Logique des Prédicats

Corrigé Série N°7

Etude Sémantique

USTHB
Faculté Informatique
L. KADDOURI

Logique des Prédicats

Corrigé Série N°7
Exo 2

Série N°7 : Exercice N°2

Etant donné un langage du 1er ordre avec égalité contenant le prédicat binaire P.

On définit l'interprétation I :

- domaine D=N
- Et telle que I(P)= ‘ < ‘ $\subset N^2$
- = {(x,y) / x<y}

Etudier pour l'interprétation I la satisfaisabilité des formules suivantes :

Série N°7 : Exercice N°2

α_1 : $\forall x \, \exists y \, P(x, y)$

Formule fermée

$I(\alpha_1)$: $I(\forall x \, \exists y \, P(x, y))$

: Qqsoit $e1 \in N$, il existe $e2 \in N$: $e1 < e2$

C'est VRAI

Pour chaque entier e1 fixé, il suffit de prendre l'entier e2=e1+1 (le suivant)

Donc, puisque α_1 est fermée alors :

α_1 est valide pour I

Série N°7 : Exercice N°2

α_2 : $\exists x \, \forall y \, P(x, y)$

Formule fermée

$I(\alpha_2)$: $I(\exists x \, \forall y \, P(x, y))$

: il existe $e1 \in N$, Qqsoit $e2 \in N$: $e1 < e2$

C'est FAUX

Contre exemple : Pour l'entier $e2=0$, il n'existe pas d'entier e1

Donc, puisque α_2 est fermée alors :

α_2 est NON valide pour I

Série N°7 : Exercice N°2

α_3 : $\forall x\ \forall y\ (\neg(x=y) \rightarrow P(x, y) \vee P(y, x))$

Formule fermée

$I(\alpha_3)$: $I(\forall x\ \forall y\ (\neg(x=y) \rightarrow P(x, y) \vee P(y, x)))$

: Qqsoit $(e1,e2) \in N^2$:

Si $e1 \neq e2$ Alors $e1<e2$ OU $e2<e1$

C'est VRAI

Pour tout couple d'entiers (e1, e2), S'ils sont différents, Alors soit e1<e2, soit e2<e1

Donc, puisque α_3 est fermée alors :

α_3 est valide pour I

$$\alpha \;:\; x = y$$

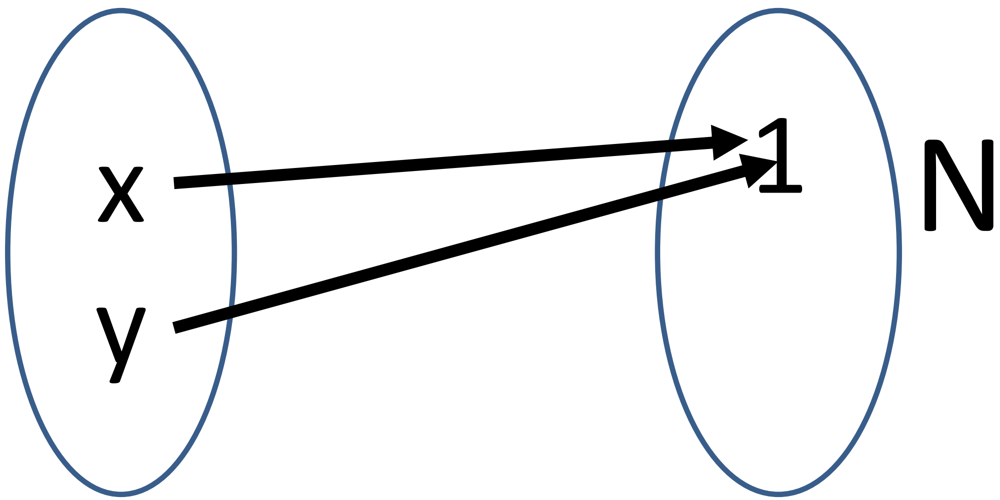
Soit I l'interp

Domaine D=N entiers

Definir une VALUATION V

$I(\alpha)[V] : V(x)=V(y)$

V2



$I(\alpha)[V] : V2(x)=V2(y)=1$

$1 = 1$ VRAI

Série N°7 : Exercice N°2

α_4 : $\neg(x=y) \rightarrow P(x, y)$

Formule NON fermée

$I(\alpha_4)$ [V] : $I(\neg(x=y) \rightarrow P(x, y))$ [V]

: Si $V(x) \neq V(y)$ Alors $V(x)<V(y)$

Soit la valuation V1/ $V1(x)=3$ et $V1(y)=5$

Si $3 \neq 5$ Alors $3 < 5$ ....C'est VRAI

Donc : **α_4 est Satisfaite par V1 pour I**

Soit la valuation V2/ $V2(x)=5$ et $V2(y)=3$

Si $5 \neq 3$ Alors $5 < 3$ ....C'est FAUX

Donc : **α_4 est NON Satisfaite par V2 pour I**

Conclusion : **α_4 est Satisfiable mais non valide pour I**

Logique des Prédicats

Corrigé Série N°7
Exo 3

Série N°7 : Exercice N°3

Etant donné un langage du 1er ordre contenant :

- un symbole de constante a,
- un prédicat binaire P et
- une fonction binaire g.

l'interprétation J de domaine D=N telle que

J(a)=1 , J(P)=‘ ≥ ' et J(g)='*'.

Etudier pour l'interprétation J la satisfaisabilité des formules suivantes :

Série N°7 : Exercice N°3

β_1 : P(g(x, y), a)

Formule Non fermée

J(β_1) [V] : J(P(g(x, y), a)) [V]

: V(x) * V(y) ≥ 1

Soit la valuation V1/ V1(x)=2 et V1(y)=3

2 * 3 ≥ 1 c.-à-d. 6 ≥ 1 ………….C'est VRAI

Donc : β_1 **est Satisfaite par V1 pour J**

Soit la valuation V2/ V2(x)=2 et V2(y)=0

2 * 0 ≥ 1 c.-à-d. 0 ≥ 1 ………….C'est FAUX

Donc : β_1 **est Non Satisfaite par V2 pour J**

Conclusion : β_1 **est Satisfiable mais non valide pour J**

Série N°7 : Exercice N°3

β_2 : $P(x, y) \to P(y, x)$

Formule Non fermée

$J(\beta_2)$ [V] : $J(P(x, y) \to P(y, x))$ [V]

: Si $V(x) \geq V(y)$ Alors $V(y) \geq V(x)$

Soit la valuation V1/ V1(x)=2 et V1(y)=2

Si $2 \geq 2$ Alors $2 \geq 2$ ....C'est VRAI

Donc : β_2 **est Satisfaite par V1 pour J**

Soit la valuation V2/ V2(x)=3 et V2(y)=2

Si $3 \geq 2$ Alors $2 \geq 3$ ....C'est FAUX

Donc : β_2 **est Non Satisfaite par V2 pour J**

Conclusion : β_2 **est Satisfiable mais non valide pour J**

Série N°7 : Exercice N°3

β_3 : $\forall x \, \forall y \, \forall z \, (P(x, y) \wedge P(y, z) \rightarrow P(x, z))$

Formule fermée

$J(\beta_3)$: $J(\forall x \, \forall y \, \forall z \, (P(x, y) \wedge P(y, z) \rightarrow P(x, z)))$

: Qqsoit $(e1,e2,e3) \in N^3$:

Si $e1 \geq e2$ ET $e2 \geq e3$ Alors $e1 \geq e3$

C'est VRAI

Par transitivité de la relation $\geq$

Donc, puisque β_3 est fermée alors :

β_3 est valide pour J