Afifah Kho'eriah

140810160008

Analisis Algoritma

Pembuktian :

a. m = Victor

   Victor → Bertha

   if (Bertha == free) //True

   (Victor, Bertha)

b. m = Wyatt

   Wyatt → Diane

   if (Diane == free) //true

   (Wyatt, Diane)

c. m = Xavier

   Xavier → Bertha

   if (Bertha == free) //false

   else

   if (Bertha prefer Victor) //false

   else (Bertha prefer Xavier) //true

      (Xavier, Bertha)

      Victor free

d. m = Yancey

   Yancey → Amy

   If (Amy == free) //true

   (Yancey, Amy)

e. m = Zeus

   Zeus → Bertha

   if (Bertha == free) //false

else

if (Bertha prefer Xavier) // true

(Xavier, Bertha)

Zeus free

f. m = Victor

Victor → Amy

if (Amy == free) //false

else

if (Amy prefer Yancey) //false

iese (Amy prefer Victor) //true

(Victor, Amy)

Yancey free

g. m = Zeus

Zeus → Diane

if (Diane == free) //false

else

if (Diane prefer Wyatt) //false

else (Diane prefer Zeus) //true

(Zeus, Diane)

Wyatt free

h. m = Yancey

Yancey → Diane

if (Diane == free) //false

else

if (Diane prefer Zeus) //true

(Zeus, Diane)

Yancey free

i. m = Wyatt

Wyatt → Bertha

if (Bertha == free) // false

else

if (Bertha prefer Xavier) //true

(Xavier, Bertha)

Wyatt free

j. m = Yancey

Yancey → Clare

if (Clare == free) //true

(Yancey, Clare)

k. m = Wyatt

Wyatt → Amy

if (Amy == free) //false

else

if (Amy prefer Victor) //true

(Victor, Amy)

Wyatt free

l. m = Wyatt

Wyatt → Clare

if (Clare == free) //false

else

if (Clare prefer Yancey) //false

else (Clare prefer Wyatt) //true

(Wyatt, Clare)

Yancey free

m. m = Yancey

Yancey → Erika

if (Erika == free) //true

(Yancey, Erika)

Pasangan tunangan :

- Xavier Bertha
- Wyatt, Clare
- Victor, Amy
- Zeus, Diane
- Yancey, Erika

Teorema (1.3)

Dalam setiap iterasi loop sementara, seorang pria lajang melamar wanita berikutnya dalam daftar pilihannya, seseorang yang belum pernah ia ajukan sebelumnya. Karena ada n laki-laki dan setiap daftar preferensi memiliki n panjang, ada sebagian besar tunangan yang dapat terjadi. Jadi jumlah iterasi yang dapat terjadi paling banyak adalah n^2. Selanjutnya membuktikan bahwa pencocokan yang dikembalikan stabil. Untuk melakukan itu, bisa melakukan dua pengamatan yaitu yang pertama pada urutan pria yang bertunangan dengan wanita, dan yang kedua pada pria lajang

Teorema (1.4)

Jika seorang pria bebas di beberapa titik dalam eksekusi algoritma, maka ada seorang wanita yang belum dia ajak bertunangan. Buktinya dengan kontradiksi. Misalkan ada waktu tertentu dalam pelaksanaan algoritma ketika seorang pria lajang, namun telah mengusulkan kepada setiap wanita. Ini berarti bahwa pada saat ini, setiap wanita telah diusulkan setidaknya satu kali. Dengan Lemma 1, didapatkan bahwa setiap wanita bertunangan. Jadi, kita memiliki n wanita yang bertunangan dan karenanya n pria yang bertunangan, yang menyiratkan bahwa m juga terlibat bertentangan dengan asumsi kita bahwa m adalah lajang

Teorema (1.5)

Pria pasti hanya akan melamar apabila belum atau pasangan sebelumnya tidak cocok. Wanita akan selalu memilih pria terbaik untuk bertunangan dengannya. Dengan itu Himpunan S adalah perfect matching dikarenakan teori diatas.

Teorema (1.6)

Pertama, amati bahwa tidak ada pria yang bisa ditolak oleh semua wanita. Asumsikan bahwa beberapa pria telah ditolak oleh semua wanita. Di bawah algoritma, seorang wanita bebas tidak akan menolak permohonan tunangan pria, yaitu, hanya wanita yang cocok yang dapat menolak permohonan tunangan pria. Dengan demikian, sudah ditolak oleh semua wanita, maka semua wanita pasti sudah cocok. Namun, seorang wanita hanya dapat dicocokkan dengan paling banyak satu pria, menyiratkan bahwa jika free, maka paling banyak 1 wanita dicocokkan. dengan demikian, setidaknya salah satu harus tetap, free dan tidak dapat ditolak oleh semua wanita. Kedua, setiap iterasi dari loop sementara melibatkan tepat satu permohonan tunangan. Perhatikan bahwa karena pria bergerak monoton di daftar preferensi mereka, tidak ada pria yang akan melamar wanita yang sama dua kali. Karena tidak ada pria yang bisa ditolak oleh setiap wanita, dalam kasus terburuk, seorang pria akan melamar semua wanita sebelum dicocokkan. Dengan demikian, jumlah iterasi dari loop sementara paling tidak sebelum algoritma berhenti, dan ketika berhenti, setiap pria dan wanita dicocokkan. Sekarang kita tahu algoritma Gale-Shapley akan berhenti. Tetapi masih harus ditunjukkan bahwa itu juga menghasilkan pencocokan yang stabil pada setiap set preferensi yang mungkin, yaitu, benar. LetSdenote pencocokan yang dihasilkan oleh algoritma Gale-Shapley. Kami mengklaim bahwa pencocokan selalu stabil.