

改进的 Taylor- Chan 算法的多点定位精度研究

程 擎, 胡苗苗, 史晓红, 范 满, 李保强

(中国民用航空飞行学院, 四川 广汉 618000)

摘 要: 多点定位系统因其具有高精度、建站灵活和安装简便等优点, 已经被广泛应用于民航监视系统中, 目的是减少雷达覆盖盲区, 改善天气状况对空管监视数据的影响, 增加对目标定位的精度, 加强对机场的安全监控, 提出了一种改进的 Taylor- Chan 算法计算航空器的位置, 算法的初始值是基于 Taylor 运行结果的初始值, 并通过迭代 Chan 算法。在假定的理想条件下, 对算法进行仿真, 其结果表明, 与 Chan、Taylor、Chan- Taylor 三种算法相比较, 改进的 Taylor- Chan 算法的结果模型简单并且精度较高。

关键词: 多点定位技术; 到达时间差; 泰勒级数展开算法; Chan 算法; 协同算法

中图分类号: V351 **文献标识码:** A **文章编号:** 1671-654X(2021)06-0001-03

Multi-point Positioning Accuracy Based on Improved Taylor- Chan Algorithm

CHENG Qing, HU Miao-miao, SHI Xiao-hong, FAN Man, LI Bao-qiang

(Civil Aviation Flight University of China, Guanghan 618000, China)

Abstract: In order to reduce the blind area of radar coverage, improve the impact of weather conditions on air traffic control surveillance data, increase the accuracy of target positioning, and strengthen the security monitoring of the airport, the multi-point positioning system has the advantages of high precision, flexible station construction, and easy installation. It has been widely used in civil aviation surveillance systems. This paper proposes an improved Taylor- Chan algorithm to calculate the position of the aircraft. The initial value of this algorithm is based on the initial value of Taylor's running result and iterative Chan algorithm is adopted. Under assumed ideal conditions, the algorithm is simulated, and the results show that compared with the other three algorithms Chan, Taylor, and Chan- Taylor, the improved Taylor- Chan algorithm has a simpler model and higher accuracy.

Key words: multi-point positioning technology; time difference of arrival; Taylor series expansion algorithm; Chan algorithm; collaborative algorithm

引言

近几年来, 随着民航业务的迅速发展, 各个机场航空器的数量越来越多, 因此准确获取航空器的位置信息保证空中交通的安全变得越来越重要。多点定位系统因其具有定位精度高、系统设备简单和覆盖面广等优点被国内外研究人员广泛应用于新一代的场面监视系统, 来确保航空器的安全^[1]。该系统通过多个基站获取航空器二次雷达和 ads-b 的数据来识别并确定航空器的位置^[2]。基于该系统与场面雷达相比, 具有数据更新快、覆盖盲区小、目标识别能力强和基站设置灵活等优点, 而被国内外各个机场广泛应用于机场场面监视^[3]。因此多点系统的研究引起了国内外学者极大

的关注, 特别是计算目标飞行器位置的算法和基站位置分布。

多点定位系统的研究主要是基于 Chan 算法和 Taylor 算法。Zhang 等^[4]提出了一种新的 Chan- CGA 算法用于多点定位系统, 并进行了评估, 结果表明该算法可用于机场表面监视的统计和数值分析, 并可为机场监视提供指导方案。陈庆国^[5]基于三维空间的 Taylor 算法进行分析, 迭代得出航空器的位置信息, 并证明该算法可以为场面的航空器准确定位。

除了目标飞行器位置的算法外, 基站的位置和数量也与系统的精度密切相关, 位置分布主要有倒三角形、星型法、菱形法。Fadil 等^[6]对基站的位置及数量

收稿日期: 2021-07-15

修订日期: 2021-08-30

基金项目: 中央高校建设世界一流大学(学科)和特色发展引导专项资金项目资助(D202103)

作者简介: 程 擎(1972-), 男, 四川德阳人, 教授。

和监视精度进行分析,以 4 个地面站为例,提出了一种优化的布局方式,实现最佳的覆盖。易振宁^[7]对于布局方式进行研究,对 8 种布站方式进行了仿真,证明星型布局是较优的布局方式。宫峰勋等^[8]对不同的地面基站布局情况下的几何精度因子进行仿真分析,表明倒三角布站方式有明显的方向性,星型布站方式在检测区域内较平滑,当目标在全区域时,星型布局的方式更优。陈京华^[9]对 GDOP 与站点布局之间的关系进行了分析,发现由地面站构成的多边形内部的精确度更高。

综上所述,可以发现飞行器目标位置的解算算法和基站的布局分布对多点定位系统位置信息的精度都有很大的影响。本文提出了改进的 Taylor-Chan 算法,该模型受线性影响较小,且计算步骤简洁,对于目标位置的解算更加精确。

1 改进的 Taylor-Chan 算法

多点定位系统的定位误差和精度与地面站的数量和定位点的解算算法密切相关^[10]。对于多点定位系统的算法,我们可以归结为两种算法,一种是基于到达时间(Time of Arrival, TOA)的算法,另外一种是基于到达时间差(Time Difference of Arrival, TDOA)的计算。在许多的算法中,被广泛应用的是时间差值定位(TDOA),它可以克服地面站和目标间因为时钟不同步所造成的测距误差,从而提高定位精度^[11]。在本文中所用的解算算法采用 TDOA 进行计算。TDOA 是通过对抗空器所发射的信号到达多个地面站的时间进行测量从而确定航空器的位置。

对 4 种算法的定位性能进行正确的评估,需要选择一种指标来验证该算法的定位精度,我们采用均方根误差(RMSE)来对 4 种算法进行评估。

$$RMSE = \sqrt{E[(x - \hat{x})^2 + (y - \hat{y})^2]} \quad (1)$$

式中, (x, y) 为目标的实际位置, (\hat{x}, \hat{y}) 为目标的估计位置的坐标。

1.1 Taylor 级数展开算法

假设目标的实际位置为 (x, y) , (x_i, y_i) 为第 i 个地面站的位置坐标。根据式(1)定义函数:

$$\begin{cases} r_{li} = c\Delta t_{li} \\ f_i(x, y) = \sqrt{(x - x_{i+1})^2 + (y - y_{i+1})^2} - \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} \end{cases} \quad (2)$$

式中, $i = 1, 2, \dots, N-1$; Δt_{li} 为应答信号到达第一个地面站和第 i 个地面站之间的到达时间差。

为求解 (x, y) , 猜测目标位置为 $x = x' + \Delta x, y = y' + \Delta y$, $\Delta x, \Delta y, (x', y')$ 为估计误差。将方程组线性化,把 $f_i(x, y)$ 用 Taylor 级数在预估的位置进行展开,得到:

$$f_i(x, y) = f_i(x', y') + \frac{\partial f_i(x', y')}{\partial x'} \Delta x + \frac{\partial f_i(x', y')}{\partial y'} \Delta y \quad (3)$$

当至少有 3 个地面站时,可以解得 $\Delta x, \Delta y$, 进而得到 x, y 的值。将其作为新的初始位置代入式(3)中再次求解,循环迭代,直至满足 $|\Delta x + \Delta y| < \varepsilon$ 。

1.2 Chan 算法

假设目标与接收站的距离 r 的平方为:

$$r_i^2 = (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 = k_i - 2x_i x - 2y_i y + x^2 + y^2 \quad (4)$$

式中, $k_i = x_i^2 + y_i^2$ 。

$$r_{li} = c\Delta t_{li} = r_1 - r_i \quad (5)$$

$$r_i^2 = (r_1 + r_{li})^2 = k_i - 2x_i x - 2y_i y + x^2 + y^2 \quad (6)$$

当 $i = 1$ 时, $r_{li} = 0$, 则上个式子变为:

$$r_1^2 = k_1 - 2x_1 x - 2y_1 y + x^2 + y^2 \quad (7)$$

将式(7)代入式(6)得:

$$r_{li}^2 + 2r_1 r_{li} = k_i - k_1 - 2x_{il} x - 2y_{il} y \quad (8)$$

式中, $x_{il} = x_i - x_1, y_{il} = y_i - y_1$ 。

当系统拥有 3 个以上的地面站时,可以得到两个关于 (x, y) 的线性方程,将其联立,可得到含有 r_1 的 x 和 y 的表达式,以 3 个基站的情况为例:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} x_{21} & y_{21} \\ x_{31} & y_{31} \end{bmatrix}^{-1} \times \left(\begin{bmatrix} r_{12} \\ r_{13} \end{bmatrix} r_1 + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} r_{12}^2 - k_2 + k_1 \\ r_{13}^2 - k_3 + k_1 \end{bmatrix} \right) \quad (9)$$

将式(9)代入式(4), $i = 1$ 时,对方程进行求解得 r_1 , 将得到的结果再次带入式(9)可计算 (x, y) 出的位置,即目标的位置。

1.3 改进算法

采用多点定位技术对机场场面进行安全监视时,对于精确度和计算效率都有比较高的要求。本文将典型的两种解法 Taylor 级数展开算法和 Chan 方法算法结合。将两种精确度较高的算法相结合,在提高计算效率的同时,还可以提高定位的精度,对飞机进行有效的监视。假如有 M 个接收基站,就会有 $M-1$ 条双曲线或双曲面,对双曲线或双曲面的交点进行计算就能够得到飞机的位置信息^[12]。下面用 MATLAB 计算分析在测量误差服从理想分布的情况下 4 种算法的精度。

2 算法仿真

基于上面文献中所提出的优化布局的方式,在仿真时采用较优的星型布局方式。对于仿真时的范围需要接近机场场面监视区域的范围,所以在仿真时选择了 $12 \text{ km} \times 12 \text{ km}$ 的矩形区域。假设接收站的数量为

5 个或者 7 个时,地面站为圆形建立,半径为 10 km。以 7 个地面站为例,地面站的布局方式如图 1 所示。

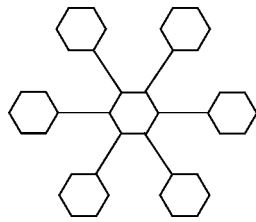


图 1 7 个地面站布局

建立仿真模型时 7 个地面站的网络拓扑如表 1 所示:

表 1 7 个地面站网络拓扑

x	0	$5\sqrt{3}$	$5\sqrt{3}$	$-5\sqrt{3}$	$-5\sqrt{3}$	10	-10
y	0	5	-5	5	-5	0	0

假设该仿真实验的测量误差遵循理想的高斯分布,均值都为 0,标准差分别是 10 m, 20 m, 30 m, 40 m, 50 m。参与定位的地面站数量为 5 个或者 7 个时,地面站的布局形式如图 1 所示。在半径 3 km 的圆内随机抽取 10^4 个检测目标的位置信息,将 RMSE 作为评价的依据。当地面站数目不同的时候,对各种算法的测量误差和定位均方根误差进行 MATLAB 仿真,对于 5 个基站时的仿真结果如表 2、图 2 所示。

表 2 5 个地面站 RMSE

算法	标准差/m				
	10	20	30	40	50
Chan	10.004 3	20.495 4	31.024 3	40.006 5	47.109 6
Taylor	6.978 0	22.968 9	36.483 3	42.470 3	29.444 7
Taylor-Chan	0.851 1	4.039 1	8.986 8	4.281 5	17.141 8
Chan-Taylor	4.301 1	14.687 7	22.107 4	20.948 7	7.152 5

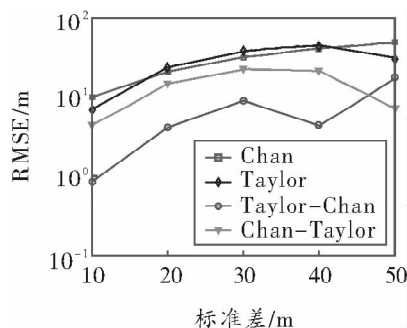


图 2 5 个地面站 RMSE

通过计算机仿真出有 7 个地面基站时 4 种算法的定位误差与均方根之间的关系如表 3 和图 3 所示。

通过对比 Chan、Taylor、Chan-Taylor 以及 Taylor-Chan 4 种算法的仿真结果,可以得出以下的结论:

在理想的状态下,从单种算法来看,Taylor 算法的

定位精度高于 Chan 算法。从图表中可以看出 Taylor-Chan 和其他 3 种算法相比较,定位均方根误差要远远小于其他的 3 种算法。但是 Taylor-Chan 算法同时还存在一个缺点:虽然精度较高,但受初值影响结果起伏较大,不稳定,在某种情况下可能会导致误差很大。

表 3 7 个地面站 RMSE

算法	标准差/m				
	10	20	30	40	50
Chan	6.986 0	13.891 1	20.880 7	27.253 0	34.139 9
Taylor	5.207 1	25.227 8	11.966 7	20.086 0	35.335 7
Taylor-Chan	2.279 4	0.461 4	7.067 4	8.114 6	27.592 4
Chan-Taylor	3.969 8	3.941 3	29.028 0	11.398 3	31.536 0

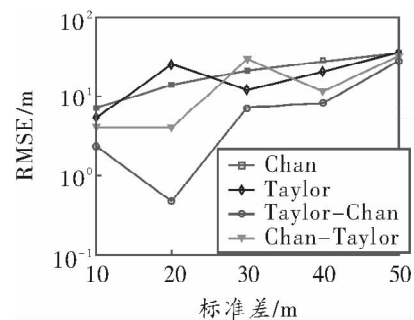


图 3 7 个地面站 RMSE

假设该仿真实验的测量误差遵循理想的高斯分布,均值都是 0,当地面站的数量逐渐增多时,各种算法的定位均方根误差与地面站数量的关系,如表 4 和图 4 所示。

表 4 均方根误差与地面站数量误差

算法	基站数目				
	3	4	5	6	7
Chan	69.453 8	16.951 0	6.652 3	4.152 5	3.758 9
Taylor	16.511 7	22.775 9	6.749 3	6.131 4	3.088 6
Taylor-Chan	5.610 4	8.066 0	7.271 4	4.808 5	2.531 7
Chan-Taylor	58.338 3	7.852 3	9.052 9	5.720 5	2216 1

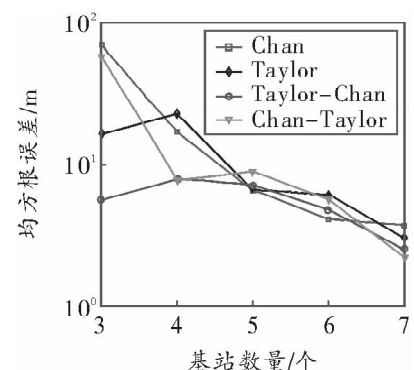


图 4 均方根误差与地面站数量仿真

- 科技大学学报(自然科学版),2018,39(1):29-34,40.
- [4] Jacquillat A, Odoni A R. An Integrated Scheduling and Operations Approach to Airport Congestion Mitigation [J]. Operations Research, 2015, 63(6): 1390-1410.
- [5] Pyrgiotis N, Odoni A R. On the Impact of Scheduling Limits: A Case Study at Newark Liberty International Airport [J]. Transportation Science, 2016, 50(1): 150-165.
- [6] 汪梦蝶, 胡明华, 赵征. 基于可接受调整量水平的航班时刻优化研究 [J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程版), 2019, 43(04): 671-675, 681.
- [7] 耿稀, 胡明华. “京津冀”机场群航班时刻协同优化 [J]. 南京大学航空航天学报, 2020, 37(6): 928-935.
- [8] 柯雨辰, 胡明华, 杨磊, 等. 面向实际运行的战略航班时刻优化技术 [J]. 科学技术与工程, 2021, 21(10): 4260-4265.
- [9] 徐晨, 刘继新, 董欣放, 等. 基于航班特性的机场航班时刻优化问题研究 [J]. 航空计算技术, 2019, 49(5): 96-101.
- [10] 孙旋, 张娜, 李宁, 等. 基于基尼系数电量进度公平性的日内滚动发电计划 [J]. 电网技术, 2020, 44(1): 340-347.
- [11] 岳仁田, 王龙. 扇区繁忙时段交通流的不均衡度量化研究 [J]. 航空计算技术, 2016, 46(6): 1-4, 7.

(上接第 3 页)

通过对比 Chan、Taylor、Chan-Taylor 以及 Taylor-Chan 4 种算法的仿真分析可以得出以下的结论:

这 4 种算法的定位精度和地面站数量相关, 从图中可以看出, 在同数量地面站情况下, Taylor-Chan 的定位均方根误差要低一些。两种改进算法的均方根误差都比传统的算法 Chan、Taylor 要小, 两种改进算法的定位的精度更高一些, 并且 Taylor-Chan 的精确度要优于 Chan-Taylor。从仿真图也可以看出, 地面站数量增加, 定位的精度也增加。通过在 5 个地面站和 7 个地面站以及在基站数量增多时 4 种算法的仿真结果总体来看, Taylor-Chan 算法的均方根误差更小, 精度更高。

3 结束语

多点定位技术通过增加地面站的个数能够有效地弥补覆盖盲区的不足, 地面站建设灵活, 建设和维护的费用低, 系统有冗余, 得到的目标航空器位置的精度和对于目标的识别度都大大提高。多点定位技术对于提高机场场面监视能力保障地面活动安全有序进行提升运行效率都具有重要的作用。本文提出的算法 Taylor-Chan 算法与其他的 3 种算法进行了比较分析, 通过该算法得出的航空器的位置比其他 3 种算法的定位均方根误差都要小, 且增加地面站的数量时该算法的定位均方根误差也较优, 该算法对于提高场面监视精度有一定的参考价值。

参考文献:

- [1] 唐菁敏, 周旋, 张伟, 等. 基于改进型遗传蚁群算法的

- TDOA 多点定位研究 [J]. 通信技术, 2018, 51(7): 1575-1584.
- [2] 金晶, 吴世桂, 陈龙, 等. 场面多点定位技术探究 [J]. 现代导航, 2020, 11(3): 207-210, 217.
- [3] 周旋. 基于 TDOA 的民航多点定位算法研究 [D]. 昆明: 昆明理工大学, 2018.
- [4] Zhang J, Gao F, Li Y, et al. Simulation of Multilateration System Based on Chan Algorithm and Conjugate Gradient Optimisation Algorithm [J]. International Journal of Simulation and Process Modelling, 2019, 14(5): 464-473.
- [5] 陈庆国. 多点定位系统的定位算法比较研究 [D]. 广汉: 中国民用航空飞行学院, 2012.
- [6] Fadil R, Abou E M B, El G H, et al. Optimizing the Multi-Objective Deployment Problem of Mlat System [J]. MATEC Web of Conferences, EDP Sciences, 2018, 200(5): 00014.
- [7] 易振宇. 基于 TDOA 的多点定位系统中布局方式的研究 [J]. 中小企业管理与科技(中旬刊), 2019(8): 193-194.
- [8] 宫峰勋, 雷艳萍, 许跃, 等. 机场场面多点定位系统定位精度研究 [J]. 计算机工程, 2011, 37(15): 276-278, 285.
- [9] 陈京华. 机场场面多点定位系统的研究与应用 [D]. 上海: 上海交通大学, 2015.
- [10] 宋韬, 潘卫军, 夏正洪. 机场场面监控多点定位三维整网平差算法及精度评定 [J]. 数学的实践与认识, 2020, 50(21): 39-45.
- [11] 卞佳兴, 朱荣, 陈玄. 基于改进双向测距-到达时间差定位算法的超宽带定位系统 [J]. 计算机应用, 2017, 37(9): 2496-2500, 2511.
- [12] 姜俊斐. 多点定位 (MLAT) 关键技术及应用分析 [J]. 科技视界, 2020(9): 167-169.