Физика. ДЗ-1. Механика

Студент группы 2305 Александр Макурин

08.12.2022

1 Задача 1.

$$\tau = \frac{a}{V}$$

$$\begin{cases} u(y) &= ey^2 + fy + g \\ u(0) &= 0 \\ u(a) &= 0 \\ u(\frac{a}{2}) &= u_{max} \end{cases}$$

$$\begin{cases} e \neq 0 \\ -\frac{f^2}{4e} + g = u_{max} \\ \frac{\sqrt{f^2 - 4eg}}{2e} = \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{f^2 - 4eg}}{e} = a \\ -\frac{f}{2e} = \frac{a}{2} \Rightarrow -\frac{f}{e} = a \end{cases}$$

$$\sqrt{f^2 - 4eg} = -f \Rightarrow f^2 = f^2 - 4eg \Rightarrow eg = 0$$

$$\left.\begin{cases} e \neq 0 \\ eg = 0 \end{cases}\right| \Rightarrow g = 0$$

$$\left.\begin{cases} -\frac{f^2}{4e} + g = u_{max} \\ -\frac{f}{e} = a \\ g = 0 \end{cases}\right| \Rightarrow \frac{fa}{4} = u_{max} \Rightarrow f = \frac{4u_{max}}{a}$$

$$e = -\frac{f}{a} = -\frac{4u_{max}}{a^2}$$

$$u(y) = -\frac{4u_{max}}{a^2}y^2 + \frac{4u_{max}}{a}y = \frac{4u_{max}}{a}(-\frac{y^2}{a} + y)$$

По непонятным причинам (логически понятно - расстояние по оси Ох зависит от того, сколько времени мы движемся, т. е. с какой скоростью идёт катер, но почему нельзя проинтегрировать по у-ку, если скорость по Ох (u) зависит от него напрямую, непонятно), так нельзя:

$$x(y) = \int_0^y \frac{4u_{max}}{a}(-\frac{y^2}{a}+y)dy = \frac{4u_{max}}{a}\int_0^y (y-\frac{y^2}{a})dy = \frac{4u_{max}}{3a^2}(\frac{3}{2}y^2a - y^3)$$

$$y(t) = \int V_y dt = V_y t$$

$$\begin{aligned} x(t) &= \int u(V_y t)dt = \frac{4u_{max}}{a^2}\int(-V_y^2t^2 + V_y ta)dt = \frac{4u_{max}}{a^2}(-\frac{V_y^2t^3}{3} + \frac{V_y t^2 a}{2}) \\ &= \frac{2u_{max}V_y t^2}{a} - \frac{4u_{max}V_y^2t^3)}{3a^2} \end{aligned}$$

$$t = \frac{y}{V_y} \Rightarrow x(y) = \frac{2u_{max}y^2}{aV_y} - \frac{4u_{max}y^3}{3a^2V_y} = \frac{4u_{max}}{3a^2V_y}(\frac{3}{2}ay^2 - y^3)$$

$$x(y) = \frac{4u_{max}}{3a^2V_y}(\frac{3}{2}ay^2 - y^3)$$

$$d = x(a) = \frac{4u_{max}}{3a^2V_y}(\frac{3}{2}a^3 - a^3) = \frac{2au_{max}}{3V_y}$$

$$V_y = V_k$$

$$\boxed{\text{Ответ: } \left| \begin{aligned} x(y) &= \frac{4u_{max}}{3a^2V_k}(\frac{3}{2}ay^2 - y^3) \\ d &= \frac{2au_{max}}{3V_k} \\ \tau &= \frac{a}{V_k} \end{aligned} \right.}$$

2 Задача 2

$$\begin{cases} y(\varphi) = b\sin(\varphi) \Rightarrow \cos(\varphi) = \sqrt{1-\frac{y^2}{b^2}} \\ x(\varphi) = a\cos(\varphi) \end{cases}$$

$$x(y) = a\sqrt{1-\frac{y^2}{b^2}} \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} = 1 - \frac{y^2}{b^2} \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\boxed{\text{Ответ: } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1}$$

3 Задача 3

$$\left\{\begin{array}{l} r(\varphi) = 2a(1+\cos(\varphi)) \\ \varphi(t) = bt \end{array}\right. \Bigg| \Rightarrow r(t) = 2a(1+\cos(bt))$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$x(t) = r(t)\cos(bt) = 2a\cos(bt)(1+\cos(bt))$$
$$y(t) = r(t)\sin(bt) = 2a\sin(bt)(1+\cos(bt))$$

$$\begin{aligned} v_x(t) &= x'(t) = -2ab\sin(bt)(1+cos(bt)) - 2ab\cos(bt)\sin(bt) = \\ &= -2ab\sin(bt)(1+2\cos(bt)) = -2ab(\sin(bt)+\sin(2bt)) \\ v_y(t) &= y'(t) = 2ab\cos(bt)(1+\cos(bt)) - 2ab\sin(bt)\sin(bt) = \\ &= 2ab(\cos(bt)+\cos^2(bt)-\sin^2(bt)) = 2ab(\cos(bt)+\cos(2bt)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v(t) &= 2ab\sqrt{(\sin(bt)+\sin(2bt))^2+(\cos(bt)+\cos(2bt))^2} = \\ &= 2ab\sqrt{\underline{\sin^2(bt)} + 2\sin(bt)\sin(2bt) + \sin^2(2bt) + \underline{\cos^2(bt)} + 2\cos(bt)\cos(2bt) + \cos^2(2bt)} = \\ &= 2ab\sqrt{2+2\sin(bt)\sin(2bt)+2\cos(bt)\cos(2bt)} = 2ab\sqrt{2(1+\cos(bt))} = \\ &= 2ab\sqrt{2(1+2\cos^2(\frac{bt}{2})-1)} = 4ab\left|\cos\left(\frac{bt}{2}\right)\right| \end{aligned}$$

Тоже непонятно, почему имея зависимость скорости от времени нельзя для нахождения ускорения просто взять производную от скорости:

$$a(t) = v'(t) = 2ab\frac{1}{2\sqrt{4\cos^2\left(\frac{bt}{2}\right)}} \cdot 8\cos\left(\frac{bt}{2}\right) \cdot -\sin\left(\frac{bt}{2}\right) \cdot \frac{b}{2} = -\frac{ab^2\sin(bt)}{\left|\cos\left(\frac{bt}{2}\right)\right|}$$

$$\begin{aligned} a_x(t) &= v_x'(t) = -2ab^2(\cos(bt)+2\cos(2bt)) \\ a_y(t) &= v_y'(t) = -2ab^2(\sin(bt)+2\sin(2bt)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a(t) &= \sqrt{a_x^2+a_y^2} = \\ &= 2ab^2\sqrt{\cos^2(bt)+\sin^2(bt)+4(\cos^2(2bt)+\sin^2(2bt))+4(\cos(bt)\cos(2bt)+\sin(bt)\sin(2bt))} = \\ &= 2ab^2\sqrt{5+4\cos(bt)} \end{aligned}$$