Санкт-Петербургский государственный политехнический
университет Петра Великого
Кафедра компьютерных систем и программных технологий

Отчет по Лабораторной работе 3
Дисциплина: Телекоммуникационные технологии
Тема: Линейная фильтрация

Выполнил студент гр. 33501/1 ________________ Поляков К.О.
(подпись)

Преподаватель ________________ Богач Н.В.
(подпись)

“____”________________ 2017 г.

Санкт-Петербург
2017 г.

Оглавление

Лабораторная работа №3
Линейная фильтрация

1 Цель работы

Изучить воздействие ФНЧ на тестовый сигнал с шумом

2 Постановка задачи

- Сгенерировать гармонический сигнал с шумом
- Синтезировать ФНЧ
- Получить сигнал во временной и частотной областях до и после фильтрации
- Сделать выводы о воздействии ФНЧ на спектр сигнала.

3 Теоретические положения

Фильтрация сигнала (т.е. изменение его спектра), обычно предпринимается с целью увеличить отношение полезного сигнала к шумам и помехам, или же усилить какие-нибудь полезные качества сигнала. Фильтры можно классифицировать по виду сигналов (аналоговые/цифровые), по виду частотной характеристики (фильтры нижних и верхних частот, полосно пропускающие, полосно-заграждающие и прочие), по виду их импульсной характеристики или по протяжённости импульснйо характеристики.

Фильтра низких частот (ФНЧ) – один из видов аналоговых или электронных фильтров, эффективно пропускающий частотный спектр сигнала ниже некоторой частоты (частоты среза), и уменьшающий (подавляющий) частоты сигнала выше этой частоты. Степень подавления каждой частоты зависит от вида фильтра. Один из самых популярных фильтров такого типа - это фильтр Бесселя. Он имеет хорошую фазо-частотную характеристику. Его передаточная функция определяется формулой:
$G(p) = B_n(0)/B_n(p)$,
где $B_n(p)$ - полином Бесселя, который м.б. найден на основе неравенств:

$$B_n(x) = (2n-1)\,B_{n-1}(x) + x^2 B_{n-2}(x);$$
$$B_1(x) = x + 1; \quad B_2(x) = x^2 + 3x + 3.$$

В отличие от фильтра нижних частот (НЧ), фильтр верхних частот пропускает частоты сигнала выше частоты среза, подавляя низкие частоты.
Реализация фильтров нижних частот может быть разнообразной, включая электронные схемы, программные алгоритмы, акустические барьеры, механические системы и т. д.

Полосный фильтр - пропускает составляющие сигнала только в определённой полосе частот.

Частота среза - частота, выше или ниже которой мощность выходного сигнала уменьшается по сравнению с мощностью в полосе пропускания.

Дискретный фильтр – это произвольная система обработки дискретного сигнала, обладающая свойствами линейности и стационарности: *линейность* означает, что выходная реакция на сумму сигналов равна сумме реакций на эти сигналы, поданные на вход по отдельности, а *стационарность* – что задержка входного сигнала приводит лишь к такой же задержке выходного сигнала, не меняя его формы.

Чтобы обеспечить линейность и стационарность, производимые фильтром математические операции должны ограничиваться сложением и умножением на константы.

В отличие от аналоговых схем дискретные фильтры работают не с непрерывными сигналами, а с сигналами дискретизированными по времени, то есть с сигналами, представленными в виде последовательностей входных и выходных отсчетов сигнала. Другое название такого представления сигнала - решетчатая функция, значения этой функции определены только для определенных значений аргумента. Промежуток времени между двумя соседними отсчетами сигнала называется периодом дискретизации Тд , величина обратная ему - частотой дискретизации f.

Нерекурсивные КИХ-фильтры имеет конечную "память". Те после снятия входного сигнала переходный процесс завершится за конечное число периодов дискретизации, в отличие от БИХ-фильтров, которым свойственно асимптотическое затухание вследствие зависимости от всех предыдущих выходных значений.

Важной особенностью КИХ-фильтров является то, что они могут иметь строго линейную фазовую характеристику.

КИХ-фильтры имеют полюсы (корни знаменателя) равные нулю и характеризуются конечной импульсной характеристикой. КИХ-фильтры могут иметь более разнообразные АЧХ, чем БИХ-фильтры. Важной особенностью КИХ-фильтров является то, что фазовая характеристика может быть строго линейна $(w) = b - const(w)$. Если это условие выполнено, то импульсная характеристика фильтра обладает свойством симметрии $h[k] = h[n - 1 - k]$.

Чаще всего при проектировании КИХ-фильтра исходят из требуемой (или желаемой) частотной характеристики с последующим вычислением коэффициентов фильтра. Существуют несколько методов расчета таких фильтров: метод проектирования с помощью окон, метод частотной выборки, метод расчета оптимального (по Чебышеву) фильтра.

Методы синтеза цифровых фильтров можно классифицировать по различным признакам:

- по типу получаемого фильтра:

  методы синтеза фильтров с конечной импульсной характеристикой;

  методы синтеза фильтров с бесконечной импульсной характеристикой;

- по наличию аналогового прототипа:

  методы синтеза с использованием аналогового прототипа;

  прямые методы синтеза (без использования аналогового прототипа)

3.1 Прохождение сигнала через линейную цепь

Известно, что при **воздействии на линейную цепь гармонического сигнала** $s(t) = S_m cos(t + S)$, на выходе цепи устанавливается сигнал, форма которого тоже гармоническая: $y(t) = Y_m cos(t + Y)$. Гармонический сигнал – единственный сигнал, не изменяющий свою форму при прохождении через линейную электрическую цепь.

Пусть на линейную цепь воздействует сложный негармонический сигнал s(t). Форма сложного сигнала при прохождении через цепь будет искажаться. Для расчетов искажений выходного сигнала y(t) наиболее часто используются спектральные методы и их обобщения. Суть спектрального метода проста. Сложный сигнал с помощью рассмотренных выше спектральных разложений представляется в виде суммы гармонических колебаний. Затем находятся частичные реакции линейной цепи на каждый их гармонических входных сигналов. После этого, в соответствии с принципом суперпозиции результирующий выходной сигнал находится как сумма частичных реакций линейной цепи. Спектральный метод анализа линейных цепей определяет два простых правила, которыми следует пользоваться при определении характера прохождения сигнала через эти цепи. Во-первых, в зависимости от требований к форме выходного сигнала следует сравнить спектр входного сигнала и амплитудно-частотную характеристику цепи. Допустим, что требования к форме выходного сигнала достаточно высоки, тогда форма АЧХ должна быть такой, чтобы без затухания передавать все значимые гармоники входного сигнала. Во-вторых, в результате сравнения спектра сигнала и АЧХ линейной цепи можно оценить форму выходного сигнала.

4 Ход работы

Сформируем гармонический сигнал, содержащий целое число повторов колебаний (10 периодов), при этом частота дискретизации Fs = 1кГц:

Листинг 1: Формирование сигнала

```
Fs = 1000; %%Sample Frequancy
t = 0 : 1/Fs : 3; %%TimeLine
F = 1;
A = 2
s = A * sin(2*pi*F*t); %%Signal
```

ДобавиМ к сигналу аддитивный белый гауссов шум с помощью встроенной функции Matlab awgn.

Листинг 2: Сигнал с шумом

```
%%Noise addition
y = awgn(s,10);
plot(t,y,'r')
```

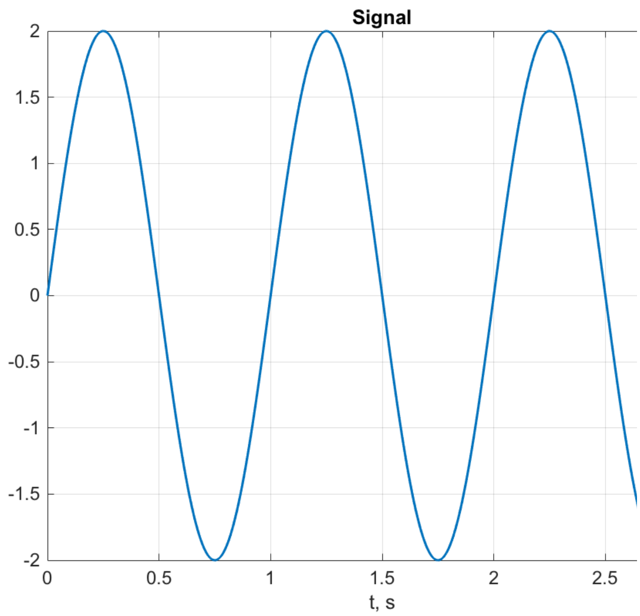

Рис. 1: Сигнал

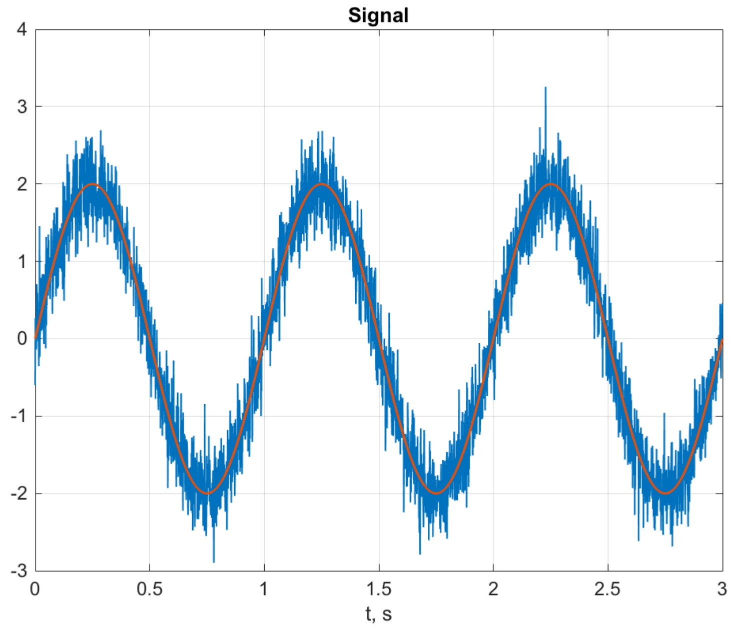

Рис. 2: Зашумлённый сигнал

Спектры полученных сигналов:

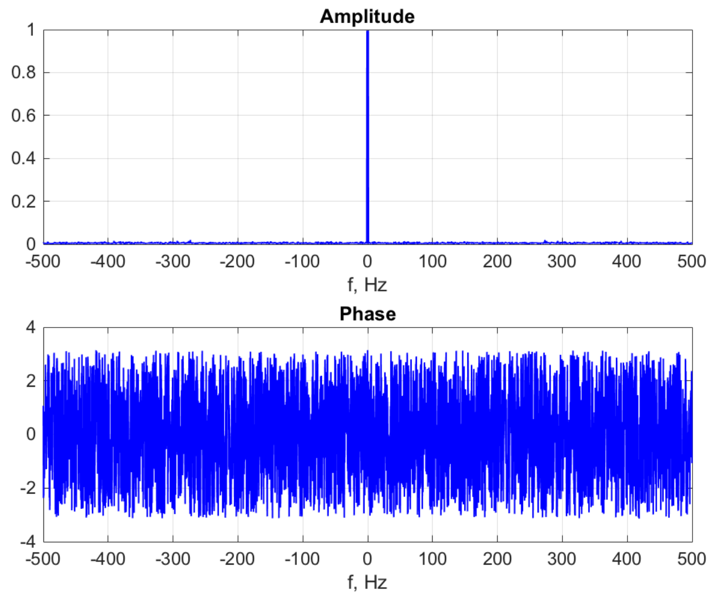

Рис. 3: Амплитудный и фазовы спектры зашумлённого сигнала

Синтезируем фильтр с окном Кайзера для частоты дискретизации 2кГц с помощью встроенного инструмента Matlab - FDATool. Частота среза - 300Гц, граничная частота - 500Гц. FDATool порядок фильтра устанавливает самостоятельно так, чтобы фильтр удовлетворял заданным требованиям.

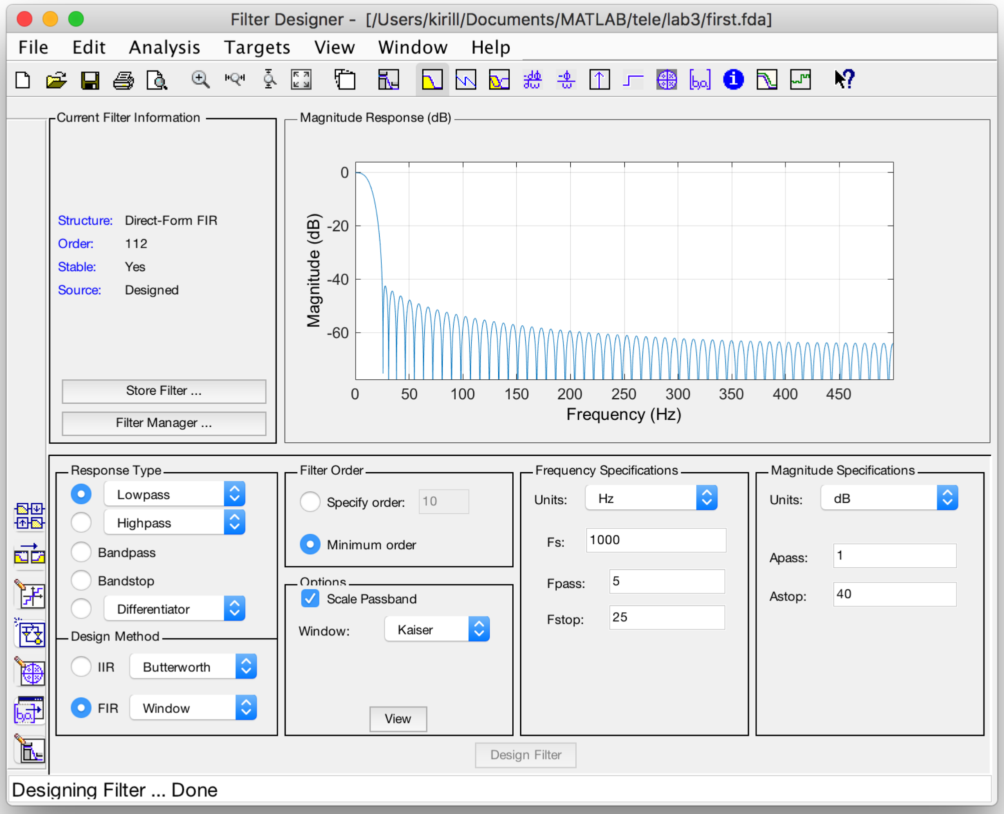

Рис. 4: Синтезированный фильтр Кайзера

В результате был синтезирован фильтр 112 порядка и сгенерирован код Matlab для нахождения коэффициентов уравнения фильтрации:

Листинг 3: Код нахождения коэффициентов

```
% All frequency values are in Hz.
Fs = 4000;  % Sampling Frequency

Fpass = 0;                 % Passband Frequency
Fstop = 100;                % Stopband Frequency
Dpass = 0.057501127785;    % Passband Ripple
Dstop = 0.0031622776602;   % Stopband Attenuation
flag  = 'scale';           % Sampling Flag

% Calculate the order from the parameters using KAISERORD.
[N,Wn,BETA,TYPE] = kaiserord([Fpass Fstop]/(Fs/2), [1 0], [Dstop Dpass]);

% Calculate the coefficients using the FIR1 function.
b  = fir1(N, Wn, TYPE, kaiser(N+1, BETA), flag);
Hd = dfilt.dffir(b);

%% [EOF]
yy=filter(b,1,y)
figure; plot(yy,'linewidth', 1.5);
grid on;
spectrum(Fs,t,yy);
yy=conv(y,b)
%figure; plot(yy,'linewidth', 1.5);
grid on;
```

Осуществим свёртку зашумленного сигнала с полученной импульсной функцией h(k) = bk, а также с помощью функции filter:

Листинг 4: Свёртка сигнала

```
yy=filter (b,1 ,y)
figure ;
plot (yy,'linewidth' , 1.5 ) ;
grid on;
spectrum(Fs ,t ,yy) ;
yy=conv(y,b)
figure ;
plot (yy,'linewidth' , 1.5 ) ;
spectrum(Fs ,t ,yy) ;
grid on;
```

Исходный сигнал, сигнал с шумом и выровненный относительно исходного, отфильтрованный сигнал приведены на рисунке:

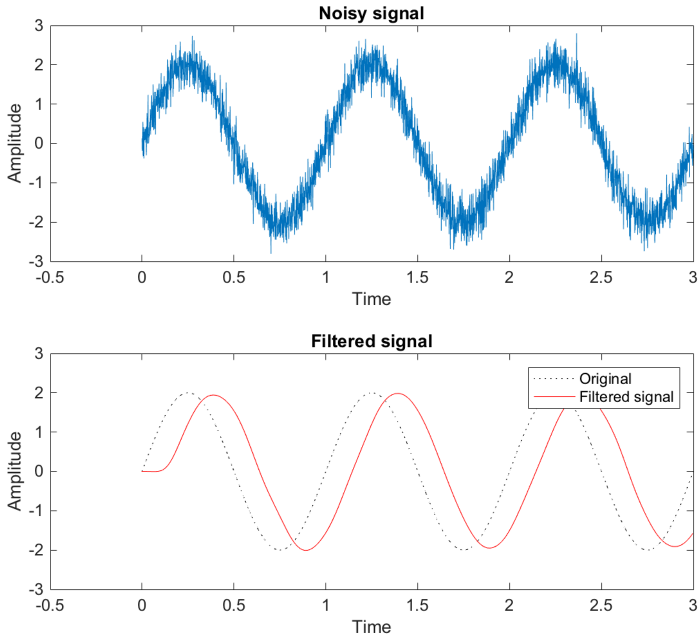

Рис. 5: Сигналы до и после фильтрации

Спектры сигнала:

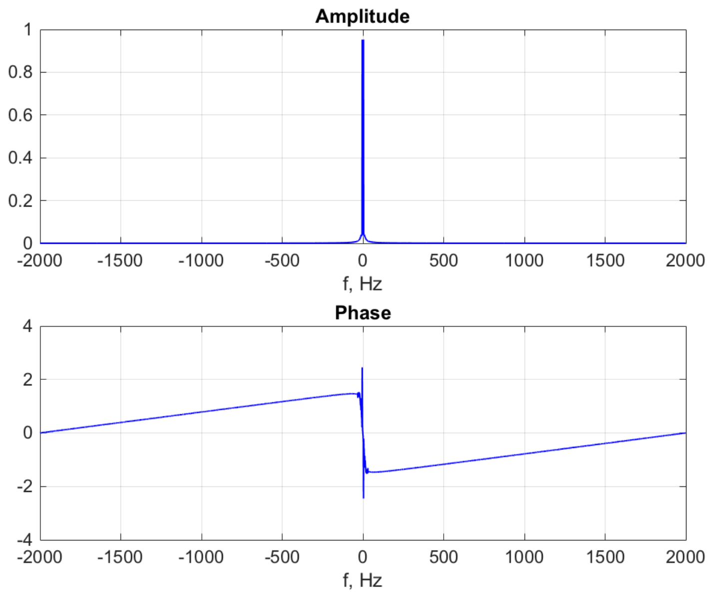

Рис. 6: Спектры фильтрованного сигнала

Для сравнения был синтезирован КИХ ФНЧ: Как видно, заданные параметры совпадают с первым случаем (Рис. 2). Однако порядок данного фильтра 71, при этом его АЧХ имеет похожий вид относительно филтра с окном Кайзера.

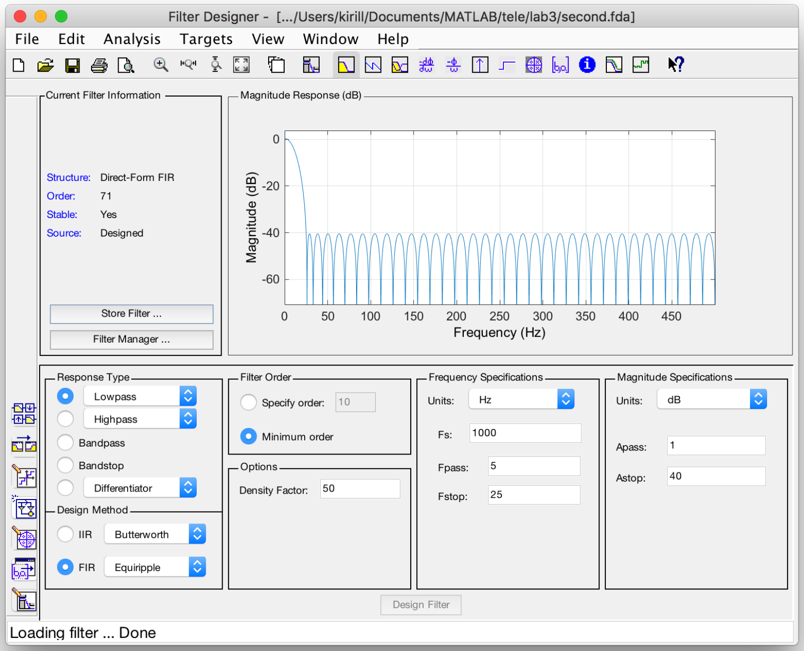

Рис. 7: Синтезированный КИХ ФНЧ

Проделал опыт с фильтрацией зашумленного гармонического сигнала и построением спектров сигналов с новым фильтром:

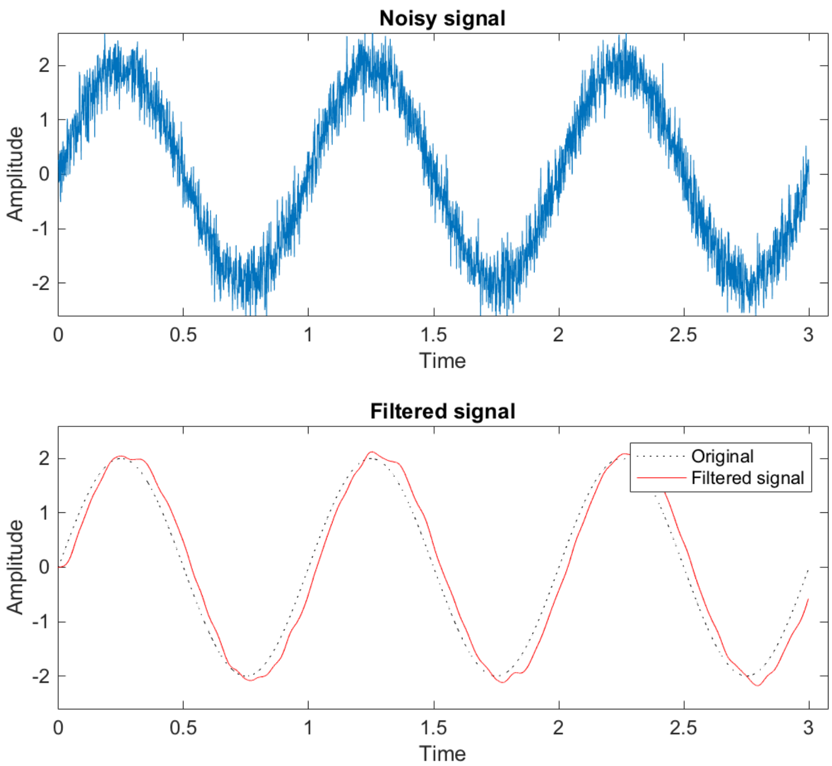

Рис. 8: Сигналы до и после фильтрации

Спектры сигнала:

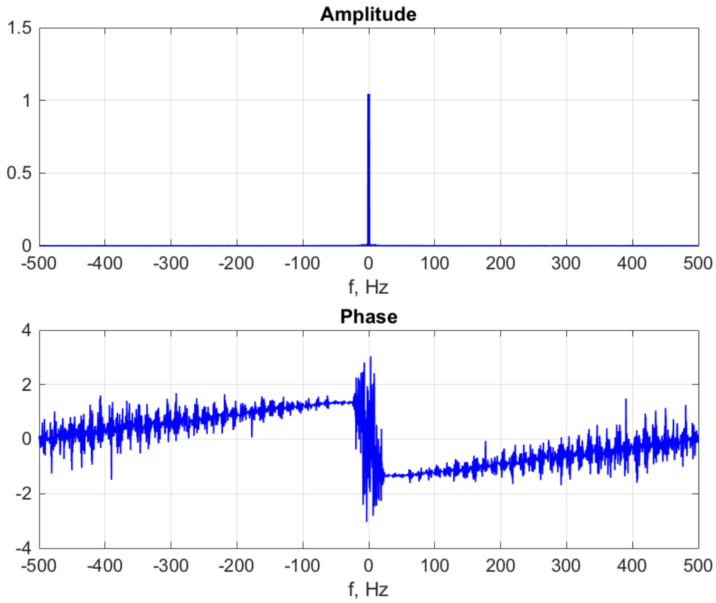

Рис. 9: Спектры фильтрованного сигнала

Спектр отфильтрованного сигнала с помощью фильтра с окном Кайзера почти не отличается от случая с equiripple FIR-фильтра. Можно отметить, что из-за чуть менее двукратного уменьшения порядка фильтра увеличилась примерно на столько же задержка появления очищенного сигнала на выходе.

5 Выводы

Обработка с помощью фильтра позволяет значительно ослабить выбранные частоты сигнала, оставляя только нужные. Это может быть полезно для выделения определенных частот из спектра и для борьбы с помехами. При прохождении через фильтр шум из сигнала удаляется не полностью. Причина этого в помехах, попадающих в полосу пропускания фильтра. Улучшение сигнала возможно путем создания фильтров с более качественной частотной характеристикой,однако ресурсы, затрачиваемые на реализацию такого фильтра, могут значительно возрастать. Формула $y_m = \sum\limits_{k=0}^{m} x_k h_{m-k} = x_0 h_m + x_1 h_{m-1} + ... + x_m h_0$ играет ведущую роль в теории линейной цифровой фильтрации, показывает, что выходная последовательность есть дискретная свертка входного сигнала и импульсной характеристики фильтра.