

# Optimasi Pelayanan Call Center dalam Penggunaan *Unique Code* dengan Menerapkan Dimensi Metrik

Afifah F Akadji<sup>1</sup>, Atthar Luqman Ivansyah<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung

13 Desember 2021

## Ringkasan

Misalkan  $G = (V, E)$  graf dengan himpunan titik  $V(G)$  dan himpunan sisi  $E(G)$ . Jarak dua titik  $u$  dan  $v$ ,  $d(u, v)$ , di  $G$  adalah panjang lintasan terpendek yang menghubungkan  $u$  dan  $v$ . Titik  $w$  di  $G$ , dikatakan membedakan  $u$  dan  $v$  jika  $d(w, u) \neq d(w, v)$ . Suatu himpunan  $W \subseteq V(G)$  disebut himpunan pembeda dari  $G$  jika untuk setiap dua titik berbeda  $u$  dan  $v$  di  $V(G)$ ,  $r(u|W) \neq r(v|W)$  dimana  $r(u|W)$  adalah koordinat (representasi) dari titik  $u$  terhadap  $W$ . Basis dari  $G$  adalah himpunan pembeda terkecil dari  $G$  dan kardinalitasnya disebut dimensi metrik dari  $G$ , dinotasikan  $\beta(G)$ .

Pada penelitian ini dibahas salah satu aplikasi dimensi metrik graf yaitu untuk mengoptimalkan pelayanan *call center* dengan menggunakan *unique code*. Penelitian ini dilakukan di Kota Gorontalo, kelurahan dapat direpresentasikan sebagai vertex dan ketetanggaan daerah direpresentasikan sebagai edge dari suatu graf  $G$  sehingga dapat dibuat graf terhubung yang mewakili kota tersebut. Kota Gorontalo ini dibagi kedalam 5 wilayah. Dari analisa yang dilakukan, diperoleh cukup 11 titik saja untuk dapat mewakili seluruh wilayah.

**Kata kunci:** Dimensi Metrik, Himpunan Pembeda, Optimasi, *Call Center*.

## 1 Pendahuluan

Graf  $G$  didefinisikan sebagai himpunan tak-kosong dan berhingga yang terdiri dari himpunan titik  $V(G)$  dan himpunan sisi  $E(G)$  (mungkin kosong). Dalam studinya, setiap masalah yang dapat direpresentasikan ke dalam bentuk graf dapat diselesaikan dengan konsep teori graf.

Pengembangan teori graf ini menjadi topik yang menarik untuk diterapkan pada penelitian sehari-hari. Misalnya M. B. Hu, R. Jiang dkk menggunakan graf untuk mengilustrasikan jaringan lalu lintas. Selanjutnya, S. Allesina dan J. M. Levine menggunakan graf untuk memodelkan kompetisi antar spesies yang berbeda pada suatu ekologi lingkungan, dengan menganalisa siapa yang mempengaruhi atau siapa yang berada pada himpunan kelas yang sama.

Dimensi metrik awalnya diteliti oleh Harary dan Melter dan Slater dengan membahas terkait dimensi metrik pada graf pohon. Selanjutnya, dimensi metrik ini kemudian dikembangkan oleh Chartrand dkk. Himpunan pembeda pada graf adalah himpunan titik dengan kardinalitas minimum yang akan menghasilkan setiap titik pada graf memiliki representasi yang berbeda terhadap himpunan pembeda, sedangkan dimensi adalah kardinalitas dari himpunan pembeda tersebut.

Jika  $u_i, v_i \in V(G)$ , panjang lintasan terpendek dari  $u$  ke  $v$  disebut jarak dari  $u$  ke  $v$  dan dinotasikan dengan  $d(u, v)$ . Titik  $w$  di  $G$  membedakan titik  $u$  dan  $v$  jika  $d(w, u) \neq d(w, v)$ . Misalkan himpunan pembeda  $W = \{w_1, w_2, \dots, w_k\} \subseteq V(G)$ . Representasi titik  $u$  terhadap  $W$  dinyatakan dengan

$$r(u|W) = d(u, w_1), d(u, w_2), \dots, d(u, w_k)$$

Jika setiap titik di  $G$  menghasilkan representasi berbeda terhadap  $W$ , maka  $W$  merupakan himpunan pembeda dari  $G$ . Kardinalitas dari  $W$  disebut dimensi metrik dan dinotasikan dengan  $\dim(G)$ .

Beberapa penelitian yang membahas terkait dimensi metrik sebelumnya yaitu dimensi metrik pada *hypercube networks* oleh Rajan dkk, dimensi metrik dan dimensi partisi pada *Nanocube* oleh Siddiqui dan Imran. Dalam artikel ini dibahas terkait optimasi pelayanan call center dalam penggunaan unique code dengan menerapkan dimensi metrik

## 2 Metode

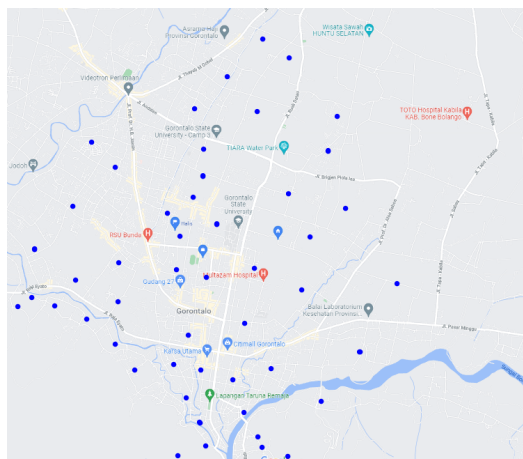
Penelitian ini menggunakan metode penelitian studi literatur (*library research*). Penelitian dilakukan pada buku, buku teks, jurnal, dan artikel ilmiah tentang bilangan terhubung titik pelangi.

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah merumuskan masalah yang dibahas dan mempelajari berbagai referensi pewarnaan titik pelangi pada graf. Menggambar representasi kawasan pelanggan kedalam graf, titik melambangkan rumah dan sisi melambangkan jalan, menentukan titik-titik yang terhubung langsung, menentukan himpunan pembeda sebagai Call Center, menentukan dimensi metriknya, menentukan koordinat masing-masing titik, menentukan kumpulan titik-titik sesuai dengan syarat titik dalam himpunan pembeda.

## 3 Hasil dan Pembahasan

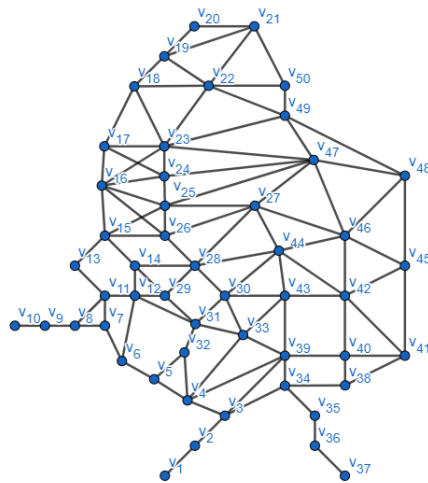
Kota Gorontalo memiliki 50 kelurahan yang dibagi kedalam 9 kecamatan. Kelurahan ini dapat direpresentasikan sebagai vertex (titik) dan ketetanggaan antar kelurahan didefinisikan sebagai edge (sisi) dari suatu graf  $G$  sehingga dapat dibuat graf terhubung yang mewakili kota tersebut. Mencari himpunan pembeda yang akan membuat representasi tiap titik berbeda dengan kardinalitas minimum yang disebut dimensi metrik ini dapat digunakan sebagai dasar untuk mengoptimalkan penentuan lokasi call center di kota gorontalo. Dengan memilih salah satu dari himpunan pembeda dapat ditentukan kelurahan mana saja yang akan menjadi lokasi call center sehingga dapat mengoptimalkan penentuan lokasinya.

Adapun peta kota Gorontalo (bersumber dari Google Maps) dengan 50 lokasi kelurahan yang telah ditandai ditampilkan pada Gambar 1.



Gambar 1: Kelurahan Kota Gorontalo

Misalkan masing-masing kelurahan dilabeli nama  $v_1, v_2, v_3, \dots, v_{49}, v_{50}$  dengan menyertakan keterhubungan masing-masing titik, maka untuk peta kota gorontalo pada Gambar 1 dapat direpresentasikan menjadi Gambar 2. Selanjutnya, keterangan untuk titik-titik pada Gambar 2 disajikan pada Tabel 1.



Gambar 2: Representasi Kota Gorontalo dalam Graf

Perhatikan untuk jarak antar satu titik ke dirinya sendiri bernilai 0, jarak dari titik  $v_1$  ke  $v_2$  bernilai 1, jarak dari titik  $v_1$  ke  $v_3$  bernilai 2, dan seterusnya. Misalkan akan ditentukan lokasi untuk call center sehingga jika ada kebutuhan pelanggan maka akan terdeteksi jarak terdekat dari rumah pelanggan ke lokasi call center. Penentuan lokasi ini haruslah optimal sehingga biaya yang dibutuhkan sesuai dan lokasi penempatan yang diperoleh efektif dan efisien.

Untuk mengoptimalkan lokasi call center yang akan dipilih, maka 50 kelurahan ini dibagi kedalam 5 wilayah. Adapun pembagian wilayahnya disajikan seperti pada Gambar 3.



Gambar 3: Lima Wilayah

Karena graf  $G$  pada Gambar 3 bukan graf Path (lintasan), maka dimensi metriknya  $\geq 2$ . Selanjutnya, akan dicari himpunan pembeda  $W$  yang akan membuat representasi tiap titik terhadap himpunan  $W$  itu berbeda. Misalkan diperoleh  $\dim(G) = 2$ , maka untuk penempatan lokasi call center wilayah tersebut cukup 2 saja dengan lokasi penempatan sesuai dengan basis yang diperoleh. Dengan menggunakan program python untuk mencari dimensi metrik dari graf  $G$ , maka diperoleh untuk dimensi metrik atau yang dinotasikan dengan  $\dim(G)$  dengan himpunan basis yang mungkin pada tiap wilayah disajikan pada Tabel 2.

Tabel 1: Keterangan Titik pada Graf Representasi

Vertex	Kelurahan	Vertex	Kelurahan	Vertex	Kelurahan
$v_1$	Tanjung Kramat	$v_{18}$	Tapa	$v_{36}$	Leato Utara
$v_2$	Pohe	$v_{19}$	Molosipat U	$v_{37}$	Leato Selatan
$v_3$	Tenda	$v_{20}$	Bulotadaa	$v_{38}$	Botu
$v_4$	Siendeng	$v_{21}$	Bulotadaa Timur	$v_{39}$	Ipilo
$v_5$	Donggala	$v_{22}$	Tanggikiki	$v_{40}$	Padebuolo
$v_6$	Tenilo	$v_{23}$	Paguyaman	$v_{41}$	Tamalate
$v_7$	Buliide	$v_{24}$	Pulubala	$v_{42}$	Moodu
$v_8$	Pilolodaa	$v_{25}$	Liluwo	$v_{43}$	Heledulaa Selatan
$v_9$	Lekobalo	$v_{26}$	Dulalowu	$v_{44}$	Heledulaa Utara
$v_{10}$	Dembe I	$v_{27}$	Dulalowu Timur	$v_{28}$	Wumialo
$v_{11}$	Buladu	$v_{29}$	Limba U Dua	$v_{45}$	Dembe II
$v_{12}$	Molosifat	$v_{30}$	Limba U Satu	$v_{46}$	Dembe Jaya
$v_{13}$	Tuladenggi	$v_{31}$	Limba B	$v_{47}$	Wangkaditi Barat
$v_{14}$	Libuo	$v_{32}$	Biawu	$v_{48}$	Wangkaditi Timur
$v_{15}$	Huangobotu	$v_{33}$	Biawao	$v_{49}$	Dulomo Selatan
$v_{16}$	Tomulabutao	$v_{34}$	Bugis	$v_{50}$	Dulomo Utara
$v_{17}$	Tomulabutao Selatan	$v_{35}$	Talumolo		

Tabel 2: Penentuan Call Center

Wilayah	Dimensi Metrik	Basis
1	2	(1, 4), (1, 30), (1, 32), (2, 5), (2, 30), (2, 32), (5, 29), (5, 33), (29, 30), (29, 33), (30, 32)
2	2	(6, 8), (6, 9), (6, 10), (6, 12), (7, 8), (7, 9), (7, 10), (7, 11), (8, 11), (8, 12), (9, 11), (9, 12), (10, 11), (10, 12)
3	3	(13, 17, 24), (13, 17, 25), (13, 17, 27), (13, 23, 24), (13, 23, 25), (13, 23, 27), (14, 17, 24), (14, 17, 25), (14, 17, 27), (14, 23, 24), (14, 23, 25), (14, 23, 27), (15, 17, 27), (15, 23, 27), (17, 24, 27), (17, 24, 28), (17, 25, 28), (17, 26, 27), (17, 27, 28), (23, 24, 27), (23, 24, 28), (23, 25, 28), (23, 26, 27), (23, 27, 28)
4	2	(18, 45), (18, 47)
5	2	(34, 41), (35, 41), (36, 41), (37, 41), (39, 44), (41, 44)

Berdasarkan hasil yang diperoleh pada Tabel 2, basis ini dipastikan dapat memberikan representasi yang berbeda untuk tiap titik pada graf  $G$ . Pilih salah satu basis untuk tiap wilayah. Misalkan untuk wilayah 1 diambil basis (3, 32), wilayah 2 diambil basis (9, 12), wilayah 3 diambil basis (17, 25, 28), wilayah 4 diambil basis (18, 47), dan wilayah 5 diambil (35, 41).

Misalkan pada titik 1 yang berada pada wilayah 1, karena basis yang dipilih adalah (3,32) maka untuk

Tabel 3: Penentuan Call Center

Titik	Koordinat	CC	Titik	Koordinat	CC	Titik	Koordinat	CC
Wilayah 1 (3,32)			Wilayah 3 (17, 25, 28)			46	[4,1]	2
1	[2,4]	1	13	[3,3,3]	2	47	[3,0]	2
2	[1,3]	1	14	[3,3,1]	3	48	[3,1]	2
3	[0,2]	1	15	[2,2,2]	2	49	[2,1]	2
4	[1,1]	1	16	[1,1,2]	1	50	[2,2]	1
5	[2,1]	2	17	[0,2,3]	1	Wilayah 5 (35, 41)		
29	[4,2]	2	23	[1,2,3]	1	34	[1,2]	1
30	[3,2]	2	24	[1,1,3]	1	35	[0,3]	1
31	[3,1]	2	25	[2,0,2]	2	36	[1,4]	1
32	[2,0]	2	26	[2,1,1]	3	37	[2,5]	1
33	[2,2]	1	27	[3,1,1]	3	38	[2,1]	2
Wilayah 2 (9, 12)			28	[3,2,0]	3	39	[2,2]	1
6	[3,1]	2	Wilayah 4 (18, 47)			40	[3,1]	2
7	[2,2]	2	18	[0,3]	1	41	[3,0]	2
8	[1,2]	1	19	[1,3]	1	42	[4,1]	2
9	[0,3]	1	20	[2,4]	1	43	[3,2]	2
10	[1,4]	1	21	[2,3]	1	44	[4,2]	2
11	[2,1]	2	22	[1,2]	1			
12	[3,0]	2	45	[4,2]	2			

koordinat titik 1 terhadap basis (3,32) adalah jarak 1 ke 3 yaitu 2 dan jarak 1 ke 32 yaitu 4. Sehingga diperoleh untuk koordinat titik 1 terhadap basis yaitu [2,4]. Selanjutnya, misalkan untuk titik 15 pada wilayah 3 dengan basis (17,25,28), maka koordinatnya adalah jarak 15 ke 17 yaitu 2, jarak 15 ke 25 yaitu 2, dan jarak 15 ke 28 yaitu 2. Sehingga diperoleh untuk koordinat titik 15 terhadap basis yaitu [2,2,2]. Seterusnya hingga pada titik terakhir. Sehingga, berdasarkan basis yang telah dipilih sebelumnya, diperoleh koordinat seperti pada Tabel 3.

Selanjutnya, lokasi pemilihan arah call center menyesuaikan dengan jarak terdekat dari titik menuju basis. Misalkan titik 2 pada wilayah 1 dengan koordinat [1,3], karena jarak titik pertama lebih kecil dari pada titik kedua, maka titik 2 ini diarahkan untuk *dicaring* oleh call center pertama pada wilayah 1 (titik 3 atau di Kel. Tenda). Selanjutnya, misalkan titik 6 pada wilayah 2 dengan koordinat [3,1], maka titik 6 diarahkan untuk menuju lokasi call center kedua yaitu di kelurahan 12 (Kel. Molosifat).

Perhatikan untuk koordinat dengan jarak yang sama, misalkan titik 7 pada wilayah 2 yang memiliki koordinat [2,2], karena jarak kedua titik sama maka titik 7 ini bisa diarahkan kedua lokasi call center, dalam hal ini saya memilih untuk mengarahkan kelokasi kedua (titik 12 atau di Kel. Molosifat). Hal yang sama berlaku pada titik 15 yang memiliki koordinat [2,2,2], karena titik 15 memiliki jarak yang sama terhadap ketiga lokasi call center, maka dalam hal ini saya memilih untuk diarahkan ke lokasi kedua (titik 25 atau di Kel. Luluwo). Sehingga, untuk pembagian lokasi call center ini ditampilkan pada Tabel 3.

## 4 Kesimpulan

Dimensi metrik suatu graf yang diperoleh dari representasi kota gorontalo sebagai minimal banyaknya penempatan call center yang harus dipasang pada kota tersebut, sedangkan himpunan pembeda dengan kardinalitas minimum menunjukkan kelurahan mana saja yang harus menjadi lokasi call center tersebut. Dari penelitian yang dilakukan, diperoleh untuk banyaknya lokasi call center yang harus disediakan hanya di sebelas kelurahan saja dengan pembagian seperti pada Tabel 3.

## Pustaka

- [1] F. Harary and R.A. Melter, On the metric dimension of a graph, *Ars Combin.* **2**(1976), 191–195.
- [2] P.J. Slater, Leaves of trees, *Congr. Numer.* **14**(1975), 549–559.
- [3] G. Chartrand, L. Eroh, M. A. Johnson and O. R. Oellermann, Resolvability in graphs and the metric dimension of a graph, *Discrete Applied Mathematics.* **105**(2000), 99-113
- [4] B. Rajan, I. Rajasingh, M.C. Monica and P. Manuel, Metric dimension of enhanced hypercube networks, *J. Combin. Math. Combin. Comput.* **67** (2008), 5–15.
- [5] H.M.A. Siddiqui and M. Imran, Computation of metric dimension and partition dimension of Nanotubes, *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*, **12** (2) (2015), 199–203.
- [6] J. A. Rodriquez-Velazquez, I. G. Yero, D. Kuziak and O. R. Oellermann, On the strong metric dimension of cartesian and direct product of graphs, *Discrete Mathematics.* **335**(2014), 8-19.
- [7] W. Suhud, Aplikasi Dimensi Metrik Untuk Meminimalkan Pemasangan Sensor Kebakaran Sebuah Gedung, *Limits: J. Math. and Its Appl.* **15**(2)(2008), 89-96.
- [8] F. Muhammad and L. Susilowati, Algorithm and Computer Program to Determine Metric Dimension of Graph, *Journal of Physics: Conference Series.* 1494(2020) 012018.
- [9] S. Allesina and J. M. Levine, A competitive network theory of species diversity, *Proc.Natl. Acad. Sci. U. S. A.* (2011).
- [10] M. B. Hu, R. Jiang, Y. H. Wu, W. X. Wang, and Q. S. Wu, Urban traffic from the perspective of dual graph, *Eur. Phys. J. B.* (2008).