АиГ. ДЗ к 12.10.2022. Вариант №13

Студент группы 2305 Александр Макурин

30 сентября 2022

1 Решите уравнение $3x^2 - 5x + 8 = 0$.

$3x^2 - 5x + 8 = 0$

$D = (-5)^2 - 4 * 3 * 8 = 25 - 96 = -71$

$x_{1,2} = \dfrac{5 \pm \sqrt{-71}}{6} = \dfrac{5}{6} \pm \dfrac{i\sqrt{71}}{6}$

$\boxed{\text{Ответ: } x_{1,2} = \dfrac{5}{6} \pm \dfrac{i\sqrt{71}}{6}}$

2 Выполните действия $i^{15}(7+i) + \dfrac{-5+i}{-1+i}$.

$i^{15}(7+i) + \dfrac{-5+i}{-1+i} = 1 - 7i + \dfrac{-5+i}{-1+i} =$

$= \dfrac{-1 + i + 7i + 7 - 5 + i}{-1+i} = \dfrac{1+9i}{-1+i} = \dfrac{-1 - 9i + i - 9}{1 - 2i - 1} =$

$= \dfrac{1}{2}i(-10 - 8i) = 4 - 5i$

$\boxed{\text{Ответ: } 4 - 5i}$

3 Решить в алгебраической форме: $z^2 + (8-i)z + 14 + 2i = 0$

$z^2 + (8-i)z + 14 + 2i = 0$

$a = 1$

$b = 8 - i$

$c = 14 + 2i$

$D = (8-i)^2 - 4(14+2i) = 63 - 16i - 56 - 8i = 7 - 24i$

$z_{1,2} = \dfrac{i - 8 \pm \sqrt{7 - 24i}}{2}$

$\sqrt{7 + (-24i)} = a + bi$

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 7 \\ 2ab = -24 \Rightarrow a = -\dfrac{12}{b} \end{cases}$$

$$\frac{144}{b^2} - b^2 = 7 \quad | * b^2$$

$$144 - b^4 = 7b^2$$

Пусть $t = b^2, t \geq 0$

$$t^2 + 7t - 144 = 0$$

$$D = 49 + 4 \cdot 144 = 625$$

$$t_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{625}}{2} = -16, 9$$

$$-16 < 0 \Rightarrow t = 9 \Rightarrow \left| \begin{array}{l} b_{1,2} = \mp 3 \\ a_{1,2} = \pm 4 \end{array} \right.$$

$$\sqrt{7 + (-24i)} = \pm(4 - 3i)$$

$$z_{1,2} = \frac{i - 8 \pm (4 - 3i)}{2} = \frac{-4 - 2i}{2}, \frac{-12 + 4i}{2} = -2 - i, -6 + 2i$$

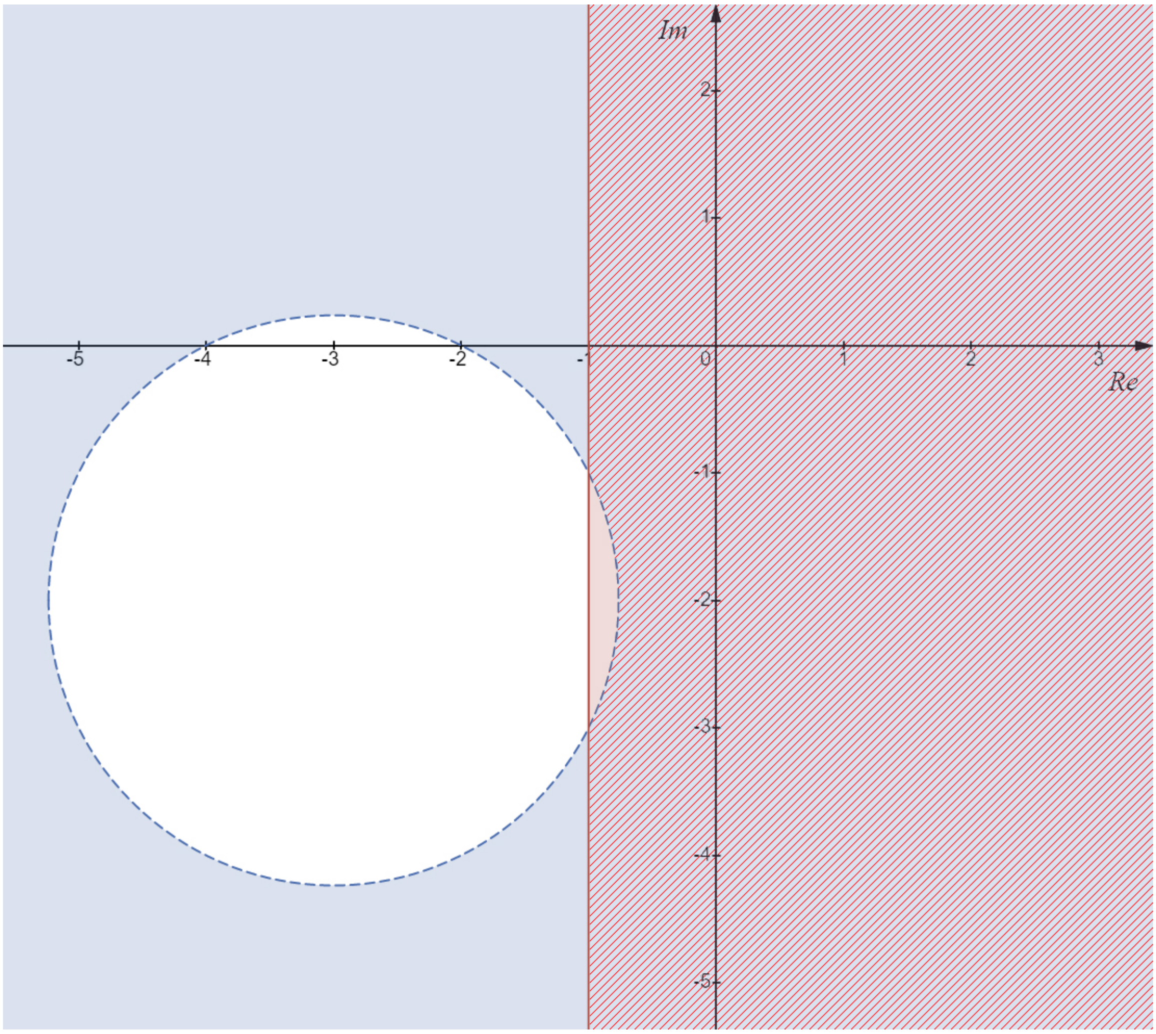
$$\boxed{\text{Ответ: } z_{1,2} = \left| \begin{array}{l} -6 + 2i \\ -2 - i \end{array} \right.}$$

4 Изобразите множество точек на комплексной плоскости, удовлетворяющих $\begin{cases} |z + 3 + 2i| > 5 \\ \textbf{Re}\, z \geq -1 \end{cases}$

$$|z + 3 + 2i| > 5$$

$$|z - (-3 - 2i)| > 5$$

$|z - z_0| = R -$ окружность



Ответ:

5 Найдите все значения $\sqrt[3]{-216+216i}$. Ответ запишите в показательной форме

$$\sqrt[3]{-216+216i} = \sqrt[3]{216(-1+i)} = \sqrt[3]{\frac{216\cdot 2}{\sqrt{2}}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)} =$$

$$= \sqrt[3]{216\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)+\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)i\right)} = \sqrt[3]{216\sqrt{2}\cdot e^{i\frac{3\pi}{4}}} = 6\sqrt[6]{2}\cdot e^{i(\pi+\frac{2\pi k}{3})},\ k=0,1,2$$

$\boxed{\text{Ответ: } 6\sqrt[6]{2}\cdot e^{i(\pi+\frac{2\pi k}{3})}}$