1. 任何实对称矩阵都可表示成一系列初等矩阵的乘积。 ( )
2. 极大线性无关组唯一的向量组未必是线性无关的向量组。 ( )
3. 设矩阵 A 与 B 相似，则必有 A、B 同时可逆或不可逆。( )

4. 设矩阵 $B=(b_{ij})_{r\times r}$，$C=(c_{ij})_{r\times n}$，且 BC=O，以下正确的是 ( )

（A）若 r(C)<r,则有 B=O　　(B) 若 C≠O，则必有 B=O

(C) 若 r(C)=r,则有 B=O　　(D) B=O，且 C=O

5. 设 A 为 n 阶方阵，且满足 $A^2=A$，且 $A\neq E$，则有 ( )

（A）A 为可逆矩阵　　（B）A 为零矩阵

（C）A 为对称矩阵　　（D）A 为不可逆矩阵

6. 设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 是线性空间 V 的一组基,则下面也是 V 的基的是 ( )

（A）$\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3+\alpha_4,\alpha_4+\alpha_1$　（B）$\alpha_1-\alpha_2,\alpha_2-\alpha_3,\alpha_3-\alpha_4,\alpha_4-\alpha_1$

（C）$\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3+\alpha_4,\alpha_4-\alpha_1$　（D）$\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3-\alpha_4,\alpha_4-\alpha_1$

7. 设线性方程组 $Ax=b$，其中 A 是 $m\times n$ 矩阵，$b\neq O$，则方程组 $Ax=b$ ( )

（A） 有唯一解　(B) 有无穷多解　(C) 无解　(D) 可能无解

8. 若矩阵 $A=\begin{bmatrix} 1 & a & -1 & 2 \\ 0 & -1 & a & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$的秩为 2，则有 a 等于 ( )

（A） 0　(B) 0 或-1　(C) -1　(D) -1 或者 1

二，行列式计算

1. 计算行列式 $D=\begin{vmatrix} a+1 & 0 & 0 & 0 & a+2 \\ 0 & a+5 & 0 & a+6 & 0 \\ 0 & 0 & a+9 & 0 & 0 \\ 0 & a+7 & 0 & a+8 & 0 \\ a+3 & 0 & 0 & 0 & a+4 \end{vmatrix}$ **的值。**

2. 计算行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ 的值。

3. 已知： $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$**，求矩阵 X**

4. 已知线性方程组：

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ x_1 - x_3 = 1, \\ x_1 + ax_2 + x_3 = b. \end{cases}$$

（1）当 a,b 取何值时，无解，有惟一解，有无穷多解？

（2）当方程组有无穷多解时求其通解。

根据 K 的取值求解非齐次线性方程组 $\begin{cases} kx_1 + x_2 + x_3 = k - 3 \\ x_1 + kx_2 + x_3 = -2 \\ x_1 + x_2 + kx_3 = -2 \end{cases}$

5. 设 R^3 中的两组基分别为：

$$\boldsymbol{\varepsilon}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{及} \boldsymbol{\eta}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{\eta}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}, \boldsymbol{\eta}_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

（1）求由基 $\boldsymbol{\varepsilon}_1$，$\boldsymbol{\varepsilon}_2$，$\boldsymbol{\varepsilon}_3$ 到基 $\boldsymbol{\eta}_1$，$\boldsymbol{\eta}_2$，$\boldsymbol{\eta}_3$ 的过渡矩阵 $\boldsymbol{C}$；

（2）若向量 $\boldsymbol{\alpha}$ 在基 $\boldsymbol{\eta}_1$，$\boldsymbol{\eta}_2$，$\boldsymbol{\eta}_3$ 下的坐标为 $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}$，求 $\boldsymbol{\alpha}$ 在基 $\boldsymbol{\varepsilon}_1$，$\boldsymbol{\varepsilon}_2$，$\boldsymbol{\varepsilon}_3$ 下的坐标．

6. 已知二次型：

$$f(x_1, x_2, x_3) = t(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3$$

（1）t 为何值时，该二次型是正定的

（2）取 t=1，用可逆线性变化化二次型为标准型，并写出所用的线性变换。

6.2 用正交变换化二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 6x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 - 8x_1x_3 - 4x_2x_3$ 为标准形，并写出所用的正交变换.

7. 证明

设 α 为 n 维列向量，A 为 n 阶正交矩阵，证明：$\|A\alpha\| = \|\alpha\|$。

7.2 设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n\ (n\geq 3)$中，前$n-1$个向量线性相关，后$n-1$个向量线性无关，试证明：

（1）α_1可表示为$\alpha_2,\cdots,\alpha_{n-1}$的线性组合；

（2）α_n **不能**表示为$\alpha_1,\cdots,\alpha_{n-1}$的线性组合。