南开大学滨海学院

2018-2019-1学期《线性代数II》期末试卷 经管类

适用专业（2017级财务管理、市场营销、国际经济与贸易、工商管理、物流管理、公共事业管理、行政管理、应用心理学、信息管理与信息系统、中职升本）

一、填空题（每小题3分，共15分）

1. 排列51342的逆序数为____.

2. 设矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$, 则$|\boldsymbol{A}^{-1}|=$ ____.

3. 设矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}-1&3&2\\1&0&-3\\4&2&1\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{P}=\begin{pmatrix}1&0&2\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$是3阶初等方阵, 则$\boldsymbol{PA}=$ ____.

4. 设矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&2\\2&3\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{A}^*$为矩阵$\boldsymbol{A}$的伴随矩阵, 则$(\boldsymbol{A}^*)^{-1}=$ ____.

5. 二次型$f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+2x_2^2-x_3^2+2x_1x_2-4x_1x_3-2x_2x_3$的系数矩阵$\boldsymbol{A}=$ ____.

二、单项选择题（每小题3分，共15分）

6. 若行列式$\begin{vmatrix}1&2&0\\1&3&0\\0&0&x\end{vmatrix}=5$, 则常数$x=$ ( )

(A) 5 (B) 0 (C) -5 (D) 3

7. 设$\boldsymbol{A}$为3阶方阵, 且$\boldsymbol{A}^2=\boldsymbol{O}$, 则下列等式成立的是 ( )

(A) $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{O}$ (B) $r(\boldsymbol{A})=3$ (C) $\boldsymbol{A}^3=\boldsymbol{O}$ (D) $|\boldsymbol{A}|\neq 0$

8. 设$\boldsymbol{A}$为2阶可逆矩阵, 则下列矩阵中与$\boldsymbol{A}$等价的是 ( )

(A) $\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix}1&1\\0&0\end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$

9. 设$\boldsymbol{A}$为n阶可逆矩阵, $\boldsymbol{A}^{-1}$为$\boldsymbol{A}$的逆矩阵, $r(\boldsymbol{A}^{-1})$为$\boldsymbol{A}^{-1}$的秩, 则有 ( )

(A) $r(\boldsymbol{A}^{-1})>n$ (B) $r(\boldsymbol{A}^{-1})<n$ (C) $r(\boldsymbol{A}^{-1})=n$ (D) 无法判断

10. 设3阶方阵$\boldsymbol{A}$与$\boldsymbol{B}$相似, 2, -3, 6为$\boldsymbol{A}$的特征值, 则下列矩阵中可逆的是 (　)

(A) $\boldsymbol{B}-2\boldsymbol{E}$　　(B) $2\boldsymbol{A}-6\boldsymbol{E}$　　(C) $\boldsymbol{B}+3\boldsymbol{E}$　　(D) $\boldsymbol{A}-6\boldsymbol{E}$

得分	

三、解答题（每小题7分，共70分。解答过程务必填写在题目下方空白处）

11. 计算行列式$D_3=\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix}$.

12. 计算n阶行列式$D_n=\begin{vmatrix} x & y & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & x & y & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x & y \\ y & 0 & 0 & \cdots & 0 & x \end{vmatrix}$.

13. 解矩阵方程$\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{A}-\boldsymbol{X}$, 其中$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

14. 求向量组$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,-1,2,4)^T$, $\boldsymbol{\alpha}_2=(0,3,1,2)^T$, $\boldsymbol{\alpha}_3=(3,0,7,14)^T$, $\boldsymbol{\alpha}_4=(2,1,5,6)^T$的秩, 给出它的一个极大无关组, 并用该极大无关组表示其余向量.

15. 设$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$是3个线性无关的$n$维向量, 又$\boldsymbol{\beta}_1=\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2$, $\boldsymbol{\beta}_2=\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_3$, $\boldsymbol{\beta}_3=\boldsymbol{\alpha}_1-2\boldsymbol{\alpha}_3$, 证明$\boldsymbol{\beta}_1$, $\boldsymbol{\beta}_2$, $\boldsymbol{\beta}_3$线性无关.

16. 求解齐次线性方程组$\begin{cases} x_1+3x_2+x_3=0 \\ -2x_1+x_2+3x_3=0 \\ x_1-4x_2+6x_3=0 \end{cases}$

17. 求非齐次线性方程组$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=0 \\ x_2+2x_3=1 \\ 3x_1+2x_2+x_3=-1 \end{cases}$的通解, 并用其导出组的基础解系表示.

18. 已知2阶方阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$,

(1) 求矩阵$\boldsymbol{A}$的特征值和特征向量;

(2) 矩阵$\boldsymbol{A}$是否可对角化? 若能, 求可逆矩阵$\boldsymbol{P}$, 使得$\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{AP}$为对角矩阵.

19. 设$\lambda=0$是3阶方阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&2&0\\1&0&a\end{pmatrix}$的一个特征值, 求常数$a$的值.

20. 设矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&0&1\\1&1&2\\0&1&2\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{\alpha}_1$, $\boldsymbol{\alpha}_2$, $\boldsymbol{\alpha}_3$为线性无关的3维列向量, 求向量组$\boldsymbol{A\alpha}_1$, $\boldsymbol{A\alpha}_2$, $\boldsymbol{A\alpha}_3$的秩.