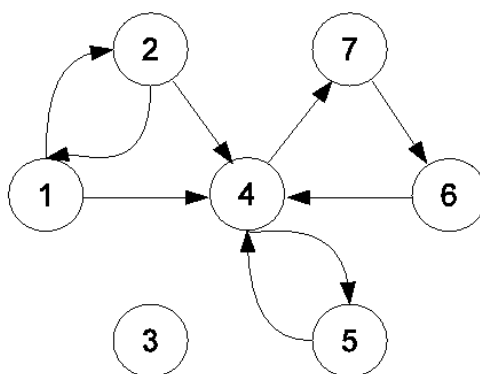


## Feuille de TD 3 : ascendants/descendants, connexité, fermeture transitive et chemins/chaînes

### Exercice 1 : Ascendants, descendants et connexité

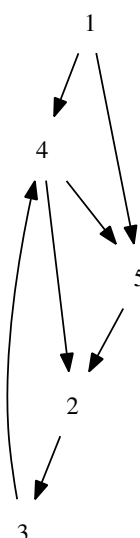
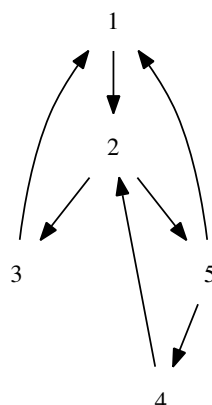
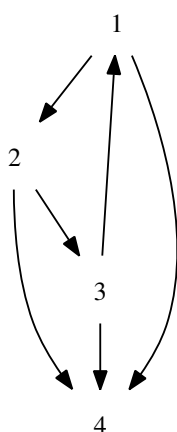
Soit  $G = (S, A)$  un graphe orienté dont voici une représentation sagittale :



- Donnez tous les descendants du sommet 4.
- Donnez tous les ascendants du sommet 2.
- $G$  est-il un graphe connexe ? Sinon, précisez ses composantes connexes.
- $G$  est-il un graphe fortement connexe ? Sinon, précisez ses composantes fortement connexes.

### Exercice 2 : Sommets source, puits et forte connexité

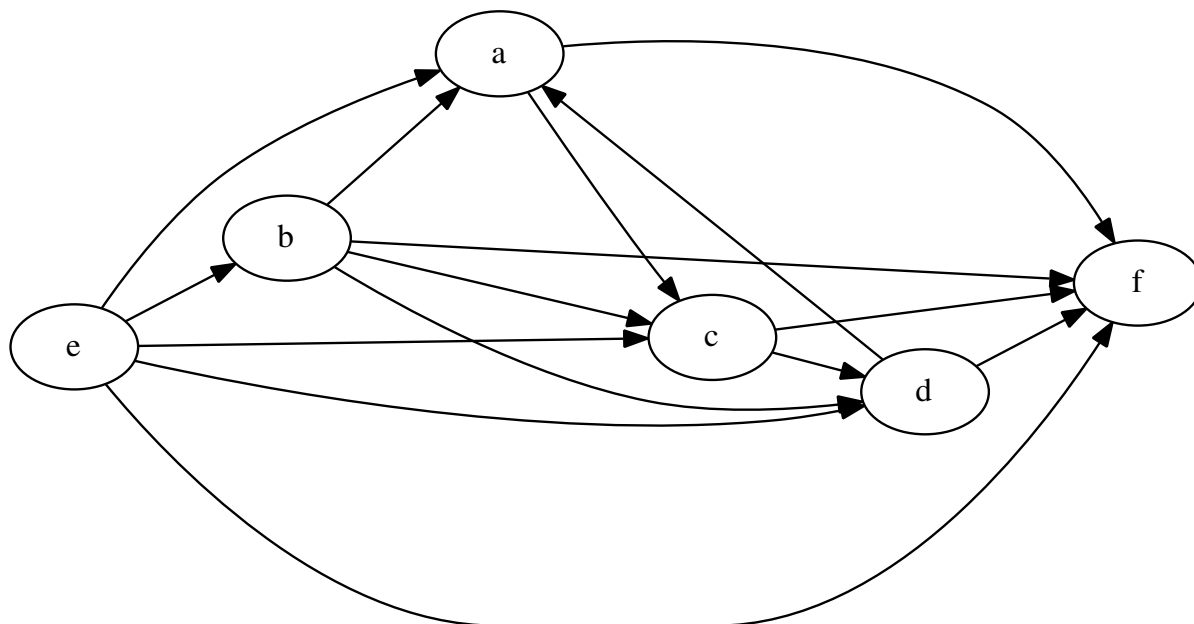
Soient les 3 graphes suivants.



- Les graphes contiennent-ils des sommets source et/ou des sommets puits ? Si oui, donnez-les.
- Les graphes sont-ils fortement connexes ? Dans le cas contraire, donnez leurs composantes fortement connexes.

**Exercice 3 : Forte connexité et algorithme**

Soit le graphe orienté  $G$ , représenté par la figure suivante.



- (a) Déterminez les composantes fortement connexes du graphe  $G$ , en utilisant le théorème suivant, vu en cours, pour définir la composante fortement connexe d'un sommet  $x_i$ , à partir de ses ascendants et de ses descendants.

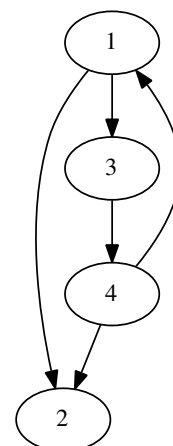
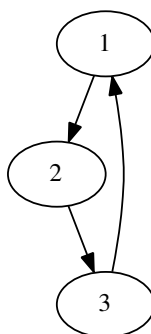
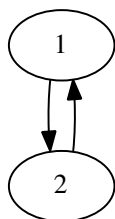
$$cfc(x_i) = (desc_G(x_i) \cap asc_G(x_i)) \cup \{x_i\} \quad (1)$$

Vous calculerez l'ensemble des composantes fortement connexes du graphes, en considérant les sommets dans l'ordre alphabétique et vous indiquerez à chaque fois les ascendants et les descendants du sommet considéré.

**Exercice 4 : Fermeture transitive**

Pour chacun des 3 graphes  $G_i$  suivants, déterminez :

- sa matrice d'adjacence  $M_i$ ;
- sa fermeture transitive  $G_i^+$ ;
- la matrice d'adjacence  $M_i^+$  de  $G_i^+$ .



**Exercice 5 : Modélisation de problème (Exercice 2 du DS du 13/09/2019)**

Dans un réseau informatique, chaque machine peut transmettre des informations aux machines voisines. Les tableaux suivants donnent les coûts de transmission entre les machines.

A	Coût	B	Coût	C	Coût	D	Coût	E	Coût	F	Coût
B	4	A	4	B	2	C	7	A	5	B	6
E	5	C	2	D	7	F	3	C	1	D	3
		F	6	E	1			F	3	E	3

- Quel type de graphe est le plus approprié pour représenter ce réseau ?
- Quelle est la signification des sommets du graphe et celle des arêtes ou des arcs ?
- Dessiner le graphe correspondant au réseau informatique.

## Pour aller plus loin

**Exercice 6 : La chèvre, le chou et le loup**

Une chèvre, un chou et un loup se trouvent sur la rive gauche d'un fleuve. Un passeur souhaite les transporter sur la rive droite mais sa barque est trop petite : il ne peut transporter qu'un seul d'entre eux à la fois.

Comment doit procéder le passeur afin de ne jamais laisser ensemble et sans surveillance le loup et la chèvre ainsi que la chèvre et le chou ?

- Représentez ce problème sous forme de graphe, en précisant s'il est orienté ou non ainsi que la signification de ses sommets et de ses arcs ou arêtes.
- Indiquez comment résoudre ce problème sur le graphe et donnez la solution obtenue.

**Indication :** *il y a deux rives donc chaque sommet du graphe sera représenté par un couple (RG, RD) indiquant qui est présent sur chaque rive.*

**Exercice 7 : Prélèvement de liquide**

On souhaite prélever 4 litres de liquide dans un tonneau. Pour cela, nous avons à notre disposition deux récipients (non gradués !), l'un de 5 litres et l'autre de 3 litres.

Comment doit-on procéder ?

- Représentez ce problème sous forme de graphe, en précisant s'il est orienté ou non ainsi que la signification de ses sommets et de ses arcs ou arêtes.
- Indiquez comment résoudre ce problème sur le graphe et donnez la solution obtenue.