

# Logique des Prédicats

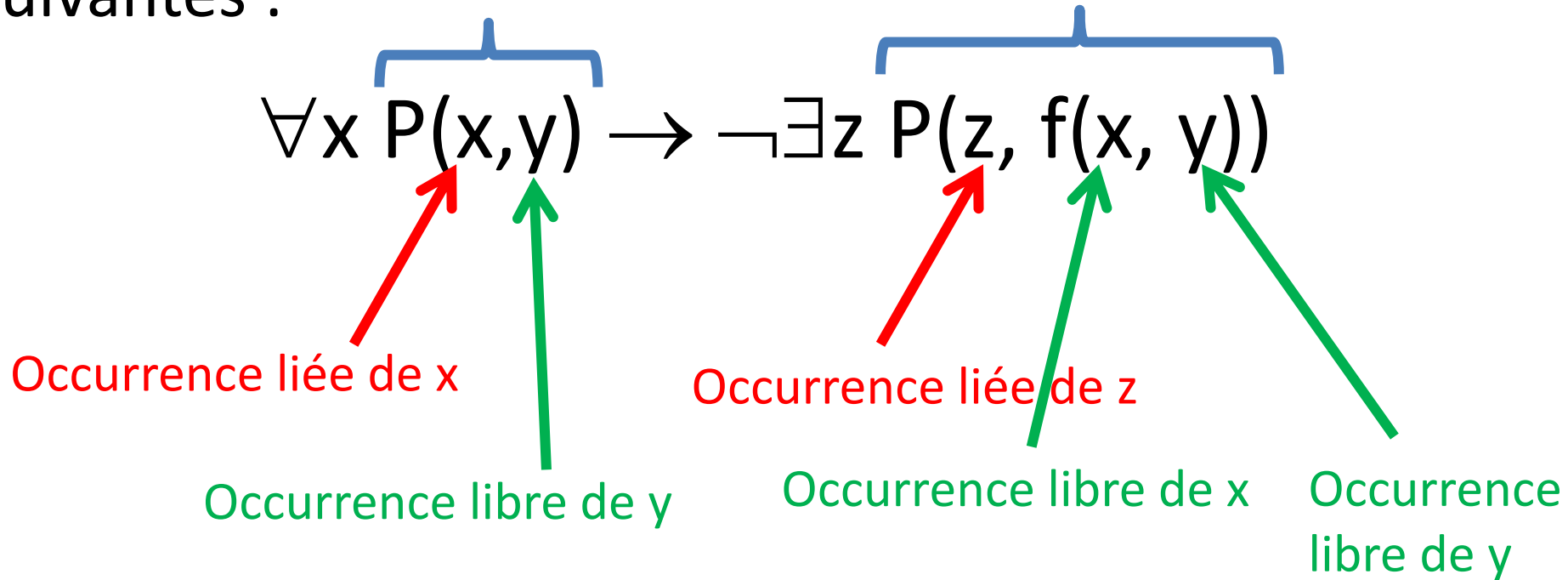
## **Corrigé Série N°5** **Exo 3**

### Etude Syntaxique

USTHB  
Faculté Informatique  
L. KADDOURI

# Série N°5 : Exercice N°3

1/ Déterminer les occurrences libres et liées et les variables libres et liées dans les formules suivantes :

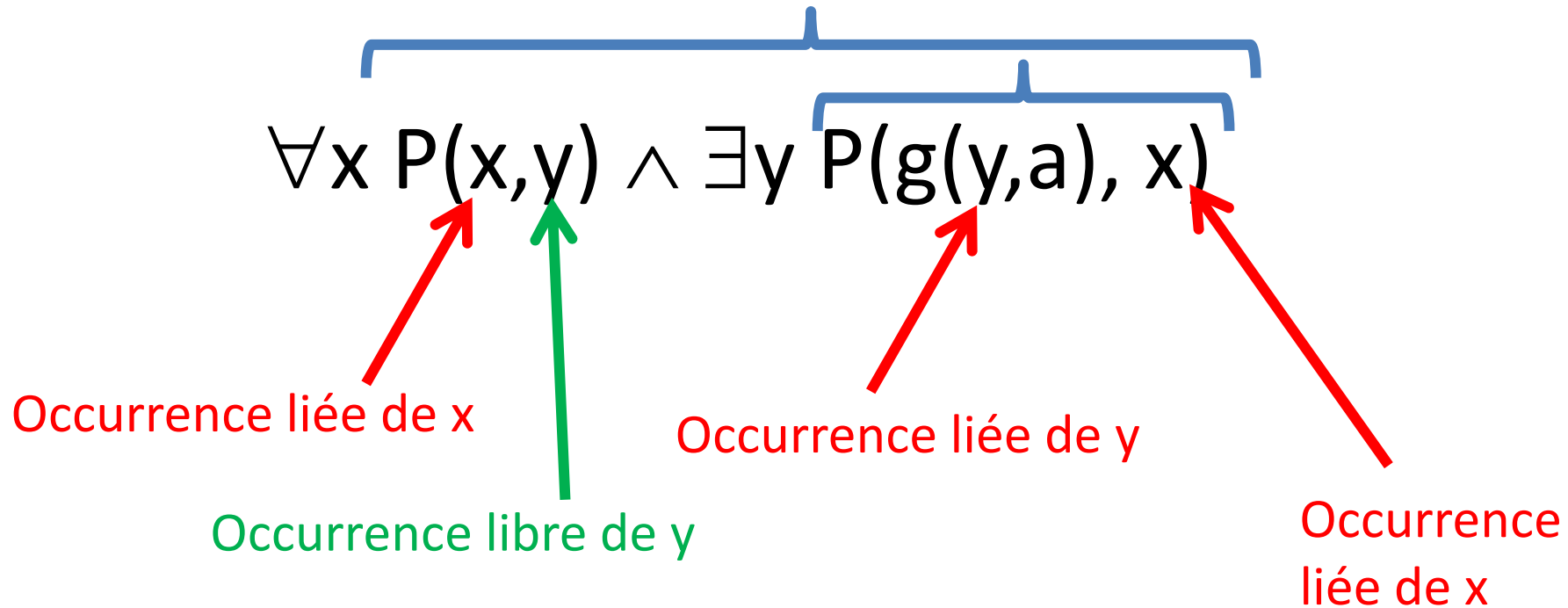


$x$  est une Var Libre et Liée

$y$  est une Var Libre

$z$  est une Var Liée

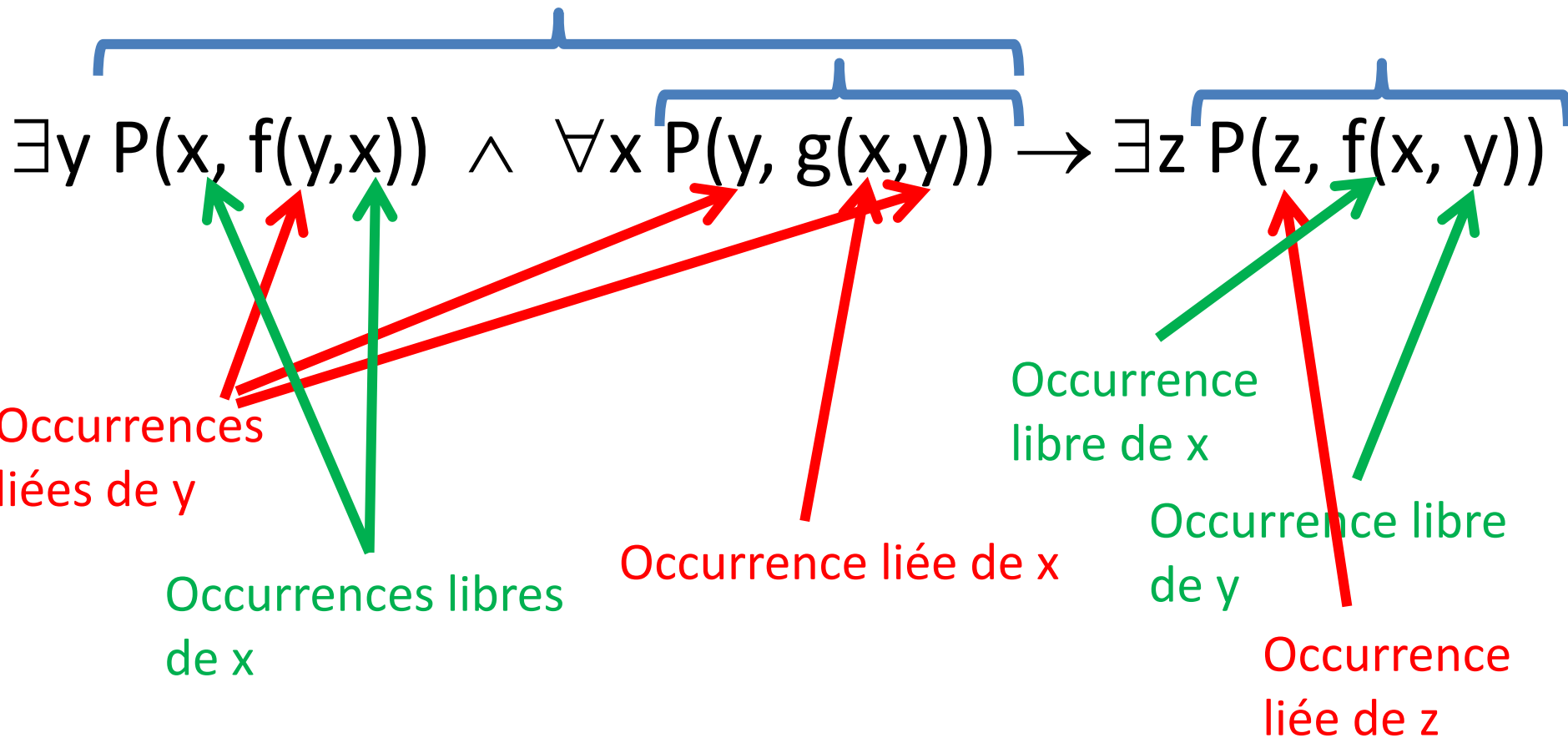
# Série N°5 : Exercice N°3



x est une Var Liée

y est une Var Libre et Liée

# Série N°5 : Exercice N°3



$x$  est une Var Libre et Liée

$y$  est une Var Libre et Liée

$z$  est une Var Liée

# Série N°5 : Exercice N°3

$$\exists x P(x, y) \rightarrow \exists z \forall y Q(z, y) \rightarrow R(x, y, z)$$

Occurrence  
liée de x

Occurrence liée  
de z

Occurrence liée  
de y

Occurrence libre de y

Occurrence libre  
de x

Occurrence  
libre de y

Occurrence libre  
de z

x est une Var Libre et Liée  
y est une Var Libre et Liée  
z est une Var Libre et Liée

# Série N°5 : Exercice N°3

2a/ Est-ce que le terme  $t_1 = f(x, y)$  est libre pour  $x$  dans

$$\alpha_1 : Q(x, y) \wedge \exists x \ P(y, x)$$

$$\alpha_1 [t_1/x] : Q(f(x, y), y) \wedge \exists x \ P(y, x)$$

Les variables du terme  $t_1 = f(x, y)$  restent libres après substitution, donc :  **$t_1$  Libre pour  $x$  dans  $\alpha_1$**

2b/ Est-ce que le terme  $t_2 = f(x, z)$  est libre pour  $y$  dans

$$\alpha_1 : Q(x, y) \wedge \exists x \ P(y, x)$$

$$\alpha_1 [t_2/x] : Q(x, f(x, z)) \wedge \exists x \ P(f(x, z), x)$$

La variable  $x$  du terme  $t_2 = f(x, z)$  devient liée après substitution, donc :  **$t_2$  N'est pas Libre pour  $y$  dans  $\alpha_1$**

# Série N°5 : Exercice N°3

2a/ Est-ce que le terme  $t_1 = f(x, y)$  est libre pour  $x$  dans

$$\alpha_2 : \forall x Q(x, y) \rightarrow P(y, a)$$

Il n'y a pas d'occurrence libre de  $x$  dans  $\alpha_2$  donc :

**$t_1$  Libre pour  $x$  dans  $\alpha_2$**

2b/ Est-ce que le terme  $t_2 = f(x, z)$  est libre pour  $y$  dans

$$\alpha_2 : \forall x Q(x, \textcircled{y}) \rightarrow P(\textcircled{y}, a)$$

$$\alpha_2 [t_2/x] : \forall x \overbrace{Q(x, f(x, z))} \rightarrow P(f(x, z), a)$$

La variable  $x$  du terme  $t_2 = f(x, z)$  devient liée après substitution, donc :  **$t_2$  N'est pas Libre pour  $y$  dans  $\alpha_2$**

# Série N°5 : Exercice N°3

2a/ Est-ce que le terme  $t_1 = f(x, y)$  est libre pour  $x$  dans

$$\alpha_3 : P(x, y) \vee \neg \exists z P(z, f(x, y))$$

$$\alpha_3 : P(f(x, y), y) \vee \neg \exists z P(z, f(f(x, y), y))$$

Les variable du terme  $t_1 = f(x, y)$  restent libres après substitution, donc :  **$t_1$  Libre pour  $x$  dans  $\alpha_3$**

2b/ Est-ce que le terme  $t_2 = f(x, z)$  est libre pour  $y$  dans

$$\alpha_3 : P(x, y) \vee \neg \exists z P(z, f(x, y))$$

$$\alpha_3 : P(x, f(x, z)) \vee \neg \exists z P(z, f(x, f(x, z)))$$

La variable  $z$  du terme  $t_2 = f(x, z)$  devient liée après substitution, donc :  **$t_2$  N'est pas Libre pour  $y$  dans  $\alpha_3$**