

## TP 7-8 : implémentation de la coloration de graphes

### Présentation du TP

#### (a) Représentation des graphes orientés à l'aide de matrices d'adjacence

Nous considérons uniquement des graphes orientés  $G = (S, A)$  et nous supposons que les sommets sont numérotés de 0 à  $n - 1$  d'où  $S = \{0, \dots, n - 1\}$ . La représentation choisie pour les graphes est celle par matrice d'adjacence. Un graphe  $G = (S, A)$  est ainsi représenté par une matrice d'entiers, `matrice`, de taille  $n \times n$ , définie par :

$$\text{matrice}[x][y] = \begin{cases} 1 & \text{si } (x, y) \in A, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

#### (b) Implémentation en Python

Les graphes seront représentés par des matrices `numpy` contenant des entiers, pour représenter les matrices sous la forme donnée ci-dessus. On suppose également que le nombre de sommets du graphe est fixé, au moment de sa création, et qu'il ne pourra pas être modifié par la suite. De plus, les sommets seront numérotés de 0 à  $n - 1$  (correspondant à leurs indices dans la matrice).

### Objectif du TP

L'objectif du TP est d'implémenter des fonctions pour calculer la coloration d'un graphe :

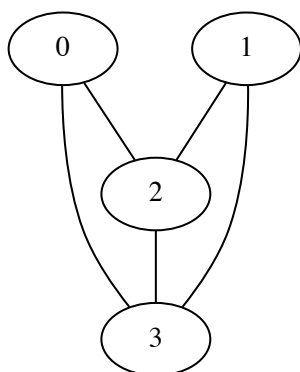
- (a) `tri_sommets(graphe)` : trie les sommets de `graphe` selon leur degré décroissant et retourne la liste des sommets ainsi triée ;
- (b) `couleur_courante_possible(graphe, sommet_cour, sommets_couleur_cour)` : retourne vrai si le sommet `sommet_cour` peut être colorié de la couleur courante, représentée par les sommets `sommets_couleur_cour` qui sont déjà coloriés de cette couleur, et faux sinon ;
- (c) `coloration_sommets_welsh_powell(graphe)` : fait la coloration des sommets de `graphe`, avec l'algorithme de Welsh-Powell, et retourne un dictionnaire. Ce dictionnaire associe chaque sommet (clé du dictionnaire) avec sa couleur (valeur du dictionnaire) ;
- (d) `affichage_couleurs_sommets_graphviz(graphe, coloration)` : affiche la coloration des sommets d'un graphe, en utilisant le module python `graphviz`, et en retournant un graphe au format de `graphviz`. Le graphe résultat est obtenu à partir de `graphe`, le graphe de départ, et de `coloration`, le dictionnaire contenant la coloration des sommets (obtenu en résultat de la fonction `coloration_sommets_welsh_powell(graphe)`).

D'autres fonctions bonus peuvent être implémentées et concernent la coloration des arêtes d'un graphe.

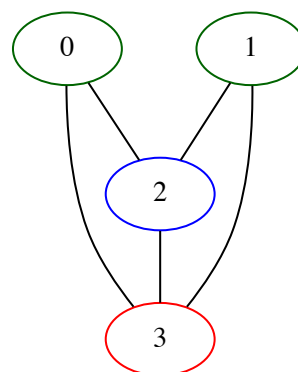
**Déroulement du TP**

Pour chaque cellule de code, correspondant aux fonctions décrites précédemment, écrivez le code python correspondant à chaque fonction à implémenter. Vérifiez la syntaxe de votre implémentation en exécutant la cellule de code autant de fois que nécessaire.

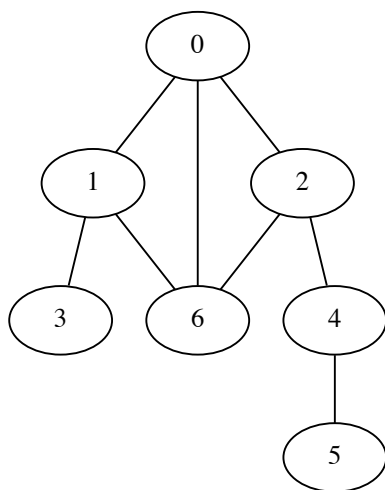
Pour tester chacune de vos fonctions, vous pouvez utiliser la cellule de code suivant chaque fonction, qui contient des petits tests sur les graphes `graphe1` et `graphe2`. Les réponses attendues, pour les premières fonctions, sont données en commentaire des appels de fonction. Pour la fonction qui affiche la coloration sur un graphe, les figures suivantes donnent les réponses attendues pour les 2 graphes.



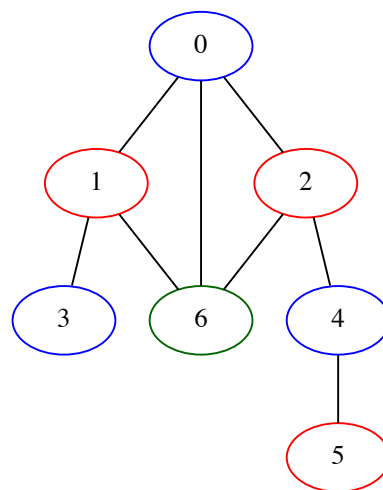
(a) Graphe 1



(b) Coloration du graphe 1



(c) Graphe 2



(d) Coloration du graphe 2

FIGURE 1 – Exemples de graphes avec la coloration de leurs sommets, obtenue par l'algorithme de Welsh et Powell