

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5

ПРИБЛИЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ

Теоретический материал к данной теме содержится [1, глава 11].

Отчет по лабораторной работе должен содержать следующие материалы по каждой задаче: 1) постановка задачи; 2) необходимый теоретический материал; 3) решение поставленной задачи; 5) анализ полученных результатов; 6) графический материал (если необходимо); 7) тексты программ.

Варианты заданий к задачам 5.1–5.3 даны в **ПРИЛОЖЕНИИ 5.А**.

ТРЕБОВАНИЯ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ 5

Задачи 5.1- 5.3 выполняются *на Python*.

Задача 5.1. Дана функция $y = f(x)$. Приблизить функцию методом интерполяции, используя многочлен Лагранжа. Степень многочлена N подобрать экспериментально таким образом, чтобы максимальная величина погрешности на отрезке $[a, b]$ не превышала заданной величины $\varepsilon = 10^{-6}$. Построить графики функции, многочлена и график погрешностей.

ПОРЯДОК РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

1. Задать: исходный отрезок $[a, b]$, n - число отрезков разбиения (для начала n взять произвольно) и функцию $f(x)$. Функцию $f(x)$ взять из таблицы 5.1, сняв знак модуля, входящий в выражение для функции. То есть, если в таблице указана, например, функция $f(x) = |x - 1|e^{|x-2|}$, то следует интерполировать функцию $f(x) = (x - 1)e^{x-2}$.
2. Составить таблицу значений функции в $(n+1)$ точке отрезка, то есть задать массивы x и y исходных данных.
3. Составить подпрограмму, выполняющую вычисление функции в произвольной точке t отрезка $[a, b]$ с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа $L(t)$.
4. Построить график функции погрешности $RL(t) = |f(t) - L(t)|$ на отрезке интерполяции и по графику определить максимальную величину полученной погрешности приближения. Если точность не достигнута, то увеличить число узлов интерполяции. Найти значение $n=N$, при котором точность достигается.
5. На одном чертеже построить графики функции и интерполирующего многочлена найденной степени N , на другом чертеже построить график погрешности.

Задача 5.2. Функция $f(x)$ является кусочно-гладкой функцией (см. таблицу 5.1). Приблизить функцию многочленом Лагранжа степени N , где N найдено в задаче 5.1. Предложить и реализовать способ интерполяции, при котором величина погрешности не будет превышать величины $\varepsilon = 10^{-10}$. Оформить отчет по задаче.

Задача 5.3. В таблице 5.2 приведены данные о численности населения некоторых крупнейших стран мира по годам с 1950 -2000 г.г. Заполнить последние два столбца таблицы (взять сведения из интернета). На основе этих данных для конкретного варианта

построить наилучший многочлен по МНК. Найти численность населения страны в 2023 году и сравнить полученное значение с актуальным значением (взять из интернета). Решить ту же задачу на основе интерполяционного многочлена. То есть построить интерполяционный многочлен по значениям с 1950-2020 г.г и выполнить прогноз на 2023 год. Сравнить с актуальными данными. Составить отчет по задаче.

ПРИЛОЖЕНИЕ 5.А.

ВНИМАНИЕ! Номер варианта N для лабораторных работ вычисляется по следующей формуле:

- 1) $N=I$ для группы А-5-22; 2) $N=15+I$ для группы А-13-22
- 3) $N=20+I$ для группы А-14-22 4) $N=51-I$ для группы А-16-22
- 5) $N=31-I$ для группы А-18-22

(здесь I — индивидуальный номер студента по журналу).

Таблица 5.1 к задачам 5.1 и 5.2

N		N		N	
$f(x)$	$[a, b]$	$f(x)$	$[a, b]$	$f(x)$	$[a, b]$
5.2.1 и 5.2.28		5.2.2 и 5.2.29		5.2.3 и 5.2.30	
$ \sin x $	$[-\pi, \pi]$	$ x^2 + x $	$[-2, 2]$	$\left \frac{x}{\cos x} \right $	$[-0.5, 1]$
5.2.4 и 5.2.31		5.2.5 и 5.2.32		5.2.6 и 5.2.33	
$ x - 3 \cdot (x^2 + 1)$	$[0, 4]$	$ x - 1 e^x$	$[0, 2]$	$ \cos x $	$[0, \pi]$
5.2.7 и 5.2.34		5.2.8 и 5.2.35		5.2.9 и 5.2.36	
$x(x - 4)$	$[-5, 5]$	$(x + 1) \cdot x^2 - 2 $	$[0, 2]$	$e^{ \sin(2x) }$	$[0.8, 2.3]$
5.2.10 и 5.2.37		5.2.11 и 5.2.38		5.2.12 и 5.2.39	
$ tg x $	$[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$	$ x^4 + x $	$[-1, 1]$	$\frac{ x \sin(x)}{x}$	$[-3, 3]$
5.2.13 и 5.2.40		5.2.14 и 5.2.41		5.2.15 и 5.2.42	
$ x - 3 \cdot (x^3 + 1)$	$[2, 4]$	$ x - 2 e^{x-1}$	$[-1, 3]$	$ \cos x + 0.5 $	$[0, \pi]$
5.2.16 и 5.2.43		5.2.17 и 5.2.44		5.2.18 и 5.2.45	
$e^{ x } \cos(x^2)$	$[-1, 1]$	$\sin(x)$	$[-2, 2]$	$ \cos(x - \pi) $	$[0, \pi]$
5.2.19 и 5.2.46		5.2.20 и 5.2.47		5.2.21 и 5.2.48	
$ x \cos(x)$	$[-1.5, 1.5]$	$\frac{ x - 2 }{x + 1}$	$[0, 5]$	$\left(x - \frac{3}{2} \right) 2^{-x}$	$[-1, 1]$
5.2.22 и 5.2.49		5.2.23 и 5.2.50		5.2.24 и 5.2.51	
$ \sqrt[3]{x} + 1$	$[-2, 2]$	$\sqrt{ x - 2 }$	$[0, 4]$	$e^x \sin(5x)$	$[-1, 1]$
5.2.25 и 5.2.52		5.2.26 и 5.2.53		5.2.27 и 5.2.54	
$x^2 \cos(x) $	$[0, 2]$	$(x - x)e^x$	$[-1, 0.5]$	$tg(x + x)$	$[-0.6, 0.6]$

Таблица к задаче 5.2

N	Страна	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010	2020
5.3.0	Весь мир	2507	3050	3700	4400	5235	6082	7000	7800
5.3.1	США	153	176	200.5	227	247	277		
5.3.2	Германия	67	72	77	78.5	79	82		
5.3.3	Франция	42	46	50.5	54	56.5	59		
5.3.4	Великобритания	52	55	57	57.5	58	59		
5.3.5	Япония	83	93	104	116.8	123.5	127		
5.3.6	Индия	338	438	556	688	840	1030		
5.3.7	Бразилия	51	70	93.5	121.5	141	174.5		
5.3.8	Пакистан	35	48.5	65	82.5	114	145		
5.3.9	Россия	112	123	132.5	139	150	144		
5.3.10	Бангладеш	42	54	68.5	87	107	131		
5.3.11	Мексика	24	34	47.50	67.50	80	110		
5.3.12	Филиппины	21	29	39	48.5	63	83		
5.3.13	Италия	46.5	50	53	56.5	56.5	58		
5.3.14	Колумбия	11	15	20.5	28.5	32	43.5		
5.3.15	Таиланд	24	31	38.5	47	55	62.5		
5.3.16	Канада	15	18	21	24.6	28.5	31		
5.3.17	Австралия	8.2	10	13	14.7	17	19.5		
5.3.18	Аргентина	16.5	20	24	28	33	37		
5.3.19	Чили	6	7.5	9.5	11	13	16		
5.3.20	Перу	8	10.5	14	17.5	22	25		
5.3.21	Индонезия	77	98.5	124	148.5	184	228		
5.3.22	Тайвань	11.5	13.5	16	18	21	23.5		
5.3.23	Южная Африка	155	210	285	375	510	650		
5.3.24	Вост. Европа	89	98	106	117	119	122		
5.3.25	Австрия	6.8	7	7.4	7.6	8	8		
5.3.26	Бельгия	8.4	8.7	9.2	9.8	10.1	10.2		
5.3.27	Нидерланды	9.7	11	12.5	14.2	14.5	16.4		
5.3.28	Швеция	7.2	7.7	8.2	8.3	8.8	8.9		
5.3.29	Швейцария	5.3	5.7	6.2	6.3	7	7.1		
5.3.30	Латин. Америка	156	208.5	275.5	358	426	520		
5.3.31	Польша	25.5	29.5	35.6	38.1	38.6	38.4		
5.3.32	Украина	36.5	42.4	47.1	49.9	51.6	49.1		
5.3.33	Чехия	8.9	9.6	9.9	10.3	10.4	10.3		
5.3.34	Словакия	3.5	4.0	4.6	4.9	5.3	5.4		
5.3.35	Беларусь	7.7	8.1	8.9	9.6	10.2	10.0		
5.3.36	Казахстан	6.8	10.2	13.0	14.8	16.7	14.9		
5.3.37	Грузия	3.5	5.3	4.7	5.0	5.4	4.4		
5.3.38	Литва	2.6	2.8	3.1	3.4	3.7	3.5		
5.3.39	Латвия	1.9	2.1	2.4	2.5	2.7	2.4		

5.3.40	Эстония	1.1	1.2	1.4	1.5	1.6	1.4		
5.3.41	Болгария	7.28	7.83	8.47	8.85	8.85	8.03		
5.3.42	Турция	21.5	27.2	34.4	43.4	53.5	62.8		
5.3.43	Марокко	9.1	12.1	15.9	19.8	24.7	28.8		
5.3.44	Польша	25.5	29.5	32.7	35.6	38.1	38.5		
5.3.45	Танзания	7.7	9.9	13.4	18.4	25.1	33.6		
5.3.46	Испания	28.3	30.3	33.7	37.6	39.2	40.6		
5.3.47	Египет	21.6	26.7	34.4	42.8	55.7	67.7		
5.3.48	Эфиопия	18.6	21.9	28	34.9	47.2	65.5		
5.3.49	Непал	8.6	10	11.9	14.7	18.5	23.5		
5.3.50	Мьянма	17.7	21.3	26.8	35.3	41.7	47.4		
5.3.51	Китай	551.5	639.5	798	971	1145	1266		
5.3.52	Ангола	4.5	5.2	6.2	8.1	11	14.8		
5.3.53	Малайзия	6.2	8	10.8	13.7	18	23.2		
5.3.54	Кения	6.2	8	11.1	16	23.1	30.7		
5.3.55	Мадагаскар	4.1	5	6.5	8.6	11.4	15.5		
5.3.56	Шри-Ланка	8.1	9.8	12.4	14.9	17.2	18.7		
5.3.57	Португалия	8.5	8.7	8.7	9.7	9.9	10.3		
5.3.58	Румыния	16.4	18.5	20.4	22.5	23.5	22.2		
5.3.59	Гонконг	2	3	3.9	5	5.8	6.7		
5.3.60	Греция	7.6	8.3	8.8	9.6	10.1	10.9		

ЛИТЕРАТУРА

1. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. Вычислительные методы для инженеров. М.: Высшая школа, 2014.