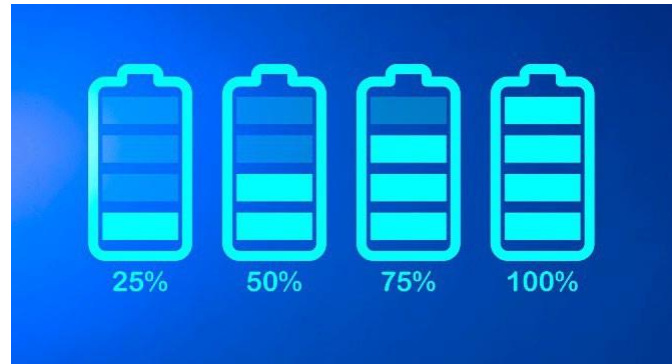


2026 MCM

问题 A：智能手机电池放电建模



智能手机是现代生活中不可或缺的工具，但其电池续航表现往往难以预测。有时手机可以坚持一整天；有时午饭前电量就迅速耗尽。虽然一些用户将其归因于“重度使用”，但电池电量消耗的真正原因更为复杂。功耗取决于屏幕尺寸和亮度、处理器负载、网络活动以及后台应用程序（即使设备看似空闲，这些应用程序也会持续耗电）之间的相互作用。温度等环境因素也会使情况更加复杂：一些电池在寒冷天气下会降低有效容量，并且在持续重度使用下可能会过热。电池的性能还受到其使用历史和充电方式的影响。

你的任务是建立一个智能手机电池的连续时间数学模型，该模型能够返回实际使用条件下电池电量 (SOC) 随时间变化的函数。这将用于预测不同条件下剩余的电量耗尽时间。你应该假设手机使用的是锂离子电池。

要求：

1. 连续时间模型：使用连续时间方程或方程组开发一个模型来表示电池的充电状态。您可以从最简单的合理电池消耗描述入手，然后逐步扩展模型，纳入屏幕使用、处理器负载、网络连接、GPS 使用和其他后台任务等其他影响因素。

数据作为辅助而非替代：您可以收集或使用数据进行参数估计和验证。如果开放数据集有限，您可以使用已发布的测量数据或规格（需正确引用），前提是参数的合理性已得到充分论证和验证。但是，仅基于离散曲线拟合、时间步长回归或黑盒机器学习而没有明确的连续时间模型的项目将无法满足此问题的要求。所有使用的数据必须有完善的文档记录且可免费获取，并且必须在开放许可下免费使用。

2. **剩余电量预测：**使用您的模型计算或近似估算不同初始电量和使用场景下的剩余电量。将预测结果与观察到的或合理的行为进行比较，量化不确定性，并确定模型表现良好或不佳的地方。
 - 展示您的模型如何解释这些结果的差异，并确定每种情况下电池快速耗尽的具体驱动因素。
 - 哪些活动或条件会导致电池寿命大幅缩短？哪些活动或条件对模型的影响却出奇地小？
3. **敏感性和假设：**检查在改变建模假设、参数值和使用模式波动后，您的预测结果如何变化。
4. **建议：**将您的发现转化为对手机用户切实可行的建议。例如，哪些用户行为（例如降低屏幕亮度、禁用后台任务或切换网络模式）能最大程度地延长电池续航时间？操作系统如何才能基于您模型的洞察，实现更有效的省电策略？考虑电池老化如何降低有效容量，或者您的建模框架如何推广到其他便携式设备。

您的报告应包含：

- 对您的模型和控制方程的清晰描述。
- 您的设计选择背后的假设和理由。
- 参数估计方法和验证结果。
- 对优势、局限性和可能扩展的讨论。
- 重点突出主要结果、见解和建议的执行式摘要。

重要提示：您的模型必须基于清晰定义的物理或机械原理；离散曲线拟合或其他与电池行为的明确连续时间描述脱节的数学形式将无法满足要求。仅依赖离散曲线拟合或统计回归而没有明确构建的连续时间模型的项目将无法满足此问题的要求。

您的 PDF 解决方案（总页数不超过 25 页）应包含：

- 单页摘要表。
- 目录。
- 您的完整解决方案。
- 文中引用和参考文献列表。
- [AI 使用报告](#)（如果使用，则不计入 25 页的限制。）

注意：完整的 MCM 提交没有特定的最低页数要求。您可以使用最多 25 页来包含所有解决方案工作以及您想要包含的任何其他信息（例如：图纸、图表、计算、表格）。我们接受部分解决方案。我们允许谨慎使用人工智能（例如 ChatGPT），但并非必须为此问题创建解决方案。如果您选择使用生成式人工智能，则必须遵循以下规则：[COMAP AI 使用政策](#)。这将生成一份额外的 AI 使用报告，您必须将其添加到 PDF 解决方案文件的末尾，并且该报告不计入解决方案 25 页的总页数限制。

术语表

智能手机：是一种结合了传统手机功能和先进计算能力的移动设备。

功耗：设备从电池或电源中消耗电能的速率。

处理器负载：处理器在给定时刻实际执行的工作量。

荷电状态 (SOC)：衡量电池剩余能量与其满容量相比的指标，以百分比表示。

剩余电量：电池完全放电前剩余的估计时间。