

## 南开大学期末考试试卷（闭卷）

（2021~2022 学年第 1 学期）

课程号：\_\_\_\_\_ 课程名称： 离散数学 \_\_\_\_\_ 任课教师：\_\_\_\_\_

适用专业年级：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

## 考生承诺

我已认真阅读并知晓《南开大学考场规则》和《南开大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；

2、不带手机进入考场；

3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：\_\_\_\_\_

题 号	一(20%)	二(20%)	三(20%)	四(30%)	五(10%)
得 分					
卷面总分		阅卷时间			

注意事项：1. 请务必将本人所在学院、姓名、学号、任课教师姓名等信息准确填写在试题纸和添卷纸上；

2. 请将答案全部填写在本试题纸上；

3. 考试结束，请将试题纸、添卷纸和草稿纸一并交给监考老师。

.....

评阅教师	得分

## 一、单项选择题（本大题共10小题，每小题2分，共20分）

提示：在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其代码填写在下表中。错选、多选或未选均无分。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1. 下列语句中是命题的是 ( )。

- A. 一切皆有例外  
B. 他说他正在说谎  
C. 命题描述符是非命题  
D.  $1+101=110$

2. 已知二元关系  $R$  满足  $R^3=R$ ，则下列关系( ) 具有传递性

- A.  $R$   
B.  $R^{-2}$   
C.  $R^3$   
D.  $R^{-3}$

3. 判断下列命题哪个为真? ( )

- A. 在一群人的两两扳手腕儿比赛中，么元为臂力小者；  
B. 任何集合至少存在一个真子集；

注：试题字迹务必清晰，书写工整。

第 1 页 共 5 页

教务处试题编号：

课程名称：离散数学

任课教师：

学号：

姓名：

- C. 置换可表示所有的双射函数;  
D. A,B,C 均为假命题。
4. 在平面图 $G(V,E)$ 中 $|V|=10, |E|=12$ ，和 8 个面。则 G 连通分支数为 ( )。  
A. 1  
B. 4  
C. 5  
D. 3
5. 设集合 $A=\{z|(z \geq 2) \wedge (z < 100) \wedge (z \in N)\}$ ， $x, y \in A$ ，下面哪种运算关于集合 A 是封闭的? ( )  
A.  $x * y = \max\{x, x + y\}$ ;  
B.  $x * y = GCD\{x, y\}$ ，即 x,y 的最大公约数;  
C.  $x * y = \min\{x, y\}$ ;  
D.  $x * y = LCM\{x, y\}$ ，即 x,y 的最小公倍数。
6. 具有如下定义的代数系统 $\langle G, * \rangle$ ，( ) 不构成群。  
A.  $G = \{1, 10\}$ ，\* 是模 11 乘;  
B.  $G = \{1, 3, 4, 5, 9\}$ ，\* 是模 11 乘;  
C.  $G = Q$  (有理数集)，\* 是普通加法;  
D.  $G = Q$  (有理数集)，\* 是普通乘法。
7. \* 是定义在 Z 上的二元运算， $\forall x, y \in Z, x * y = xy + x - y$ ，则 \* 的幺元和零元分别是 ( )。  
A. 不存在，0  
B. 0，1  
C. 1，不存在  
D. 不存在，不存在。
8. 有向图 G 中有 10 个顶点，该图关联矩阵的秩为 7，则连通分支数为 ( )。  
A. 3  
B. 4  
C. 5  
D. 2
9. 设 R 是平面上直线集合 L 上的垂直关系，则 R 是 ( )  
A. 自反的  
B. 反自反的  
C. 反对称的  
D. 传递的
10. 在自然数集 N 上，下列哪种运算是可结合的? ( )  
A.  $a * b = a - b$   
B.  $a * b = \max\{a, b\}$   
C.  $a * b = a + 2b$   
D.  $a * b = a \cdot b \pmod{3}$

课程名称：离散数学

任课教师：

学号：

姓名：

评阅教师	得分

## 二、填空题（本大题共10空，每空2分，共20分）

1. 设  $G$  是连通平面图，有 5 个顶点，6 个面，从  $G$  中最多删去( )而改变其连通性。
2. 设 9 阶无向图  $G$  中，每个节点的点度数不是 5 就是 6，该图最多有 ( ) 条边。
3. 设  $S=Q \times Q$ ， $Q$  为有理数集合， $*$  为  $S$  上的二元运算：对任意  $(a, b), (c, d) \in S$ ，有  $(a, b) * (c, d) = (ac, ad+bc)$ ， $S$  关于二元运算  $*$  的单位元位 ( )，当  $a \neq 0$  时， $(a, b)$  关于  $*$  的逆元为 ( )。
4. 设无向图  $G=\langle V, E \rangle$ ， $|E|=12$ ，有 6 个 3 度顶点，其他点度数均小于 3。问  $G$  中至少有 ( ) 个顶点。
5. 设集合  $A=\{a, b, c\}$ ，从  $A$  到  $A$  的二元关系中，存在 ( ) 个对称关系；存在 ( ) 个反对称关系；有 ( ) 个二元关系不能表示为置换。
6. 设  $A$  为集合，则  $\langle 2^A, \subseteq \rangle$  是格，若  $x, y \in 2^A$ ，则  $x, y$  最大下界是 ( )，最小上界是 ( )。

评阅教师	得分

## 三、计算题（本大题共2小题，每小题10分，共20分）

1. 设  $A=\{a, b, c, d\}$ ， $R$  是  $A$  上的二元关系，且  $R=\{\langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, d \rangle\}$ ，求  $r(R)$ 、 $s(R)$  和  $s(t(R))$

2. 设  $p, q, r$  是实数， $\circ$  为  $R$  上的二元运算， $\forall a, b \in R, a \circ b = pa + qb + r$ 。问  $p, q, r$  满足什么条件，才能使得  $\circ$  运算分别适合交换律和结合律？

评阅教师	得分

四、证明题 ( 本大题共3 小题，每小题10 分，共30 分 )

1. 设简单平面图 $G$ 中顶点数 $n=7$ ，边数 $m=15$ 。求证 $G$  是连通的。

2. 设 $\langle G, * \rangle$  是一群， $x \in G$ 。定义： $a \circ b = a * x * b$ ， $\forall a, b \in G$ 。证明 $\langle G, \circ \rangle$  也是一群。

3. 设 $\langle G, * \rangle$ 是一个群， $H_1, H_2$ 是 $G$ 的两个子群。证明 $H = H_1 \cap H_2$ 是 $G$ 的子群。

课程名称：离散数学

任课教师：

学号：

姓名：

评阅教师	得分

五、分析题（本大题共1小题，共10分）

设  $A$  为有限集， $|A|=3$ ， $A$  上所有关系可由关系图表示。可否根据关系图中有向边的条数及其方向分析具有反自反的且反对称关系的传递性？若能，请给出判断依据并说明理由。

微信公众号：天南情报站