

软件学院本科生 2019--2020 学年第 2 学期算法导论课程期末考试试卷 (A 卷)

成绩:

得分

一、选择题 (本题共 30 分, 每小题 3 分)

- 哪一个用 big-O 符号表示多项式时间复杂性? ()
A. $O(n!)$ B. $O(1)$ C. $O(n^2)$ D. $O(\log n)$
- 当输入的大小为 (n) 时, 执行次数会随着输入大小的增加而极速增长。 ()
A. 指数时间 B. 线性时间 C. 多项式时间 D. 恒定时间
- 让 (W_n) 和 (A_n) 分别表示输入大小为 n 的算法的最坏运行时间和平均运行时间。以下哪项总是正确的? ()
A. $A(n) = \Omega(\neg n)$ B. $A(n) = O(\neg(n))$ C. $A(n) = \Theta(\neg(n))$ D. $A(n) = o(\neg(n))$
- 下列哪项不是 $O(n^2)$? ()
A. $15^{10}n + 12099$ B. $n^{1.98}$ C. n^2 D. $n^3 \sqrt{n}$
- 考虑这样一种情况: 您没有任何计算幂的函数 (例如 C 语言中的 pow() 函数), 您需要计算 x^n , 其中 x 可以是任何数字, n 是正整数。
您的幂函数的最佳时间复杂度是多少? ()
A. $O(\log n)$ B. $O(\log \log n)$ C. $O(n \log n)$ D. $O(n)$
- 无向图 G 有 n 个节点。它的邻接矩阵 (邻接矩阵) 由 $n \times n$ 平方矩阵给出, 其 (i)

对角线元素为 0, (ii) 非对角线元素为 1。 ()

- A. 图 G 没有最小生成树 (MST)
- B. 图 G 有一棵成本为 $n-1$ 的唯一 MST
- C. 图 G 有多个不同的 MST, 每个成本为 $n-1$
- D. 图 G 有多个成本不同的生成树

7. 如果使用直线双向合并排序算法对下列元素按升序排序 (升序):

20、47、15、8、9、4、40、30、12、17, 那么这些元素在算法第二遍后的顺序是 ()

- A. 8, 15, 20, 47, 4, 9, 30, 40, 12, 17
- B. 8, 9, 15, 20, 47, 4, 12, 17, 30, 40
- C. 15, 20, 47, 4, 8, 9, 12, 30, 40, 17
- D. 4, 8, 9, 15, 20, 47, 12, 17, 30, 40

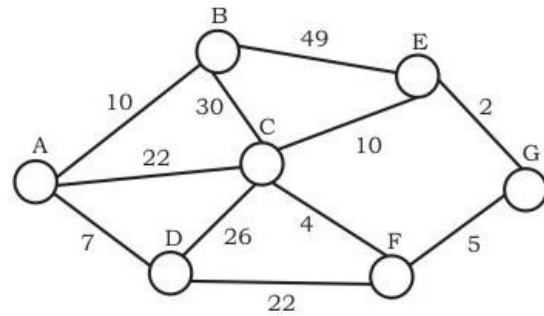
8. 贪心算法与动态编程算法的主要区别是 ()。

- A. 最优子结构
- B. 贪心选择
- C. 构建最优解
- D. 定义最优解

9. 如果采用自上而下的动态编程方法 (无需记忆) 来处理问题, 会出现什么情况? ()

- A. 时间复杂度和空间复杂度都会增加
- B. 只增加时间复杂性
- C. 增加了时间复杂性, 减少了空间复杂性
- D. 既降低时间复杂度, 又降低空间复杂度

10. 请看下面的无向图。使用普里姆算法从节点 A 开始构建一棵最小生成树, 下列哪一个边序列代表了为构建最小生成树而添加的边的可能顺序? ()



- A. (e, g), (c, f), (f, g), (a, d), (a, b), (a, c)
- B. (a, d), (a, b), (a, c), (c, f), (g, e), (f, g)
- C. (A, B), (A, D), (D, F), (F, G), (G, E), (F, C)
- D. (A, D), (A, B), (D, F), (F, C), (F, G), (G, E)

得分

二、填空题（本题共 20 分，每空 2 分）

1. 给下列函数排序： $2n + 1$, $3 \log n$, $5n^4$, 8 , $4n!$, 7^n 根据它们的渐进性从大到小排列 (升序)

(渐进的) 表达式 _____

2. 以下代码的时间复杂度为 _____，以下代码的空间复杂度为 _____.

```
int i, j, k=0;
for (i= n / 2; i<= n; i++) {
    for (j= 2; j<= n; j= j * 2) { k= k
        + n / 2;
    }
}
```

3. 就合并排序而言，平均时间复杂度为 _____.
4. 递归关系 $T(1) = 2$ 、
$$T(n) = 3T\left(\frac{n}{4}\right) + n$$
 有解 $() T(n) = O(\quad)$.
5. 设计动态编程算法的步骤：

a) 将问题分解成一系列 _____.

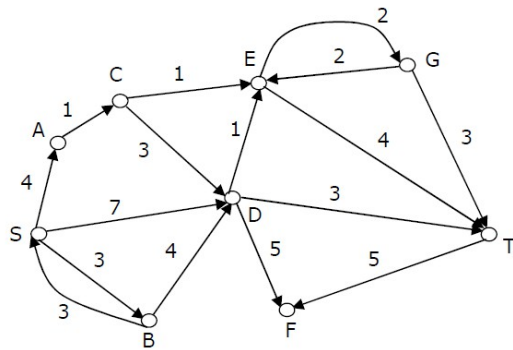
b) 的解结合起来 _____ 的解组成 _____.

6. 最早 _____ (开始/结束) -时间优先算法是间隔调度问题的最优算法。最早-____ (开始/结束) -时间优先算法是区间分配问题的最优算法。

得分

三、简答题 (本题共 20 分)

1. 考虑下图所示的有向图。请使用 Dijkstra 算法找出从 S 到 T 的最短路径。假设在任何迭代 (迭代) 中, $\blacklozenge\blacklozenge\blacklozenge$ 有当发现到顶点 v 的严格较短路径时, 才会更新到顶点 v 的最短路径。请简要说明 Dijkstra 算法的过程。 (本小题 10 分)



2. 表 1 显示了男性对女性的偏好排序，表 2 显示了女性对男性的偏好排序。如果配对的男女双方都不喜欢对方而喜欢自己的现任配偶（配偶），我们称之为稳定配对。请举一个稳定匹配的例子，并简要说明你的算法的核心思想。（本小题 10 分）

表 1

人	第 1 题	第 2	第三名
艾伯特	戴安娜	艾米丽	费吉
布拉德利	艾米丽	黛安	菲戈
查尔斯	戴安娜	艾米丽	菲戈

表 2

女	第一名	第 2 名	第三名
戴安娜	布拉德利	阿尔伯特	查尔斯
艾米丽	艾伯特	布拉德利	查尔斯
费吉	艾伯特	布拉德利	查尔斯

分得

四、综合题（本题共 30 分）（注：凡是要求设计算法的题目，请写出详细的伪代码）得分

1. 给你 n 个实数 x_1, \dots, x_n 。设计一种有效的算法，使用最少的区间数 (m) $[i, i+1)$ ($1 \leq i \leq x_n$) 来覆盖所有输入数。一个数 x_j 被一个区间 $[i, i+1)$ 覆盖，如果 $i \leq x_j < i+1$ 。例如，输入 $n=4$: 0.1, 0.9, 1.1, 1.555。两个区间 $[0.1, 1.1)$ 和 $[1.1, 2.1)$ 涵盖了所有输入数（在这种情况下， $m=2$ ）。
- (a) 用伪代码（伪代码）描述你的算法。
- (b) 证明你的算法为什么是正确的。
- （本小题 12 分）

2. 考虑换硬币问题：给定硬币面值，请设计一种方法，用最少的硬币向顾客支付金额。

输入

- 一个数组面值数组 $[1..n]$ ，包含你可以使用的 n 种硬币面值 d_1, \dots, d_n （例如 $[1, 10, 21, 34, 70, 100]$ ，因此 $n = 6$ ）。假设这个数组已经按升序排序（没有重复（repeat）），并且每个面值的硬币数量不受限制。
- 您需要支付的金额 M （例如， $M = 140$ ）。

请注意，所有面值的硬币和 M 都是正整数。

输出：向 M 支付金额所需的最佳（最少）硬币数（在上述示例中，结果为 2）。回答以下两个问题：

- (a) 应使用哪种算法来解决这个问题，这种算法的核心思想是什么？
- (b) 给出解题的伪代码。

（本小题 18 分）

