

Graphes

3. Chemins/circuits, chaînes/cycles et sommets ascendants/descendants

Solen Quiniou

`solen.quiniou@univ-nantes.fr`

IUT de Nantes

Année 2023-2024 – BUT 1 (Semestre 2)

[Mise à jour du 18 janvier 2024]

Plan du cours

- 1 Graphes orientés : chemins et circuits
- 2 Graphes non orientés : chaînes et cycles
- 3 Sommets ascendants et sommets descendants

Graphes orientés : chemins et circuits

Soit $G = (S, A)$ un graphe orienté

Définitions : chemin

- **Chemin** C : suite $[x_1, x_2, \dots, x_k]$ de sommets de G tel que deux sommets consécutifs quelconques x_i et x_{i+1} sont reliés par un arc de G :

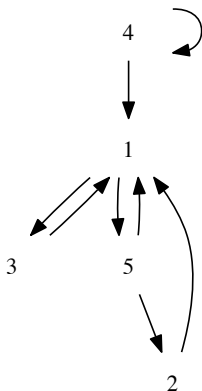
$$\forall i, 1 \leq i \leq k - 1, (x_i, x_{i+1}) \in A$$

- **Longueur** d'un chemin : nombre de sommets moins un
- **Chemin simple** : chemin qui ne passe pas deux fois par le même arc
- **Chemin élémentaire** : chemin qui ne passe pas deux fois par le même sommet

Définitions : circuit

- **Circuit** : chemin $[x_1, x_2, \dots, x_k]$, de longueur supérieure ou égale à 1, dont l'origine et l'extrémité sont identiques : $x_1 = x_k$
- **Circuit élémentaire** : circuit qui ne possède qu'une seule répétition, le sommet origine et le sommet extrémité

Exemple



- $[3, 1, 5]$ est un chemin de longueur 2, simple et élémentaire
- $[1, 3, 4]$ n'est pas un chemin
- $[4, 4]$ est un chemin et un circuit
- $[1, 5, 2, 1, 3]$ est un chemin simple
- $[1, 5, 2, 1]$ est un circuit simple et élémentaire

Plan du cours

- 1 Graphes orientés : chemins et circuits
- 2 Graphes non orientés : chaînes et cycles
- 3 Sommets ascendants et sommets descendants

Graphes non orientés : chaînes et cycles

Soit $G = (S, A)$ un graphe non orienté

Définitions : chaîne

- **Chaîne** C : suite $[x_1, x_2, \dots, x_k]$ de sommets de G tel que deux sommets consécutifs quelconques x_i et x_{i+1} sont reliés par une arête de G :

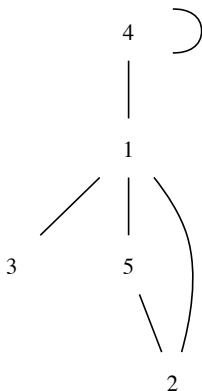
$$\forall i, 1 \leq i \leq k - 1, \{x_i, x_{i+1}\} \in A$$

- **Longueur** d'une chaîne : nombre de sommets moins un
- **Chaîne simple** : chaîne qui ne passe pas deux fois par la même arête
- **Chaîne élémentaire** : chaîne qui ne passe pas deux fois par le même sommet

Définitions : cycle

- **Cycle** : chaîne $[x_1, x_2, \dots, x_k]$, de longueur supérieure ou égale à 1, et dont l'origine et l'extrémité sont identiques : $x_1 = x_k$
- **Cycle élémentaire** : cycle qui ne possède qu'une seule répétition, le sommet origine et le sommet extrémité

Exemple



- $[3, 1, 5]$: chaîne de longueur 2, simple et élémentaire
- $[4, 4]$: chaîne et un cycle
- $[1, 5, 2, 1, 3]$: chaîne simple
- $[1, 5, 2, 1]$: cycle simple et élémentaire

Plan du cours

- 1 Graphes orientés : chemins et circuits
- 2 Graphes non orientés : chaînes et cycles
- 3 Sommets ascendants et sommets descendants**

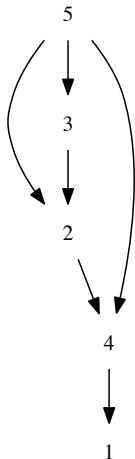
Sommets ascendants et sommets descendants

Définitions : descendants et ascendants

Soit $G = (S, A)$ un graphe orienté

- Sommet x_k **descendant** du sommet x_i ssi il existe un chemin d'origine x_i et d'extrémité x_k
- L'ensemble des descendants de x_i est noté :
 $desc_G(x_i) = \{x_k \in S \mid \exists [x_i, x_k] \in G\}$
- Sommet x_k **ascendant** du sommet x_i ssi il existe un chemin d'origine x_k et d'extrémité x_i
- L'ensemble des ascendants de x_i est noté :
 $asc_G(x_i) = \{x_k \in S \mid \exists [x_k, x_i] \in G\}$

Exemple



- $desc_G(5) = \{1, 2, 3, 4\}$

- $asc_G(5) = \emptyset$

- $desc_G(1) = \emptyset$

- $asc_G(1) = \{2, 3, 4, 5\}$