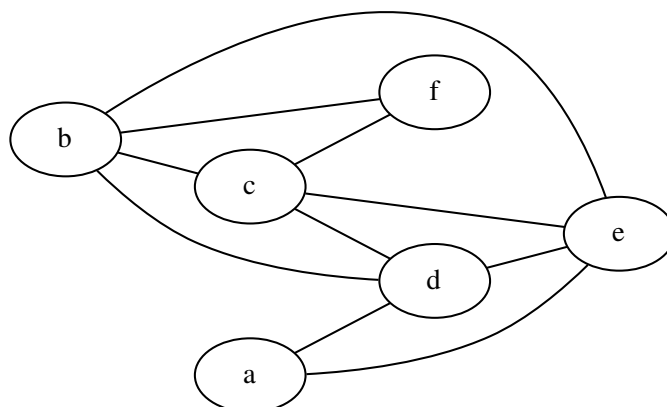
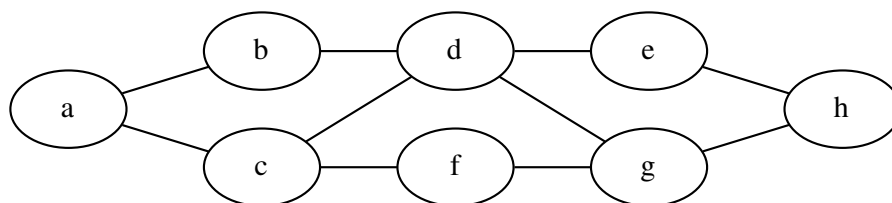
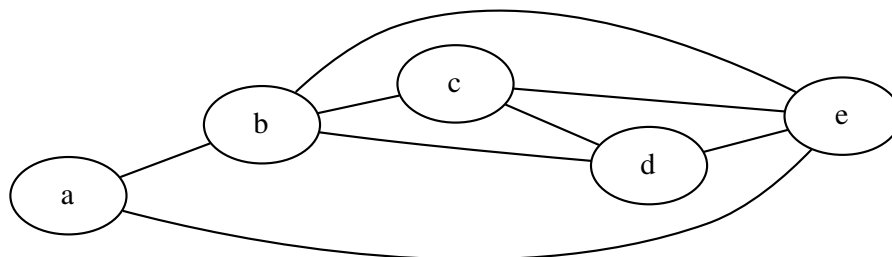
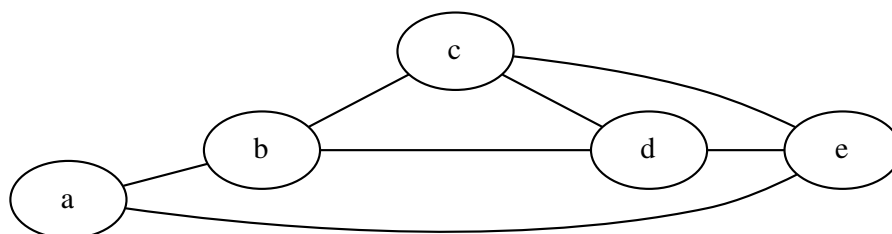


Feuille de TD 4 : graphes eulériens et hamiltoniens

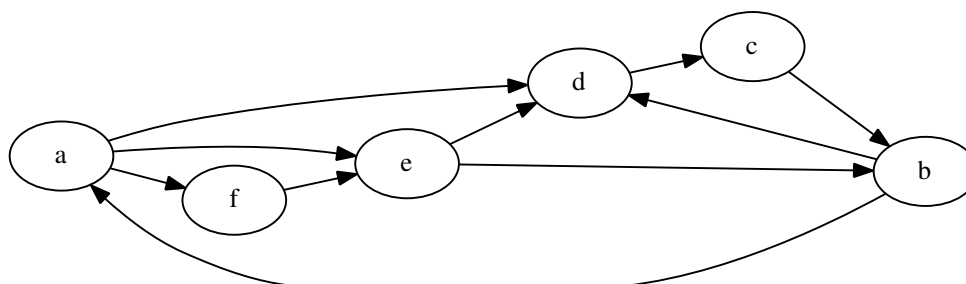
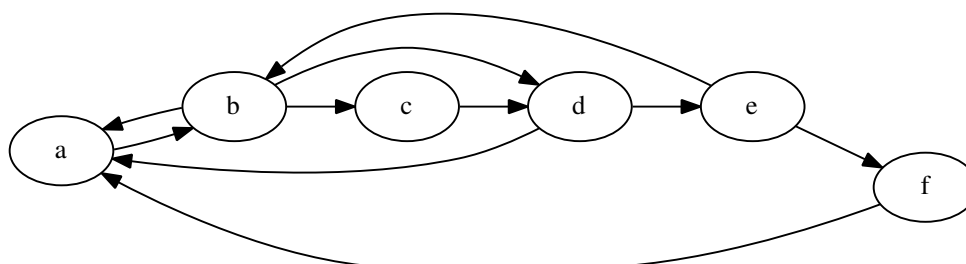
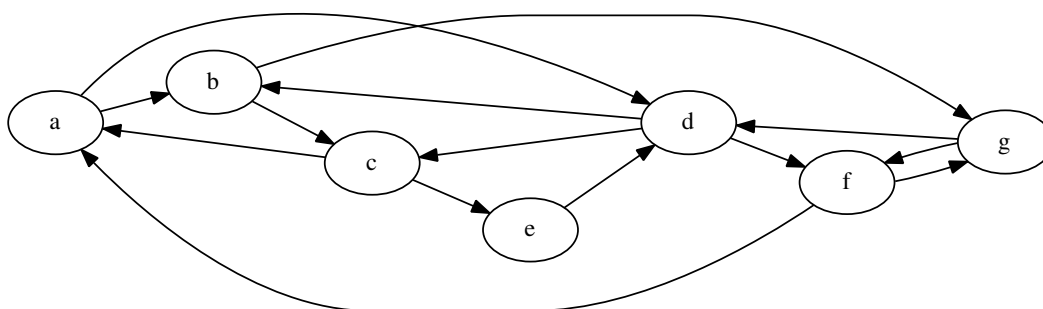
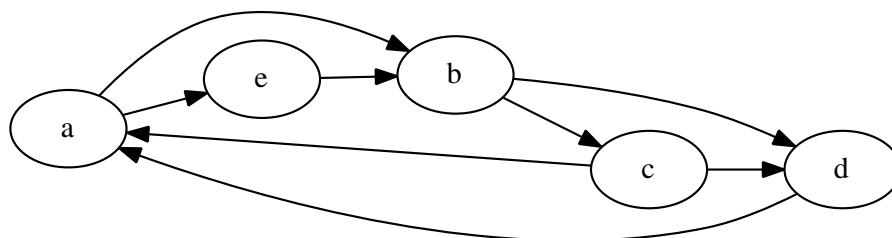
Exercice 1 : Graphes non orientés eulériens

- En utilisant le théorème d'Euler, identifiez les graphes eulériens et les graphes semi-eulériens, parmi les 4 graphes suivants.
- Pour les graphes eulériens, donnez un cycle eulérien, en utilisant l'algorithme vu en cours, et en détaillant chacune des étapes de la construction du cycle.
- Pour les graphes semi-eulériens, donnez une chaîne eulérienne, en utilisant l'algorithme vu en cours, et en détaillant chacune des étapes de la construction de la chaîne.



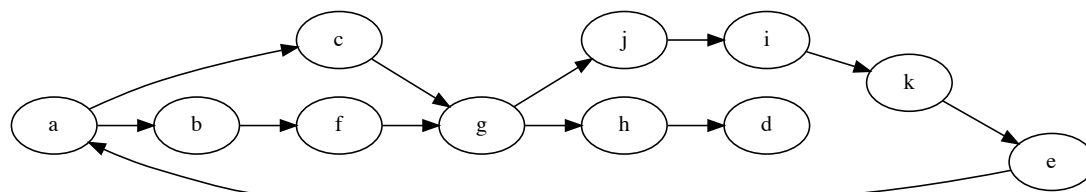
Exercice 2 : Graphes orientés eulériens

- (a) En utilisant le théorème d'Euler, identifiez les graphes eulériens et les graphes semi-eulériens, parmi les 4 graphes suivants.
- (b) Pour les graphes eulériens, donnez un circuit eulérien, en utilisant l'algorithme vu en cours, et en détaillant chacune des étapes de la construction du circuit.
- (c) Pour les graphes semi-eulériens, donnez un chemin eulérien, en utilisant l'algorithme vu en cours, et en détaillant chacune des étapes de la construction du chemin.



Exercice 3 : Visite de remparts (DS du 01/06/2023 - exercice 1)

La ville de Guérande souhaite proposer des parcours dans la ville fortifiée, pour visiter une partie des remparts et une partie des ruelles. Le graphe, représentant la ville, est donné par la figure ci-dessous : les sommets correspondent aux portes d'entrée dans la ville ou à des monuments et les arcs correspondent aux ruelles et aux remparts de la ville.



- (a) Une première idée de parcours consiste à partir de la porte identifiée par le sommet a, à visiter tous les remparts et toutes les ruelles, une et une seule fois, puis à revenir à la porte de départ.
- Est-ce possible ? Justifiez votre réponse.
 - Si c'est possible, donnez un circuit correspondant à ce parcours.
- (b) Une deuxième idée de parcours consiste à partir de la porte identifiée par le sommet a puis à visiter tous les remparts et toutes les ruelles, une et une seule fois (sans nécessairement revenir à la porte de départ).
- Est-ce possible ? Justifiez votre réponse.
 - Si c'est possible, donnez un chemin correspondant à ce parcours.

Pour aller plus loin

Exercice 4 : tournée musicale (Test du 25/09/2013 - exercice 4)

Le groupe de musique Boys in the Woods veut organiser sa tournée en France dans 7 salles de concert. Pour aller d'une salle à une autre, le groupe ne peut combiner que les trajets suivants : Antipode–Stereolux, Antipode–Vapeur, Antipode–Cargo, Vapeur–Cargo, Vapeur–Trabendo, Vapeur–Phare, Cargo–Trabendo, Olympia–Trabendo, Olympia–Phare, Trabendo–Phare, Stereolux–Phare.

- (a) Représentez ce problème par un graphe en précisant la nature du graphe, la signification des sommets ainsi que celle des arcs ou arêtes (les salles seront désignées par leur initiale). Dessinez le graphe correspondant.
- (b) Le groupe souhaite commencer sa tournée par le Stereolux puis ne passer qu'une seule fois par chaque salle.
 - i. Est-ce possible ? Justifiez.
 - ii. Si c'est possible, donnez un trajet pour cette tournée, en indiquant comment vous avez construit le trajet.
- (c) Le groupe souhaite maintenant commencer sa tournée par le Stereolux puis ne passer qu'une seule fois par chaque salle et enfin revenir faire un dernier concert au Stereolux.
 - i. Est-ce possible ? Justifiez.
 - ii. Si c'est possible, donnez un trajet pour cette tournée, en indiquant comment vous avez construit le trajet.
- (d) Le groupe souhaite maintenant emprunter une et une seule fois chacun des trajets entre les salles, en passant éventuellement plusieurs fois par certaines salles.
 - i. Est-ce possible ? Justifiez.
 - ii. Si c'est possible, donnez un trajet pour cette tournée, en indiquant comment vous avez construit le trajet.
 - iii. Quelles sont les salles dans lesquelles le groupe va jouer plusieurs fois ?
 - iv. La tournée peut-elle commencer au Stereolux ?
- (e) Le groupe souhaite maintenant emprunter une et une seule fois chacun des trajets entre les salles, en passant éventuellement plusieurs fois par certaines salles, puis revenir faire un dernier concert dans la salle de départ.
 - i. Est-ce possible ? Justifiez.
 - ii. Si c'est possible, donnez un trajet pour cette tournée, en indiquant comment vous avez construit le trajet.
 - iii. Quelles sont les salles dans lesquelles le groupe va jouer plusieurs fois ?
 - iv. La tournée peut-elle commencer au Stereolux ?