

专业：_____ 学号：_____ 姓名：_____

----- 密封线 ----- 密封线 ----- 密封线 -----

南开大学滨海学院

2019-2020-1学期《线性代数II》期末试卷 经管类

适用专业（2018级财务管理、市场营销、国际经济与贸易、工商管理、物流管理、公共事业管理、行政管理、应用心理学、信息管理与信息系统、中职升本）

题号	填空选择	解答题	总分	核分签字	复核签字
得分					

填空题与选择题答题区（填空与选择题的答案务必填写在此区域内）

1. _____ 2. _____ 3. _____ 4. _____ 5. _____

6. () 7. () 8. () 9. () 10. ()

一、填空题（每小题3分，共15分）

1. 若行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = 1$ ，则行列式 $\begin{vmatrix} 2a_{11} & a_{12} & 2 \\ 2a_{21} & a_{22} & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 设行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ ， D 的第1行第2列的元素 a_{12} 的代数余子式 $A_{12} = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. 设矩阵 A 为 4×3 矩阵且 $r(A) = 2$ ，矩阵 P 是3阶初等矩阵，则 AP 的秩 $r(AP) = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ ，则齐次线性方程组 $AX = 0$ 的基础解系中解向量的个数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

5. 设3阶实对称矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, 则 A 对应的二次型为 $f(x_1, x_2, x_3) =$ ____.

二、单项选择题（每小题3分，共15分）

6. 设 A, B 是 n 阶可逆方阵, 下列等式不成立的是 ()

- (A) $|AB| = |A||B|$ (B) $|(AB)^{-1}| = |A|^{-1}|B|^{-1}$
 (C) $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$ (D) $|(-1)AB| = (-1)^n|AB|$.

7. 设 α 为 n 维单位列向量, E 为 n 阶单位矩阵, 则 ()

- (A) $E - \alpha\alpha^T$ 不可逆 (B) $E + \alpha\alpha^T$ 不可逆
 (C) $E - 2\alpha\alpha^T$ 不可逆 (D) $E + 2\alpha\alpha^T$ 不可逆

8. 若向量组 $\alpha = (1, 2, 3)^T, \beta = (3, -1, 2)^T, \gamma = (2, -3, m)^T$ 线性相关, 则 $m =$ ()

- (A) 1 (B) 2 (C) -1 (D) -2

9. 已知 β_1, β_2 为3元非齐次线性方程组 $AX = \beta$ 的两个不同的解向量, \bar{A} 为方程组的增广矩阵, 则下列结论可能正确的是 ()

- (A) $r(A) = 2, r(\bar{A}) = 3$ (B) $r(A) = 2, r(\bar{A}) = 2$
 (C) $r(A) = 1, r(\bar{A}) = 2$ (D) $r(A) = 3, r(\bar{A}) = 3$

10. 设3阶方阵 A 与 B 相似, 且 $|A| = 0$, 则 B 必有一个特征值为 ()

- (A) 3 (B) 1 (C) 2 (D) 0

得分	
----	--

三、解答题（每小题7分，共70分。）

11. 计算下列4阶行列式

$$D_4 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}.$$

12. 计算 n 阶行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} -a & a & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -a & a & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -a & a \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

13. 解矩阵方程 $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B} + \mathbf{X}$, 其中 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

14. 已知 a 是常数, 矩阵 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 7 & -2 \end{pmatrix}$ 可经初等变换化为矩阵 $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & a & 2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 5 & -4 \end{pmatrix}$, 求 a 的值。

15. 求向量组 $\alpha_1 = (1, 0, 1, 1)^T$, $\alpha_2 = (2, 1, 3, 4)^T$, $\alpha_3 = (1, -1, 0, -1)^T$, $\alpha_4 = (3, 1, 4, 5)^T$ 的秩, 给出它的一个极大无关组, 并用该极大无关组表示其余向量.

16. 设向量组 $\alpha_1 = (k, 1, 0)^T$, $\alpha_2 = (1, k, 1)^T$, $\alpha_3 = (0, 1, k)^T$, 求 k 取何值时该向量组线性相关。

17. 求非齐次线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_2 + 2x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$
 的通解, 并用其导出组的基础解系表示.

18. 已知2阶方阵 $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$,

- (1) 求矩阵 A 的特征值和特征向量;
- (2) 矩阵 A 是否可对角化? 若能, 求可逆矩阵 P , 使得 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵.

19. 已知矩阵 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 \\ 2 & x & -2 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ 与矩阵 $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & y \end{pmatrix}$ 相似，求常数 x, y 的值.

20. 设 \mathbf{A} 为 3 阶矩阵 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 为线性无关的 3 维列向量组，若 $\mathbf{A}\alpha_1 = 2\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$, $\mathbf{A}\alpha_2 = \alpha_2 + 2\alpha_3$, $\mathbf{A}\alpha_3 = 3\alpha_3$. 求矩阵 \mathbf{A} 的特征值.