

Logique des Propositions

Corrigé Série N°4 **Exo3**

Etude Sémantique

Série N°4 : Exercice N°3

Langage \mathcal{L} (\neg , \rightarrow , \leftarrow) avec :

P	Q	$P \leftarrow Q$
V	V	F
V	F	F
F	V	V
F	F	F

Série N°4 : Exercice N°3

1. Montrons que : a) $\neg (P \rightarrow Q) \equiv \neg P \leftarrow \neg Q$

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$P \rightarrow Q$	$\neg(P \rightarrow Q)$	$\neg P \leftarrow \neg Q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	F	F

Série N°4 : Exercice N°3

1. Montrons que : b) $\neg (P \leftarrow Q) \equiv \neg P \rightarrow \neg Q$

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$P \leftarrow Q$	$\neg(P \leftarrow Q)$	$\neg P \rightarrow \neg Q$
V	V	F	F	F	V	V
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	V

Série N°4 : Exercice N°3

2. Dédurre que $\{\neg, \leftarrow\}$ est un S. C. C ?

On sait que $\{\neg, \rightarrow\}$ est un S. C. C

Pour montrer que $\{\neg, \leftarrow\}$ est un S. C. C.

Il faut exprimer :

$\neg\alpha$ et $\alpha \rightarrow \beta$ en fonction de $\{\neg, \leftarrow\}$

D'après la question 1)a) :

$$\neg(\alpha \rightarrow \beta) \equiv \neg\alpha \leftarrow \neg\beta$$

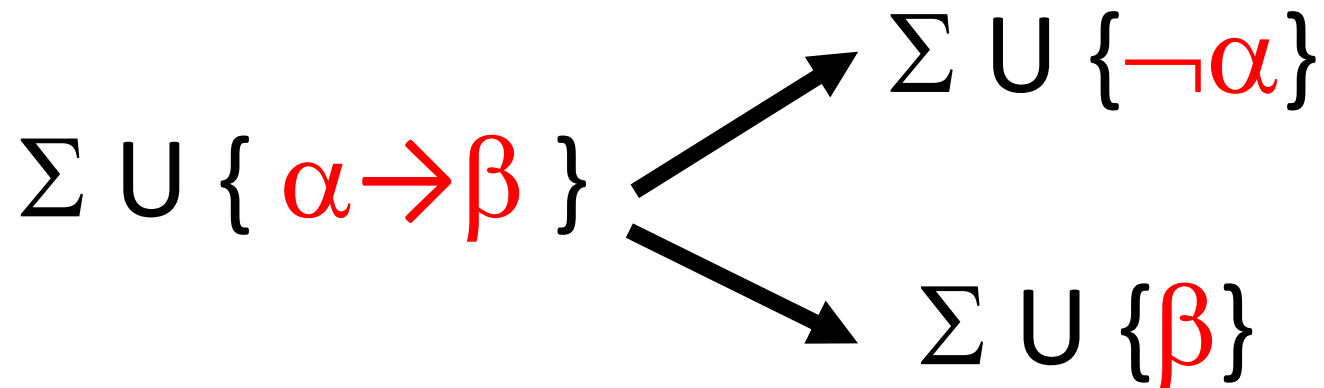
$$\neg\neg(\alpha \rightarrow \beta) \equiv \neg(\neg\alpha \leftarrow \neg\beta)$$

$$\alpha \rightarrow \beta \equiv \neg(\neg\alpha \leftarrow \neg\beta)$$

Donc $\{\neg, \leftarrow\}$ est un S. C. C

Série N°4 : Exercice N°3

3. Rappel des Clauses du \rightarrow



$$\Sigma \cup \{ \neg(\alpha \rightarrow \beta) \} \longrightarrow \Sigma \cup \{ \alpha, \neg \beta \}$$

Série N°4 : Exercice N°3

3. Donnons les Clauses du connecteur \leftarrow .

D'après la question 1)b) :

$$\neg (\alpha \leftarrow \beta) \equiv \neg \alpha \rightarrow \neg \beta$$

$$\neg \neg (\alpha \leftarrow \beta) \equiv \neg (\neg \alpha \rightarrow \neg \beta)$$

$$\alpha \leftarrow \beta \equiv \neg (\neg \alpha \rightarrow \neg \beta)$$

Série N°4 : Exercice N°3

3. Les Clauses du connecteur \leftarrow .

$$\begin{array}{c} \Sigma \cup \{ \alpha \leftarrow \beta \} \\ \Sigma \cup \{ \neg (\neg \alpha \rightarrow \neg \beta) \} \\ \downarrow \\ \Sigma \cup \{ \neg \alpha, \neg \neg \beta \} \\ \downarrow \\ \Sigma \cup \{ \neg \alpha, \beta \} \end{array}$$

Série N°4 : Exercice N°3

3. Les Clauses du connecteur \leftarrow .

$$\Sigma \cup \{\neg (\alpha \leftarrow \beta)\}$$

$$\Sigma \cup \{\neg \neg(\neg \alpha \rightarrow \neg \beta)\}$$



$$\Sigma \cup \{\neg \alpha \rightarrow \neg \beta\}$$



$$\Sigma \cup \{\neg \neg \alpha\}$$



$$\Sigma \cup \{\alpha\}$$



$$\Sigma \cup \{\neg \beta\}$$

Série N°4 : Exercice N°3

En Conclusion
Clauses du \leftarrow

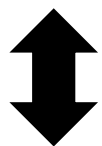
$$\Sigma \cup \{ \alpha \leftarrow \beta \} \longrightarrow \Sigma \cup \{ \neg \alpha, \beta \}$$

$$\Sigma \cup \{ \neg(\alpha \leftarrow \beta) \} \begin{array}{l} \nearrow \Sigma \cup \{ \alpha \} \\ \searrow \Sigma \cup \{ \neg \beta \} \end{array}$$

Série N°4 : Exercice N°3

4. Montrer que :

$$\vdash \underbrace{\neg (B \leftarrow A)}_{\alpha} \rightarrow \underbrace{\neg(\neg(\neg B \rightarrow A) \leftarrow \neg B)}_{\beta}$$



$$\Gamma = \{ \neg (\neg (B \leftarrow A) \rightarrow \neg(\neg(\neg B \rightarrow A) \leftarrow \neg B)) \}$$

Est inconsistent

Série N°4 : Exercice N°3

$$\Gamma = \{ \neg (\neg (B \leftarrow A) \rightarrow \neg (\neg (\neg B \rightarrow A) \leftarrow \neg B)) \}$$

$$\{ \neg (B \leftarrow A) , \neg \neg (\neg (\neg B \rightarrow A) \leftarrow \neg B) \}$$

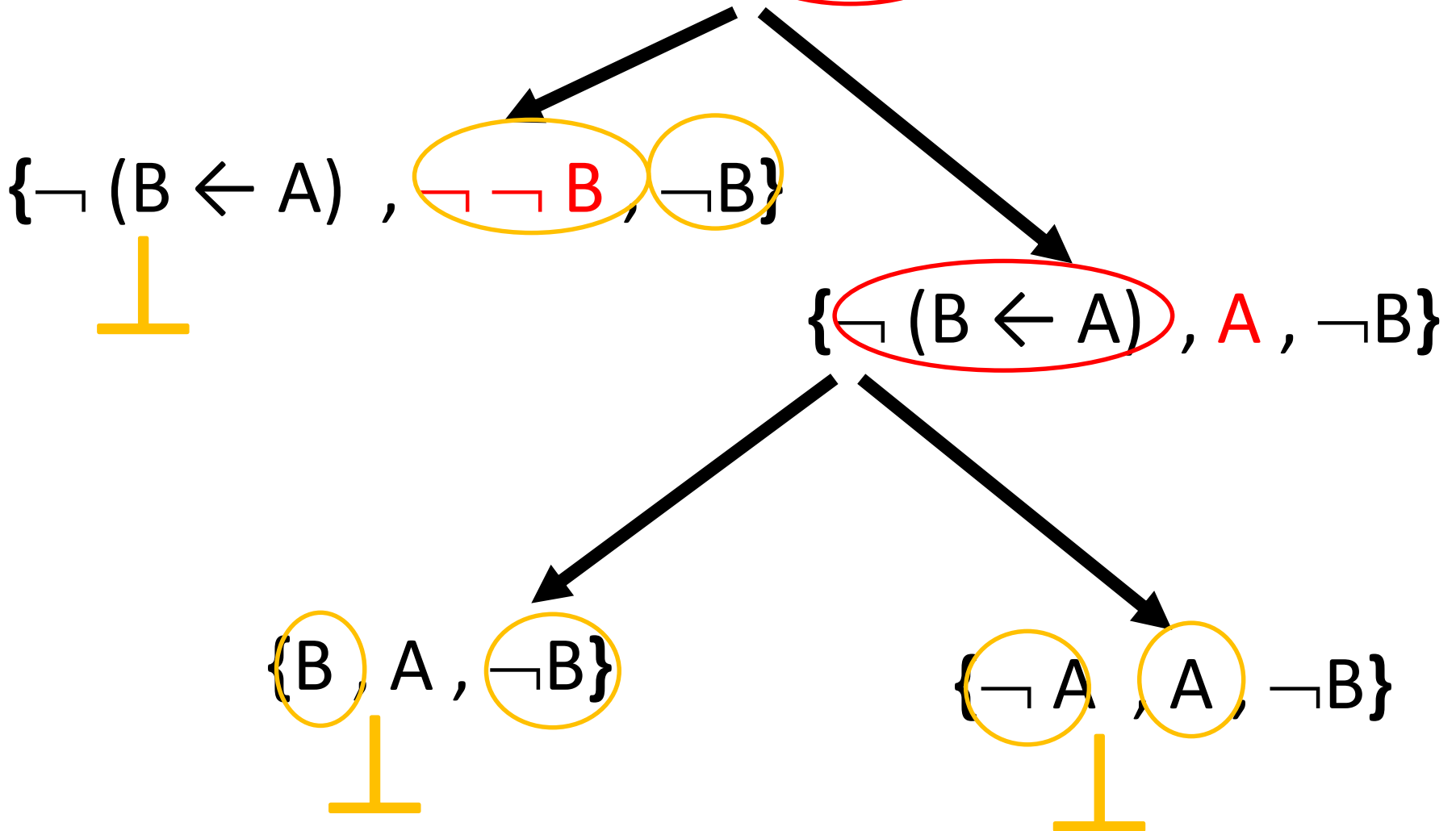
$$\{ \neg (B \leftarrow A) , \neg (\neg B \rightarrow A) \leftarrow \neg B \}$$

$$\{ \neg (B \leftarrow A) , \neg \neg (\neg B \rightarrow A) , \neg B \}$$

$$\{ \neg (B \leftarrow A) , \neg B \rightarrow A , \neg B \}$$

Série N°4 : Exercice N°3

$\{\neg(B \leftarrow A), \neg B \rightarrow A, \neg B\}$

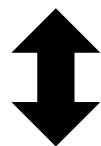


Série N°4 : Exercice N°3

En Conclusion

$$\Gamma = \{ \neg (\neg (B \leftarrow A) \rightarrow \neg(\neg(\neg B \rightarrow A) \leftarrow \neg B)) \}$$

Est inconsistant



$$\vdash \neg (\neg (B \leftarrow A) \rightarrow \neg(\neg(\neg B \rightarrow A) \leftarrow \neg B))$$