

НИЯУ МИФИ

3 СЕМЕСТР ФАКУЛЬТЕТ КиБ

---

# Дискретная математика теория алгоритмов и сложность вычислений

---

*Автор:*  
Тропин А.Г.

*Лектор:*  
Тихомирова А.Н.

e-mail: [andrewtropin@gmail.com](mailto:andrewtropin@gmail.com)  
github: [abcdw/mephi](#)

2 сентября 2013 г.

# Оглавление

|          |   |          |
|----------|---|----------|
| <b>1</b> | <b>Основные понятия</b>                 | <b>2</b> |
| 1.1      | Введение . . . . .                      | 2        |
| 1.2      | Машины Тьюринга и Поста . . . . .       | 2        |
| 1.2.1    | Одноленточная машина тьюринга . . . . . | 3        |
| 1.2.2    | Механическое устройство . . . . .       | 3        |
| 1.2.3    | Программа машины Тьюринга . . . . .     | 4        |

# Глава 1

## Основные понятия

### 1.1 Введение

- 1 машина Тьюринга
- 2 синтаксическая переработка слов Маркова
- 3 рекурсивные функции

**Определение 1.1.1.** Алгоритм - точное предписание о выполнении в некотором порядке системы операций, определяющих процесс перехода от исходных данных к искомому результату для решения задачи данного типа.

Свойства алгоритма.

**Определенность** общепринятость и точность

**Массовость**

**Результативность**

**Элементарность шагов**

- 1 Множество допустимых исходных данных
- 2 Начальное состояние
- 3 Промежуточные состояния
- 4 Правила перехода от одних данных к другим
- 5 Множество результатов

### 1.2 Машины Тьюринга и Поста

- 1 Маленькие шаги
- 2 Устройство должны быть универсальным
- 3 Механизм должен быть максимально простым

**Определение 1.2.1.** Машина Тьюринга - абстрактная “вычислительная машина” некоторого точно охарактеризованного типа, дающая пригодное для целей математического рассмотрения уточнение общего интуитивного представления об алгоритме.

Требования к машине Тьюринга

- 1 Машина должна быть детерминирована
- 2 Машина должна решать класс задач
- 3 Результат должен быть “читаемым”

### 1.2.1 Одноленточная машина тьюринга

**Определение 1.2.2.** Машина тьюринга - кибернетическое устройство, содержащее:

- 1 Бесконечная лента, разделенная на ячейки
- 2 Управляющая головка, способная читать символы, содержащейся в ячейке ленты и записывать в эти ячейки
- 3 Выделенная ячейка памяти, содержащая символ внутреннего алфавита, задающий состояния машины Тьюринга
- 4 Механическое устройство для перемещения головки
- 5 Функциональные схемы (программа)

*Замечание 1.*  $\lambda$  - пустой символ

*Замечание 2.* Сделаем одностороннюю бесконечную ленту.

*Доказательство.* Просто пронумеруем ячейки  $\dots 5, 3, 1, 0, 2, 4, 6 \dots$  □

*Замечание 3.*

**Определение 1.2.3.** Управляющая головка - это некоторое устройство, которое может перемещаться вдоль ленты так, что в каждый рассматриваемый момент времени оно находится напротив определенной ячейки ленты.

**Определение 1.2.4.** Внутренняя память машины - это выделенная ячейка памяти, которая в каждый рассматриваемый момент времени находится в некотором “состоянии”.

Внутренний алфавит:

*Замечание 4.*  $S_0$  - начальное состояние.

*Замечание 5.*  $A, B, C, A_0, B^*$  - промежуточное состояние.

*Замечание 6.*  $\Omega$  - конечное состояние.

### 1.2.2 Механическое устройство

- 1 изменять состояние внутренней памяти
- 2 одновременно изменить состояние ячейки
- 3 сдвинуть головку влево или вправо

**Определение 1.2.5.** Конфигурация машины тьюринга - совокупность, образованная содержимым текущей обозреваемой ячейки  $a_j$  и состоянием внутренней памяти  $S_i$ .

*Пример 1.*  $S_i a_j \rightarrow a_y R S_q$   
конфигурация  $\rightarrow$  действие

### 1.2.3 Программа машины Тьюринга

**Определение 1.2.6.** Набор команд установленного формата.

*Пример 2.*  $n$  состояний  $S_i$   
 $m$  символов  $a_j$   
 $n \times m$  конфигураций

**Определение 1.2.7.** Тезис тьюринга - любой алгоритм можно преобразовать в машину Тьюринга.

*Пример 3.*  $\{a\}$   
Написать 1 или 2 в зависимости от “четности” слова.  
 $\theta$