

Вопросы и задачи по теме: “Решение нелинейных уравнений”

1. Постановка задачи нахождения приближенного решения уравнения.
2. Итерационное уточнение корней: порядок сходимости метода, априорные и апостериорные оценки погрешности.
3. Метод бисекции: описание метода, скорость сходимости, критерий окончания.
4. Метод простой итерации решения нелинейного уравнения: описание метода, условие и скорость сходимости, критерий окончания, геометрическая иллюстрация, приведение к виду, удобному для итераций.
5. Метод Ньютона решения нелинейного уравнения: описание метода, теорема о сходимости, критерий окончания, геометрическая иллюстрация.
6. Недостатки метода Ньютона. Модификация метода Ньютона для поиска кратных корней.
7. Упрощенный метод Ньютона. Алгоритм, порядок сходимости и геометрическая интерпретация.
8. Метод секущих. Алгоритм, порядок сходимости и геометрическая интерпретация.
9. Метод ложного положения. Алгоритм, порядок сходимости и геометрическая интерпретация.
10. Интервал неопределенности корня.

Практические задания.

1. Сколько корней имеет уравнение

а) $2^{2x} + e^x - 2 = 0$

2. Найти простые и кратные корни уравнения

а) $x^6 - 2x^4 + x^2 = 0$. б) $x - \sin x = 0$

3. Убедиться, что $[1,2]$ – отрезок локализации для положительного корня уравнения

$$2^{x-1} - \frac{1}{x} - 1 = 0$$

. Методом бисекции выполнить 3 шага метода и записать ответ с учетом погрешности.

4. Доказать, что если $[a, b]$ — отрезок локализации, то количество делений отрезка пополам, доста-

$$k(\varepsilon) = \left\lceil \log_2 \frac{b-a}{\varepsilon} \right\rceil - 1$$

точное для достижения точности ε , находится по формуле

(здесь символ $\lceil a \rceil$ означает ближайшее сверху целое число к a).

5. Определить, сходится ли итерационный процесс $x^{(k+1)} = 0.5x^{(k)} + 1/x^{(k)}$ $x^{(0)} \neq 0$?

Если сходится, то к какому значению?

6. Определить количество корней уравнения $x - \cos x = 0$. Для положительного корня выписать расчетные формулы метода простой итерации с параметром, обеспечив выполнение достаточного условия сходимости.

7. Решить уравнение $e^{-x} - \ln(x-1) = 0$ с точностью 0.01: а) методом простой итерации б) методом ложного положения в) методом секущих с) упрощенным методом Ньютона.

ОТВЕТЫ.

1. Один
- 2.а. Уравнение имеет 3 корня : $x = -1$, $x = 0$, $x = 1$. Все три корня кратные, кратности 2.
- 2б. $x = 0$, кратность корня 3.
3. $x_2 = 1.6875 \pm 0.0625$
5. Сходится к $\sqrt{2}$
6. Корень один $x = 0.739085$
7. Корень $x = 2.1266375$

