

Logique des Prédicats

Corrigé Série N°5

Etude Syntaxique
Le Langage

USTHB
Faculté Informatique
L. KADDOURI

Logique des Prédicats

Corrigé Série N°5

Exo 1

Série N°5 : Exercice N°1

Soit L le langage des prédicats du premier ordre comportant :

- deux symboles de constante **a** et **b**,
- deux symboles de variable **x** et **y**,
- un symbole de prédicat unaire **P** et un symbole de prédicats binaire **R**,
- et un symbole de fonction unaire **f**.

Indiquer les expressions bien formées (correctes) de ce langage parmi les expressions suivantes :

Série N°5 : Exercice N°1

$R(P(x), b)$	$R(P(x), b)$	$P(x)$ doit être un terme (Cst, Var ou Fonction(..))
$R(a, f(x))$	$R(a, f(x))$	Formule CORRECTE
$f(R(a, b))$	$f(R(a, b))$	Une fonction ne peut pas être appliquée a un prédicat

Série N°5 : Exercice N°1

$P(x) \vee \neg R(a, f(b))$	$P(x) \vee \neg R(a, f(b))$	Formule CORRECTE
$R(\neg a, f(x)) \rightarrow P(b)$	$R(\neg a, f(x)) \rightarrow P(b)$	La négation est appliquée sur une formule et non pas sur une constante
$\forall x R(a, f(x))$	$\forall x R(a, f(x))$	Formule CORRECTE

Série N°5 : Exercice N°1

$\forall x \exists y (P(x) \leftrightarrow R(a, y))$	$\forall x \exists y (P(x) \leftrightarrow R(a, y))$	Formule CORRECTE
$\forall x f(x)$	$\forall x f(x)$	Le quantifieur \forall doit être appliqué à une formule. Or $f(x)$ est un terme
$\forall x \exists b P(x) \rightarrow (R(a, f(x)) \vee P(b))$	$\forall x \exists b P(x) \rightarrow (R(a, f(x)) \vee P(b))$	La constante b ne peut pas être quantifiée par \exists

Série N°5 : Exercice N°1

$P(y) \rightarrow \exists y P(y)$	$P(y) \rightarrow \exists y P(y)$	Formule CORRECTE
$\exists \neg x R(x, a)$	$\exists \neg x R(x, a)$	Le connecteur \neg ne peut pas se trouver entre \exists et la variable quantifiée x
$\exists P(x) P(x) \rightarrow f(x)$	$\exists P(x) P(x) \rightarrow f(x)$	Le prédicat $P(x)$ ne peut pas être quantifié par \exists Et $f(x)$ n'est une formule

Logique des Prédicats

Corrigé Série N°5

Exo 2

Série N°5 : Exercice N°2

Traduire les phrases suivantes dans le langage des prédicats (définir les symboles adéquats) :

- Tous les lions sont féroces.
- Certains étudiants n'ont pas compris les déductions logiques.
- Personne n'a ri ni même souri.
- Seuls les étudiants ont participé à la campagne de nettoyage du campus.
- Aucun enseignant n'est venu à la réunion.
- Aucune femme n'est assise à côté d'une autre femme.
- Tous les enfants sauf Ali sont restés sages.
- Tous les chiens sauf le lévrier sont moins rapides que les loups.
- Le double d'un entier naturel est toujours pair.

Série N°5 : Exercice N°2

Tous les lions sont féroces.

L : Relation / $L(x) = \{ x \text{ est un Lion} \}$ et

F : Relation / $F(x) = \{ x \text{ est Féroce} \}$

$$\forall x \underbrace{(L(x) \rightarrow F(x))}$$

~~2eme Sol:~~

~~LF : Relation / $LF(x) = \{ x \text{ est un Lion Féroce} \}$~~

$$\forall x \text{ ~~LF(x)~~}$$

Série N°5 : Exercice N°2

Certains étudiants n'ont pas compris les déductions logiques.

E : Relation / $E(x) = \{x \text{ est un Etudiant}\}$ et
C : Relation / $C(x) = \{x \text{ a compris les déductions Logiques}\}$

$$\exists x (E(x) \wedge \neg C(x))$$

Série N°5 : Exercice N°2

Personne n'a ri ni même souri.

R : Relation / $R(x) = \{ x \text{ a ri} \}$ et

S : Relation / $S(x) = \{ x \text{ a souri} \}$

$$\forall x \ (\neg R(x) \wedge \neg S(x))$$

Série N°5 : Exercice N°2

Seuls les étudiants ont participé à la campagne de nettoyage du campus.

E : Relation / $E(x) = \{ x \text{ est un Etudiant} \}$ et
 P : Relation / $P(x) = \{ x \text{ a participé à la campagne de nettoyage du campus} \}$

$$\forall x \quad (P(x) \rightarrow E(x))$$

Série N°5 : Exercice N°2

Aucun enseignant n'est venu à la réunion.

E : Relation / $E(x) = \{x \text{ est un Enseignant}\}$ et

R : Relation / $R(x) = \{x \text{ est venu à la réunion}\}$

$$\forall x (E(x) \rightarrow \neg R(x))$$

Série N°5 : Exercice N°2

Aucune femme n'est assise à côté d'une autre femme.

F : Relation / $F(x) = \{ x \text{ est une Femme} \}$ et

A: Relation / $A(x, y) = \{ x \text{ est assis à côté de } y \}$

$$\forall x \forall y ((F(x) \wedge A(x, y)) \rightarrow \neg F(y))$$

$$\forall x \forall y ((F(x) \wedge F(y)) \rightarrow \neg A(x, y))$$

Série N°5 : Exercice N°2

Tous les enfants sauf Ali sont restés sages.

E : Relation / $E(x) = \{x \text{ est un Enfant}\}$ et

S : Relation / $S(x) = \{x \text{ est resté sage}\}$

et a : Constante (qui représente ALI)

$$\forall x \quad ((E(x) \wedge \neg x=a) \rightarrow S(x))$$

$$\neg (t1=t2) \quad \text{remplace} \quad \neg Eg(t1,t2)$$

$$Eg(x, y) = \{ (x, y) / x = y \}$$

Série N°5 : Exercice N°2

Tous les chiens sauf le lévrier sont moins rapides que les loups.

C : Relation / $C(x) = \{x \text{ est un Chien}\}$ et

LV : Relation / $LV(x) = \{x \text{ est un Lévrier}\}$

LP : Relation / $LP(x) = \{x \text{ est un Loup}\}$ et

R : Relat / $R(x, y) = \{x \text{ est moins rapide que } y\}$

Solution 1 :

$$\forall x \forall y ((C(x) \wedge \neg LV(x) \wedge LP(y)) \rightarrow R(x, y))$$

Solution 2 :

$$\forall x ((C(x) \wedge \neg LV(x)) \rightarrow \forall y (LP(y) \rightarrow R(x, y)))$$

Série N°5 : Exercice N°2

Le double d'un entier naturel est toujours pair.

E : Relation / $E(x) = \{ x \text{ est un entier naturel} \}$ et

P : Relation / $C(x) = \{ x \text{ est Pair} \}$ et

double : Fonction \mathbb{N} dans \mathbb{N} / $d(x) = x * 2$

Solution 1 :

$$\forall x \forall y ((E(x) \wedge E(y) \wedge y = d(x)) \rightarrow P(y))$$

Solution 2 :

$$\forall x (E(x) \rightarrow P(d(x)))$$