицу, направлена перпендикулярно её движению. Следовательно, работу она не совершает, а лишь искривляет траекторию движения.



Принимая во внимание только магнитную составляющую, модуль силы Лоренца таким образом $F_L = qvB \sin(\vec{v}, \vec{B})$

21. Дифференциальная и интегральная формы записи уравнений магнитостатического поля в вакууме

Словестная

Теорема о потоке вектора магнитной индукции:

Магнитный поток сквозь произвольную замкнутую поверхность равен нулю.

Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции:

Циркуляция вектора магнитной индукции по замкнутому контуру равна произведению суммы токов, пронизывающих контур, на магнитную постоянную.

Интегральная

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 - \mathbb{T} \text{ о потоке } \vec{B}$$

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k - \mathbb{T} \text{ о циркуляции } \vec{B}$$

Дифференциальная

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 - \mathbb{T} \text{ о потоке } \vec{B}$$

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} - \mathbb{T} \text{ о циркуляции } \vec{B}$$

22. Описание магнитного поля в магнетиках. Намагничивание, магнитная восприимчивость и проницаемость. Напряженность магнитного поля. Ферромагнетизм. Диамагнетизм. Парамагнетизм

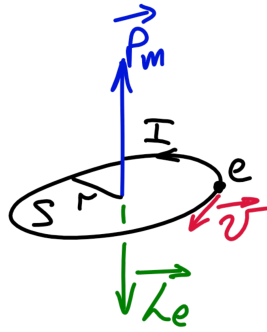
Напряжённость магнитного поля

Опр. Векторная физическая величина, количественно характеризующая магнитное поле и не зависящая от магнитных свойств среды, называется *напряжённостью магнитного поля*. Единица измерения — ампер на метр, $[\frac{A}{m}]$.

Напряжённость магнитного поля связана с индукцией: $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$

Намагничивание, магнитная восприимчивость и проницаемость

Попадая в магнитное поле, вещество намагничивается. Причина этому — молекулярное строение.



Рассмотрим **магнитный момент** электрона:

$$\vec{p}_m = IS\vec{n} \quad p_m = evS = e \frac{v}{2\pi r} \pi r^2 = \frac{1}{2} e v r$$

Помимо него, согласно механике, у электрона есть **момент импульса**:

$$\vec{L}_e = m\vec{v} \times \vec{r} \quad L_e = m v r$$

Выражая из второго часть vr , получаем

$$\vec{p}_m = \gamma \vec{L}_e, \text{ где } \gamma = \frac{e}{2m} - \text{гиромагнитное отношение.}$$

Зная магнитные моменты для молекул, можно рассчитать **намагниченность** вещества:

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^n \vec{p}_{mi}, \quad \text{где } \Delta V - \text{макроскопически малый объём.}$$

Описание магнитного поля в магнетиках

Для для слабых полей и магнетиков, намагниченность выражается следующим образом: $\vec{J} = \chi \vec{H}$, где χ — магнитная восприимчивость (безразмерная).

1. Диамагнетизм

— намагничивание веществ навстречу направлению действия внешнего магнитного поля (этим свойством обладают все вещества). Примеры: вода, золото, серебро.

Их магнитная восприимчивость χ отрицательна и имеет порядок около 10^{-6} .

2. Парамагнетизм

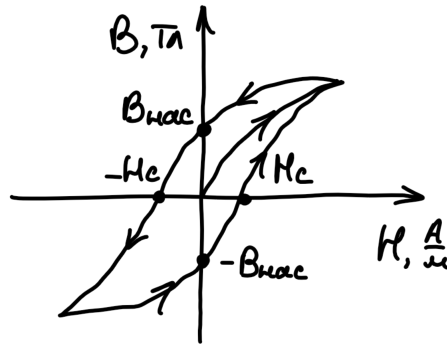
— намагничивание веществ в направлении действия внешнего магнитного поля. Примеры: алюминий, магний, натрий, калий, уран.

Такие вещества обладают собственным магнитным моментом \vec{p}_m , а их магнитная восприимчивость χ положительна и имеет порядок около 10^5 .

3. Ферромагнетизм

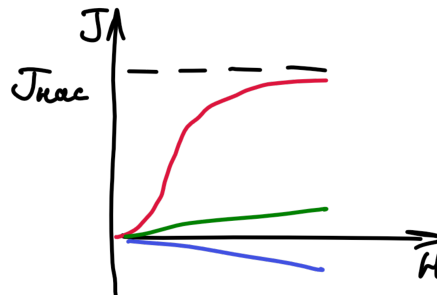
— спонтанное намагничивание при температуре ниже точки Кюри и в отсутствие внешнего магнитного поля, при чём атомные магнитные моменты ферромагнетиков параллельны друг другу.

Подобно сегнетоэлектрикам, обладают явлением **гистерезиса** — из-за перераспределения очагов спонтанного намагничивания (доменов) зависимость индукции от напряжённости становится неоднозначной, петлеобразной. Возникает коэрцитивная сила, стремящаяся погасить остаточное намагничивание и привести вещество обратно к состоянию насыщения:



Отличия в намагниченности у магнетиков

Наглядные различия между *диамагнетиками*, *парамагнетиками* и *ферромагнетиками*:



23. Электромагнитная индукция. Закон Фарадея. Правило Ленца. Вихревое электрическое поле.

Электромагнитная индукция — явление возникновения электрического тока в замкнутом контуре при изменении во времени магнитного потока.

Электромагнитная индукция — возникновение электрич. поля, электрич. тока или электрич. поляризации при изменении во времени магн. поля или при движении материальных сред в магн. поле.

23.1. Закон Фарадея

ЭДС электромагнитной индукции в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, натянутую на этот контур. ЭДС возникает, если поток Φ_B изменяется по любым причинам.

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

23.2. Правило Ленца

При всяком изменении магнитного потока сквозь поверхность, натянутую на замкнутый проводящий контур, в последнем возникает индукционный ток такого направления, что его магнитное поле противодействует изменению магнитного потока.

23.3. Вихревое электрическое поле

Возникновение ЭДС электромагнитной индукции и индукционного тока в неподвижном проводящем контуре, находящемся в переменном магнитном поле, нельзя объяснить действием на носители тока магнитной составляющей силы Лоренца, т.к. на неподвижные заряды эта сила не действует.

Максвелл предположил, что изменение магнитного поля вызывает появление вихревого электрического поля, и это поле приводит к появлению ε_i .

$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

24. Энергия магнитного поля

Энергия магнитного поля показывает, какую работу затратил электрический ток в проводнике (катушке индуктивности) на создание этого магнитного поля:

$$E = \frac{LI^2}{2}$$

Где L — индуктивность, I — сила тока.

25. Электромагнитная теория Максвелла, ток смещения. Полный ток. Система уравнений Максвелла в интегральной и дифференциальной форме, физический смысл уравнений.

25.1. Электромагнитная теория Максвелла, ток смещения

Общая характеристика теории Максвелла:

- В теории Максвелла решается основная задача электродинамики, а именно: найти характеристики магнитного поля заданной системы электрических зарядов и токов
- Теория Максвелла представляет собой феноменологическую теорию электромагнитного поля (т.е. в ней не рассматривается молекулярное строение среды и внутренний механизм процессов, происходящих в среде в электромагнитном поле)
- Теория Максвелла - макроскопическая

Максвелл обобщил закон полного тока, предположив, что *переменное электрическое поле*, так же как и электрический ток, является *источником магнитного поля*. Для количественной характеристики действий переменного электрического поля Максвелл ввел понятие **тока смещения**.

Плотность тока смещения в данной точке пространства равна скорости изменения вектора электрического смещения \vec{D} в этой точке:

$$\vec{j} = \frac{\delta \vec{D}}{\delta t}$$

Ток смещения сквозь произвольную поверхность S - физическая величина, численно равная потоку вектора плотности тока смещения сквозь эту поверхность:

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S} = \int_S \frac{\delta \vec{D}}{\delta t} d\vec{S}$$

Ток смещения введен Максвеллом для согласования уравнений переменного электромагнитного поля с уравнением сохранения электрического заряда.

25.2. Полный ток

Полным током называют алгебраическую сумму токов, пронизывающих поверхность, ограниченную замкнутым контуром.

Закон полного тока (или теорема о циркуляции вектора \vec{B}):

Циркуляция вектора магнитной индукции по замкнутому контуру равна произведению суммы токов, пронизывающих этот контур, на магнитную постоянную:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_k I_k$$

25.3. Система уравнений Максвелла в интегральной и дифференциальной форме, физический смысл уравнений

Система уравнений Максвелла в интегральной форме:

$$1. \oint_l \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{j} d\vec{S} + \int_S \frac{\delta \vec{D}}{\delta t} d\vec{S}$$

$$2. \oint_l \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S}$$

$$3. \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

$$4. \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_V \rho dV$$

Система уравнений Максвелла в дифференциальной форме:

$$1. \nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\delta \vec{D}}{\delta t}$$

$$2. \nabla \times \vec{E} = -\frac{\delta \vec{B}}{\delta t}$$

$$3. \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$4. \nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

Физический смысл уравнений?:

- Первое уравнение Максвелла: выражает закон, по которому магнитное поле порождается токами проводимости и смещения, являющимися двумя возможными источниками магнитного поля
- Второе уравнение Максвелла: описывает закон порождения электрического поля в некоторой точке за счет изменения индукции магнитного поля в той же точке
- Третье уравнение Максвелла: является математическим выражением того, что в природе нет "магнитных" зарядов - источников магнитного поля, на которых начинались бы или заканчивались линии магнитной индукции
- Четвертое уравнение Максвелла: хз...

26. Электромагнитные волны. Волновое уравнение и его решение. Плоская монохроматическая волна. Скорость волн в вакууме и среде.

26.1. Электромагнитные волны

Электромагнитные волны - электромагнитные колебания, распространяющиеся в пространстве с конечной скоростью.

Электромагнитные колебания - взаимосвязанные колебания электрического (\vec{E}) и магнитного (\vec{H}) полей, составляющих единое электромагнитное поле.

26.2. Волновое уравнение и его решение

Волновое уравнение:

$$\Delta \vec{E} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\delta^2 \vec{E}}{\delta t^2} = 0, \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = c$$

$$\text{т.е. } \Delta \vec{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 \vec{E}}{\delta t^2} = 0$$

$$\square := \delta - \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2}{\delta t^2} = \frac{\delta^2}{\delta x^2} + \frac{\delta^2}{\delta y^2} + \frac{\delta^2}{\delta z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2}{\delta t^2}$$

$$\square \vec{E} = 0, \square \vec{H} = 0 - \text{для вакуума}$$

Изотропная среда:

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\delta^2 \vec{E}}{\delta t^2} = 0, v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

Для плоской монохроматической волны:

$\vec{E}(\vec{r}, t) = \overline{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_0) \vec{e}_p$, где \overline{E}_0 - вещественная амплитуда плоской волны, \vec{k} - волновой вектор, ω - циклическая частота монохроматической волны, φ_0 - начальная фаза волны, \vec{e}_p - единичный вектор поляризации световой волны

Фаза волны:

$$\Phi = \omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_0$$

Волновой вектор - вектор, определяющий направление распространения и пространственный период плоской монохроматической волны; по модулю равен волновому числу k ($k = \frac{2\pi}{\lambda}$)

26.3. Плоская монохроматическая волна

Плоская волна - волна, для которой поверхность равных фаз - плоскость.

Волновая поверхность - геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе.

Волновой фронт - геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени t . Фронт волны представляет собой ту поверхность, которая отделяет часть пространства, уже вовлеченную в волновой процесс от области, в которой колебания ещё не возникли.

Фазовая скорость волны - скорость движения поверхности равных фаз: $v = \frac{\omega}{k}$

27. Энергия электромагнитного поля. Вектор плотности потока энергии (вектор Умова-Пойнтинга).

27.1. Энергия электромагнитного поля

Поток энергии - количество энергии, переносимое волной через некоторую поверхность в единицу времени.

$$\Phi = \frac{dW}{dt} [\text{Вт}]$$

Плотность потока энергии - поток энергии через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны.

$$\vec{j} = w\vec{v}, \text{ где } v - \text{скорость волны, } w - \text{объемная плотность энергии}$$

27.2. Вектор плотности потока энергии (вектор Умова-Пойнтинга)

Вектор Умова-Пойнтинга \vec{j} - вектор плотности потока энергии (количественно характеризует перенос энергии).

Направление вектора Умова совпадает с направлением переноса энергии, а его модуль равен энергии, переносимой волной за единицу времени через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны.

Вектор Пойнтинга служит мерой интенсивности излучения.

Интенсивность излучения - энергетическая характеристика электромагнитного излучения, распространяющегося в заданном направлении, пропорциональная квадрату амплитуды колебаний.

28. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА. Когерентность и монохроматичность световых волн. Способы получения когерентных источников. Оптическая длина пути. Расчет интерференционной картины от двух источников. Интерференция при отражении и преломлении в тонких пластинках. Кольца Ньютона.

28.1. Интерференция света

Интерференция - пространственное перераспределение энергии светового излучения при суперпозиции когерентных волн (взаимное усиление волн в одних точках пространства и ослабление в других).

Интерференция может быть использована для:

- подтверждение волновой природы света
- измерения длин волн
- измерения показателей преломления
- улучшения качества оптических приборов
- получения высокоотражающих покрытий
- контроля качества обработки поверхностей

28.2. Когерентность и монохроматичность световых волн

Когерентность - согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов.

Колебания называются когерентными, если разность их фаз остаётся постоянной во времени.

Время когерентности τ - это время, за которое случайное изменение фазы волны достигает значения порядка π .

Длина когерентности l - это расстояние, при прохождении которого когерентность утрачивается (или это расстояние между точками, разность фаз в которых π).

Временная когерентность - когерентность колебаний, которые совершаются в одной и той же точке пространства, но в разный момент времени.

Пространственная когерентность - когерентность колебаний, которые совершаются в один и тот же момент времени в разных точках плоскости Q , перпендикулярной распространению волны.

Условия когерентности двух волн:

1. постоянная разность фаз $\Leftrightarrow \omega_1 = \omega_2$ для вакуума
2. соизмеримость амплитуд интерферирующих волн
3. одинаковое состояние поляризации
4. волны, пройдя разные пути, встречаются в некоторой точке в пространстве

Монохроматические волны - неограниченные в пространстве волны одной определенной и строго постоянной частоты.

28.3. Способы получения когерентных источников

Методы получения когерентных пучков:

1. Метод деления волнового фронта
2. Метод деления амплитуды

Метод деления волнового фронта:

Пригоден для достаточно малых источников. Метод заключается в том, что исходящий от источника пучок делится на два, а при наложении их друг на друга разность хода между интерферирующими лучами должна быть меньше длины когерентности. *Например*, метод Юнга.

Метод деления амплитуды:

В этом методе пучок делится на одной или несколько частично отражающих, частично пропускающих поверхностях. Метод может применяться и при протяженных источниках. *Например*, интерференция в тонких пленках.

При помощи *метода Юнга* можно вывести следующие формулы:

$\Delta = \frac{xd}{l}$ - оптическая разность хода

$x_{max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda_0$ - максимумы интенсивности

$x_{min} = \pm (m + \frac{1}{2}) \frac{l}{d} \lambda_0$ - минимумы интенсивности

$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda_0$ - ширина интерференционной полосы (расстояние между двумя соседними интерференционными максимумами (или минимумами))

28.4. Оптическая длина пути

Оптическая длина пути L - произведение геометрической длины пути l световой волны в среде на абсолютный показатель преломления n последней.

$$L = nl$$

Оптическая разность хода Δ двух волн - разность оптических длин, проходимых волнами путей

$$\Delta = L_2 - L_1$$

28.5. Интерференция при отражении и преломлении в тонких пластинках

Типы интерференции в тонких пленках:

- полосы равного наклона ($\alpha = const$)
- полосы равной толщины ($h = const$)

$\Delta = 2nh \cos \beta - \frac{\lambda}{2}$, где n - показатель преломления, h - толщина пластинки, β - угол преломления.

$\lambda/2$ обусловлена потерей полу волны при отражении света от оптически более плотной среды.

28.6. Кольца Ньютона

Кольца Ньютона - кольцеобразные интерференционные максимумы и минимумы, появляющиеся вокруг точки касания выпуклой линзы и плоскопараллельной пластины при прохождении света сквозь линзу и пластину.

В отраженном свете:

$$\Delta = \frac{r^2}{R} - \frac{\lambda}{2}, \text{ где } R - \text{ радиус кривизны линзы.}$$

Из данной формулы можно получить формулы получения радиусов для m -ного светлого и m -ного темного колец.

Для m -ного светлого кольца:

$$r_m = \sqrt{(m + \frac{1}{2}) \lambda R}$$

Для m -ного темного кольца:

$$r_m = \sqrt{m \lambda R}$$

29. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА. Условия наблюдения дифракции. Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля. Дифракция Френеля от диска и круглого отверстия. Дифракция Фраунгофера. Дифракция в параллельных лучах от одной щели. Дифракционная решетка. Дисперсия и разрешающая способность оптических приборов.

29.1. Дифракция света

Дифракция света - отклонение световых волн от законов геометрической оптики

Примечание:

Между интерференцией и дифракцией нет существенного физического различия. Оба явления заключаются в перераспределении светового потока в результате суперпозиции волн.

Различают 2 вида дифракции:

- дифракция Френеля
- дифракция Фраунгофера

29.2. Условия наблюдения дифракции:

- Дифракция происходит на предметах любых размеров, а не только соизмеримых с длиной волны λ .

Трудности наблюдения заключаются в том, что вследствие малости длины световой волны интерференционные максимумы располагаются очень близко друг к другу, а их интенсивность быстро убывает.

29.3. Принцип Гюйгенса-Френеля

Принцип Гюйгенса:

Каждый элемент поверхности, которой достигла волна в данный момент, является центром элементарных волн, огибающая которых будет волновой поверхностью в следующий момент времени.

Этот принцип позволяет найти положение фронта волны в момент времени $t + \Delta t$, зная его положение в предыдущий момент времени t и скорость волны v .

Принцип Гюйгенса является чисто геометрическим способом построения волновых поверхностей, он никак не связан с физической природой волн, т.е. явление дифракции объясняет лишь качественно.

Дополнения Френеля к принципу Гюйгенса:

1. Вторичные источники не точечные, а элементы фронта волны площадью dS
2. Вторичные источники dS - когерентные и результат их действия на точку Р есть результат их интерференции
3. Площадка фронта волны dS создаёт в точке Р напряженность ЭП:
 $dE \propto dS, dE \propto A_0, dE \propto \alpha, dE \propto 1/r$
 A_0 - амплитуда световой волны в месте, где находится площадка
 α - угол между нормалью к площадке dS и направлением на точку Р
 r - расстояние от площадки dS до точки Р

Принцип Гюйгенса-Френеля позволяет объяснить дифракцию *количественно* и решить любую задачу на дифракцию света.

29.4. Метод зон Френеля

Метод зон Френеля представляет собой способ нахождения амплитуды результирующего колебания в случаях, когда волны или преграды обладают симметрией.

Зоны Френеля - участки, на которые разбивают поверхность фронта световой волны для упрощения вычислений при определении амплитуды волны в заданной точке пространства.

Расстояние от внешнего края зоны до точки Р равно:

$$b_m = b + m \frac{\lambda}{2}$$

Рассмотрим распространение монохроматической световой волны из точки S (источник) в какую-либо точку наблюдения Р. Согласно принципу Гюйгенса - Френеля, действие источника S заменяют действием воображаемых источников, расположенных на вспомогательной поверхности, в качестве которой выбирают поверхность фронта сферической волны, идущей из S.

Эту поверхность разбивают на кольцевые зоны так, чтобы расстояния от краёв зоны до точки наблюдения Р отличались на $\frac{\lambda}{2}$.

Тогда колебания, приходящие в точку от аналогичных точек двух соседних зон, находятся в противофазе.

29.5. Дифракция Френеля от диска и кругового отверстия

Дифракция Френеля - дифракция сферической световой волны на неоднородности, размер которой сравним с диаметром первой зоны Френеля.

При дифракции от кругового отверстия, амплитуда результирующего колебания рассчитывается по формуле:

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}$$

При этом "+", когда m - нечетные; "-" - четные.

При дифракции на диске в центре всегда наблюдается светлое пятно. Амплитуда световых колебаний в точке Р равна первой половине амплитуды, обусловленной первой открытой зоной.

29.6. Дифракция Фраунгофера

Дифракция Фраунгофера - дифракция практически плоской световой волны на неоднородности, размер которой много меньше диаметра первой из зон Френеля.

Свет проходит сквозь щель и линзу, помещенную параллельно непрозрачному экрану. Из совокупности вторичных когерентных волн плоского фронта волны, расположенного в щели, выделим лучи, идущие под углом φ к главной оптической оси линзы. Все лучи, идущие под углом φ , линзой соберутся в одной точке зерана. Подошедший к щели плоский фронт волны разбиваем на зоны Френеля. Количество зон Френеля, укладывающихся на ширине щели, зависит от угла дифракции φ .

Зоны Френеля выглядят как полосы, параллельные щели.

$$\text{Ширина зоны Френеля: } x = \frac{\lambda/2}{\sin \varphi}$$

Количество зон Френеля, уложившихся на ширине щели:

$$N = \frac{b}{x} = \frac{b \sin \varphi}{\lambda/2}$$

В точке Р экрана будут наблюдаться:

- максимумы, если в эту точку свет приходит от нечетного числа зон Френеля: $N = 2k + 1$
- минимум, если свет приходит от четного числа зон Френеля: $N = 2k$

29.7. Дифракционная решетка

Дифракционная решетка - оптический прибор, представляющий собой периодическую структуру из большого числа регулярно расположенных элементов, на которых происходит дифракция света.

Штрихи с определенным и постоянным для данной дифракционной решетки профилем повторяются через одинаковый промежуток d, называемым её *периодом*:

$d = a + b$ или $d = \frac{L}{N}$, где N - количество щелей на длине L .

Виды дифракционной решетки:

- *отражательная* - штрихи нанесены на зеркальную поверхность, и результирующая интерференционная картина образуется в отраженном от решетки свете.
- *прозрачная* - штрихи нанесены на прозрачную поверхность, и интерференционная картина образуется в проходящем свете.

$\Delta = d \sin \varphi$ - разность хода

max: $d \sin \varphi = m \lambda, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

главный max: $N = 2m_{max} + 1$

$$\sin \varphi = \frac{m \lambda}{d}$$

$$\frac{m_{max} \lambda}{d} = 1 \Rightarrow m_{max} = \frac{d}{\lambda}$$

29.8. Дисперсия и разрешающая способность оптических приборов

Разрешающая способность оптических приборов - величина, характеризующая способность этих приборов давать раздельное изображение двух близких друг к другу точек объекта.

Согласно критерию Рэля, изображения двух одинаковых точечных источников света еще можно видеть раздельно, если центральный максимум дифракционной картины совпадает с первым минимумом дифракционной картины от другого.

Общая формула:

$$R = \frac{\lambda}{\delta \lambda}$$

Разрешающая способность дифракционной решетки равна произведению порядка спектра m на число щелей N :

$$R = mN$$

Линейная дисперсия:

$$D_l = \frac{\delta l}{\delta \lambda}, \text{ где } \delta l - \text{расстояние между спектральными линиями, } \delta \lambda - \text{разность длин волн этих линий}$$

Угловая дисперсия:

$$D_\varphi = \frac{\delta \varphi}{\delta \lambda}, \text{ где } \delta \varphi - \text{разность углов между лучами, отличающимися на } \delta \lambda.$$

Угловая дисперсия характеризует степень пространственного разделения лучей разной длины волн.

30. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА. Естественный и поляризованный свет.

Степень поляризации света. Поляризация при отражении и преломлении. Закон Брюстера. Двойное лучепреломление. Поляроиды и поляризационные призмы. Закон Малюса.

30.1. Естественный и поляризованный свет.

Естественный свет - совокупность электромагнитных волн со всевозможными равновероятными направлениями световых векторов (напряженности электрического поля \vec{E}), перпендикулярных направлению распространения света.

Поляризованный свет - Поляризованным светом называется свет, в котором направления колебания вектора напряженности электрического поля \vec{E} каким-либо образом упорядочены.

30.2. Степень поляризации света.

Степень выделения световых волн с определённой ориентацией векторов напряжённости электрического и магнитного полей;

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

Где I_{max} и I_{min} - наибольшая и наименьшая интенсивности света, прошедшие через поляризатор при разных его положениях.

$P = 0$ - Для естественного света и круговой поляризации, $I_{max} = I_{min}$.

$0 < P < 1$ - Для частичной поляризации.

$P = 1$ - Для линейной поляризации света и круговой поляризации, $I_{min} = 0$.

30.3. Поляризация при отражении и преломлении.

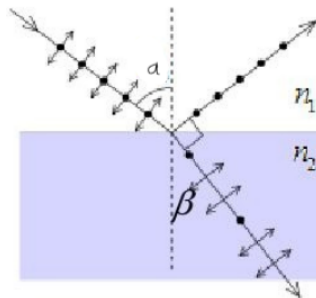
При отражении от проводящей поверхности (металлического зеркала) получается эллиптически-поляризованный свет.

При падении света на границу раздела двух диэлектриков (например, из воздуха на поверхность стеклянной пластинки) под углом отличным от нуля, отражённый и преломлённый лучи оказываются частично поляризованными. В отражённом луче преобладают колебания, перпендикулярные к плоскости падения, в преломлённом луче – колебания, параллельные плоскости падения.

30.4. Закон Брюстера.

При падении света под углом Брюстера преломленные лучи оказываются частично поляризованными.

Если свет падает на границу раздела под углом Брюстера, то отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны.



$$\frac{\sin(\alpha_{Br})}{\sin(\beta)} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \alpha_{Br} + \beta = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin(\beta) = \sin(\alpha_{Br} - \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \sin(\beta) = \cos(\alpha_{Br}) \Rightarrow \frac{\sin(\alpha_{Br})}{\sin(\beta)} = \frac{\sin(\alpha_{Br})}{\cos(\alpha_{Br})} = \tan(\alpha_{Br}) = \frac{n_2}{n_1}$$

$\tan(\alpha_{Br}) = \frac{n_2}{n_1}$ - соотношение при угле Брюстера n_1 и n_2 - показатели преломления сред.

30.5. Двойное лучепреломление.

Двойное лучепреломление - раздвоение светового луча при прохождении через анизотропную среду, обусловленное зависимостью показателя преломления (а следовательно, и скорости волны) от

её поляризации и ориентации волнового вектора относительно кристаллографич. осей, т.е. от направления распространения.

Направление в оптически анизотропном кристалле, по которому луч света не испытывает двойного лучепреломления, называется оптической **осью кристалла**.

Главная плоскость, или главное сечение, одноосного кристалла для какого-либо луча называется плоскость, проходящая через этот луч и пересекающая его оптическую ось.

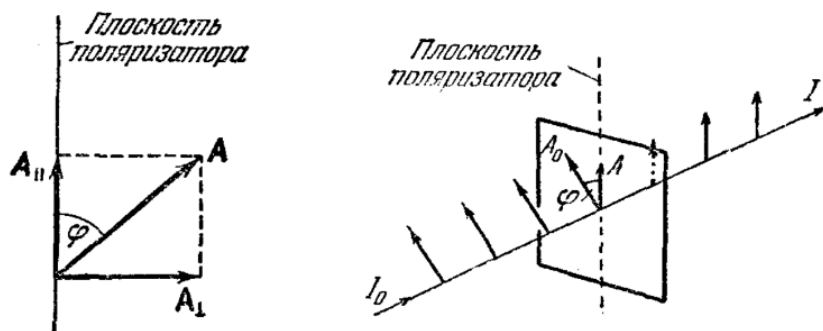
30.6. Поляроиды и поляризационные призмы.

Поляризационные призмы - один из классов призм оптических, простейшие поляризационные приборы, предназначенные для получения линейно поляризованного оптического излучения (см. Поляризация света) или для определения характера и степени его поляризации. В соответствии с этим поляризационные призмы в оптических приборах выполняют функции поляризаторов или анализаторов.

Поляроиды-то прозрачные пленки, поляризующие свет, светофильтры, пропускающие только такие световые колебания, которые совершаются в одном определенном направлении, перпендикулярном к лучу. Две пленки, наложенные друг на друга, пропускают свет, если направления колебаний в них совпадают, и не пропускают света, если эти направления скрещены.

30.7. Закон Малюса.

Закон Малюса - зависимость интенсивности линейно поляризованного света после его прохождения через анализатор от угла φ между плоскостями поляризации падающего света и анализатора.



$$I = I_0 * \cos^2(\varphi)$$

I_0 - интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор.

I -интенсивность света, вышедшего из анализатора

Свет с иной (не линейной) поляризацией может быть представлен в виде суммы двух линейно поляризованных составляющих, к каждой из которых применим закон Малюса.

Прохождение естественного света через поляризатор:

Так как среднее значение $\cos^2(\varphi) = \frac{1}{2}$ то интенсивность поляризованного света равна половине интенсивности естественного света.

$$I_{\text{п}} = \frac{1}{2} \cdot I_0$$

Прохождение естественного света через два поляризатора:

$$I = I_0 * \cos^2(\varphi), I_0 = \frac{1}{2} \cdot I_{\text{ест}} \Rightarrow I = \frac{1}{2} \cdot I_{\text{ест}} \cdot \cos^2(\varphi)$$

31. КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА. Внешний фотоэффект и его законы. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта. Красная граница фотоэффекта. Фотоны. Энергия, масса и импульс фотона. Эффект Комптона и его теория. Давление света.

31.1. Внешний фотоэффект и его законы.

Фотоэффект - испускание электронов веществом при поглощении им квантов электромагнитного излучения (фотонов).

Внешним фотоэффектом - называется испускание электронов веществом под действием электромагнитного излучения.

Внутренний фотоэффект – возникновение свободных носителей заряда - электронов и (или) дырок - в твёрдом теле при поглощении в нём квантов электромагнитного излучения (фотонов).

Вентильный фотоэффект - возникновение ЭДС (фото- ЭДС) при освещении контакта двух разных полупроводников или полупроводника и металла (при отсутствии внешнего электрического поля).

Законы:

Закон Столетова: при фиксированной частоте падающего света число фотоэлектронов, вырываемых из катода в единицу времени, пропорционально интенсивности света (фототок насыщения пропорционален энергетической освещённости катода).

Максимальная скорость фотоэлектронов не зависит от интенсивности падающего света, а определяется только его частотой ν .

Для каждого вещества существует красная граница фотоэффекта, т.е. минимальная частота ν_0 света (зависящая от химической природы вещества и состояния его поверхности), ниже которой фотоэффект невозможен: $\nu_{\text{кр}} = \frac{A}{h}$

A - работа выхода.

h - постоянная Планка.

31.2. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта.

Свет не только испускается (Планк), но и распространяется, и поглощается веществом отдельными порциями (квантами), энергия которых: $E = h\nu$

$$E = h\nu = A + \frac{m * v^2}{2}$$

Максимальное значение тока I – фототок насыщения – определяется таким значением U_z , при котором все электроны, испускаемые катодом, достигают анода.

$$\frac{m * v_{\text{max}}^2}{2} = eU_z \Rightarrow E = h\nu = A + eU_z$$

A - **работа выхода** - энергия, которая затрачивается твёрдым или жидким телом при тепловом возбуждении электрона этого тела в вакуум (в состояние с кинетич. энергией равной нулю).

U_z - задерживающее напряжение.

e - элементарный заряд(электрон).

h - постоянная Планка.

$\nu = \frac{c}{\lambda}$ - частота.

c - скорость света.

λ - длина волны.

v - скорость заряда(электрона).

m - масса элементарного заряда(электрона).

$\frac{m \cdot v^2}{2}$ - кинетическая работа фотоэффекта.

31.3. Красная граница фотоэффекта.

Красная граница фотоэффекта – минимальная частота света, ниже которой фотоэффект невозможен (красная граница фотоэффекта зависит от химической природы вещества и состояния его поверхности).

Красной границей фотоэффекта также называют максимальную длину волны света, выше которой фотоэффект невозможен.

31.4. Фотоны.

Фотон -элементарная частица, квант эл/магн. поля.

Излучается порция энергии (квант): $E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$

Все фотоны в вакууме всегда движутся с одной и той же скоростью света $= 3 \cdot 10^8$ м/с.

31.5. Энергия, масса и импульс фотона.

$E = mc^2$ и $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ - энергия

$m = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}$ - масса

$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h_1\omega}{c} = h_1k$ - импульс

$\omega = 2\pi\nu$ - угловая частота волны.

$h_1 = \frac{h}{2\pi}$ - одна из записей постоянной Планка.

$k = \frac{\omega}{c}$ - волновое число.

31.6. Эффект Комптона и его теория.

Рассеяние эл-магн. волны на свободном электроны, сопровождающееся уменьшением частоты. Столкновение квантов света – фотонов с электронами приводит к эффекту Комптона. Эффект наблюдается

для больших частот рассеиваемого эл-магн. излучения (в рентг. области и выше).

$\Delta\lambda = \lambda_c(1 - \cos(\alpha))$ -формула Комптона. Значение постоянной $\lambda_c = 2,426 * 10^{-12}$

$$h_1 = \frac{h}{2\pi}$$

Закон сохранения энергии: $h_1 \frac{2c\pi}{\lambda} + m_e c^2 = h_1 \frac{2c\pi}{\lambda'} + E_e$

Закон сохранения импульса: $h_1 \vec{k} = h_1 \vec{k}' + m \vec{v}, k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos(\alpha))$ - Закон изменения длины волны при эффекте Комптона

31.7. Давление света.

Световое излучение оказывает давление на материальные предметы, причем величина давления пропорциональна интенсивности излучения

$$p = \frac{I}{c}(1 + R) -$$

$I = hn\lambda$ - интенсивность света.

n - число фотонов, падающих в единицу времени на единицу площади.

R - коэффициент отражения света от поверхности.

Задачи

1. Расчет напряженности и потенциала электрического поля тонкого равномерно заряженного отрезка прямой на линии, продолжающей отрезок (на перпендикуляре, восстановленном к середине отрезка; на перпендикуляре, восстановленном к одному из концов отрезка и т.п.)

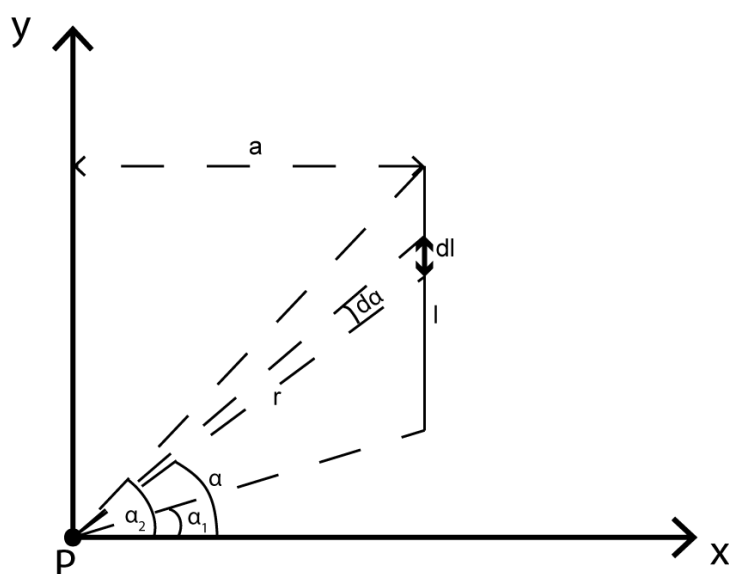
Пусть $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon}$. Тогда:

$$\vec{E} = k \frac{q\vec{r}}{|\vec{r}|^3} \Rightarrow \begin{cases} E_x = |\vec{E}| \cos \alpha = k \frac{q}{r^2} \cos \alpha \\ E_y = |\vec{E}| \sin \alpha = k \frac{q}{r^2} \sin \alpha \end{cases}$$

Дано:

- L — длина отрезка
- a — кратчайшее расстояние до отрезка
- τ — линейная плотность заряда на отрезке

Расположим отрезок и оси координат так, чтобы точка, для которой проводятся измерения, оказалась в центре, а отрезок — вертикально в первой четверти (другие случаи рассмотрим позднее):



Пусть $\alpha_1 < \alpha_2$.

$$l = a \tan \alpha$$

$$dl = \frac{a}{\cos^2 \alpha} d\alpha$$

$$r = \frac{a}{\cos \alpha}$$

Нам дана линейная плотность заряда отрезка τ . Возьмём бесконечно малую часть отрезка dl . Её заряд: $dq = \tau dl$.

Тогда напряжённость и потенциал от неё будут:

$$d\vec{E} = k \frac{dq \vec{r}}{|\vec{r}|^3} = k \frac{\tau \vec{r} dl}{|\vec{r}|^3} \quad d\phi = k \frac{\tau \vec{r} dl}{|\vec{r}|^2}$$

Разобьём \vec{E} на две составляющих: E_x и E_y . То же самое проделаем с потенциалом. Тогда:

$$dE_x = -k \frac{\tau \cos^2 \alpha}{a^2} \cdot \frac{a}{\cos^2 \alpha} d\alpha \cdot \cos \alpha = k \frac{\tau \cos \alpha}{a} d\alpha$$

$$dE_y = -k \frac{\tau \sin \alpha}{a} d\alpha$$

$$E_x = -\frac{k\tau}{a} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \cos \alpha d\alpha = \frac{k\tau}{a} (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2)$$

$$E_y = -\frac{k\tau}{a} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{k\tau}{a} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1)$$

$$d\phi_x = k \frac{\tau \cos \alpha}{a} \cdot \frac{a}{\cos^2 \alpha} d\alpha \cdot \cos \alpha = k\tau d\alpha$$

$$d\phi_y = k\tau \tan \alpha d\alpha$$

$$\phi_x = k\tau (\alpha_2 - \alpha_1)$$

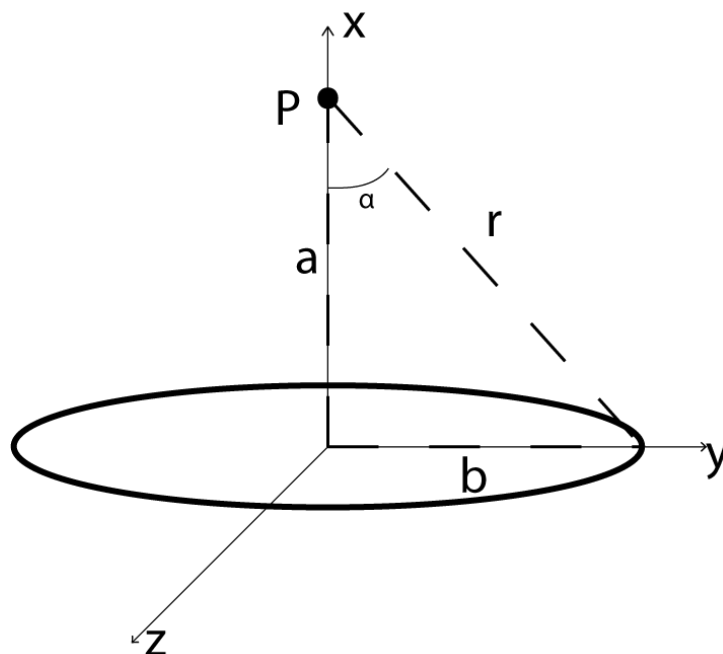
$$\phi_y = k\tau (\log |\cos \alpha_1| - \log |\cos \alpha_2|) = k\tau \log \left| \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} \right|$$

$$\phi = \sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2} = k\tau \sqrt{(\alpha_2 - \alpha_1)^2 + \log^2 \left| \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} \right|}$$

Случай, когда отрезок и точка находятся на одной прямой тривиален — там меняется только расстояние:

$$|\vec{E}| = k\tau \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = k\tau \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

2. Расчет напряженности и потенциала электрического поля на оси тонкого равномерно заряженного кольца.



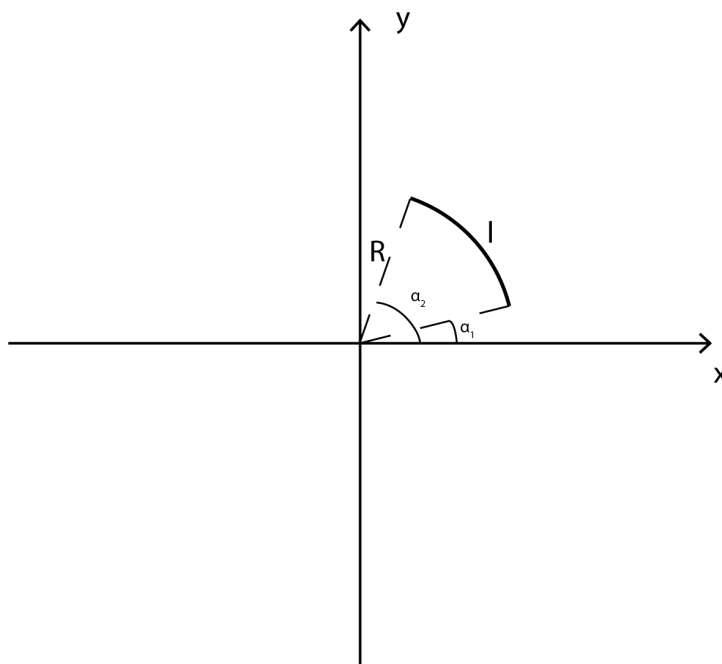
Очевидно, что напряжённость по осям y и z скомпенсируют друг друга. Тогда:

$$E = \tau 2\pi b \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \cos \alpha = \frac{\tau b}{2\epsilon\epsilon_0 r^2} \cos \alpha = \frac{\tau ab}{2\epsilon\epsilon_0 r^3} = \frac{\tau ab}{2\epsilon\epsilon_0 \sqrt{(a^2 + b^2)^3}}$$

Потенциал:

$$\phi = \tau 2\pi b \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} = \frac{\tau b}{2\epsilon\epsilon_0 r} = \frac{\tau b}{2\epsilon\epsilon_0 \sqrt{a^2 + b^2}}$$

3. Расчет напряженности и потенциала электрического поля в центре кривизны тонкого равномерно заряженного полукольца (дуги)



Пусть $\alpha_1 < \alpha_2$.

$$l = 2\pi R \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2\pi} = R(\alpha_2 - \alpha_1)$$

$$dl = l \frac{d\alpha}{\alpha_2 - \alpha_1} = R d\alpha$$

$$d\vec{E} = \frac{\tau \vec{r} d\alpha}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R}$$

$$dE_x = -\frac{\tau d\alpha}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R} \cos \alpha$$

$$dE_y = -\frac{\tau d\alpha}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R} \sin \alpha$$

$$k = \frac{\tau}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R}$$

$$E_x = -k \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \cos \alpha d\alpha = k(\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2)$$

$$E_y = -k \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = k(\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1)$$

Потенциал (универсален):

$$\phi = \frac{l\tau}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R} = \frac{(\alpha_2 - \alpha_1)\tau}{4\pi\epsilon\epsilon_0}$$

7. Напряженность электрического поля и потенциал шара, однородно заряженного о объему. Расчет разности потенциалов между центром и поверхностью равномерно заряженного однородного шара.

Однородно заряженный шар. Пусть радиус шара R , полный заряд Q . Вне шара напряженность и потенциал поля совпадают с полем заряда Q , помещенного в центр шара:

$$E = k \frac{Q}{r^2}, \varphi = k \frac{Q}{r}$$

Чтобы найти напряженность электрического поля внутри шара, выберем в качестве замкнутой поверхности сферу радиуса $r < R$ с центром в центре шара. Из симметрии ясно, что напряженность поля направлена по радиусу и одинакова по величине на всей поверхности сферы. Из теоремы Гаусса следует

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = 4\pi k q(r)$$

где $q(r)$ – заряд внутри выбранной поверхности. Введем плотность заряда шара ρ . Тогда

$$q(r) = \rho \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ и } E(r) = k \frac{q(r)}{r^2} = \frac{4}{3}\rho k r$$

Плотность заряда равна полному заряду, деленному на объем шара:

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

Для напряженности поля внутри шара получим

$$E = k \frac{Q}{R^3} r$$

Найдем потенциал внутри шара.

$$\varphi(r) = - \int_{\infty}^r E dr = - \int_{\infty}^R k \frac{Q}{r^2} dr - \int_R^r k \frac{Q}{R^3} r dr$$

Первый интеграл имеет смысл работы по переносу единичного положительного заряда из бесконечности до поверхности шара и равен kQ/R . Второй член

$$- \int_R^r k \frac{Q}{R^3} r dr = -k \frac{Q}{R^3} \frac{r^2}{2} + k \frac{Q}{R^3} \frac{R^2}{2}$$

Значение потенциала внутри шара определится выражением

$$\varphi(r) = \frac{3}{2} k \frac{Q}{R} - k \frac{Q r^2}{2 R^3}$$

Окончательно имеем

$$E = k \frac{q}{r^2}, \text{ при } r > R, E = k \frac{Q}{R^3} r, \text{ при } r < R$$

$$\varphi = k \frac{q}{r}, \text{ при } r > R, \varphi = \frac{3}{2} k \frac{q}{R} - k \frac{Q}{2 R^3} r^2, \text{ при } r < R$$

8. Напряженность и потенциал электрического поля однородно заряженной сферы.

Применим теорему Гаусса. Выберем в качестве замкнутой поверхности концентрическую сферу радиуса $r > R$ (рис.). Очевидно, что напряженность на поверхности этой сферы будет одинакова по величине и направлена по радиусу. Тогда поток напряженности через нее будет $E \cdot 4\pi r^2$. Согласно теореме Гаусса

$$E \cdot 4\pi r^2 = 4\pi kq, \text{ откуда}$$

$$E = k \frac{q}{r^2}$$

Выбрав в качестве поверхности сферу радиуса $r < R$, получим $E = 0$. Таким образом, однородно заряженная сфера во внешней области пространства создает такое же поле, как и заряд, помещенный в ее центре. Внутри сферы поля нет.

Найдем потенциал сферы во всем пространстве. Так как вне сферы напряженность поля совпадает с напряженностью заряда, находящегося в центре, то и потенциал при $r > R$ выразится в виде

$$\varphi(r) = k \frac{q}{r}$$

Пронесем единичный положительный заряд из бесконечности до расстояния r от центра, меньшего радиуса сферы. Тогда работа, которую необходимо совершить по переносу до поверхности сферы будет равна kq/R . Внутри сферы поле равно нулю и работа не совершается. Таким образом

$$E = k \frac{q}{r^2} \text{ при } r > R, E = 0 \text{ при } r < R,$$

$$\varphi = k \frac{q}{r} \text{ при } r > R, \varphi = k \frac{q}{R} \text{ при } r < R.$$

9. Напряженность и потенциал электрического поля бесконечного цилиндра, однородно заряженного по объему.

Чтобы найти поле E внутри заряженного цилиндра рассмотрим применение теоремы Гаусса к соосному цилиндру с радиусом $r \leq R$ и длиной l . ρ — объемная плотность заряда.

$$\Phi_E = 4\pi Q$$

$$ES = 4\pi \rho V$$

$$E2\pi rl = 4\pi \rho \pi r^2 l$$

$$E = 2\pi \rho r, \text{ при } r \leq R$$

Потенциал:

$$W_p = \frac{q_0 Q}{4\pi \epsilon_0 r}$$

$$\varphi = \frac{W_p}{q_0} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r}$$

$$\varphi = \frac{\rho \pi r^2 l}{4\pi \epsilon_0 r}$$

$$\varphi = \frac{\rho r l}{4\epsilon_0}$$

Найдем теперь поле \vec{E} снаружи заряженного цилиндра при $r \geq R$. Рассмотрим цилиндр с радиусом $r \geq R$ и высотой l .

$$ES = 4\pi\rho V$$

$$E2\pi rl = 4\pi\rho\pi R^2l$$

$$E = \frac{2\rho\pi R^2}{r}, \text{ при } r \geq R.$$

Здесь объем $V = \pi R^2l$, так как только в этой части объема πr^2l есть заряды.

$$\varphi = \frac{\rho\pi R^2l}{4\pi E_0 r}$$

$$\varphi = \frac{\rho R^2l}{4E_0 r}$$

10. Напряженность и потенциал электрического поля бесконечного цилиндра, однородно заряженного по поверхности.

$$\Phi_E = 4\pi Q$$

$$ES = 4\pi\sigma S$$

$$E = 4\pi\sigma$$

$$\varphi = \frac{\sigma}{4\pi E_0 r}, \text{ при } r \geq R$$

При $r \leq R$:

$$\Phi_E = 4\pi Q$$

$$ES = 4\pi\sigma S$$

$$E2\pi r(r+l) = 4\pi\sigma 2\pi R(R+l)$$

$$Er(r+l) = 4\pi\sigma R(R+l)$$

$$E = \frac{4\pi\sigma R(R+l)}{r(r+l)}$$

$$\varphi = \frac{\sigma 2\pi R(R+l)}{4\pi E_0 r}$$

$$\varphi = \frac{\sigma R(R+l)}{2E_0 r}$$

11. Напряженность и потенциал электрического поля равномерно заряженной тонкой плоскости.

Бесконечная плоскость заряжена с поверхностной плотностью зарядов $s = dq/dS$. Линии напряженности перпендикулярны плоскости и направлены в обе стороны от плоскости. В качестве замкнутой поверхности выберем поверхность цилиндра, основания которого параллельны бесконечной плоскости, а ось цилиндра перпендикулярна плоскости. Т.к. образующие цилиндра параллельны линиям напряженности ($a = 0, \cos a = 1$), то поток вектора напряженности сквозь боковую поверхность равен 0, а полный поток сквозь цилиндрическую поверхность равен сумме потоков сквозь его основания. Для основания: $E_n = E$. Заряд, заключенный внутри построенной замкнутой поверхности, равен: $sS_{\text{осн}}$. По теореме Гаусса: $\Phi_E = q/e_0 = sS_{\text{осн}}/e_0$, тогда:

$$\Phi_E = 2E\Delta S$$

$$q = \sigma\Delta S$$

$$2E\Delta S = \frac{\sigma\Delta S}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$\varphi = \frac{W_p}{q_0} = \frac{\sigma S}{4\pi\epsilon_0 r}$$

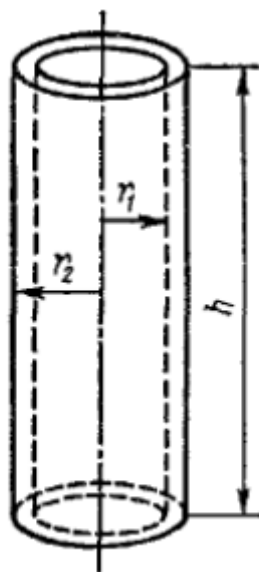
$$\varphi = \frac{W_p}{q_0} = \frac{\sigma 2\pi r l}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$\varphi = \frac{\sigma l}{2\epsilon_0}$$

С каждой стороны от плоскости создаваемое ею электрическое поле однородно.

15. Расчет электроемкости цилиндрического конденсатора.

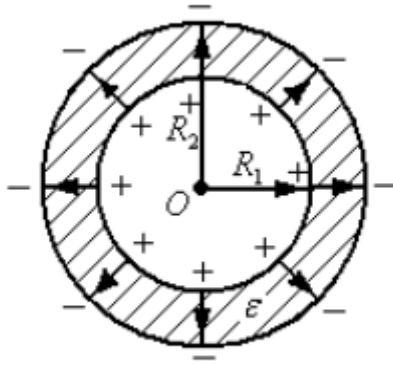
Цилиндрический конденсатор состоит из двух полых коаксиальных металлических цилиндров с радиусами r_1 и r_2 , вставленных один в другой.



В таком случае электроёмкость такого конденсатора вычисляется по формуле: $C = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 h}{\ln(\frac{r_2}{r_1})}$

16. Расчет электроемкости сферического конденсатора.

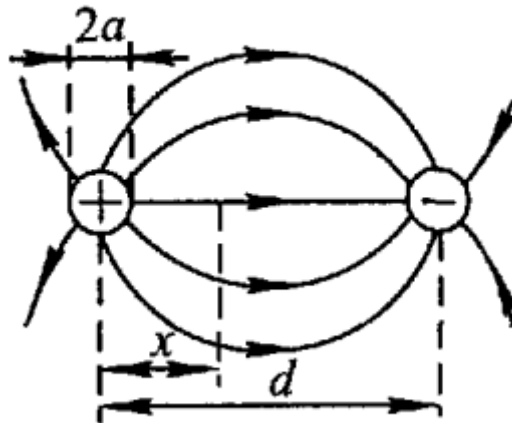
Сферический конденсатор состоит из двух концентрических металлических обкладок сферической формы, радиусы которых соответственно равны R_1 и R_2 .



В таком случае электроёмкость такого конденсатора вычисляется по формуле: $C = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}$

17. Расчет электроемкости двухпроводной линии.

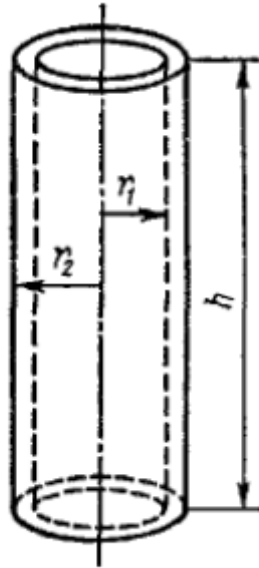
Двухпроводная линия состоит из двух параллельных цилиндрических провода с радиусами a и расстоянием между осями d .



В таком случае электроёмкость такого конденсатора вычисляется по формуле: $C = \frac{\pi\epsilon\epsilon_0 h}{\ln(\frac{d-a}{a})}$

18. Энергия электрического поля в объеме цилиндрического конденсатора.

Цилиндрический конденсатор состоит из двух полых коаксиальных металлических цилиндров с радиусами r_1 и r_2 , вставленных один в другой.



В таком случае энергия электрического поля равна: $W = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}$

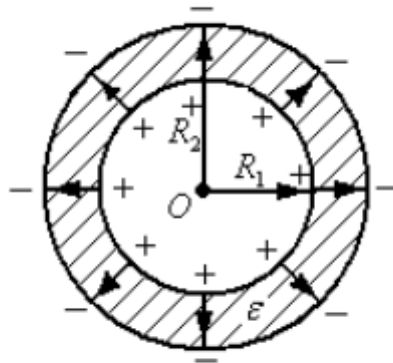
(Выбираем в зависимости от данных)

А электроёмкость считается по формуле: $C = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 h}{\ln(\frac{r_2}{r_1})}$

Тогда формулы выходят следующие: $W = \frac{\ln(\frac{r_2}{r_1})q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 h} = \frac{\pi\epsilon\epsilon_0 h U^2}{\ln(\frac{r_2}{r_1})}$

19. Энергия электрического поля в объеме сферического конденсатора.

Сферический конденсатор состоит из двух концентрических металлических обкладок сферической формы, радиусы которых соответственно равны R_1 и R_2 .



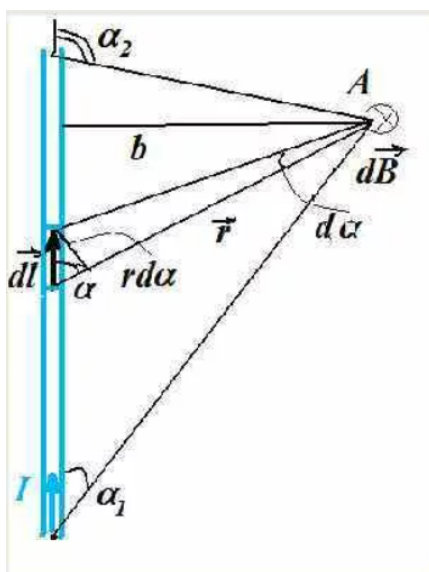
В таком случае энергия электрического поля равна: $W = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}$

(Выбираем в зависимости от данных)

А электроёмкость считается по формуле: $C = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}$

Тогда формулы выходят следующие: $W = \frac{(R_2 - R_1)q^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0 R_1 R_2} = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 R_1 R_2 U^2}{R_2 - R_1}$

21. Расчет индукции магнитного поля прямолинейного отрезка проводника с током на перпендикуляре, восстановленном к середине отрезка.



По закону Био-Савара-Лапласа

$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin(\alpha)}{4\pi r^2}$$

$$r = \frac{b}{\sin(\alpha)}; dl = \frac{r d\alpha}{\sin(\alpha)} = \frac{b d\alpha}{\sin^2(\alpha)}$$

$$dB = \frac{\mu_0 I b d\alpha}{4\pi \sin^2(\alpha)} \sin(\alpha) \frac{\sin^2(\alpha)}{b^2} = \frac{\mu_0 I \sin(\alpha) d\alpha}{4\pi b}$$

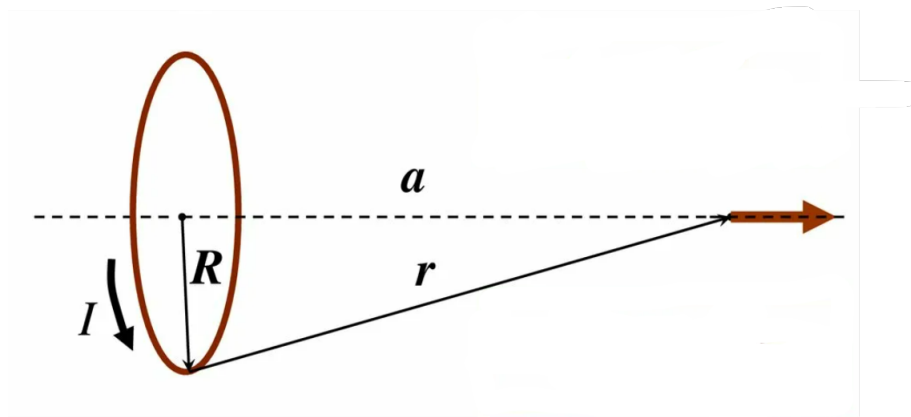
$$\int_{a_1}^{a_2} dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos(a_1) - \cos(a_2))$$

$\frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos(a_1) - \cos(a_2))$ — индукция поля созданного отрезком прямолинейного проводника с постоянным током

22. Магнитное поле бесконечного прямого провода с током.

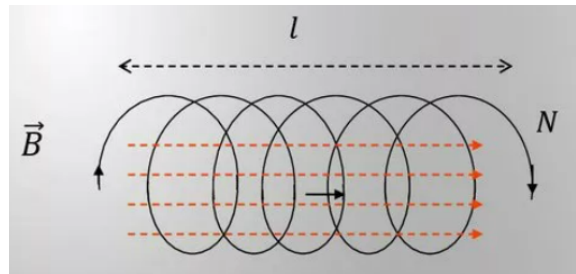
$$\int_0^\pi dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos(0) - \cos(\pi)) = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}$$

23. Магнитное поле на оси витка с током.



$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + a^2)^{3/2}}$$

24. Расчет индукции магнитного поля на оси длинного соленоида.



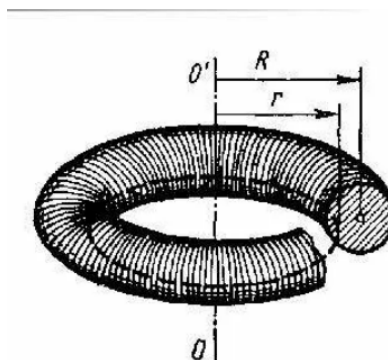
Из теоремы о циркуляции магнитного поля:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_1^n I$$

Получим формулу для вычисления магнитной индукции:

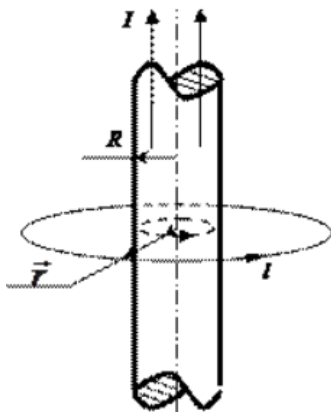
$$B = \mu_0 n I, n = \frac{N}{l} - \text{плотность намотки}$$

25. Магнитное поле тороидальной катушки.



$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}, N - \text{Число витков в тороидальной катушке}$$

26. Расчет индукции магнитного поля длинного цилиндрического проводника с током.



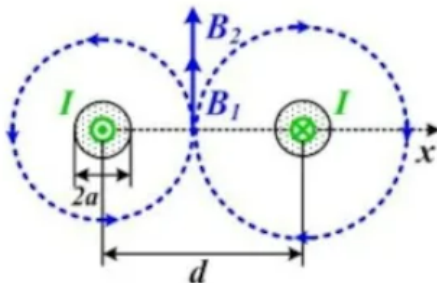
При $r < R$:

$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

При $r > R$:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

27. Расчет индуктивности двухпроводной линии.



$$\Phi = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} + \frac{\mu_0 I l}{\pi} \ln\left(\frac{d}{a}\right) - \text{Поток}$$

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \ln\left(\frac{d}{a}\right) \right) l$$

28. Движение заряда в однородном магнитном поле.

$$F = ma = Bvq \rightarrow a = \frac{Bvq}{m} \rightarrow r = \frac{mv}{Bq} - \text{Радиус выраженный через силу Лоренса}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{Bq} - \text{Период}$$

29. Расчет ЭДС индукции в равномерно вращающейся рамке.

$$\epsilon = BS\gamma \sin(\gamma t) - \text{ЭДС, ЭДС максимальна при } \sin = 1, \epsilon_{max} = BS\gamma$$

Если же вращается N витков последовательно то $\epsilon_{max} = NBS2\pi\nu$

30. Расчет энергии магнитного поля в длинном соленоиде.

$$W_{\text{сол}} = \frac{LI^2}{2} = \frac{I^2 \mu \mu_0 N^2 S}{2l} \rightarrow B = \frac{\mu \mu_0 NI}{l} \rightarrow I = \frac{Bl}{\mu \mu_0 NI}$$

$$W_{\text{сол}} = \frac{B^2 V}{2\mu \mu_0}, V = Sl - \text{Объем соленоида}$$

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu \mu_0} - \text{Объемная плотность энергии магнитного поля}$$