

软件学院本科生 2020--2021 学年第 2 学期算法导论课程期末考试试卷 (A 卷)

成绩:

草稿区

得分

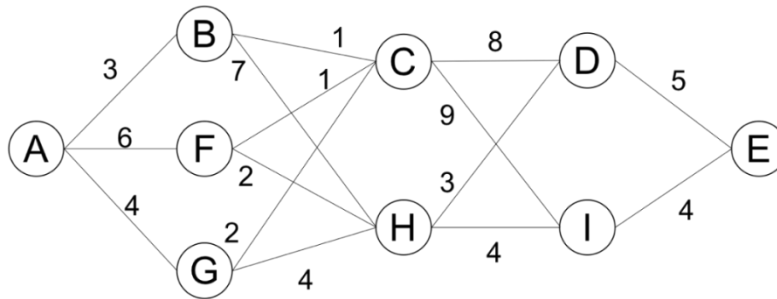
- 选择题 (本题共 30 分, 每小题 3 分)

1. 从渐近分析的角度看, 哪个函数增长最快? ()
A. $2n+3$ B. $2n^3+5n^2+n$ C. 10^n D. $n \log n$
2. 快速排序的平均时间复杂度是 ()
A. $O(n)$ B. $O(n \log n)$ C. $O(n^2)$ D. $O(\log n)$
3. 如果 m 表示图中的边数, n 表示节点数。则 Prim 的时间复杂度为 ()
A. B. $O(n \log m)$ C. $O(m \log n)$ D. $O(n+m)$
4. 下列哪些问题可以用动态编程法解决 ()
A. 最小生成树 B. 稳定匹配 C. 合并两个有序数组 D. 加权区间计划表
5. 考虑以下函数 $f(n), g(n)$, 满足 $f(n) = O(g(n))$ 和 $g(n) \neq O(f(n))$? ()
A. $f(n) = n^3, g(n) = n^2 \log(n^2)$ B. $f(n) = \log \sqrt{n}, g(n) = n \log \sqrt{n}$ —
C. $f(n) = \sqrt{n+1}, g(n) = 10\sqrt{n}$ —
D. $f(n) = \log n + 1.001^n, g(n) = 1000 \log \sqrt{n}$ —

6. 给定一个图 G ，它的所有边都是正加权的。假设您按如下方式改变 G 中每条边的长度。 G 中的每条最短路径也是 G' 中的最短路径吗？ ()

A. 乘以 10 B. 加 10 C. 取其平方 (平方) D. 取其平方根 (开平方)

7. 在下面的图中，从 A 到 E 的最短路径的长度是多少？ ()



A. 14 B. 15 C. 16 D. 17

8. 贪心算法与动态编程算法的主要区别是 ()。

A. 最优子结构 B. 定义最优解 C. 构建最优解 D. 贪心选择

9. 下面代码的时间复杂度是多少？ ()

```
int count = 0;
```

```
for (int k = 1; k <= n; k *= 2) for
```

```
    (j = 1; j <= n; j++)
```

```
        count++;
```

A. $O(n \log n)$ B. $O(\log n)$ C. $O(n)$ D. $O(n^2)$

10. 给定下列最爱顺序，当前的配对是{亚特兰大-泽维尔，波士顿-宙斯，芝加哥-约兰达}。哪一对是不稳定配对？()

	第一对	第二对	第三对
亚特兰大	泽维尔	约兰达	宙斯
波士顿	约兰达	泽维尔	宙斯
芝加哥	泽维尔	约兰达	宙斯

	第 1 名	第 2 名	第 3 名
泽维尔	波士顿	亚特兰大	芝加哥
约兰达	亚特兰大	波士顿	芝加哥
宙斯	亚特兰大	波士顿	芝加哥

- A.亚特兰大-约兰达 B.波士顿-约兰达 C. 芝加哥-宙斯芝加哥-宙斯 D.波士顿-泽维尔

得分

二、填空题（本题共 20 分，每空 2 分） 1.

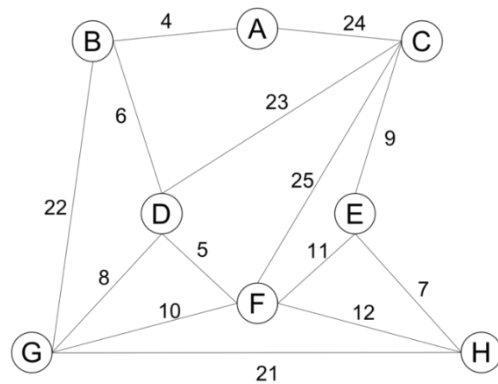
1. 设计动态编程算法的步骤：将问题分解成一系列问题 () 。
- a) 将问题分解成一系列_____；
- b) 结合_____，形成_____的解。
2. 对下列函数进行排序： $6n + 1, \log, \sqrt{n}, 2n, (2n + 1)!, 3^n, n^3$ 按计算复杂度由高到低排序：_____
3. 以下代码的运行时间复杂度为 _____，其空间复杂度为 _____
- ```
for (int k = 0; k < n; k++)
 for (int i = 0; i < n; i++)
 for (int j = 0; j < n; j++)
 d[i][j] = min(d[i][j], d[i][k] + d[k][j])
```
4. 渐近表达式  $\Theta$  表示 \_\_\_\_\_.(上界/下界/紧的界)

5. 给定序列  $X = [3, 2, 1, 5, 3, 2, 5]$  和  $Y = [1, 2, 3, 1, 3, 5, 2, 5]$ ，请给出  $X$  和  $Y$  的最长公共子序列之一。\_\_\_\_\_
6. 在间隔调度问题中，我们按完成时间对调度表进行排序。当两个计划表的完成时间相同时、  
的那个\_\_\_\_\_ (起始时间 (早/晚) 的计划表优先级更高 (应被安排))。

得分

## 三、简答题 (本题共 20 分)

1. 根据下图回答问题。(本小题 12 分)



- a) 这个图的最小生成树 (MST) 中有多少条边?
- b) 这个图的最小生成树的总权重是多少?
- c) 描述在没有孤立节点的无向图中 Kruskal 算法的过程。

2.  $f(n) = 17n^2 \log_2 n + 5n + 3$ . 证明  $f(n)$  是  $\Theta(n^2 \log_2 n)$ . (本小题 8 分)

|    |
|----|
| 得分 |
|    |

四、综合题（本题共 30 分）（注：凡是要求设计算法的题目，请写出详细的伪代码）。

1. 给你  $n$  个任务，每个任务由一对整数  $(t_i, d_i)$  描述。 $t_i$  是你完成  $task_i$  所需的时间，而  $d_i$  是  $task_i$  的到期时间（截止日期）。对于特定的日程表， $task_i$  的完成时间用  $f_i$  表示。每个任务的延迟时间为  $L_i = \max(0, f_i - d_i)$ 。换句话说，如果某项任务在到期时间前完成，则其延迟为 0，否则其延迟等于完成时间减去到期时间。您希望在安排任务时使最大延迟时间尽可能小（最大延迟时间最小化）。问题 a) 和 b) 是根据下表提出的，而 c) 和 d) 是一般性问题。（本小题 15 分）

|       |   |   |   |
|-------|---|---|---|
| 任务编号  | 1 | 2 | 3 |
| $t_i$ | 3 | 2 | 1 |
| $d_i$ | 1 | 2 | 3 |

- a) 如果按 2-1-3 的顺序排列任务，最大延迟为 4；如果按 2-3-1 的顺序排列任务，最大延迟为多少？
- b) 请给出表中任务的最佳时间安排及其相应的最大延迟。(无需解释)
- c) 描述解决此问题的策略。
- d) 显示该策略的伪代码。



2. 南开大学有三个校区：八里台校区、津南校区和泰达校区。软件学院的大一、大二学生在津南校区学习，大三、大四学生在泰达校区学习。在泰达校区学习。因此，津南和泰达校区都设有教授办公室。

教授回答学生的问题。从一个校区到另一个校区，他需要花费一个小时的交通时间。因此，他回答问题的时间就会减少。每天在津南校区提问

的学生人数记为 $J_1, J_2, J_3, \dots, J_n$ ，每天在泰达校区提问的学生人数表示为 $T_1, T_2, T_3, \dots, T_n$ 。如果

如果教授从一个校区到另一个校区，则最多有 3 个学生的问题无法回答。例如，如果

教授只能回答其中的 2 个问题。如果有 1、2 或 3 个学生有问题，教授就无法回答任何人的问题。教授希望回答尽可能多的学生的问题。下表举例说明了每天提问的学生人数。教授最多可以回答  $10 + 6 + (11 - 3) + 15 = 39$  名学生的问题。根据计划，教授在泰达逗留 1 天和 2 天。第 3 天，教授前往津南，然后第 3 天和第 4 天留在津南。（第 1 天，教授可随意选择泰达或胶南，这对第 3 天和第 4 天不产生影响。

这不影响他回答问题的数量）。（本小题 15 分）

表 1 每天有问题的学生人数

| i          | 1  | 2 | 3  | 4  |
|------------|----|---|----|----|
| $J_i$ (济南) | 1  | 2 | 11 | 15 |
| $T_i$ (泰达) | 10 | 6 | 2  | 3  |

a) 通过给出一个没有返回正确答案的实例，说明下面的算法不能正确地解决这个问题。

```
for (int i = 1; i <= n; i++) if
 (T[i] > J[i])
 cout<< "The"<< i<< "th day in TEDA campus."<< endl;
 否则
 cout<< "The"<< i<< "th day in Jinnan campus."<< endl;
```

b) 给出解决这个问题的伪代码。您的代码应返回教授最多可以回答多少名学生的问題。

c) 假设总共有  $n$  天。用 big-O 表示，你的算法的时间复杂度是多少？