

基于总体最小二乘算法的多站无源定位

王鼎 吴瑛 田建春

(解放军信息工程大学信息工程学院, 郑州 450002)

摘 要: 将总体最小二乘算法应用于多站无源定位中, 分别提出了基于角度估计的总体最小二乘算法, 基于时差估计的总体最小二乘算法以及基于角度和时差估计的总体最小二乘算法。算法首先把非线性的观测方程转化为伪线性的观测方程, 然后构造增广矩阵, 并对该矩阵进行奇异值分解即可估计出目标位置, 因此无需迭代计算或者获得目标位置的粗略估计, 仿真结果表明该算法具有较高的定位精度。

关键词: 多站无源定位; 总体最小二乘算法; 奇异值分解

Multi-Station Passive Location Based on TLS Algorithm

WANG Ding WU Ying TIAN Jian-chun

(Information Engineering University, Institute of Information Engineering, Zhengzhou 450002)

Abstract: The total least squares (TLS) algorithm is applied to multi-station passive location, the TLS algorithm based on DOA, TDOA and DOA jointed TDOA are presented. Firstly the nonlinear observation equation is transformed into pseudo-linear observation equation, then the target location can be estimated by singular value decomposition (SVD) for the matrix constructed without iterative calculations or rough estimation for target location, the computer simulation confirms the algorithm has better performance.

Key words: Multi-Station passive location; TLS; SVD

1 引言

在电子战中, 对辐射源进行定位与跟踪有重要的作用, 而采用无源定位的方法对运动辐射源进行定位则更有意义, 由于测量噪声, 干扰的存在, 如何在这种情况下进一步提高无源定位的定位精度成为人们普遍关心的问题。

目前无源定位系统按照观测站的数目可以分为以下两类: 多站无源定位和单站无源定位^[1,2], 由于多站无源定位需要多站同步工作和数据传送, 从而使系统的工作较多地依靠站间的通信情况, 所以多站无源定位一直未能引起人们的足够重视。随着微处理器性能及网络技术的不断提高, 站间通信已不再成为制约多站无源定位技术发展的瓶颈, 并且由于多站测量能够得到比单站测量获得更多的信息, 有助于提高定位的精度, 因此多站无源定位已成为一个重要的研究方向^[1,2]。

目前多站无源定位技术主要分为多站测向交叉定位, 多站时差定位以及多站时差-测向定位^[3,4], 其定位算法主要包括迭代算法^[5,6], 解析算法^[7,8,9]以及加权最小二乘(WLS)算法^[10,11]等, 迭代算法能充分利用系统的冗余信息, 计算精度较高, 但计算复杂, 实时性差, 解析算法实时性好, 但精度较

低, WLS 算法可以得到无偏估计值, 但需要获得目标位置的粗略估计值, 本文将总体最小二乘(TLS)算法应用于多站无源定位中, 分别提出了基于角度估计的 TLS 算法, 基于时差估计的 TLS 算法以及基于角度和时差估计的 TLS 算法, 算法首先把非线性的观测方程转化为伪线性的观测方程, 然后构造增广矩阵, 并对该矩阵进行奇异值分解即可估计出目标位置, 因此无需迭代计算或者获得目标位置的粗略估计, 较易于工程实现, 仿真结果表明该算法具有较高的定位精度。

2 基于 TLS 算法的多站无源定位

2.1 基于角度估计的 TLS 算法

假设共有 N 个观测主站, 目标相对于第 i 个观测站的位置角与仰角分别为 θ_i 和 β_i , 因此可以得到如下方程:

$$\theta_i = \arctan \frac{y - y_i}{x - x_i}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

$$\beta_i = \arctan \frac{z - z_i}{\sqrt{(y - y_i)^2 + (x - x_i)^2}}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

其中: $[x_i \ y_i \ z_i]^T$ 为第 i 个观测站的位置矢量, $[x \ y \ z]^T$ 为目标的位置矢量。

由(1)式和(2)式可以得到如下两个等式:

$$\sin\theta_i x - \cos\theta_i y = \sin\theta_i x_i - \cos\theta_i y_i \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \cos\theta_i \sin\beta_i x + \sin\theta_i \sin\beta_i y - \cos\beta_i z \\ & = \cos\theta_i \sin\beta_i x_i + \sin\theta_i \sin\beta_i y_i - \cos\beta_i z_i \quad (4) \end{aligned}$$

将以上两式转化为线性方程组如下:

$$H_1 X_1 = Y_1 \quad (5)$$

其中:

$$H_1 = \begin{bmatrix} \sin\theta_1 & -\cos\theta_1 & 0 \\ \cos\theta_1 \sin\beta_1 & \sin\theta_1 \sin\beta_1 & -\cos\beta_1 \\ \sin\theta_2 & -\cos\theta_2 & 0 \\ \cos\theta_2 \sin\beta_2 & \sin\theta_2 \sin\beta_2 & -\cos\beta_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \sin\theta_N & -\cos\theta_N & 0 \\ \cos\theta_N \sin\beta_N & \sin\theta_N \sin\beta_N & -\cos\beta_N \end{bmatrix},$$

$$Y_1 = \begin{bmatrix} \sin\theta_1 x_1 - \cos\theta_1 y_1 \\ \cos\theta_1 \sin\beta_1 x_1 + \sin\theta_1 \sin\beta_1 y_1 - \cos\beta_1 z_1 \\ \sin\theta_2 x_2 - \cos\theta_2 y_2 \\ \cos\theta_2 \sin\beta_2 x_2 + \sin\theta_2 \sin\beta_2 y_2 - \cos\beta_2 z_2 \\ \vdots \\ \sin\theta_N x_N - \cos\theta_N y_N \\ \cos\theta_N \sin\beta_N x_N + \sin\theta_N \sin\beta_N y_N - \cos\beta_N z_N \end{bmatrix},$$

$$X_1 = [x \ y \ z]^T.$$

由于实际中只能得到含有噪声的测量值,所以矩阵 H_1 和向量 Y_1 都受到噪声的干扰,因此采用 TLS 算法求解,构造增广矩阵 C_1 如下:

$$C_1 = [-Y_1 : H_1] \quad (6)$$

对其进行奇异值分解,得到:

$$C_1 = U_1 \Sigma_1 V_1^H = \sum_{j=1}^4 \sigma_{1j} u_{1j} v_{1j}^H \quad (7)$$

其中: u_{1j} 为矩阵 U_1 的第 j 列, v_{1j} 为矩阵 V_1 的第 j 列, σ_{1j} 为所对应的奇异值,并且假设奇异值按照递减的顺序排列: $\sigma_{11} \geq \sigma_{12} \geq \sigma_{13} \geq \sigma_{14}$.

当没有测量误差时,则有 $\text{rank}\{C_1\} = \text{rank}\{H_1\} = 3$, 此时 $\sigma_{14} = 0$, 并且(5)式存在唯一解,当测量误差存在时,则有 $\text{rank}\{C_1\} = 4$, 此时 $\sigma_{14} \neq 0$, 但当测量误差不是很大时,满足 $\sigma_{11} \geq \sigma_{12} \geq \sigma_{13} \gg \sigma_{14}$, 此时(5)式存在唯一的 TLS 意义下的解为:

$$\hat{X}_{1\text{TLS}} = [v_{14}(2)/v_{14}(1), v_{14}(3)/v_{14}(1), v_{14}(4)/v_{14}(1)]^T \quad (8)$$

2.2 基于时差估计的 TLS 算法

假设观测站由 1 个主站和 N 个辅助站组成,目标辐射信号到达主站和第 i 个辅助站的时间差 Δt_i , 因此可以得到如下方程:

$$\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2} - \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i)^2} = c\Delta t_i = \Delta r_i, \quad i=1,2,\dots,N \quad (9)$$

其中: $[x_0 \ y_0 \ z_0]^T$ 为主站的位置矢量, $[x_i \ y_i \ z_i]^T$ 为第 i 个

辅助站的位置矢量, $[x \ y \ z]^T$ 为目标的位置矢量。

对上式化简后得到:

$$(x_0 - x_i)x + (y_0 - y_i)y + (z_0 - z_i)z = k_i + r_0 \Delta r_i \quad (10)$$

$$\text{其中: } k_i = \frac{1}{2} [\Delta r_i^2 + x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - x_i^2 - y_i^2 - z_i^2],$$

$$r_0 = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}.$$

将上式转化为线性方程组如下:

$$H_2 X_2 = Y_2 \quad (11)$$

其中:

$$H_2 = \begin{bmatrix} x_0 - x_1 & y_0 - y_1 & z_0 - z_1 & -\Delta r_1 \\ x_0 - x_2 & y_0 - y_2 & z_0 - z_2 & -\Delta r_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_0 - x_N & y_0 - y_N & z_0 - z_N & -\Delta r_N \end{bmatrix},$$

$$Y_2 = [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_N]^T$$

$$X_2 = [x \ y \ z \ r_0]^T.$$

由于实际中只能得到含有噪声的测量值,所以矩阵 H_2 和向量 Y_2 都受到噪声的干扰,同样采用 TLS 算法求解,构造增广矩阵 C_2 如下:

$$C_2 = [-Y_2 : H_2] \quad (12)$$

对其进行奇异值分解,得到:

$$C_2 = U_2 \Sigma_2 V_2^H = \sum_{j=1}^5 \sigma_{2j} u_{2j} v_{2j}^H \quad (13)$$

其中: u_{2j} 为矩阵 U_2 的第 j 列, v_{2j} 为矩阵 V_2 的第 j 列, σ_{2j} 为所对应的奇异值,并且假设奇异值按照递减的顺序排列: $\sigma_{21} \geq \sigma_{22} \geq \sigma_{23} \geq \sigma_{24} \geq \sigma_{25}$.

通过对观测站进行合理的布局,可使 $\text{rank}\{H_2\} = 4$, 此当没有测量误差时,则有 $\text{rank}\{C_2\} = \text{rank}\{H_2\} = 4$, 此时 $\sigma_{25} = 0$, 并且(11)式存在唯一解,此时即可消除时差定位中的定位模糊问题,当测量误差存在时,则有 $\text{rank}\{C_2\} = 5$, 此时 $\sigma_{25} \neq 0$, 但当测量误差不是很大时,满足 $\sigma_{21} \geq \sigma_{22} \geq \sigma_{23} \geq \sigma_{24} \gg \sigma_{25}$, 此时(11)式存在唯一的 TLS 意义下的解为:

$$\hat{X}_{2\text{TLS}} = [v_{25}(2)/v_{25}(1), v_{25}(3)/v_{25}(1), v_{25}(4)/v_{25}(1)]^T \quad (14)$$

2.3 基于角度和时差估计的 TLS 算法

假设观测站由 1 个主站和 N 个辅助站组成,目标相对于主站的方位角与仰角分别为 θ_0 和 β_0 , 相对于第 i 个辅助站的方位角与仰角分别为 θ_i 和 β_i , 并且目标辐射信号到达主站和第 i 个辅助站的时间差为 Δt_i , 因此可以得到如下方程:

$$\theta_i = \arctan \frac{y - y_i}{x - x_i}, \quad i=0,1,2,\dots,N \quad (15)$$

$$\beta_i = \arctan \frac{z - z_i}{\sqrt{(y - y_i)^2 + (x - x_i)^2}}, \quad i=0,1,2,\dots,N \quad (16)$$

$$\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2} - \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i)^2} = c\Delta t_i = \Delta r_i, \quad i=1,2,\dots,N \quad (17)$$

其中: $[x_0 \ y_0 \ z_0]^T$ 为主站的位置矢量, $[x_i \ y_i \ z_i]^T$ 为第 i 个

辅助站的位置矢量, $[x \ y \ z]^T$ 为目标的位置矢量。

由(15)式和(16)式可以得到:

$$\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i)^2} = (x-x_i)\cos\theta_i\cos\beta_i + (y-y_i)\sin\theta_i\cos\beta_i + (z-z_i)\sin\beta_i \quad (18)$$

$i=0, 1, 2, \dots, N$

因此可将(17)式转化为如下等式:

$$\begin{aligned} & (\cos\theta_0\cos\beta_0 - \cos\theta_i\cos\beta_i)x + (\sin\theta_0\cos\beta_0 - \sin\theta_i\cos\beta_i)y \\ & + (\sin\beta_0 - \sin\beta_i)z \\ & = \cos\theta_0\cos\beta_0x_0 - \cos\theta_i\cos\beta_ix_i + \sin\theta_0\cos\beta_0y_0 - \sin\theta_i\cos\beta_iy_i \\ & + \sin\beta_0z_0 - \sin\beta_iz_i + \Delta r_i \end{aligned} \quad (19)$$

将(15)式、(16)式和(19)式转化为线性方程组如下:

$$H_3 X_3 = Y_3 \quad (20)$$

其中:

$$H_3 = \begin{bmatrix} \sin\theta_0 & -\cos\theta_0 & 0 \\ \cos\theta_0\sin\beta_0 & \sin\theta_0\sin\beta_0 & -\cos\beta_0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \sin\theta_N & -\cos\theta_N & 0 \\ \cos\theta_N\sin\beta_N & \sin\theta_N\sin\beta_N & -\cos\beta_N \\ \cos\theta_0\cos\beta_0 - \cos\theta_1\cos\beta_1 & \sin\theta_0\cos\beta_0 - \sin\theta_1\cos\beta_1 & \sin\beta_0 - \sin\beta_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos\theta_0\cos\beta_0 - \cos\theta_N\cos\beta_N & \sin\theta_0\cos\beta_0 - \sin\theta_N\cos\beta_N & \sin\beta_0 - \sin\beta_N \end{bmatrix}$$

$$Y_3 = \begin{bmatrix} \sin\theta_0x_1 - \cos\theta_0y_1 \\ \cos\theta_0\sin\beta_0x_1 + \sin\theta_0\sin\beta_0y_1 - \cos\beta_0z_1 \\ \vdots \\ \sin\theta_Nx_N - \cos\theta_Ny_N \\ \cos\theta_N\sin\beta_Nx_N + \sin\theta_N\sin\beta_Ny_N - \cos\beta_Nz_N \\ \cos\theta_0\cos\beta_0x_0 - \cos\theta_1\cos\beta_1x_1 + \sin\theta_0\cos\beta_0y_0 - \sin\theta_1\cos\beta_1y_1 + \sin\beta_0z_0 - \sin\beta_1z_1 + \Delta r_1 \\ \vdots \\ \cos\theta_0\cos\beta_0x_0 - \cos\theta_N\cos\beta_Nx_N + \sin\theta_0\cos\beta_0y_0 - \sin\theta_N\cos\beta_Ny_N + \sin\beta_0z_0 - \sin\beta_Nz_N + \Delta r_N \end{bmatrix}$$

$$X_3 = [x \ y \ z]^T$$

由于实际中只能得到含有噪声的测量值,所以矩阵 H_3 和向量 Y_3 都受到噪声的干扰,同样采用 TLS 算法求解,考虑增广矩阵 C_3 如下:

$$C_3 = [-Y_3; H_3] \quad (21)$$

对其进行奇异值分解,得到:

$$C_3 = U_3 \Sigma_3 V_3^H = \sum_{j=1}^4 \sigma_{3j} u_{3j} v_{3j}^H \quad (22)$$

其中: u_{3j} 为矩阵 U_3 的第 j 列, v_{3j} 为矩阵 V_3 的第 j 列, σ_{3j} 为所对应的奇异值,并且假设奇异值按照递减的顺序排列: $\sigma_{31} \geq \sigma_{32} \geq \sigma_{33} \geq \sigma_{34}$ 。

当没有测量误差时,则有 $\text{rank}\{C_3\} = \text{rank}\{H_3\} = 3$, 此时 $\sigma_{34} = 0$, 并且(20)式存在唯一的解,当测量误差存在时,则有 $\text{rank}\{C_3\} = 4$, 此时 $\sigma_{34} \neq 0$, 但当测量误差不是很大时,满足 $\sigma_{31} \geq \sigma_{32} \geq \sigma_{33} \gg \sigma_{34}$, 此时(20)式存在唯一的 TLS 意义下的解为:

$$\hat{X}_{3\text{TLS}} = [v_{34}(2)/v_{34}(1), v_{34}(3)/v_{34}(1), v_{34}(4)/v_{34}(1)] \quad (23)$$

3 计算机仿真

为了体现 TLS 算法的定位性能,本文利用该算法对匀速运动的目标进行定位跟踪,并与其它算法进行比较,

下面分别针对以上三种情况进行计算机仿真。

3.1 基于角度估计的 TLS 算法仿真

假设共有 2 个观测站,第 1 个站 S_1 的位置为 $(0, 0, 200)$ m, 第 2 个站 S_2 的位置为 $(1000, 5000, 100)$ m, 目标起始位置为 $(14580, 13780, 8000)$ m, 速度为 $(-120, -100, 0)$ m/s, 观测周期 T 为 2s, 跟踪时间 T_0 为 100s, 角度的估计均方误差为 $\sigma_\theta^2 = \sigma_\beta^2 = 3\text{mrad}$, 对目标定位跟踪作 200 次 Monte-Carlo 仿真, 设第 j 次实验估计出目标在 k 时刻位置为 $x_k^{(j)}, y_k^{(j)}, z_k^{(j)}$, 定义距离的相对误差如下:

$$\delta_{r_k} = \frac{\sqrt{\frac{1}{200} \sum_{j=1}^{200} (x_k^{(j)})^2 + (y_k^{(j)})^2 + (z_k^{(j)})^2}}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}}$$

图 1 给出了 TLS 算法, WLS 算法和交叉定位算法的相对距离误差。

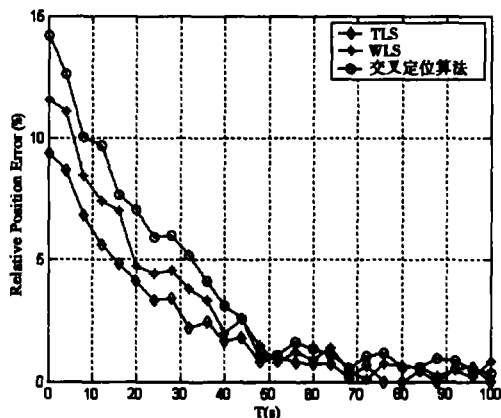


图 1 不同定位算法的相对距离误差

从图 1 中可以看出,在跟踪开始阶段,目标离观测站较远,因此三种定位算法的相对距离误差较大,当目标越来越接近主站时,三种算法的定位误差越来越低,并且 TLS 算法的相对定位精度要高于 WLS 算法和交叉定位算法的定位精度。

3.2 基于时差估计的 TLS 算法仿真

假设共有 1 个主站和 4 个辅助站进行定位,主站 S_0 的位置坐标为 $(0, 0, 200)$ m, 第 1 个辅助站 S_1 的位置坐标为 $(464, 241, 75)$ m, 第 2 个辅助站 S_2 的位置坐标为 $(628, 374, 118)$ m, 第 3 个辅助站 S_3 的位置坐标为 $(726, 532, 132)$ m, 第 4 个辅助站 S_4 的位置坐标为 $(948, 682, 154)$ m, 时差估计的均方误差为 $\sigma_{\Delta t}^2 = 5\text{ns}$, 其它条件同 3.1, 图 2 给出了 TLS 算法, WLS 算法和文献[8]算法的相对距离误差。

从图 2 中可以看出,在跟踪开始阶段,目标离观测站较远,因此三种定位算法的相对距离误差较大,当目标越来越接近主站时,三种算法的定位误差越来越低,并且 TLS 算法

的相对定位精度要高于 WLS 算法和文献[8]算法的定位精度。

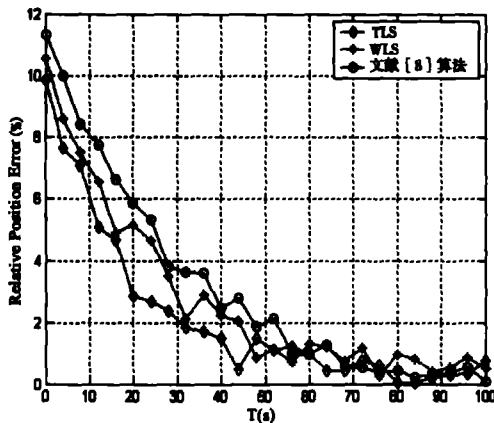


图2 不同定位算法的相对距离误差

3.3 基于角度和时差估计的 TLS 算法仿真

仿真条件同 3.1, 时差估计的均方误差为 $\sigma_{\Delta}^2 = 5ns$, 图 3 给出了 TLS 算法, WLS 算法和文献[9]算法的相对距离误差。

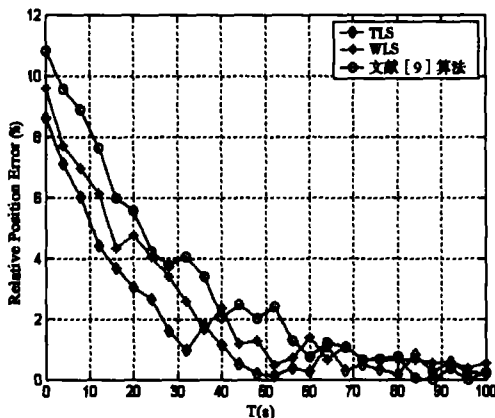


图3 不同定位算法的相对距离误差

从图 3 中可以看出, 在跟踪开始阶段, 目标离观测站较远, 因此三种定位算法的相对距离误差较大, 当目标越来越接近主站时, 三种算法的定位误差越来越低, 并且 TLS 算法的相对定位精度要高于 WLS 算法和文献[9]算法的定位精度。

4 总结

本文将 TLS 算法应用于多站无源定位中, 分别提出了基

于角度估计的 TLS 算法, 基于时差估计的 TLS 算法以及基于角度和时差估计的 TLS 算法, 算法只需对增广矩阵进行奇异值分解即可估计出目标位置, 无需迭代计算或者获得目标位置的粗略估计, 便于工程实现, 计算机仿真结果表明该算法具有较高的定位精度。

参考文献

- [1] 孙仲康, 周一宇, 何黎星. 单多基地有源无源定位技术, 北京: 国防工业出版社, 1996.
- [2] 胡来招. 无源定位, 北京: 国防工业出版社, 2004.
- [3] 何友, 修建娟. 无源定位方法综述, 第八届全国雷达学术年会报告, 2002.
- [4] 周一宇, 卢起中等. 多站无源定位及其信号处理技术, 雷达无源定位跟踪技术研讨会论文集, 2001.
- [5] 吴玲, 刘忠, 卢发兴. 用于双基地雷达目标定位的全局收敛高斯-牛顿法, 系统工程与电子技术, 2004, 26(1): 30-33.
- [6] 刘琪, 孙仲康. 双基地两坐标雷达定位优化算法, 电子学报, 1999, 27(2): 120-123.
- [7] 高海舰等. 多站组网时差测量定位精度算法研究, 系统工程与电子技术, 2005, 27(4): 578-581.
- [8] 陈玲, 李少洪. 可消除定位模糊的无源时差定位算法, 北京航空航天大学学报, 2005, 31(1): 89-93.
- [9] 陈玲, 李少洪. 无源测向测时差定位算法研究, 电子信息学报, 2003, 25(6): 771-776.
- [10] 李硕, 曾涛. 基于推广 Kalman 滤波的机载无源定位改进算法, 北京理工大学学报, 2002, 22(4): 521-524.
- [11] 孟桥. 阵群网被动定位与跟踪算法研究, 东南大学博士学位论文, 1999.
- [12] 张贤达. 矩阵分析与应用, 北京: 清华大学出版社, 2004.

作者简介

王鼎(1982-), 男, 安徽芜湖人, 解放军信息工程大学硕士研究生, 主要研究方向为阵列信号处理, 无源定位。