АиГ. ДЗ к 22.11.2022. Вариант №13

Студент группы 2305 Александр Макурин

20 ноября 2022

1 Вычислить произведение матриц

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 3 & -1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \cdot 3 + 1 \cdot 3 - 2 \cdot -1 & -1 \cdot -1 + 1 \cdot -1 - 2 \cdot -3 \\ 1 \cdot 3 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot -1 & 1 \cdot -1 + 3 \cdot -1 + 4 \cdot -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 8 & -16 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\text{Ответ: } \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 8 & -16 \end{pmatrix}}$$

2 Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} -2 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -(-1) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= (-2+4-2(2-2)-(4-2)) + (-2(-2-2)-(-1+1)-(-2-2)) - (-2(4+2)-(2-2)-(2+4)) =$$

$$= 0 + 12 + 18 = 30$$

$$\boxed{\text{Ответ: } 30}$$

3 Вычислить $A^{-1}B^{-1}AB$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 5 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1}B^{-1}AB = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -15 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -15 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -15 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\text{Ответ: } \begin{pmatrix} 1 & -15 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}$$

4 С помощью алгебраических дополнений найти A^{-1}, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -15 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} -15 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -15 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & -15 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & -15 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\begin{vmatrix} 1 & -15 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}} = \begin{pmatrix} 1 & 15 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{1} = \begin{pmatrix} 1 & 15 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\text{Ответ: } \begin{pmatrix} 1 & 15 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}$$