Aufgabe 1)

1.

$$-\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n}\log_2\left(\frac{1}{n}\right) = -\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n}\cdot\left(\log_2(1)-\log_2(n)\right)$$

$$=(-1)\cdot\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{n}\cdot 0-\frac{1}{n}\cdot\log_2(n)\right)$$

$$=(-1)\cdot(-1)\cdot\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n}\cdot\log_2(n)$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n}\cdot\log_2(n)$$

$$=n\cdot\left(\frac{1}{n}\cdot\log_2(n)\right)$$

$$=\frac{n}{n}\cdot\log_2(n) = \underline{\underline{\log_2(n)}}$$

2.

Nein tut sie nicht, denn die maximale Entropie wird genau dann erreicht, wenn die Wahrscheinlichkeiten p_z gleichverteilt sind für alle z aus Z. Somit ist die maximale Entropie bei allen Systemelementen X gleich und unabhängig von der Anzahl der Systemelemente.
Sie ist aber abhängig von der Anzahl der Zeichen z in Z.

3.

Position	0	1	2	3	4
Häufigkeit	0	8	0	0	0
P_z	0/8	8/8	0/8	0/8	0/8

$$H(x) = -(1\cdot\log_2(1) = \pm 0$$

$$H_{max}(x) = -\sum_{i=1}^{5}\frac{1}{5}\cdot\log_2\left(\frac{1}{5}\right) = \log_2(5) \approx 2{,}32$$

4.

Die Entropie dieses Systemelements beträgt null, da es keinen neuen Informationen enthält, denn es tritt immer das gleiche z aus Z auf und somit ist die Unsicherheit des Systemelements gleich null, was der Entropie entspricht, da diese auch als ein Maß für Unsicherheit interpretiert werden kann.

5.

bbbbbbbb

6.

bbbdbdbb

Aufgabe 2

2.1) Am Anfang

1.) Die maximale Entropie wird erreicht, wenn alle Kombinationen gleich wahrscheinlich sind:
$H_{max_x} = -(5 \cdot \frac{4}{20} \log_2 \frac{4}{20}) = 2,32$

$H_{max_y} = -(3 \cdot \frac{1}{3} \log_2 \frac{1}{3}) = 1,58$

$H_{max_s} = -(2 \cdot \frac{10}{20} \log_2 \frac{10}{20}) = 1,00$

$H_{max} = H_{max_s} + H_{max_y} + H_{max_x} = 4,9$

$H_{max_a} = -(20 \cdot \frac{\frac{30}{20}}{30} \log_2 \frac{\frac{30}{20}}{30}) = 6,48$

2.)

Position/Staubig	0,0,s	1,0,s	2,0,s	3,0,s	4,0,s	0,1,s	1,1,s	2,1,s	3,1,s	4,1,s
Häufigkeit	0	0	0	1	0	1	0	1	0	2
p	0	0	0	$\frac{1}{30}$	0	$\frac{1}{30}$	0	$\frac{1}{30}$	0	$\frac{2}{30}$

Position/Staubig	0,2,s	1,2,s	2,2,s	3,2,s	4,2,s	0,0,n	1,0,n	2,0,n	3,0,n	4,0,n
Häufigkeit	2	0	0	1	0	0	2	0	1	0
p	$\frac{2}{30}$	0	0	$\frac{1}{30}$	0	0	$\frac{2}{30}$	0	$\frac{1}{30}$	0

Position/Staubig	0,1,n	1,1,n	2,1,n	3,1,n	4,1,n	0,2,n	1,2,n	2,2,n	3,2,n	4,2,n
Häufigkeit	1	1	1	0	1	0	1	2	0	2
p	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	0	$\frac{1}{30}$	0	$\frac{1}{30}$	$\frac{2}{30}$	0	$\frac{2}{30}$

$H = -(10 \cdot \frac{1}{30} \log_2 \frac{1}{30} + 5 \cdot \frac{2}{30} \log_2 \frac{2}{30}) = 2,93$

$R = H_{max_a} - H = 6,48 - 2,93 = 3,55$

Position (x)	0	1	2	3	4
Häufigkeit	4	4	4	3	5
p_x	$\frac{4}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{5}{20}$

$H_x = -(\frac{4}{20} \log_2 \frac{4}{20} + \frac{4}{20} \log_2 \frac{4}{20} + \frac{4}{20} \log_2 \frac{4}{20} + \frac{3}{20} \log_2 \frac{3}{20} + \frac{5}{20} \log_2 \frac{5}{20}) = 2,30$

$R_x = H_{max_x} - H_x = 2,32 - 2,30 = 0,02$

Position (y)	0	1	2
Häufigkeit	4	8	8
p_y	$\frac{4}{20}$	$\frac{8}{20}$	$\frac{8}{20}$

$H_y = -(\frac{4}{20} \log_2 \frac{4}{20} + \frac{8}{20} \log_2 \frac{8}{20} + \frac{8}{20} \log_2 \frac{8}{20}) = 1,52$

$R_y = 1,58 - 1,52 = 0,06$

Staubig	ja	nein
Häufigkeit	8	12
p_s	$\frac{8}{20}$	$\frac{12}{20}$

$H_s = -(\frac{8}{20} \log_2 \frac{8}{20} + \frac{12}{20} \log_2 \frac{12}{20}) = 0,97$

$R_s = 1,00 - 0,97 = 0,03$

$R = H_{max} - H_x - H_y - H_s = 0,11$

2.2) Nach dem Aufräumen

1.)

Position/Staubig	0,0,s	1,0,s	2,0,s	3,0,s	4,0,s	0,1,s	1,1,s	2,1,s	3,1,s	4,1,s
Häufigkeit	0	0	0	2	2	0	0	0	1	3
p	0	0	0	$\frac{2}{30}$	$\frac{2}{30}$	0	0	0	$\frac{1}{30}$	$\frac{3}{30}$

Position/Staubig	0,2,s	1,2,s	2,2,s	3,2,s	4,2,s	0,0,n	1,0,n	2,0,n	3,0,n	4,0,n
Häufigkeit	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
p	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Position/Staubig	0,1,n	1,1,n	2,1,n	3,1,n	4,1,n	0,2,n	1,2,n	2,2,n	3,2,n	4,2,n
Häufigkeit	0	0	0	0	0	4	4	4	0	0
p	0	0	0	0	0	$\frac{4}{30}$	$\frac{4}{30}$	$\frac{4}{30}$	0	0

$H_a = -(3 \cdot \frac{4}{30} \log_2 \frac{4}{30} + \frac{3}{30} \log_2 \frac{3}{30} + 2 \cdot \frac{2}{30} \log_2 \frac{2}{30} + \frac{1}{30} \log_2 \frac{1}{30}) = 2,18$

Position (x)	0	1	2	3	4
Häufigkeit	4	4	4	3	5
p_x	$\frac{4}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{5}{20}$

$H_x = -(\frac{4}{20} \log_2 \frac{4}{20} + \frac{4}{20} \log_2 \frac{4}{20} + \frac{4}{20} \log_2 \frac{4}{20} + \frac{3}{20} \log_2 \frac{3}{20} + \frac{5}{20} \log_2 \frac{5}{20}) = 2,30$

Position (y)	0	1	2
Häufigkeit	4	4	12
p_y	$\frac{4}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{12}{20}$

$H_y = -(2 \cdot \frac{4}{20} \log_2 \frac{4}{20} + \frac{12}{20} \log_2 \frac{12}{20}) = 1,37$

Staubig	ja	nein
Häufigkeit	8	12
p_s	$\frac{8}{20}$	$\frac{12}{20}$

$H_s = -(\frac{8}{20} \log_2 \frac{8}{20} + \frac{12}{20} \log_2 \frac{12}{20}) = 0,97$

$H = H_x + H_y + H_s = 2,3 + 1,37 + 0,97 = 4,64$

2.)

$M_x = \Delta H_x = 2,3 - 2,3 = 0$

$M_y = \Delta H_y = 1,52 - 1,37 = 0,15$

$M_s = \Delta H_s = 0,97 - 0,97 = 0$

3.)

$R = H_{max} - H = 4,9 - 4,64 = 0,26$

2.3) Nach der Party

1.)

Position (x)	0	1	2	3	4
Häufigkeit	5	3	5	2	5
p_x	$\frac{5}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{5}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{5}{20}$

$H_x = -(3 \cdot \frac{5}{20} \log_2 \frac{5}{20} + \frac{3}{20} \log_2 \frac{3}{20} + \frac{2}{20} \log_2 \frac{2}{20}) = 2,24$

Position (y)	0	1	2
Häufigkeit	8	6	6
p_y	$\frac{8}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{6}{20}$

$H_y = -(\frac{8}{20} \log_2 \frac{8}{20} + 2 \cdot \frac{6}{20} \log_2 \frac{6}{20}) = 1,57$

Staubig	ja	nein
Häufigkeit	11	9
p_s	$\frac{11}{20}$	$\frac{9}{20}$

$H_s = -(\frac{11}{20} \log_2 \frac{11}{20} + \frac{9}{20} \log_2 \frac{9}{20}) = 0,99$

$H = H_x + H_y + H_s = 2,24 + 1,57 + 0,99 = 4,8$

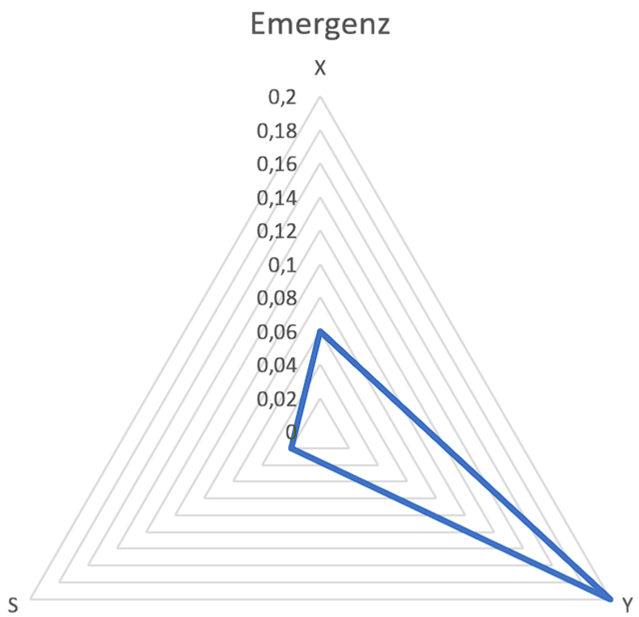
2.)

$M_x = \Delta H_x = 2,3 - 2,24 = 0,06$

$M_y = \Delta H_y = 1,37 - 1,57 = -0,2$

$M_s = \Delta H_s = 0,97 - 0,99 = -0,02$

3.)



Aufgabe 3.4

Entropie

- Die Entropie der Ameisen (x,y) bleibt immer konstant
    - Liegt daran das sie sich nicht ordnen und immer zufällig verteilt sind
- Die Entropie der anderen Systemattribute steigt zuerst, bleibt dann relativ konstant
    - Liegt daran das die Partikel zuerst zufällig verteilt sind und sich dann zu Clustern zusammenfinden

Emergenz

- Die Emergenz von allen Systemattributen schwankt durchgehend
    - Das liegt wahrscheinlich daran, dass wir das vereinfachte Clustering nehmen, welches schlechter Clustert, daher gibt es noch mehr Schwankungen
    - Zudem sind die Systemattribute so gewählt, dass die Emergenz immer schwankt, da z.B. die Ameisen sich immer bewegen
- Die Emergenz ist jedoch am Anfang größer und verringert sich dann
    - Liegt daran das die Partikel mehr geordnet werden