

Задание 4

Замкнутость регулярных языков, теорема Майхилла-Нероуда и минимальные автоматы

Усвятцов Михаилб 176б

Задача 1[†]. Доказать, что регулярные языки замкнуты относительно взятия морфизма.

Задача 2[†]. Верно ли, что для любого языка L и любого морфизма $\varphi : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$

1. язык $\varphi(\varphi^{-1}(L))$ совпадает с L ?
2. язык $\varphi^{-1}(\varphi(L))$ совпадает с L ?
3. $\varphi(\varphi^{-1}(L)) \stackrel{?}{=} \varphi^{-1}(\varphi(L))$

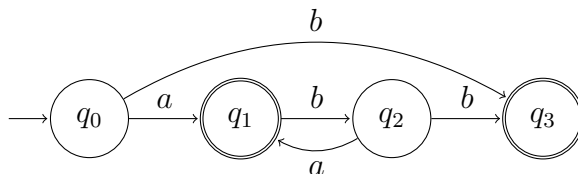
Задача 3[†]. Доказать, что регулярные языки замкнуты относительно операции взятия обратного морфизма.

Задача 4. Доказать, что для языка L выполняется лемма о накачке, но он не является регулярным. Обозначим за PRIMES множество простых чисел. Напомним, что $A^+ = AA^*$.

$$L = b^* \cup \{ab^p \mid p \in \text{PRIMES}\} \cup aa^+b^*.$$

Задача 5. К языку L_1 добавили конечный язык R и получили язык L ($L = L_1 \cup R$). Язык L оказался регулярным. Верно ли, что язык L_1 мог быть нерегулярным?

Задача 6. Язык L задан автоматом \mathcal{A} . Построить минимальный автомат для языка L .



Задача 7. Постройте минимальный автомат для языка \bar{L} из предыдущей задачи.

Задача 8. Найдите все классы эквивалентности Майхилла-Нероуда для языка $\Sigma^*ab\Sigma^*$ и постройте по ним ДКА.