

Почему простой и классический методы АВС-анализа не рекомендуется применять на практике? Что такое метод треугольника и какие принципы в него заложены? Как с помощью точки Парето рассчитать границы групп А, В и С? Каких проблем, связанных с использованием классического АВС-анализа, можно избежать благодаря методу треугольника? Ответы на эти и некоторые другие вопросы вы найдете в данной статье.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** АВС-анализ, метод треугольника, правило Парето, правило 20/80, точка Парето, классический АВС-анализ



**Афанасьев Сергей Владимирович** — исполнительный директор, начальник управления расследования мошенничества КБ «Ренессанс Кредит». Разработчик аналитических методик и автор статей по антифроду и риск-менеджменту (г. Москва)

## ВВЕДЕНИЕ

АВС-анализ — один из наиболее популярных методов классификации ресурсов компании по степени их важности. Несмотря на ограниченные возможности однопараметрических методов, корректно проведенный АВС-анализ и правильная интерпретация его результатов позволяют быстро и эффективно принимать решения на любом управленческом уровне.

В основе АВС-анализа лежит принцип Парето, или так называемое правило 20/80. Вильфредо Парето — известный итальянский экономист и социолог XIX в. — обратил внимание на то, что большая часть богатств принадлежит меньшей части населения [1]. Позже американский инженер Джозеф Джуран сформулировал «правило 20/80», которое назвал в честь Парето и которое принято считать универсальным для многих экономико-социальных процессов: 20% всех клиентов приносят 80% прибыли, 20% всех товаров обеспечивают 80% оборота, 20% населения выпивают 80% пива и т.п. [2] Всеобъемлемость этого принципа позволила АВС-анализу стать одним

из самых популярных методов классификации, но в то же время с ним связано возникновение множества подводных камней, большинство из которых не удастся обойти, используя в ABC-анализе простейшие алгоритмы.

В данной статье рассматривается метод треугольника в ABC-анализе, показываются его плюсы и минусы, а также демонстрируются преимущества в сравнении с классическими алгоритмами ABC-анализа.

## КЛАССИЧЕСКИЙ ABC-АНАЛИЗ

Самым простым методом классификации можно считать равномерное разбиение упорядоченного набора данных на три группы А, В и С либо по количеству позиций, либо по значению результата (рис. 1).

Однако этот метод хорош только для равномерно убывающих рядов (арифметических прогрессий). На практике подобное распределение является скорее исключением, чем правилом, а приведенные на рис. 2 примеры показывают, насколько нерациональным может быть такое ранжирование.

Принцип дисбаланса, лежащий в основе ABC-анализа, не только устанавливает соотношение 20/80, но и позволяет использовать его для более точной классификации. Применительно к ABC-анализу правило Парето может звучать так: надежный контроль 20% позиций позволяет на 80% контролировать всю систему, идет ли речь о запасах сырья и комплектующих, продуктовой линейке предприятия, его клиентах или о чем-то другом.

Например, изучив номенклатуру запасов предприятия, можно выделить группу А (допустим, в нее входят 10% запасов, стоимость которых составляет 70% от общей), группу В (20% запасов, на которые приходится 20% стоимости) и группу С (основная часть запасов, включающая 70% всей номенклатуры, стоимость которой составляет, однако, всего 10%). Таким образом, очевидно, что руководство компании должно наиболее жестко контролировать получение, хранение и использование запасов группы А. По отношению к запасам группы В контроль может быть текущим, к запасам группы С — периодическим. Отметим, что в различной литературе приводятся разные значения процентного соотношения, например, группа А — 15% запасов, В — 20%, С — 65%.

Рис. 1. Простой метод ABC-анализа

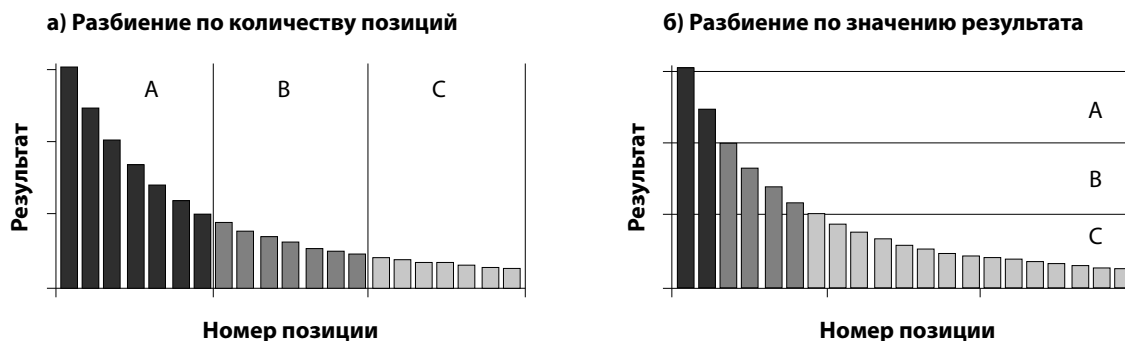
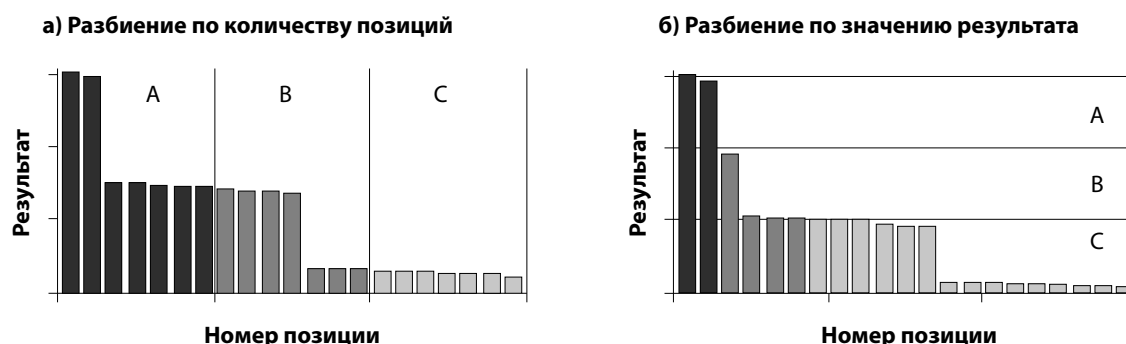


Рис. 2. Примеры нерационального ранжирования



Данный метод называется эмпирическим, или классическим ABC-анализом. Чтобы провести классический ABC-анализ, прежде всего необходимо построить диаграмму Парето. Для этого ряд сортируют по убыванию результата и строят диаграмму накопленного итога (рис. 3).

Затем оси диаграммы нормируют по формулам (1) и (2), в результате чего получают диаграмму Парето, на которой по оси X отложена доля позиций в процентах, а по оси Y — общий вклад в результат в процентах (рис. 4а).

$$X_i = \left( \frac{x_i}{X_0} \right) \times 100\% = \frac{i}{X_0} \times 100\%, \quad (1)$$

где  $X_i$  —  $i$ -тое значение по оси X диаграммы Парето (доля позиций);

$x_i$  —  $i$ -тая позиция ряда ( $x_i = i$ );

$X_0$  — общее количество позиций.

$$Y_i = \left( \frac{\sum_{j=1}^i y_j}{Y_0} \right) \times 100\%, \quad (2)$$

где  $Y_i$  —  $i$ -тое значение по оси Y диаграммы Парето (вклад в результат), проценты;

$y_j$  — величина результата для  $j$ -той позиции;

$Y_0$  — суммарный (общий) результат ряда.

На построенной диаграмме Парето выделяют группу A — обычно это 10% позиций, группу B — 20% и группу C — 70% позиций (рис. 4б).

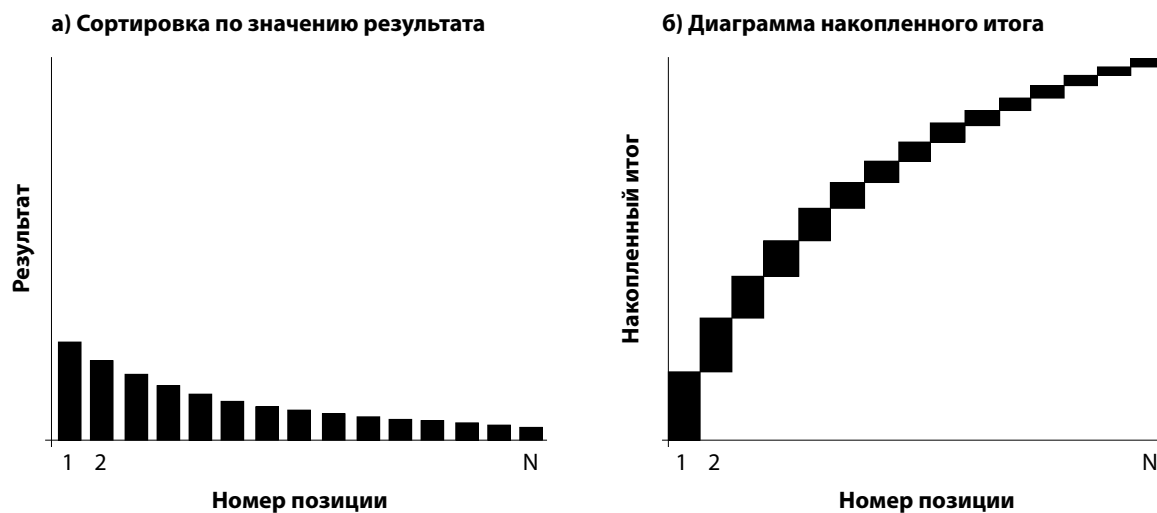
Как уже было отмечено, классический ABC-анализ на практике дает более точные результаты, чем равномерное разбиение на группы, поскольку правило Парето получено эмпирическим путем и отражает структуру данных во многих процессах (физических, экономических, социальных) [3]. Однако правило 20/80 выполняется не всегда, и в таких случаях классический ABC-анализ оказывается неэффективным.

### «ЛОВУШКА» ПРАВИЛА ПАРЕТО

Рассмотрим два простых набора данных и построим для них диаграммы Парето, но перед этим введем понятие точки Парето. Точка Парето — это точка на диаграмме Парето с координатами  $(x_p, y_p)$ , для которых выполняется равенство  $x_p + y_p = 100\%$ .

В табл. 1 представлены два набора данных, которые упорядочены по значению результата. Первый набор включает в себя одну позицию с высоким значением результата и 19 позиций

**Рис. 3.** Первый этап классического АВС-анализа: сортировка



**Рис. 4.** Второй этап классического АВС-анализа: нормирование

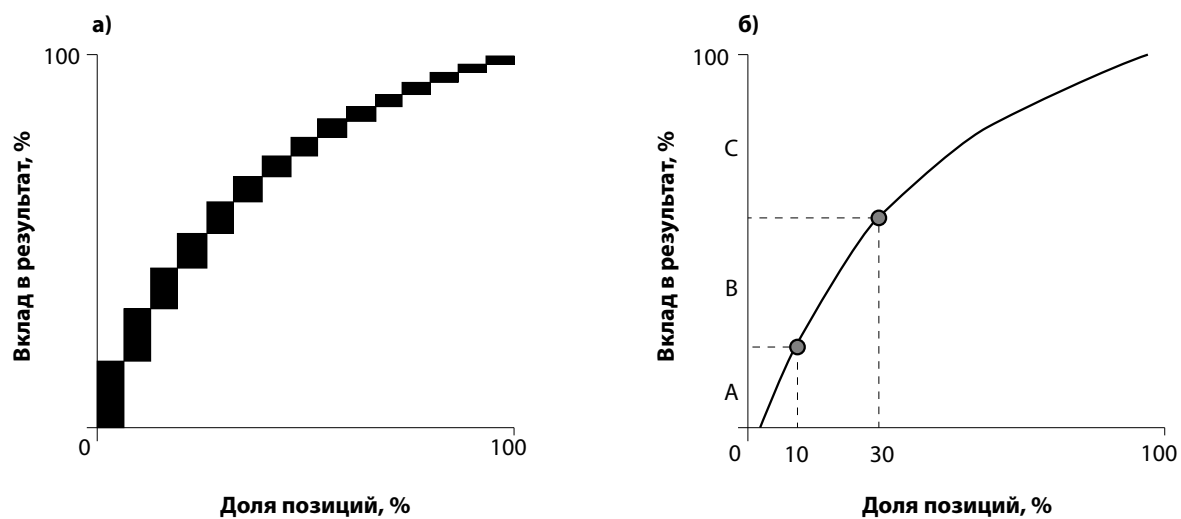


Таблица 1. Тестовые наборы данных

Наборы данных	Номер позиции																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Набор 1	610	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Набор 2	500	500	500	500	500	500	500	500	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24

с низким значением. Второй набор содержит восемь позиций с высоким значением результата и 12 позиций с низким.

Диаграммы Парето и координаты точек Парето для данных наборов представлены на рис. 5.

Проведем разбиение этих наборов на группы А, В и С, используя классический метод (табл. 2).

По данным табл. 2 видно, что в первом наборе в группу А попали одна позиция с высоким значением результата и одна позиция с низким, в группу В — четыре позиции с низким значением и в группу С — оставшиеся 14 позиций с низким значением.

Во втором наборе в группу А попали две позиции с высоким значением результата, в группу В — четыре позиции с высоким значением, в группу С — две позиции с высоким значением и 12 позиций с низким.

Проведенный анализ позволяет сделать несколько выводов.

1. Для некоторых наборов данных (например, набора 2) классический ABC-анализ не позволяет провести рациональное разбиение на группы, следовательно, он применим не ко всем процессам.

2. Диаграмма Парето дает визуальное представление о степени важности позиций. Позиции

Рис. 5. Диаграммы Парето для тестовых наборов данных

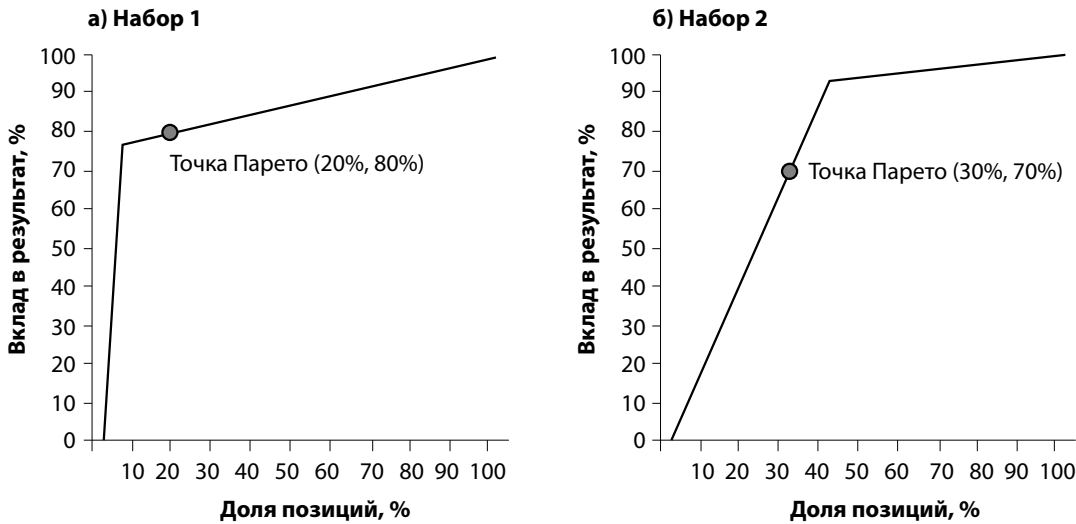


Таблица 2. Разбиение тестовых наборов данных с применением классического метода АВС-анализа

Наборы данных	Группы																	
	А (10%)		В (20%)				С (70%)											
Набор 1	610	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Набор 2	500	500	500	500	500	500	500	500	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24

с высокими значениями результата располагаются на более близком к вертикали (крутом) участке диаграммы, поскольку благодаря им происходит существенное приращение общего итога. Позиции с низкими значениями результата располагаются на более пологом участке диаграммы, т.к. дают незначительное его приращение.

3. Чем ближе точка Парето расположена к верхнему левому углу квадранта диаграммы, тем более крутым будет участок высоких и более пологим — участок низких значений. Это значит, что доля позиций с высокими значениями результата становится меньше, а доля позиций с низкими значениями — больше.

Таким образом, можно прийти к следующему заключению: размеры групп зависят от координат точки Парето, а правило 20/80 нельзя понимать буквально. Бывает, что точка дисбаланса (точка Парето) имеет другие числовые значения координат, и классический АВС-анализ в таких случаях не дает хороших результатов.

Все это является предпосылкой для применения более «продвинутых» методов АВС-анализа, в частности метода треугольника.

## МЕТОД ТРЕУГОЛЬНИКА

В основе метода треугольника лежит тот факт, что размеры групп А, В и С зависят от координат точки Парето. Для вывода формулы, определяющей эту зависимость, рассмотрим все возможные диаграммы Парето, проходящие через данную точку  $(x_p, y_p)$ . Отметим, что множество всех точек Парето лежит на прямой  $y = 100\% - x$ , которая изображена на рис. 6 пунктирной линией.

Две предельные диаграммы Парето, проходящие через точку  $(x_p, y_p)$ , имеют форму двухзвенных ломаных линий. Множество всех диаграмм Парето, проходящих через указанную точку, лежит внутри области треугольников, образованной данными ломаными. Это связано с тем, что диаграмма Парето всегда выпукла вверх (за счет убывающих приращений).

Из рис. 7 видно, что на двухзвенных ломаных доля позиций с высокими значениями результата меняется в диапазоне от 0% до  $x_p / y_p \times 100\%$ , а доля позиций с низкими значениями — в диапазоне от 100% до  $(1 - x_p / y_p) \times 100\%$ .

Указанные предельные значения целесообразно использовать для определения размеров групп А, В и С. С этой целью через места излома предельных диаграмм необходимо провести две прямые  $f_I(x)$  и  $f_{II}(x)$ , параллельные диагоналям, которая проходит через точку Парето (обозначена пунктирной линией). Точки пересечения данных прямых с диаграммой Парето будут искомыми границами групп А, В и С (рис. 8а).

Уравнения прямых  $f_I(x)$  и  $f_{II}(x)$  рассчитываются с помощью координат точки Парето  $(x_p, y_p)$  по формулам (3) и (4) соответственно:

$$f_I(x) = \frac{y_p - x_p}{y_p} - x; \quad (3)$$

$$f_{II}(x) = \frac{y_p + x_p}{y_p} - x. \quad (4)$$

Координаты точек пересечения прямых  $f_I(x)$  и  $f_{II}(x)$  с эмпирической кривой Парето можно вычислить, минимизируя расстояния между точками данных функций. Несмотря на то что эти вычисления можно автоматизировать, такой метод

Рис. 6. Построение множества диаграмм Парето

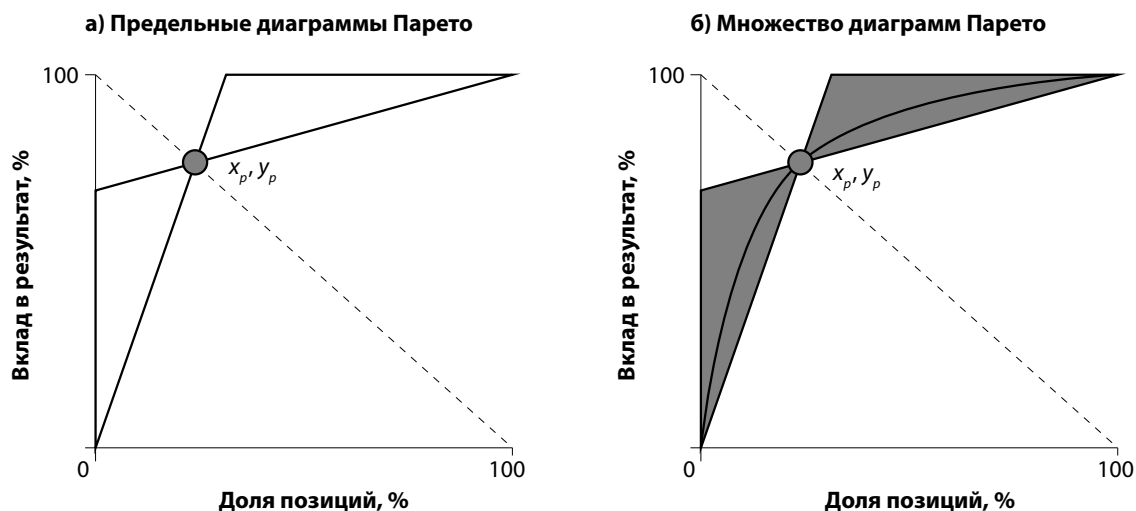
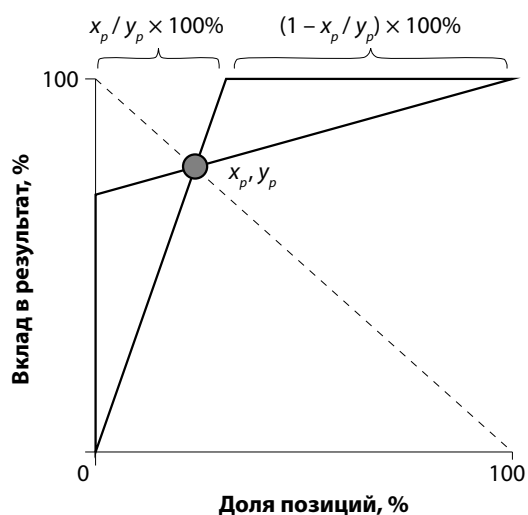


Рис. 7. Диапазоны доли позиций с высокими и низкими значениями результата на предельных диаграммах Парето



поиска решения является не самым простым и удобным.

Для упрощения алгоритма поиска границ вместо точек пересечения отрезков с диаграммой Парето можно взять координаты по оси X середин отрезков DE и FG (рис. 86). Тогда границы групп будут определяться по формулам (5) и (6):

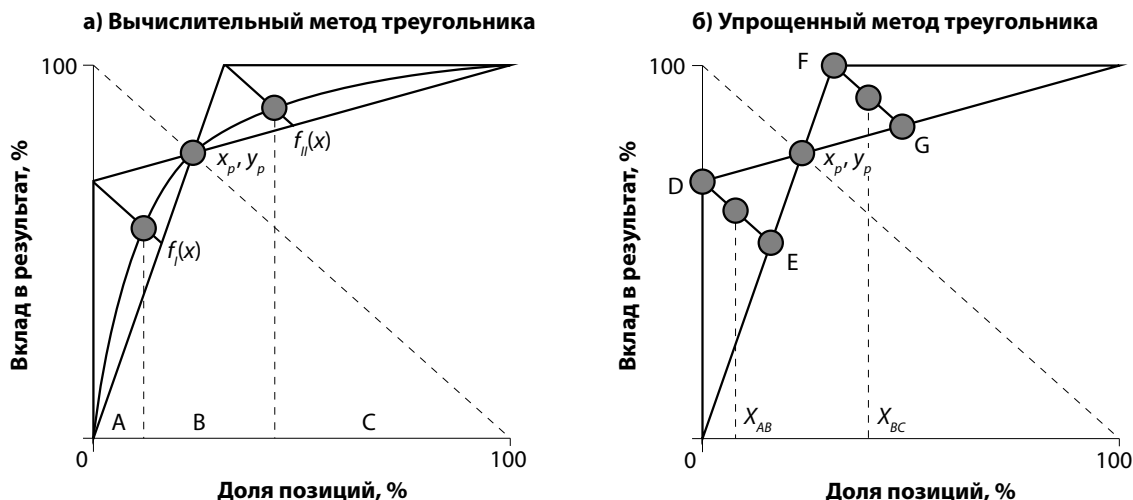
$$X_{AB} = \frac{x_p \times y_p - x_p^2}{2 \times y_p}; \quad (5)$$

$$X_{BC} = \frac{3 \times x_p \times y_p + x_p^2}{2 \times y_p}. \quad (6)$$

Проверим, удовлетворяют ли формулы (5) и (6) граничным условиям.

1. Если точка Парето стремится к (0%, 100%), то, согласно формулам (5) и (6), доля позиций группы A стремится к 0%, группы B — к 0%, а группы C — к 100%. Это соотносится с принципом ABC-анализа, согласно которому группа позиций с высокими значениями результата соответствует близкой к вертикали части диаграммы Парето

Рис. 8. Использование метода треугольника



(ее проекция на ось  $X$  стремится к 0%), а группа с низкими значениями результата соответствует близкой к горизонтали части диаграммы и включает почти 100% позиций.

2. Если точка Парето стремится к (50%, 50%), то, согласно формулам (5) и (6), доля позиций группы А стремится к 0%, группы В — к 100%, а группы С — к 0%. В данном случае диаграмма Парето будет близка к диагональной прямой, что соответствует равномерно распределенному ряду. Все позиции при этом имеют одинаковое значение результата и должны попасть в одну группу, и, поскольку нельзя определить, «хорошая» это группа или «плохая», логично будет отнести их к группе В, что и происходит в результате АВС-классификации методом треугольника.

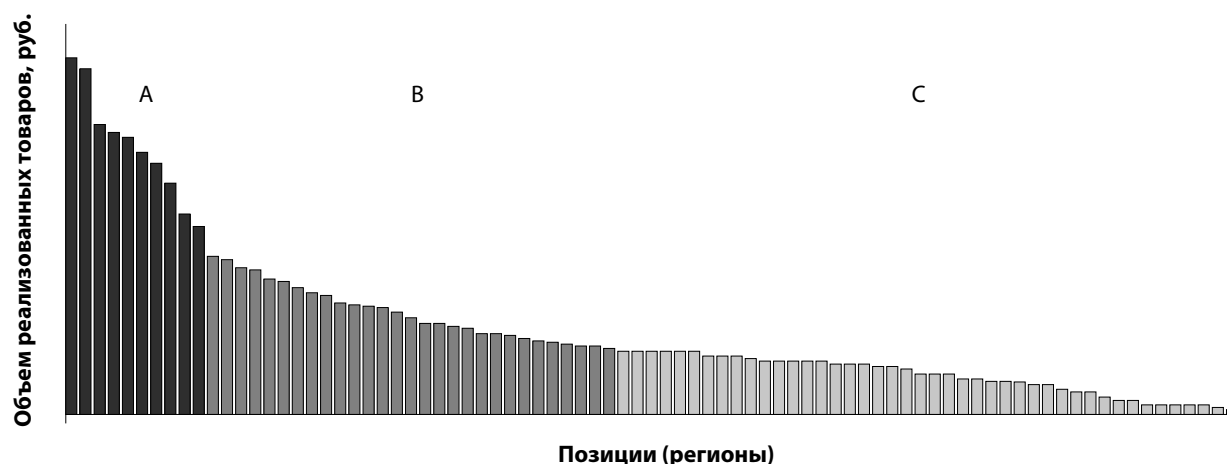
Исходя из полученных результатов можно заключить, что метод треугольника сужает область аппроксимации и удовлетворяет граничным условиям точки Парето.

## СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭМПИРИЧЕСКИХ ДАННЫХ

В качестве иллюстрации вышесказанного рассмотрим, как метод треугольника работает при анализе эмпирических данных, и сравним результаты, полученные с его помощью, с результатами разбиения на группы простым и классическим методами.

Для анализа возьмем массив данных об объеме реализованных в Российской Федерации в 2015 г. продовольственных товаров в разрезе регионов [4]. Упорядочим регионы по объему реализованных товаров в порядке убывания. Исключим из рассмотрения два региона с аномально высокими показателями (Москва и Московская область). Оставшиеся регионы разобьем на группы А, В и С визуальным (экспертным) способом (рис. 9) и сравним, насколько сильно результаты такого распределения отличаются от результатов,



**Рис. 9.** Результаты визуального распределения по группам

полученных с использованием методов, рассмотренных в данной статье.

Применение простого метода ABC-анализа дало следующее разделение на группы:

- группа А — 28 регионов;
- группа В — 27 регионов;
- группа С — 28 регионов (рис. 10).

При этом 18 позиций, попавших в группу А, при визуальном разбиении были отнесены к группе В, а 17 позиций, попавших в группу В, входили в группу С. Таким образом, общее расхождение составило 42% (35 позиций из 83).

В результате использования классического метода позиции распределились следующим образом:

- группа А — восемь регионов;
- группа В — 17 регионов;
- группа С — 58 регионов (рис. 11).

При этом две позиции, попавшие в группу В, визуально были отнесены к группе А, а 14 позиций, вошедших в группу С, относились к группе В. Расхождение составило 19% (16 позиций из 83).

Наконец, использование метода треугольника дало следующее распределение:

- группа А — семь регионов;
- группа В — 43 региона;
- группа С — 33 региона (рис. 12).

При этом три позиции, оказавшиеся в группе В, при визуальном разбиении входили в группу А, а 11 позиций, попавших в группу В, относились к группе С. Таким образом, общее расхождение в данном случае составило 17% (14 позиций из 83).

Проведенное сравнение показывает, насколько результаты применения каждого из рассмотренных методов близки к экспертному (визуальному) распределению. Наиболее близкие результаты дало использование метода треугольника, что объясняется основными принципами, заложенными в него.

Стоит отметить, что визуальное распределение на группы не обеспечивает необходимой объективности, т.к. его итоги во многом зависят от эксперта, который его проводит. По этой причине приведенный пример не дает исчерпывающего ответа на вопрос о том, какой из методов точнее. Тем не менее он позволяет увидеть слабые стороны простого и классического

Рис. 10. Результаты простого АВС-анализа

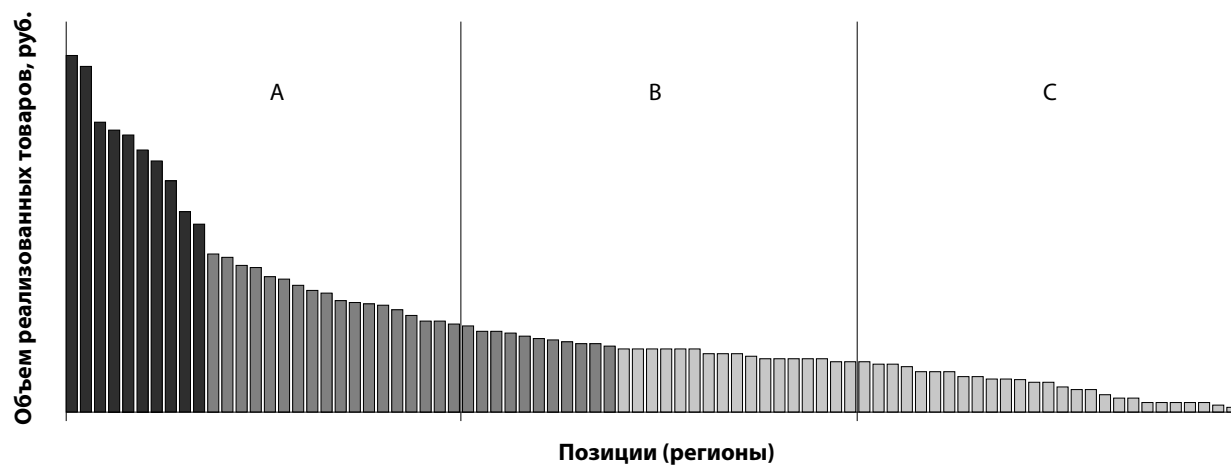


Рис. 11. Результаты классического АВС-анализа

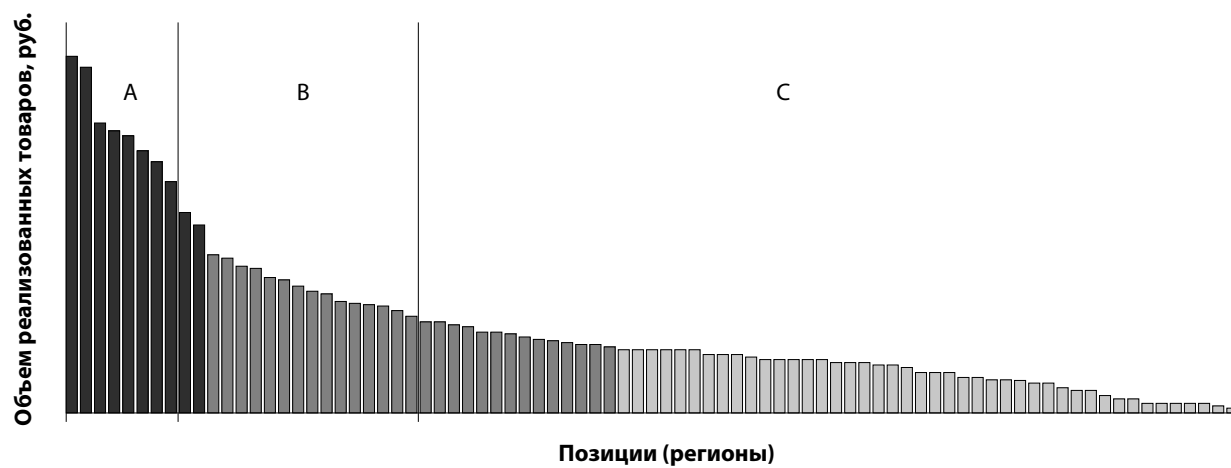
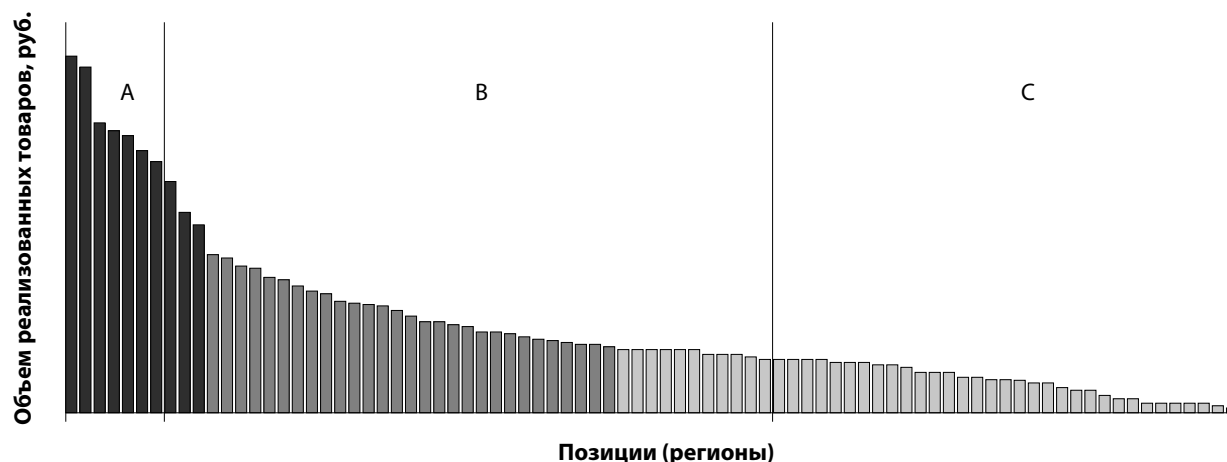


Рис. 12. Результаты анализа методом треугольника



ABC-анализа, а также основные преимущества метода треугольника.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

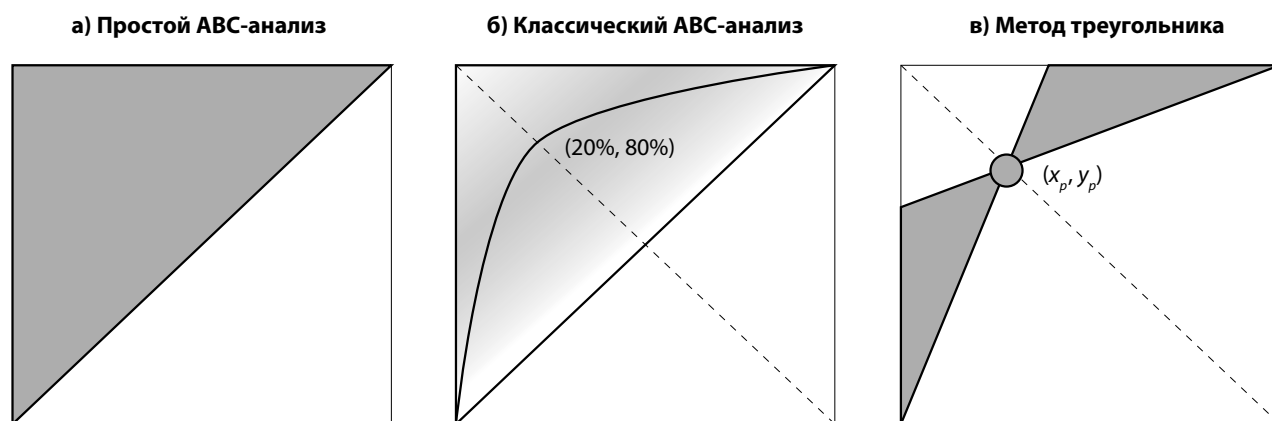
В данной статье был рассмотрен метод треугольника, используемый при ABC-анализе, проведено его сравнение с простым и классическим методами, а также показаны преимущества, обеспечивающие более низкий уровень ошибки классификации. Последний можно представить графически с помощью областей построения полного множества диаграмм Парето, соответствующих критериям того или иного метода. Чем меньше засекаемая диаграммами область (т.е. чем меньше разброс возможных значений), тем точнее метод (рис. 13).

Так, при простом ABC-анализе задействуется все множество диаграмм Парето, поэтому ошибка может быть очень большой (см. рис. 13а).

Классический ABC-анализ подразумевает использование эмпирического правила 20/80, т.е. координат точки Парето (20%, 80%), через которую проходит наибольшее число эмпирических диаграмм Парето [5]. Таким образом, средний уровень ошибки будет существенно ниже, но для некоторых процессов ошибка может быть столь же значительной, как и в первом случае (см. рис. 13б). При распределении данных методом треугольника область аппроксимации ограничивается предельными диаграммами за счет использования координат точки Парето. Этот метод обеспечивает наименьшее значение ошибки классификации среди всех рассмотренных (см. рис. 13в).

В Приложении приведена таблица, с помощью которой можно определить долю позиций, входящих в группы А, В и С, по координатам точки Парето. При составлении таблицы использовался метод треугольника, расчеты проводились по формулам (5) и (6) с шагом координат точки Парето 1%.

**Рис. 13.** Сравнение ошибок с помощью области покрытия диаграммами Парето



## ЛИТЕРАТУРА

1. Koch R. (2001). *The 80/20 Principle: the Secret of Achieving More with Less*. London: Nicholas Brealey Publishing.
2. Juran J.M. (1951). *Quality-Control Handbook*. New York: McGraw-Hill.
3. Benford F. (1938). «The law of anomalous numbers». *Proceedings of the American Philosophical Society*, Vol. 78(4), pp. 551–572.
4. Розничная торговля, услуги населению, туризм. — [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/enterprise/retail/#](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/enterprise/retail/#).
5. Арнольд В.И. Статистика первых цифр степеней двойки и передел мира // Квант. — 1998. — №1. — С. 2–4.

**ПРИЛОЖЕНИЕ.**

Таблица для определения долей групп А, В и С по координатам точки Парето

Координаты точки Парето, %		Доля позиций, относящихся к разным группам, %		
$x_p$	$y_p$	А	В	С
1	99	0,5	1	98,5
2	98	1	2	97
3	97	1,5	3,1	95,5
4	96	1,9	4,2	93,9
5	95	2,4	5,3	92,4
6	94	2,8	6,4	90,8
7	93	3,2	7,5	89,2
8	92	3,7	8,7	87,7
9	91	4,1	9,9	86,1
10	90	4,4	11,1	84,4
11	89	4,8	12,4	82,8
12	88	5,2	13,6	81,2
13	87	5,5	14,9	79,5
14	86	5,9	16,3	77,9
15	85	6,2	17,6	76,2
16	84	6,5	19	74,5
17	83	6,8	20,5	72,8
18	82	7	22	71
19	81	7,3	23,5	69,3
20	80	7,5	25	67,5
21	79	7,7	26,6	65,7
22	78	7,9	28,2	63,9
23	77	8,1	29,9	62,1
24	76	8,2	31,6	60,2
25	75	8,3	33,3	58,3
26	74	8,4	35,1	56,4
27	73	8,5	37	54,5
28	72	8,6	38,9	52,6
29	71	8,6	40,8	50,6
30	70	8,6	42,9	48,6
31	69	8,5	44,9	46,5
32	68	8,5	47,1	44,5
33	67	8,4	49,3	42,4
34	66	8,2	51,5	40,2

**ПРИЛОЖЕНИЕ.**

Таблица для определения долей групп А, В и С по координатам точки Парето (продолжение)

Координаты точки Парето, %		Доля позиций, относящихся к разным группам, %		
$x_p$	$y_p$	А	В	С
35	65	8,1	53,8	38,1
36	64	7,9	56,3	35,9
37	63	7,6	58,7	33,6
38	62	7,4	61,3	31,4
39	61	7	63,9	29
40	60	6,7	66,7	26,7
41	59	6,3	69,5	24,3
42	58	5,8	72,4	21,8
43	57	5,3	75,4	19,3
44	56	4,7	78,6	16,7
45	55	4,1	81,8	14,1
46	54	3,4	85,2	11,4
47	53	2,7	88,7	8,7
48	52	1,8	92,3	5,8
49	51	1	96,1	3
50	50	0	100	0