

南开大学期末测评

《高等数学》2021-2022 学年第 1 学期试卷

注意事项：请在答题卡作答。

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

1. 设函数 $f(x+1)=x^2+x$ ，则 $f(x)=$ A. $x(x+1)$ B. $x(x-1)$ C. $(x+1)(x-2)$ D. $(x-1)(x+2)$ 2. 若 $x \rightarrow 0$ 时函数 $f(x)$ 为 x^2 的高阶无穷小量，则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} =$

A. 0

B. $\frac{1}{2}$

C. 1

D. ∞ 3. 设函数 $f(x)=x^2(x^9+x^3+1)$ ，则高阶导数 $f^{(12)}(x)=$ A. $12!$ B. $11!$ C. $10!$

D. 0

4. 曲线 $y = \frac{x}{3+x^2}$

A. 仅有铅直渐近线

B. 仅有水平渐近线

C. 既有水平渐近线又有铅直渐近线

D. 无渐近线

5. 设函数 $f(x)$ 连续， $\Phi(x) = \int_x^a tf(t)dt$ ，则 $\Phi'(x) =$ A. $xf(x)$ B. $af(x)$ C. $-xf(x)$ D. $-af(x)$

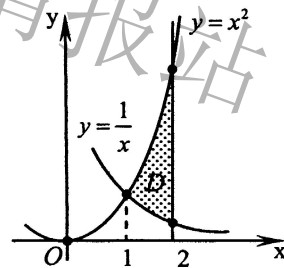
二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

6. 设函数 $f(x) = \lg \frac{2x-1}{7}$ ，则 $f(x)$ 的定义域为_____.7. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (1-2x^2)^{\frac{1}{x^2}} =$ _____.8. 某商品需求量 Q 与价格 P 的函数关系为 $Q=150-2P^2$ ，则 $P=6$ 时的边际需求为_____.9. 函数 $f(x)=x^2$ 在区间 $[0, 1]$ 上满足拉格朗日中值定理的中值 $\xi =$ _____.10. 函数 $f(x)=x^4 - \frac{4}{3}x^3 + 1$ 在区间 $[-1, 1]$ 上的最小值为_____.

11. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{(1+x)\ln(1+x)} = \underline{\hspace{2cm}}$.
12. 定积分 $\int_{-1}^1 x \cos x dx = \underline{\hspace{2cm}}$.
13. 微分方程 $xy' = y$ 的通解为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
14. 若 $\int f(x) dx = 3e^{\frac{x}{3}} + C$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
15. 设函数 $z = e^y \sin(x-y)$, 则 $\frac{\partial z}{\partial y} = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、计算题（一）（本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

16. 讨论函数 $f(x) = \begin{cases} e^3 \cos 2x, & x \geq 0 \\ (1+3x)^{\frac{1}{3}}, & x < 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处的连续性.
17. 设函数 $y = e^{\arcsin x}$, 求 dy .
18. 求不定积分 $\int x e^{-2x} dx$.
19. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+x^2}, & x \geq 0 \\ \sqrt{1+x}, & x < 0 \end{cases}$, 计算定积分 $I = \int_{-1}^1 f(x) dx$.
20. 计算二重积分 $I = \iint_D x dx dy$, 其中区域 D 由曲线 $y = \frac{1}{x}$, $y = x^2$ 及直线 $x=2$ 围成.



题 20 图

四、计算题（二）（本大题共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分）

21. 设函数 $y = \ln \frac{1+x}{1-x} - \frac{1}{2} \arctan x^2$, 求 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0}$.
22. 求曲线 $y = x e^{2x}$ 的凹凸区间及拐点.
23. 计算定积分 $I = \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$.

五、应用题（本题 9 分）

24. 设某企业生产一定量的某产品时可用两种原料，第一种为 x （千吨），第二种为 y （千吨），其电能消耗量 N （万度）与两种原料使用量的关系为

$$N = x^2 + 2xy + 2y^2 - 4x - 6y + 105$$

问如何使用两种原料方可使电能消耗达到最低，并求此时的最低能耗.

六、证明题（本题 5 分）

25. 证明当 $x > 0$ 时， $\arctan x > x - \frac{x^3}{3}$.

微信公众号：天南情报站