

# Quelques métriques « topologiques » de centralité

Pour un sommet  $s$  d'un graphe  $g = (S, A)$  **connexe** de  $n$  sommets et  $m$  arêtes/arcs :

**Degré (nbr d'amis...)** : nombre  $\deg(s)$  de voisins de  $s$

**Coefficient de clustering** : ratio des voisins de  $s$  qui sont connectés

$$C(s) = \frac{|\text{paires de voisins de } s \text{ connectés}|}{\binom{\deg(s)}{2}}$$

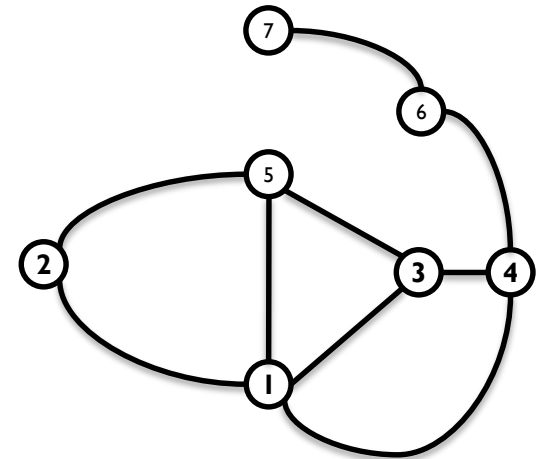
**Proximité** : distance moyenne de  $s$  aux autres sommets

$$\bar{d}(s) = E_{s'}(d(s, s')) = \frac{\sum_{s' \in S} d(s, s')}{n - 1}$$

**Intermédiarité (betweenness)** : nombre de plus courts chemins passant par  $s$

$$I(s) = \frac{1}{\binom{n-1}{2}} \sum_{\{s_1, s_2\} \subseteq S \setminus \{s\}} \frac{|\text{plus courts chemins entre } s_1 \text{ et } s_2 \text{ passant par } s|}{|\text{plus courts chemins entre } s_1 \text{ et } s_2|}$$

$n = 7$   $m = 9$



i	1	2	3	4
deg(i)	4	2	3	3
$C(i)$	$\frac{3}{6}$	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\bar{d}(i)$	$\frac{9}{6}$	$\frac{13}{6}$	$\frac{10}{6}$	$\frac{9}{6}$
$I(i)$	$\frac{5}{15}$	0	$\frac{1,5}{15}$	$\frac{8}{15}$

# Quelques métriques topologiques globales

**Diamètre** : plus grande des distances (longueur d'un plus court chemin) entre deux sommets

$$D = \max_{s_1 \in S, s_2 \in S} d(s_1, s_2)$$

**Rayon** : plus grande distance du centre (sommets le moins éloigné de tout autre sommet) à un sommet

$$R = \min_{C \in S} \left( \max_{s \in S} d(s, C) \right)$$

**Longueur moyenne** : distance moyenne pour chaque paire de sommets

$$\bar{L} = E(d(s_1, s_2)) = \frac{\sum_{s_1 \in S, s_2 \in S} d(s_1, s_2)}{n(n-1)}$$

**Densité** : ratio du nbr. d'arêtes sur nbr. des arêtes d'un graphe complet

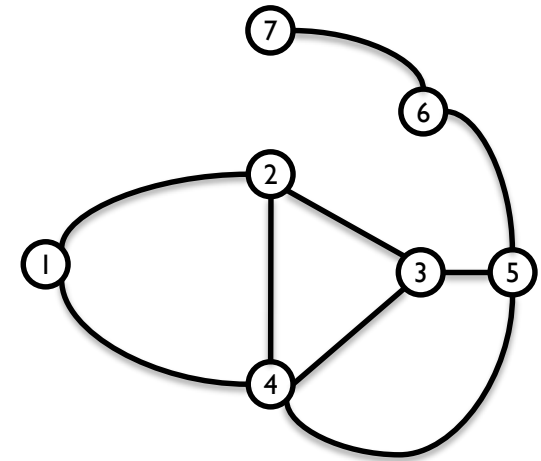
$$d = \frac{2m}{n(n-1)}$$

**Degré moyen** : moyenne des degrés des sommets

$$\delta = \frac{2m}{n}$$

**Coefficient de clustering** : moyenne des coefficients de clustering des sommets

$$\bar{C} = E(C(s)) = \frac{3 \times \text{nbr. de sous graphes triangulaires}}{\text{nbr. de sous graphes connexes à 3 sommets}}$$



$$\begin{aligned} n &= 7, m = 9 \\ D &= 4, R = 2, \bar{L} = 1,7 \\ d &= 0,4, \delta = 2,6 \\ \bar{C} &= 0,7 \end{aligned}$$