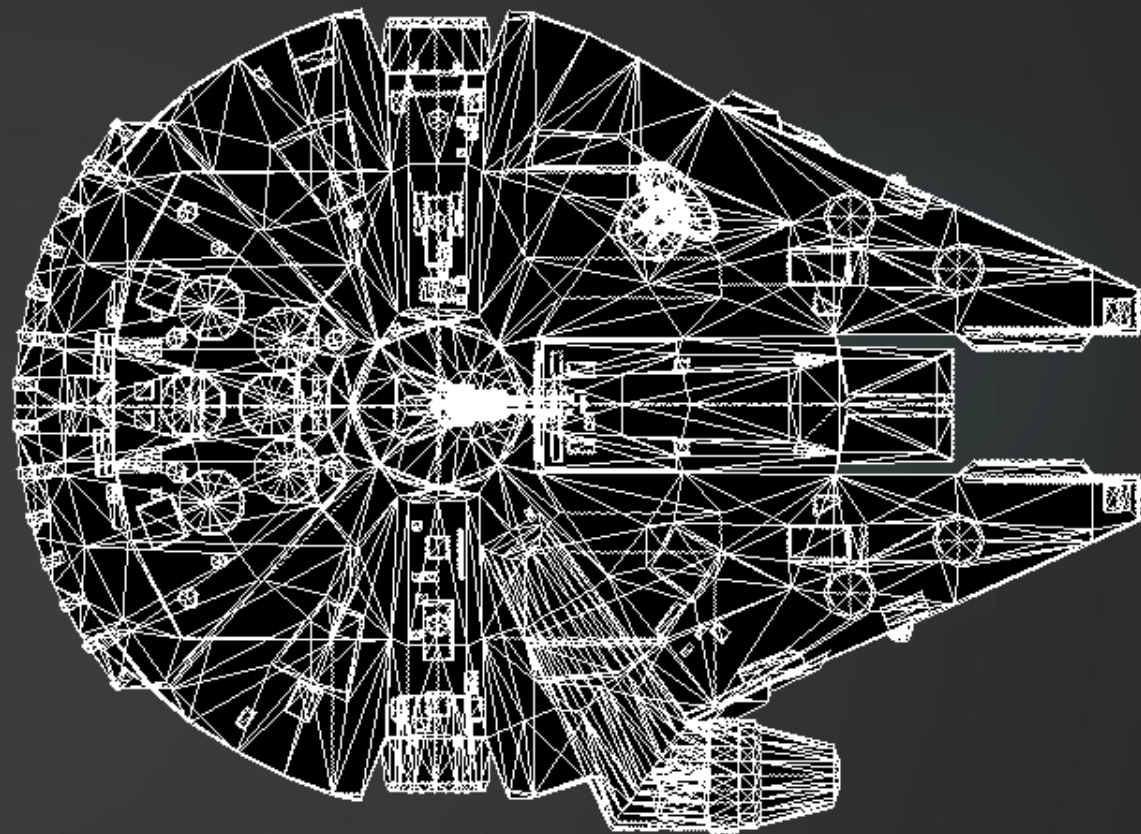
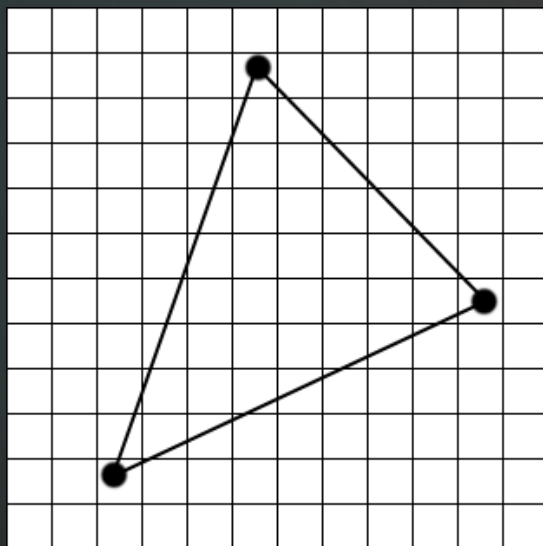


Компьютерная графика Модуль 2-1

Растеризация треугольников.

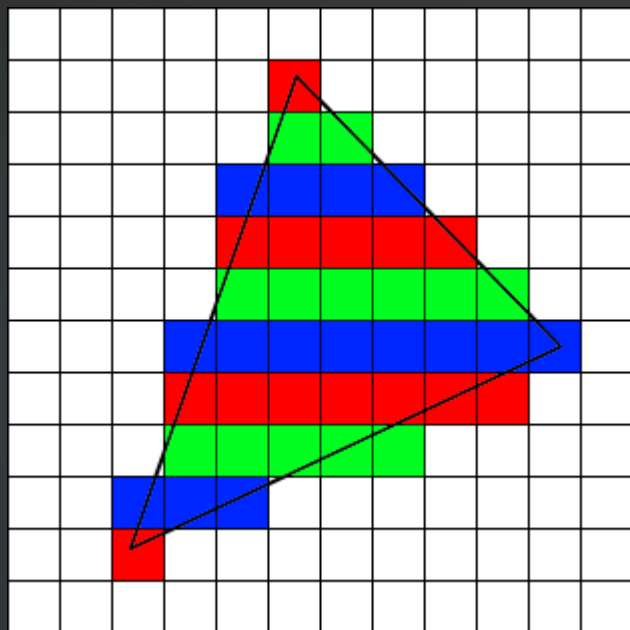
Растеризация треугольников.

- ▶ Все полигоны состоят из треугольников, поэтому растеризация треугольников является ключевой составляющей рендеринга.

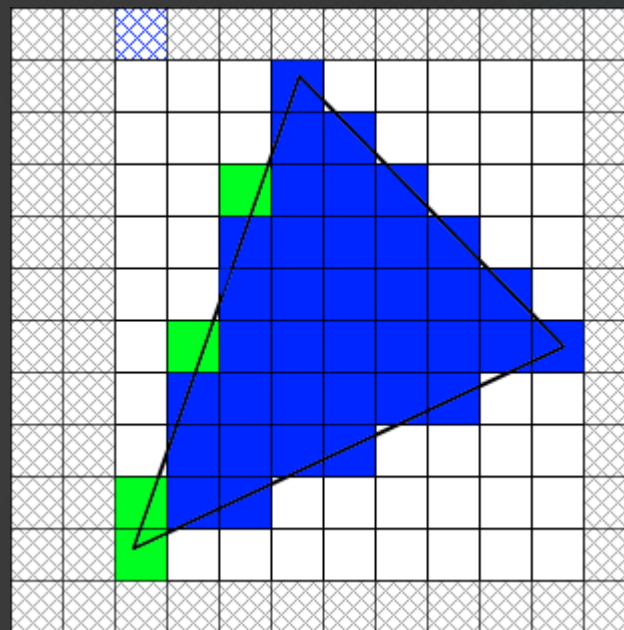


Растеризация треугольников. Два подхода.

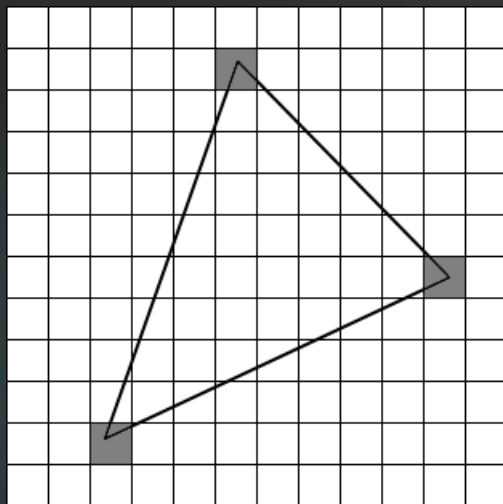
Построчная отрисовка



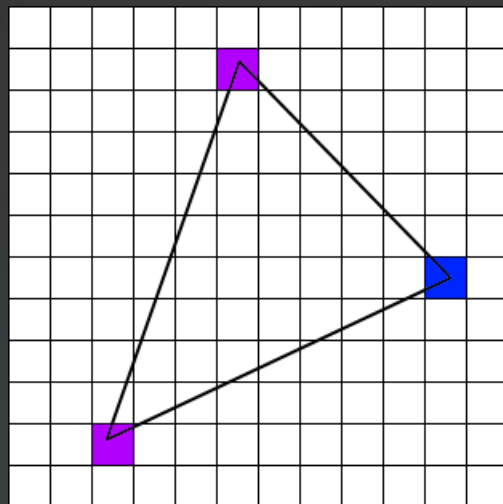
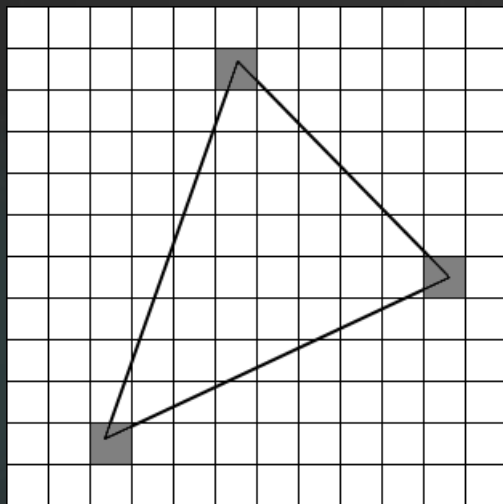
Попиксельная отрисовка



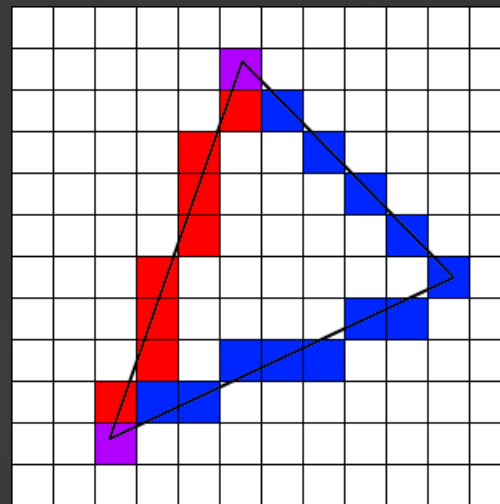
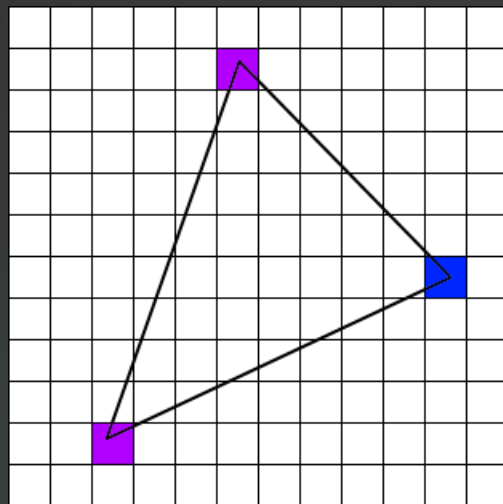
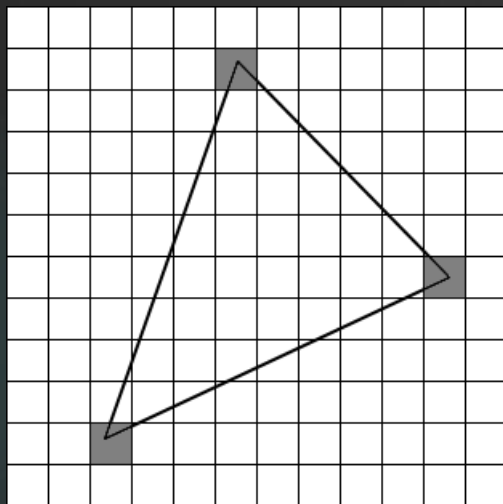
Построчная отрисовка – ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ



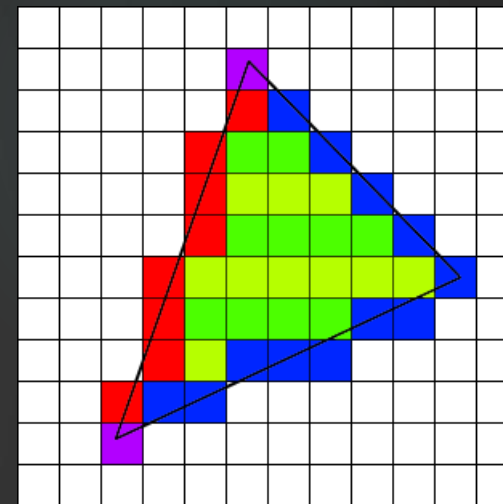
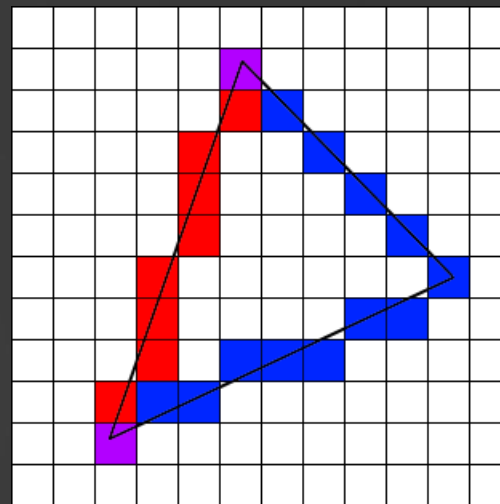
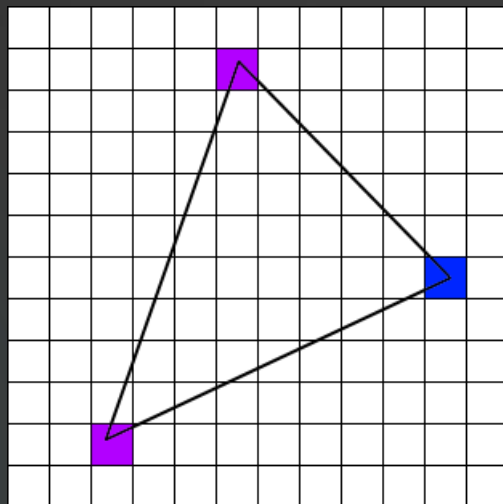
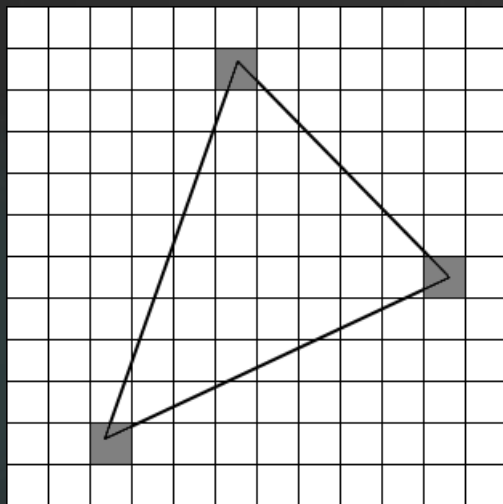
Построчная отрисовка – определение вершин



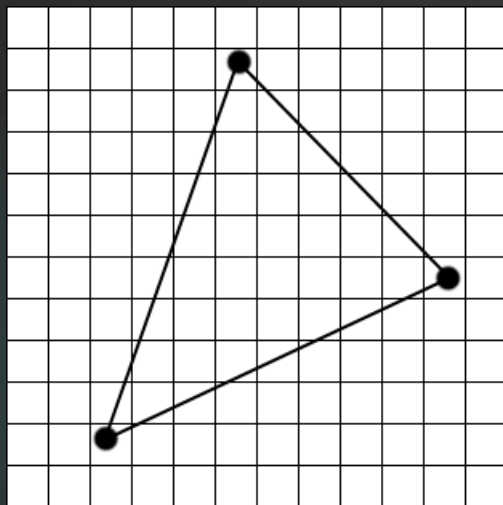
Построчная отрисовка – определение границ



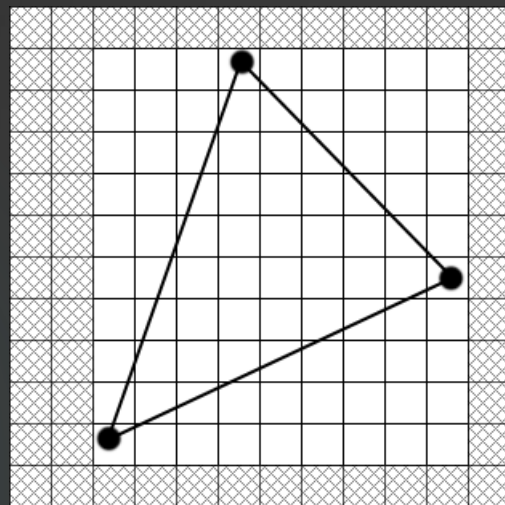
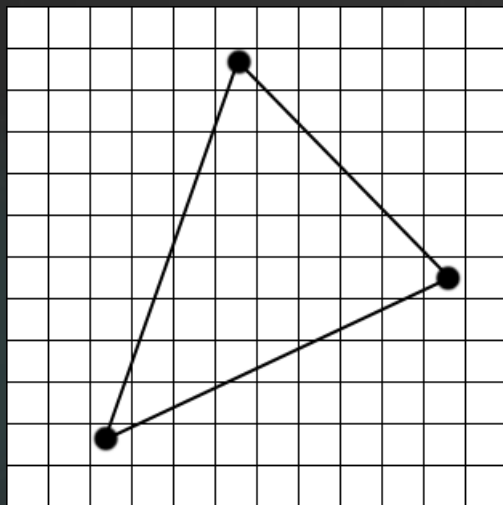
Построчная отрисовка – заполнение строк



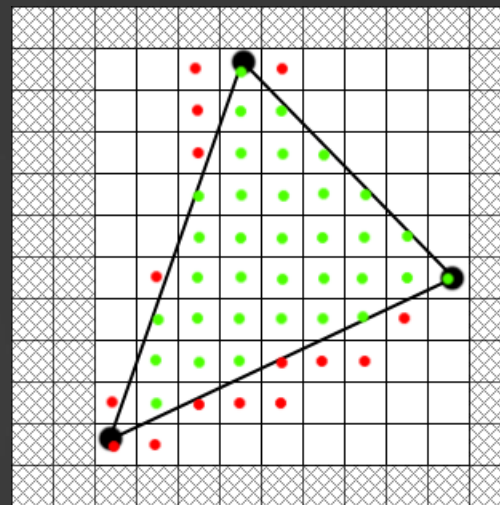
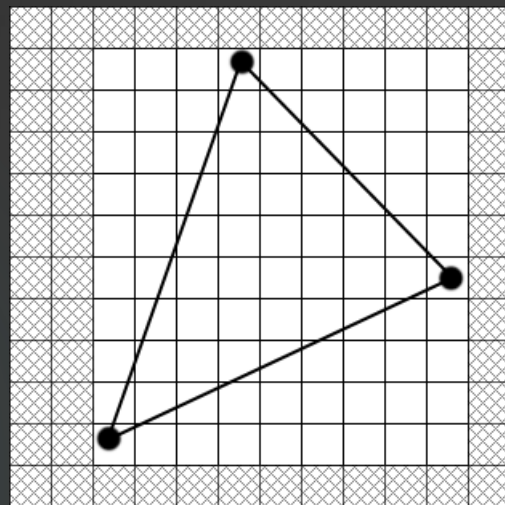
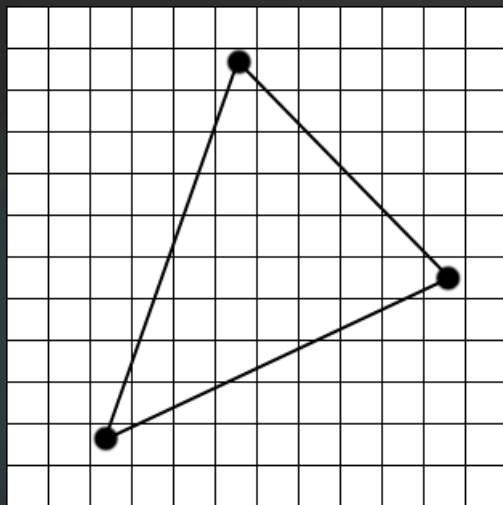
Попиксельная отрисовка – ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ



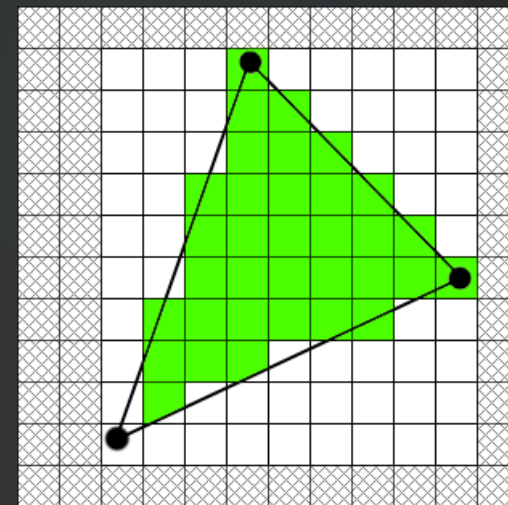
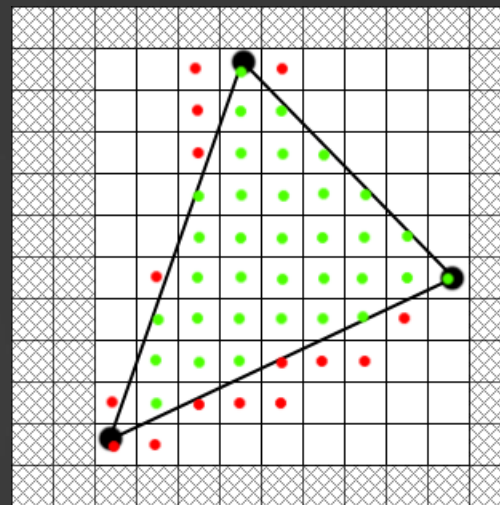
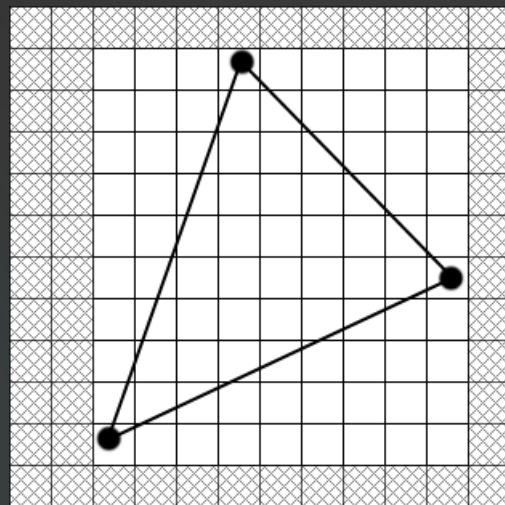
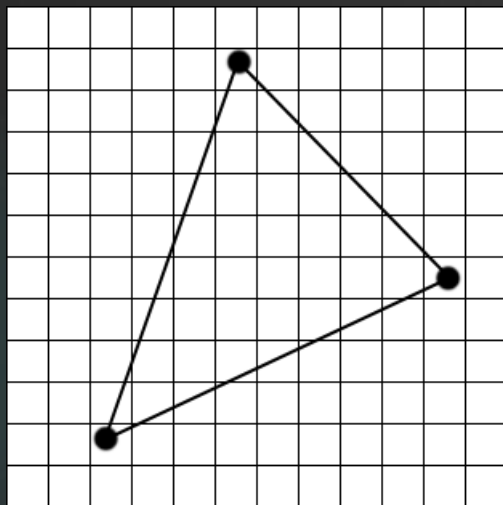
Попиксельная отрисовка – определение области интереса



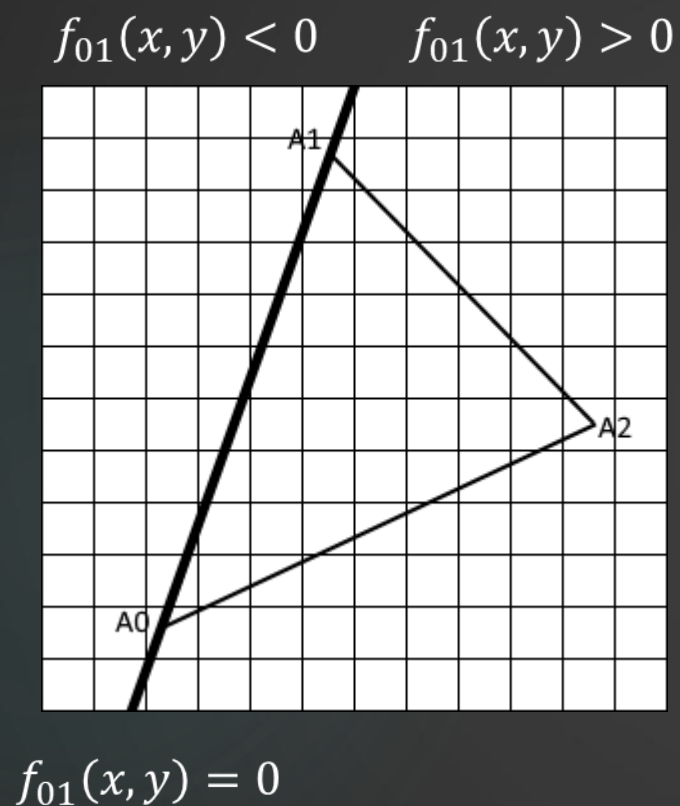
Попиксельная отрисовка – определение внутренних точек



Попиксельная отрисовка – заполнение треугольника



Попиксельная отрисовка. Определение внутренних точек.



- ▶ Даны точки: $A_0(x_0, y_0)$, $A_1(x_1, y_1)$.
- ▶ Уравнение прямой, проходящей через эти точки:
$$\frac{x-x_0}{x_1-x_0} = \frac{y-y_0}{y_1-y_0}$$

ИЛИ
- ▶ $f_{01}(x, y) = (x - x_0)(y_1 - y_0) - (y - y_0)(x_1 - x_0) = 0$

Попиксельная отрисовка. Определение внутренних точек.

$\{f_{01}(x, y), f_{12}(x, y), f_{20}(x, y)\}$:

$\{-, -, +\}$

$\{+, -, +\}$

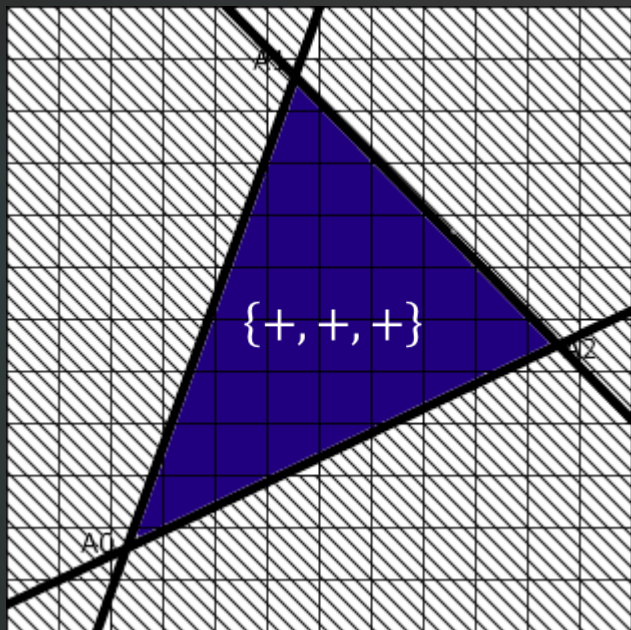
$\{-, +, +\}$

$\{+, +, +\}$

$\{+, -, -\}$

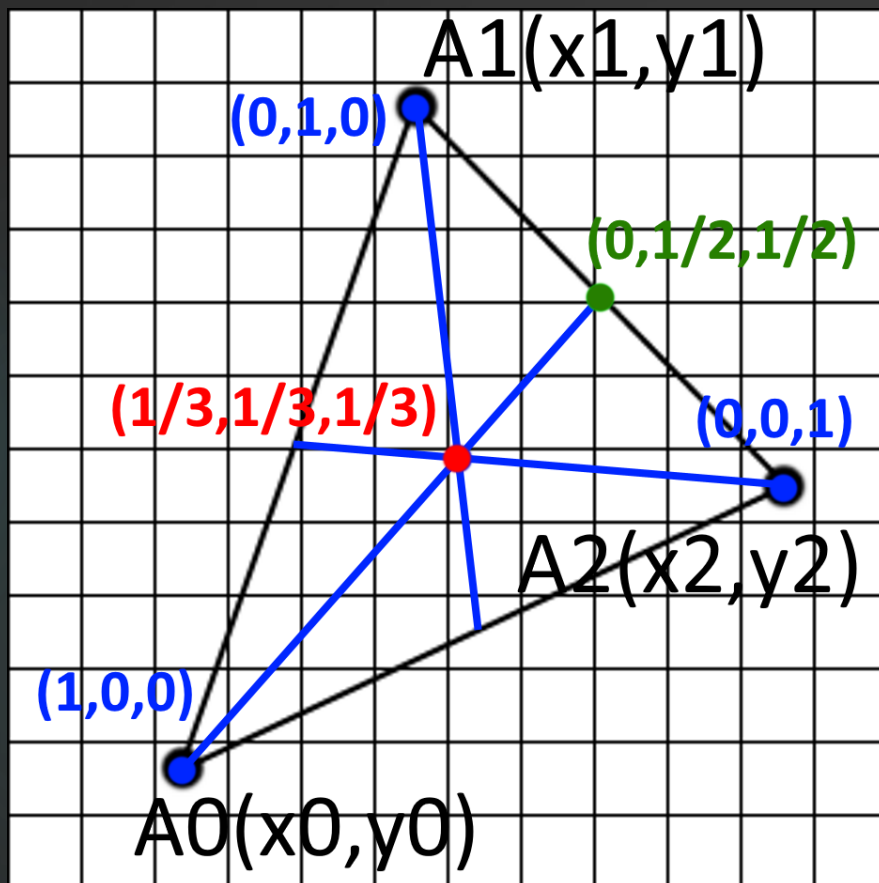
$\{-, +, -\}$

$\{+, +, -\}$



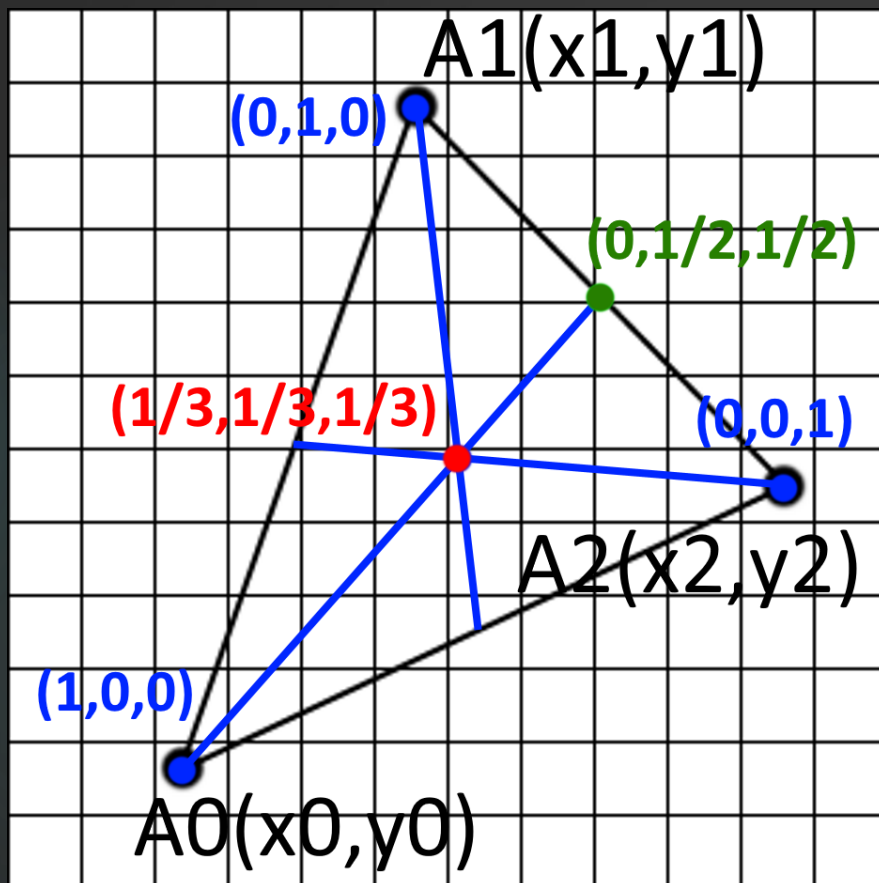
- ▶ Даны точки: $A_0(x_0, y_0)$, $A_1(x_1, y_1)$, $A_2(x_2, y_2)$.
- ▶ Уравнение прямых, проходящих через эти точки:
 - ▶ $f_{01}(x, y) = (x - x_0)(y_1 - y_0) - (y - y_0)(x_1 - x_0) = 0$
 - ▶ $f_{12}(x, y) = (x - x_1)(y_2 - y_1) - (y - y_1)(x_2 - x_1) = 0$
 - ▶ $f_{20}(x, y) = (x - x_2)(y_0 - y_2) - (y - y_2)(x_0 - x_2) = 0$

Определение внутренних точек. Барицентрические координаты



- ▶ Даны точки: $A_0(x_0, y_0)$, $A_1(x_1, y_1)$, $A_2(x_2, y_2)$.
- ▶ Определим барицентрические координаты $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$ таким образом, что:
 - ▶ $\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 = 1$,
 - ▶ $\lambda_0 = 1, \lambda_1 = 0, \lambda_2 = 0$ соответствует точке $A_0(x_0, y_0)$,
 - ▶ $\lambda_0 = 0, \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0$ соответствует точке $A_1(x_1, y_1)$,
 - ▶ $\lambda_0 = 0, \lambda_1 = 0, \lambda_2 = 1$ соответствует точке $A_2(x_2, y_2)$.
- ▶ Точки, для которых хотя бы одна барицентрическая координата меньше нуля, находятся за пределами треугольника.

Определение внутренних точек. Барицентрические координаты



- ▶ Даны точки: $A_0(x_0, y_0)$, $A_1(x_1, y_1)$, $A_2(x_2, y_2)$.
- ▶ Барицентрические координаты могут быть получены следующим образом:

- ▶
$$\lambda_0 = \frac{(y-y_2)(x_1-x_2)-(x-x_2)(y_1-y_2)}{(y_0-y_2)(x_1-x_2)-(x_0-x_2)(y_1-y_2)},$$

- ▶
$$\lambda_1 = \frac{(y-y_0)(x_2-x_0)-(x-x_0)(y_2-y_0)}{(y_1-y_0)(x_2-x_0)-(x_1-x_0)(y_2-y_0)},$$

- ▶
$$\lambda_2 = \frac{(y-y_1)(x_0-x_1)-(x-x_1)(y_0-y_1)}{(y_2-y_1)(x_0-x_1)-(x_2-x_1)(y_0-y_1)}.$$

Упрощённый конвейер рендеринга сцены (все грани)

- ▶ Для каждого треугольного полигона сцены:
 - ▶ Рассчитать область интереса.
 - ▶ Для каждого пиксела внутри области интереса:
 - ▶ Рассчитать барицентрические координаты пиксела относительно вершин треугольника.
 - ▶ Если хотя бы одна барицентрическая координата пиксела меньше нуля – переход к следующему пикселу.



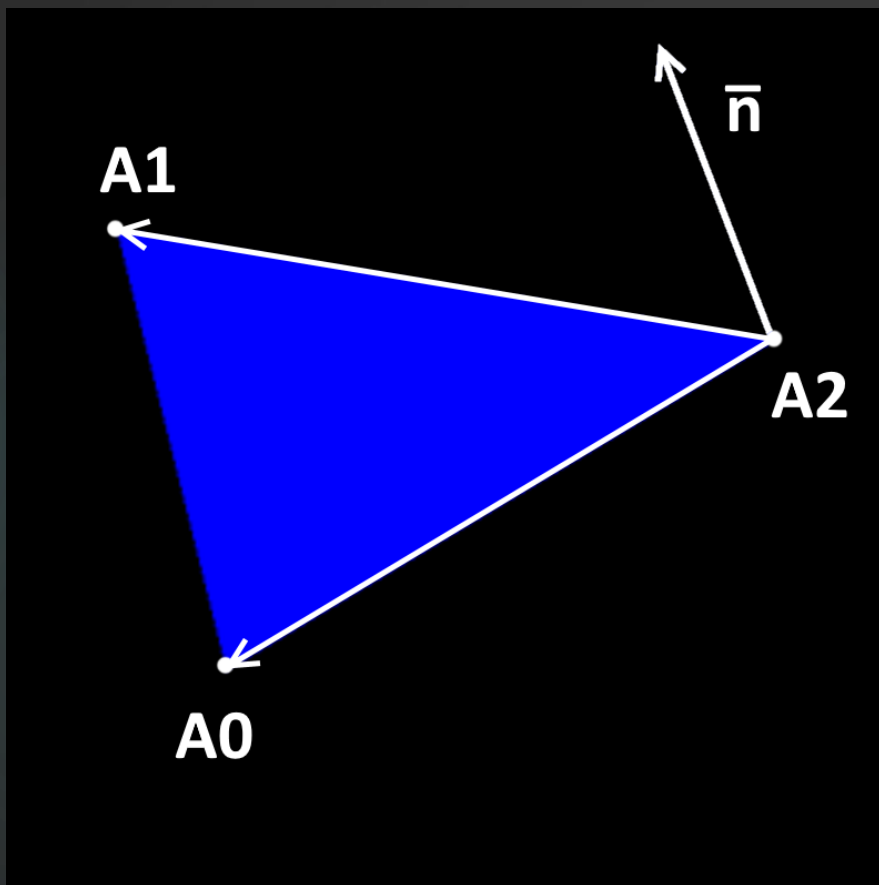
Компьютерная графика Модуль 2-2

Удаление невидимых поверхностей.

Отбрасывание нелицевых граней (backface culling)

- ▶ Простейший способ оценить необходимость отрисовки полигона – проверить, направлен ли он к зрителю «лицевой» стороной.
- ▶ Простейший способ определить «лицевую» сторону – рассчитать нормаль как векторное произведение двух рёбер полигона.
- ▶ Скалярное произведение вектора нормали на направление камеры даёт косинус угла между ними. Грань видна, если косинус отрицателен.

Расчёт нормали к поверхности полигона



- ▶ Векторное произведение:

$$\vec{n} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a2.x - a0.x & a2.y - a0.y & a2.z - a0.z \\ a1.x - a0.x & a1.y - a0.y & a1.z - a0.z \end{vmatrix}$$

даёт направление вектора нормали

- ▶ Скалярное произведение

$$\langle \vec{n}, \vec{v} \rangle = n.x * v.x + n.y * v.y + n.z * v.z,$$

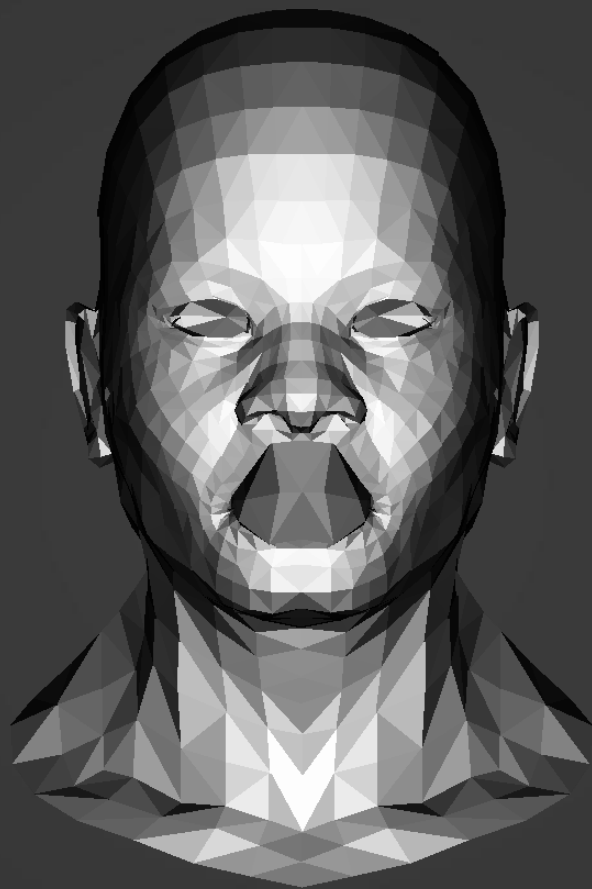
где \vec{v} – направление «взгляда» камеры, позволяет рассчитать косинус угла между направлением «взгляда» камеры и углом нормали:

$$\cos \alpha = \frac{\langle \vec{n}, \vec{v} \rangle}{\|\vec{n}\| \cdot \|\vec{v}\|}$$

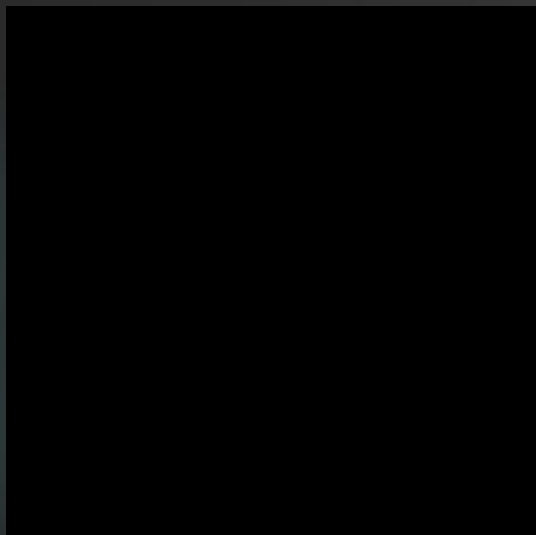
Упрощённый конвейер рендеринга сцены (без глубины и текстур)

- ▶ Для каждого треугольного полигона сцены:
 - ▶ **Рассчитать нормаль к полигону.**
 - ▶ **Если нормаль направлена под углом $< 90^\circ$ к наблюдателю – перейти к следующему полигону.**
 - ▶ Рассчитать область интереса.
 - ▶ Для каждого пиксела внутри области интереса:
 - ▶ Рассчитать барицентрические координаты пиксела относительно вершин треугольника.
 - ▶ Если хотя бы одна барицентрическая координата пиксела меньше нуля – переход к следующему пикселу.

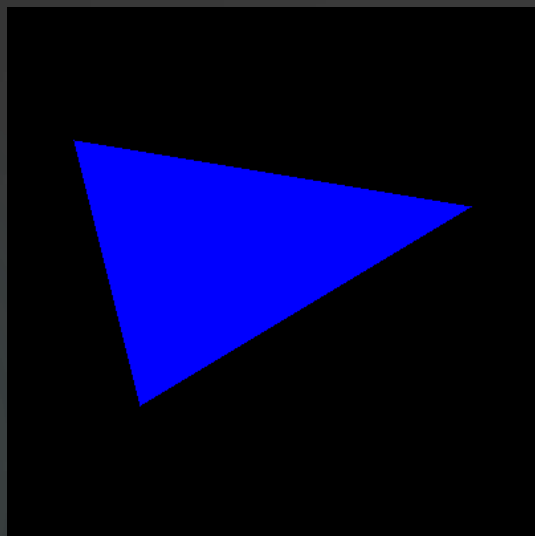
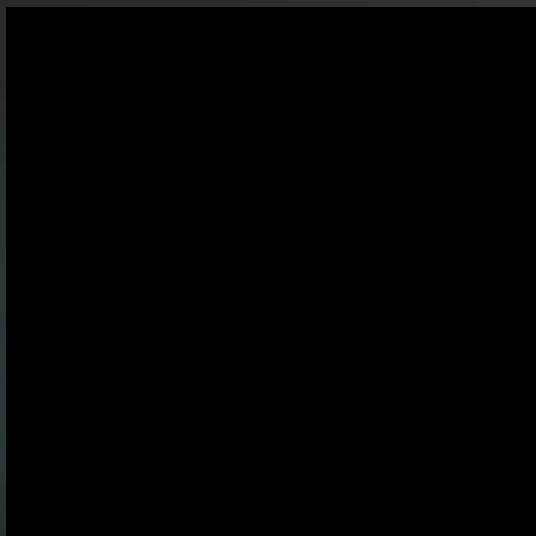
Рендеринг с отбрасыванием нелицевых граней



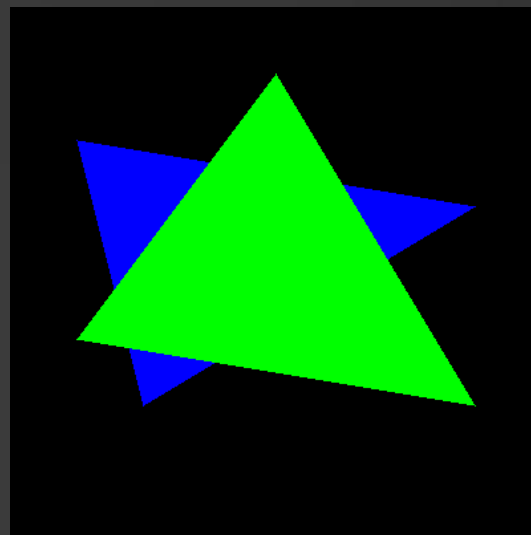
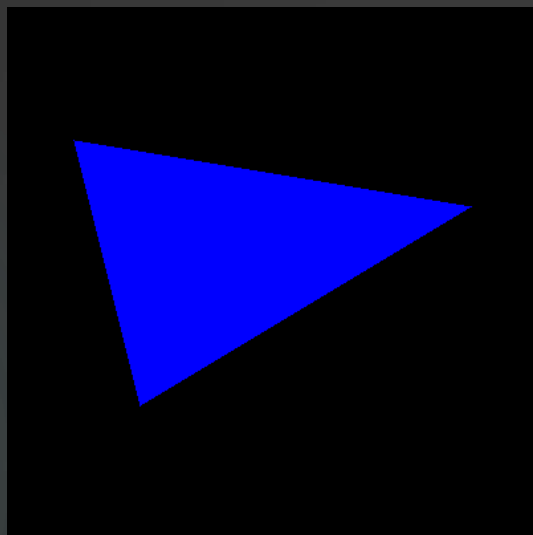
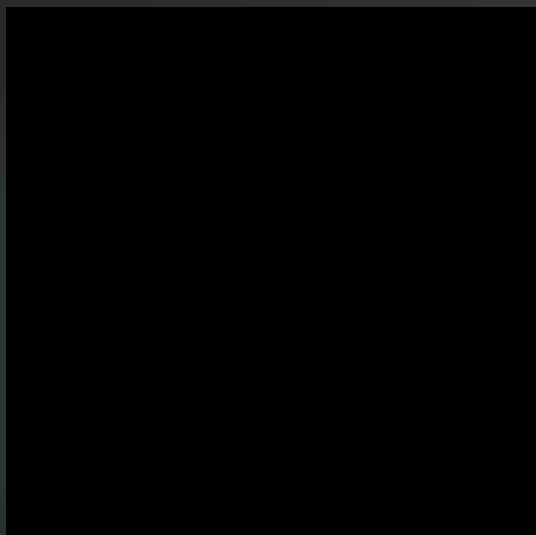
Рендеринг без z-буфера



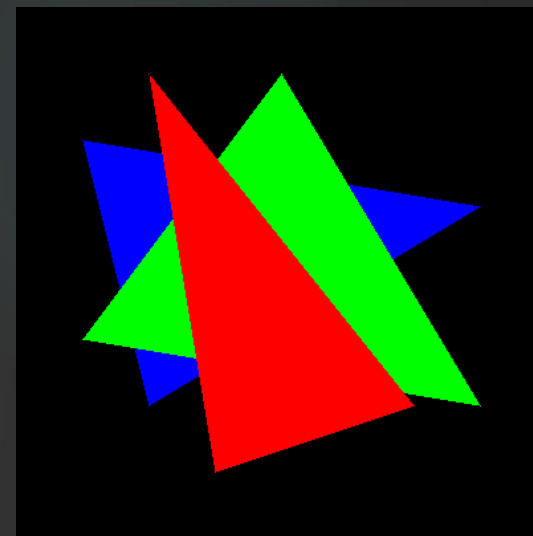
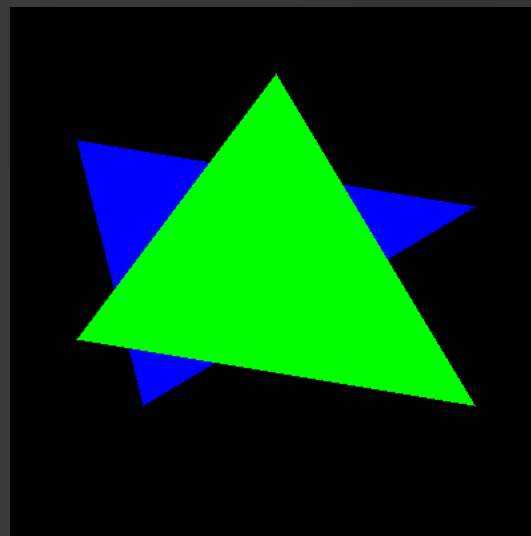
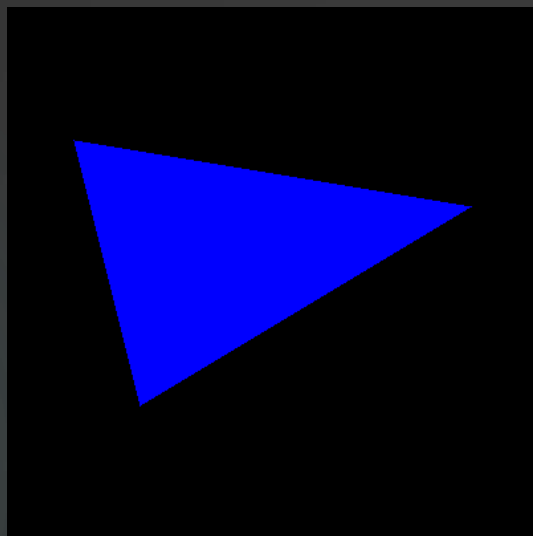
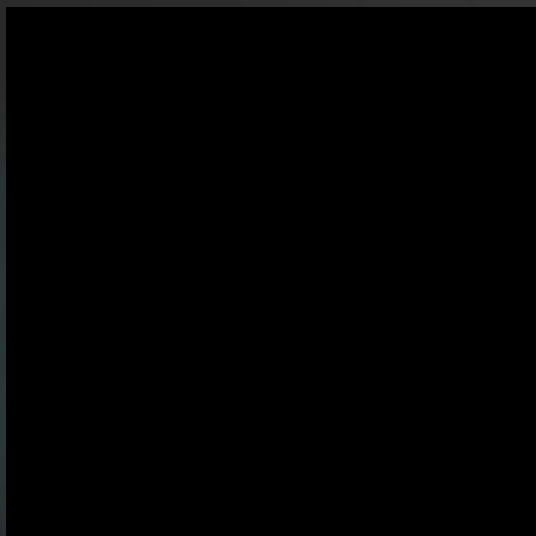
Рендеринг без z-буфера



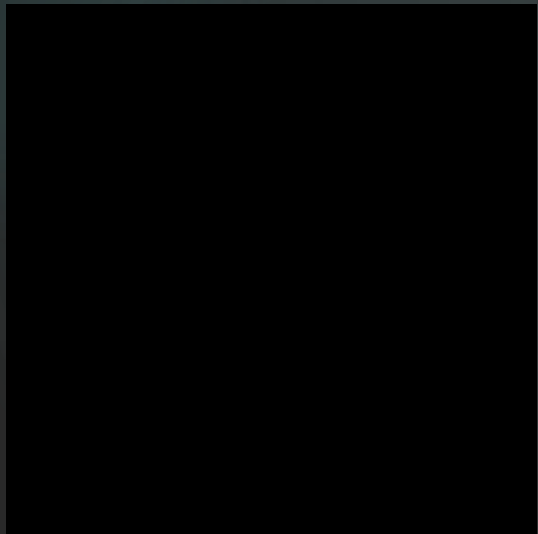
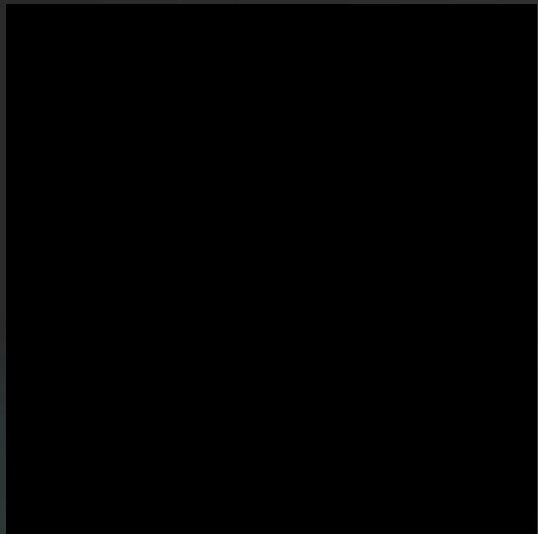
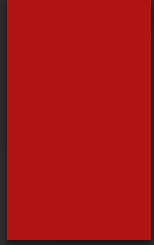
Рендеринг без z-буфера



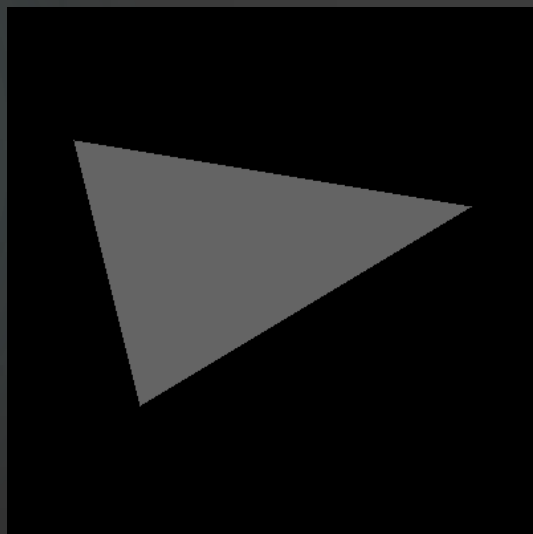
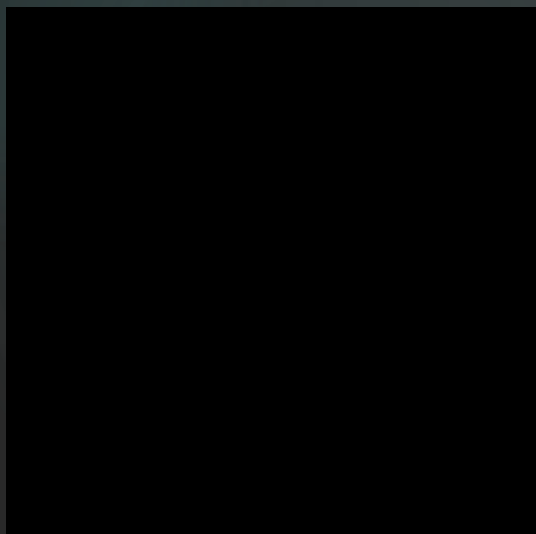
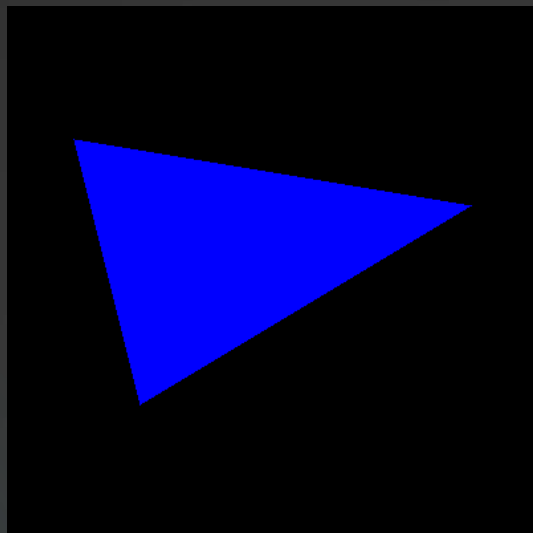
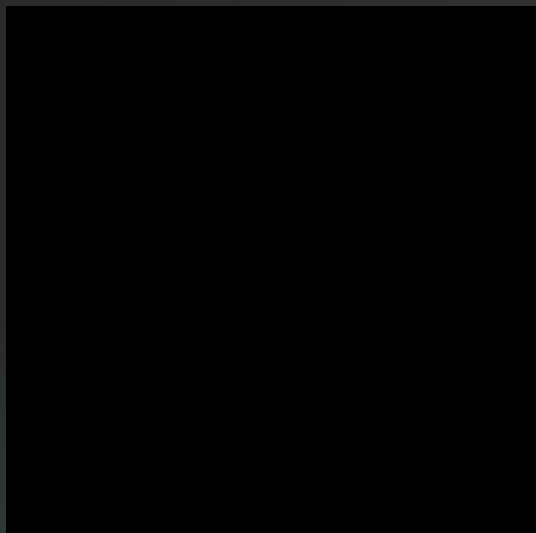
Рендеринг без z-буфера



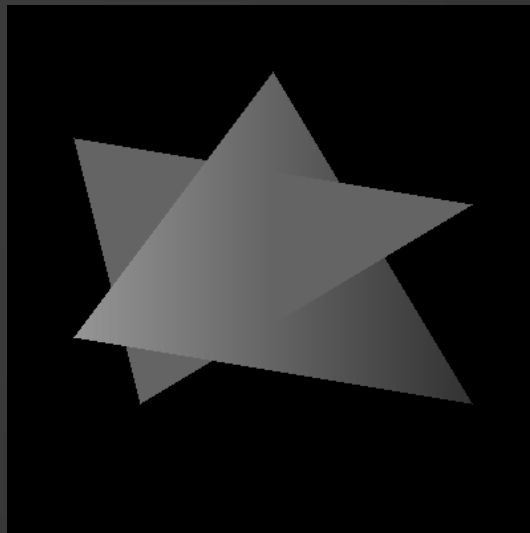
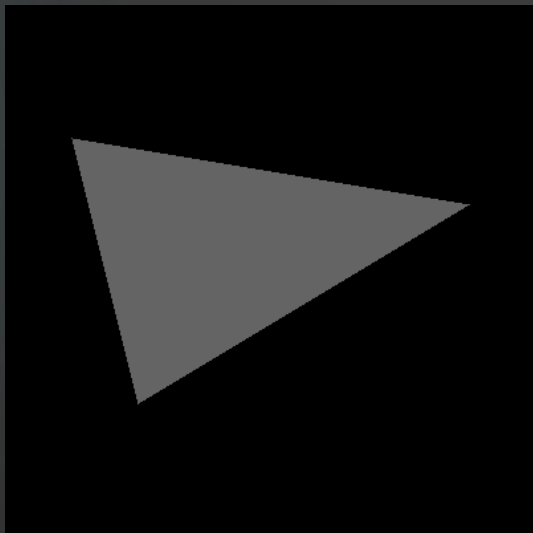
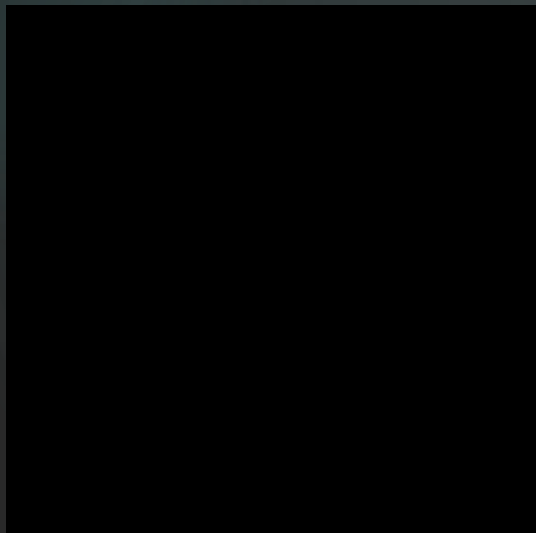
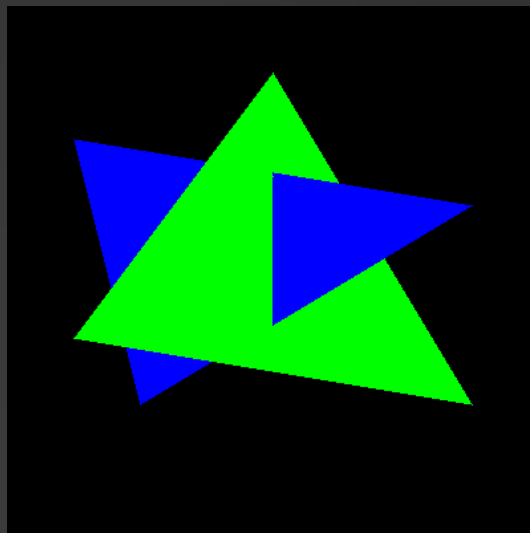
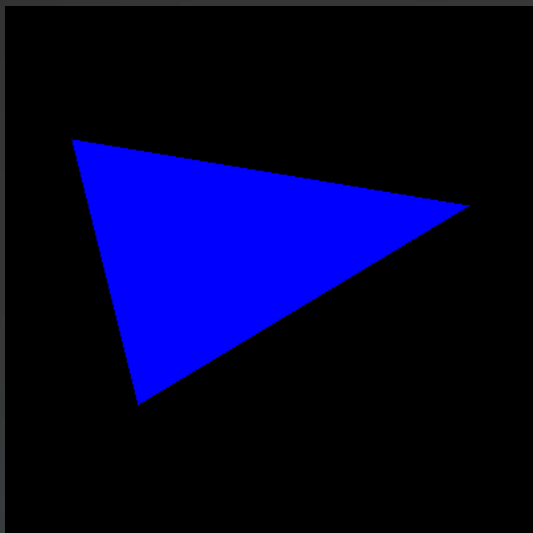
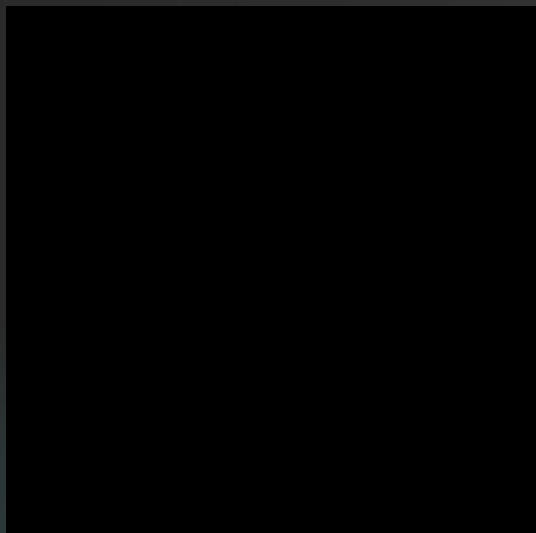
Рендеринг с z-буфером



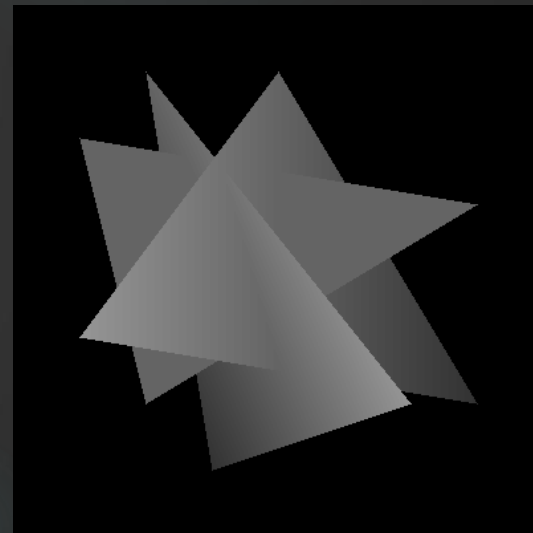
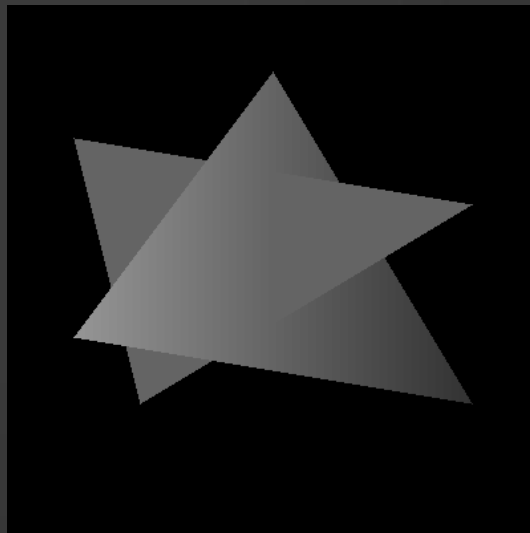
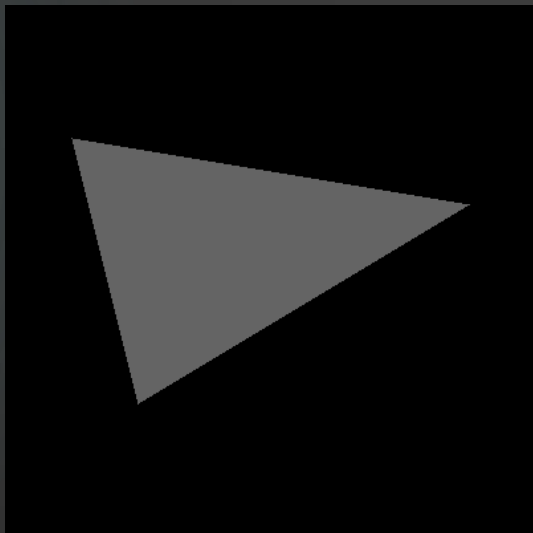
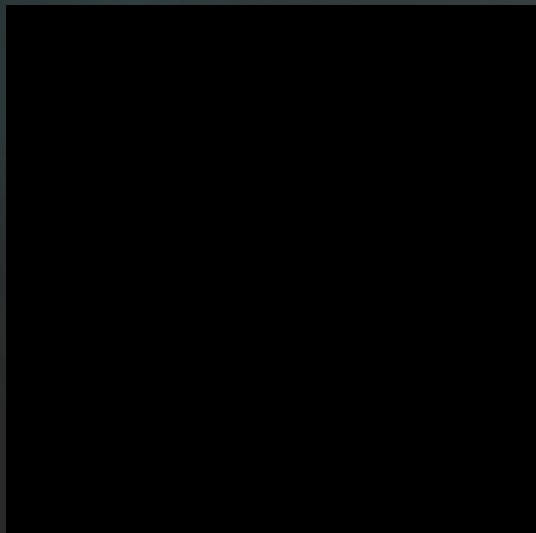
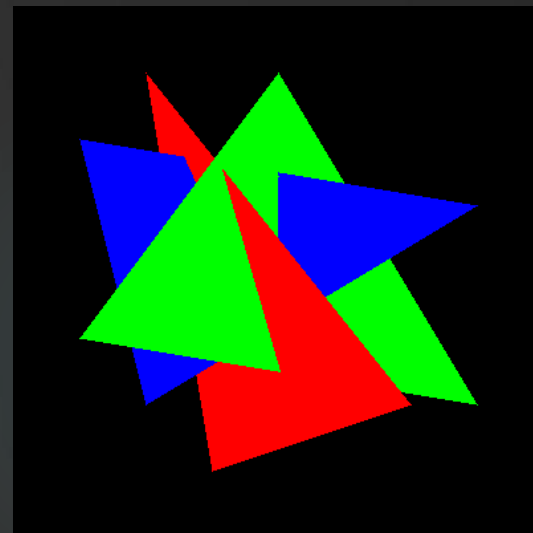
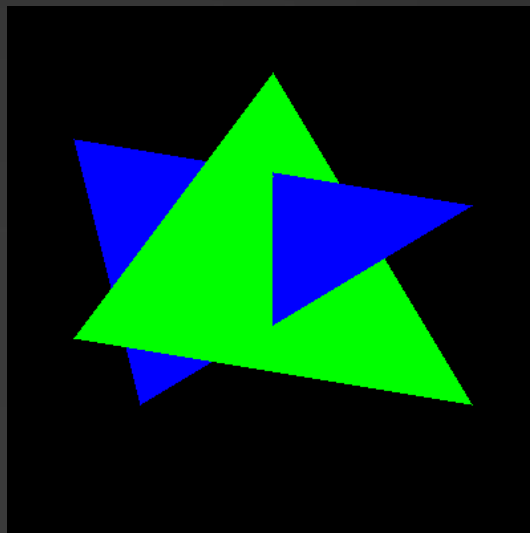
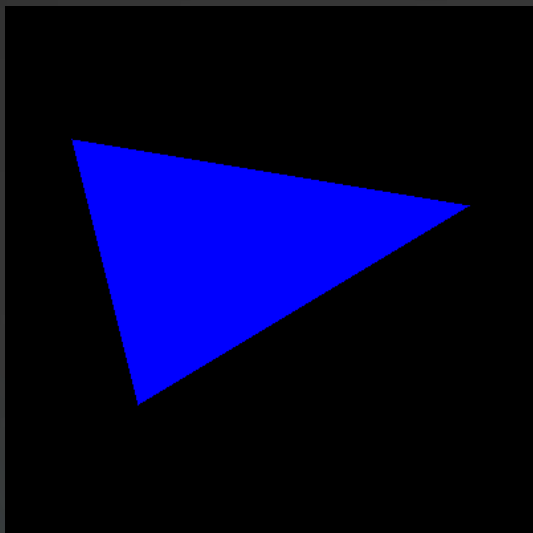
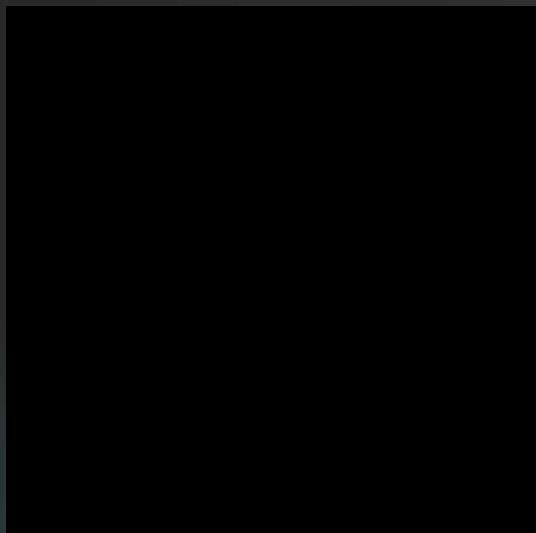
Рендеринг с z-буфером



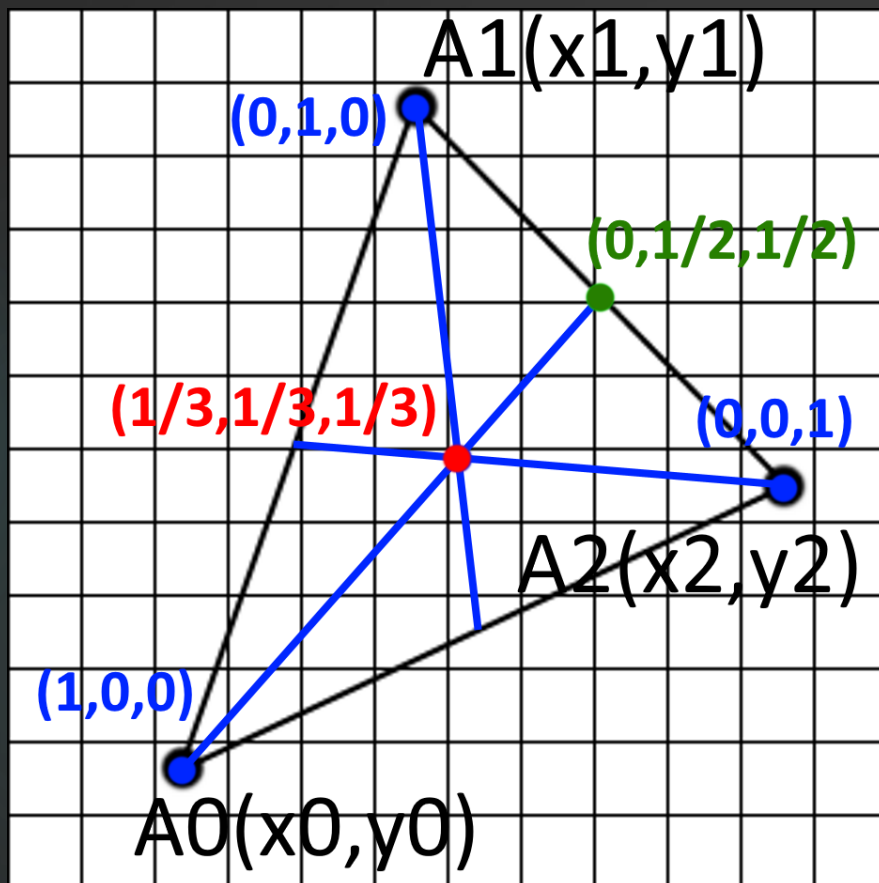
Рендеринг с z-буфером



Рендеринг с z-буфером



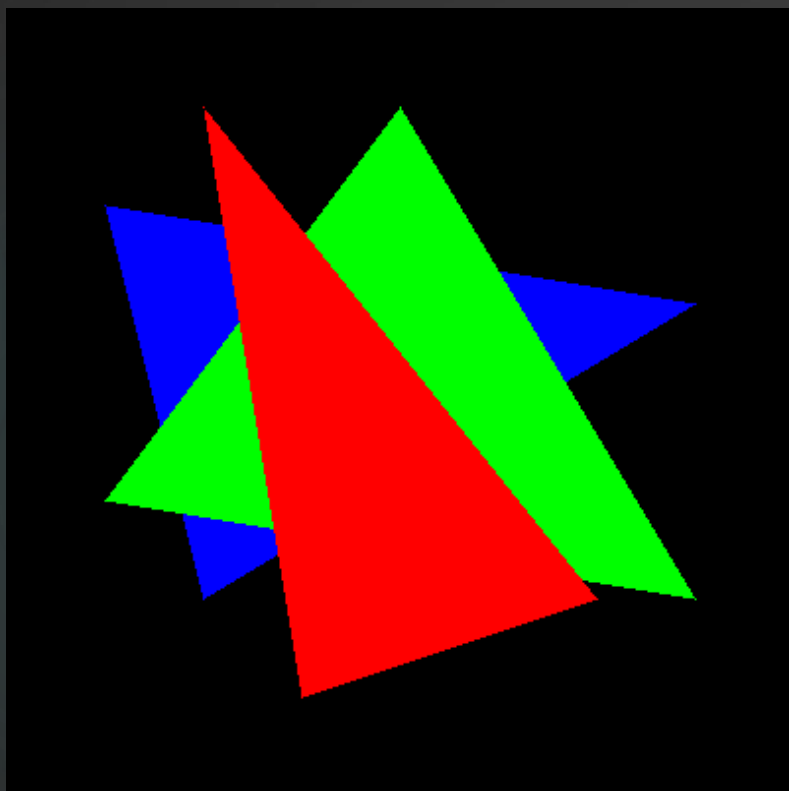
Определение z-координаты точек. Барицентрические координаты



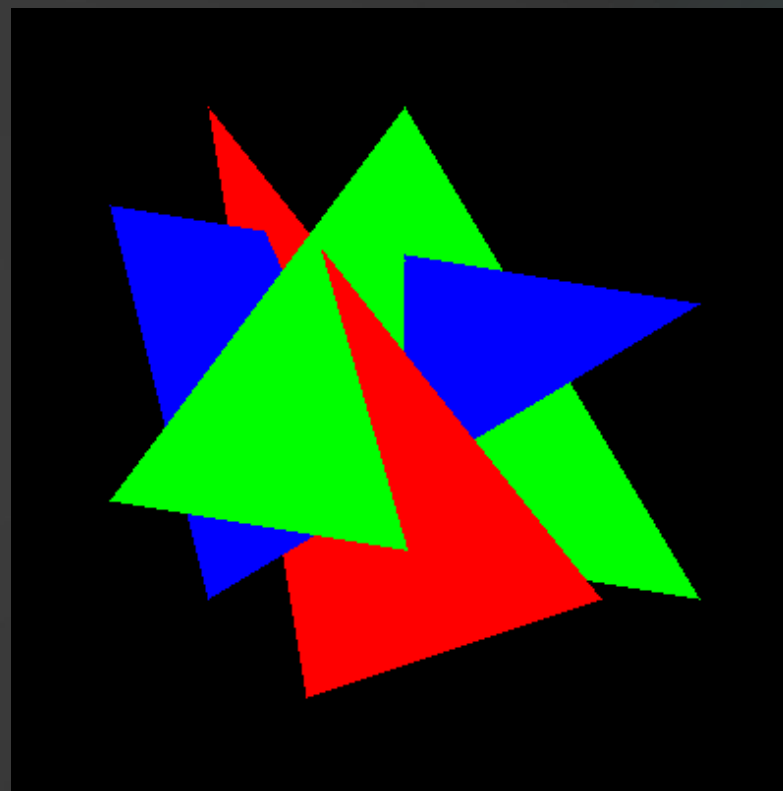
- ▶ Даны точки: $A_0(x_0, y_0, z_0)$, $A_1(x_1, y_1, z_1)$, $A_2(x_2, y_2, z_2)$ и барицентрические координаты $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$
- ▶ Координаты z могут быть получены следующим образом:
- ▶ $Z(x, y) = z_0\lambda_0 + z_1\lambda_1 + z_2\lambda_2$.

z-буфер (пример 1)

Без z-буфера

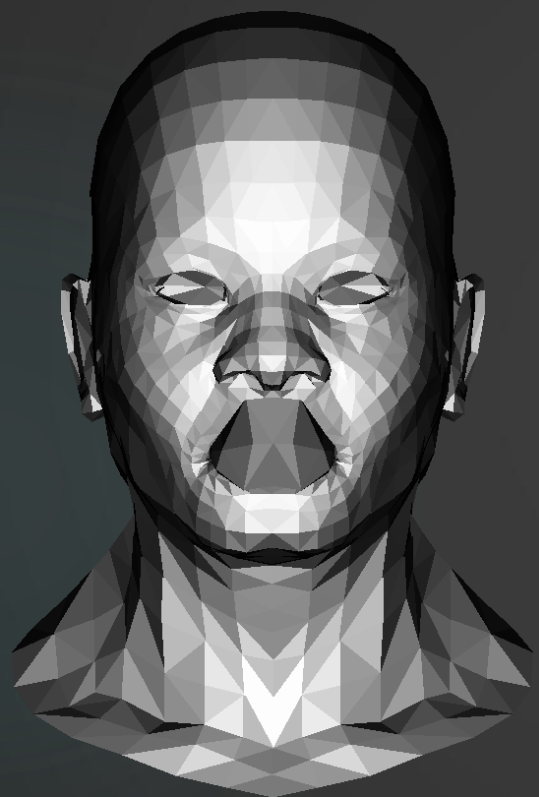


С z-буфером

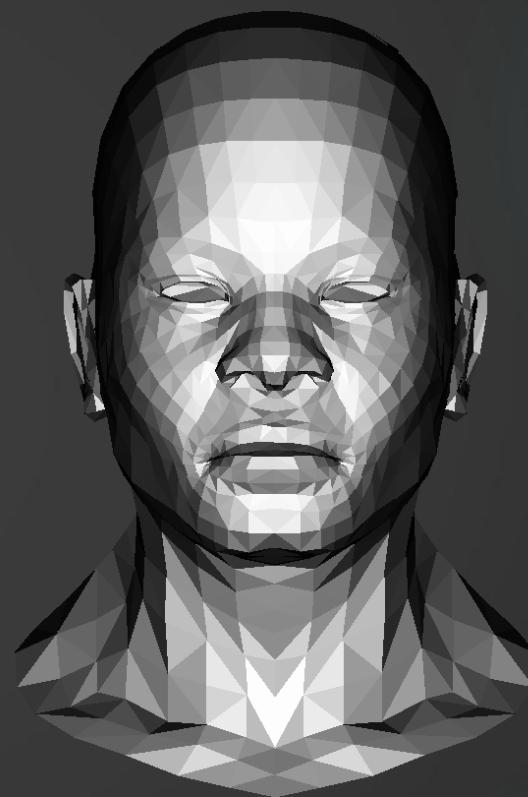


z-буфер (пример 2)

Без z-буфера



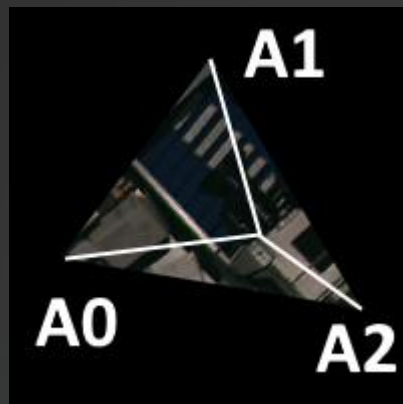
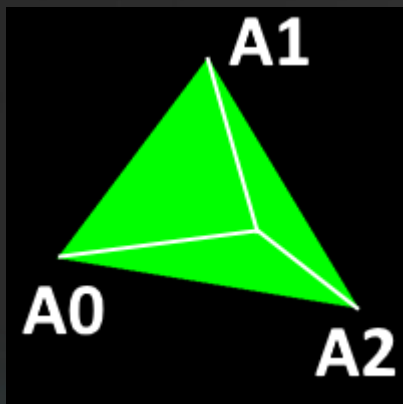
С z-буфером



Полный конвейер рендеринга сцены (без наложения текстуры и постобработки)

- ▶ Для каждого треугольного полигона сцены:
 - ▶ Рассчитать нормаль к полигону.
 - ▶ Если нормаль направлена под углом $< 90^\circ$ к наблюдателю – перейти к следующему полигону.
 - ▶ Рассчитать область интереса.
 - ▶ Для каждого пиксела внутри области интереса:
 - ▶ Рассчитать барицентрические координаты пиксела относительно вершин треугольника.
 - ▶ Если хотя бы одна барицентрическая координата пиксела меньше нуля – переход к следующему пикселу.
 - ▶ Если **z-координата пиксела больше текущего значения z-буфера для этого пиксела** – **переход к следующему пикселу.**
 - ▶ Нарисовать пиксел, присвоить z-буферу значение z-координаты пиксела.

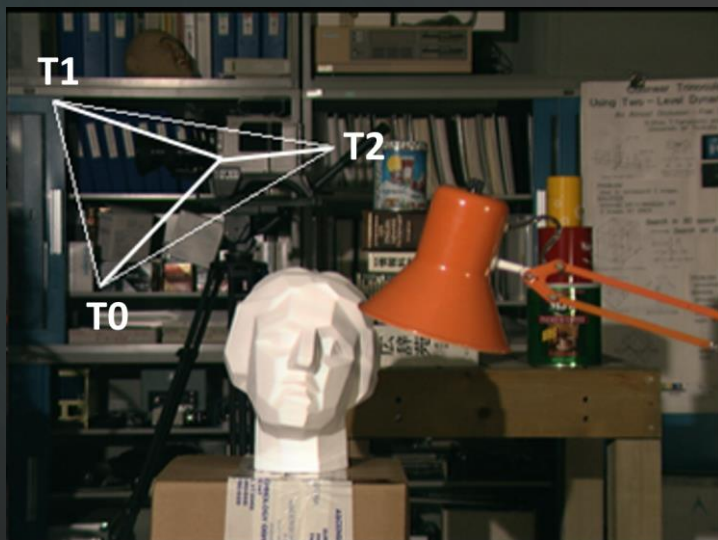
Наложение текстуры



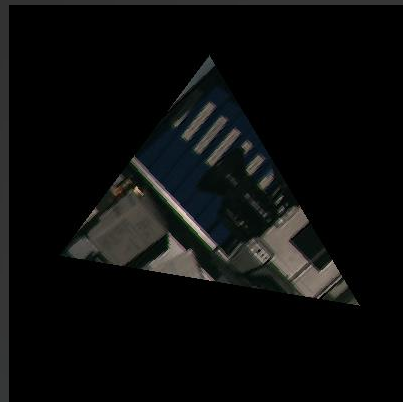
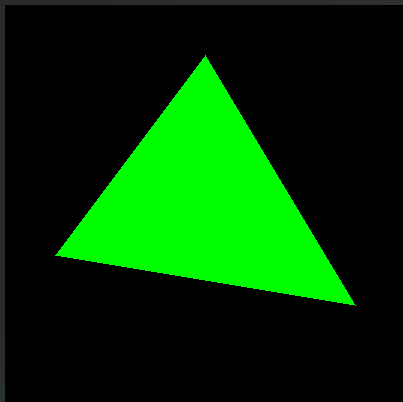
- ▶ Даны точки: $A_0(x_0, y_0)$, $A_1(x_1, y_1)$, $A_2(x_2, y_2)$ и соответствующие им координаты текстуры $T_0(tx_0, ty_0)$, $T_1(tx_1, ty_1)$, $T_2(tx_2, ty_2)$.

- ▶ Для каждой точки внутри треугольника с барицентрическими координатами $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$ могут быть рассчитаны координаты текстуры для этой точки:

- ▶ $T(x, y) = (tx_0\lambda_0 + tx_1\lambda_1 + tx_2\lambda_2, ty_0\lambda_0 + ty_1\lambda_1 + ty_2\lambda_2)$



Результат наложения текстуры



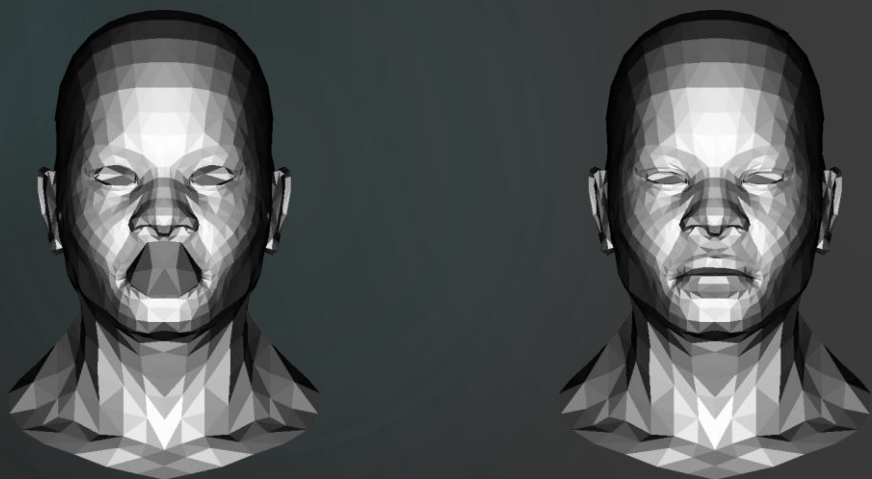
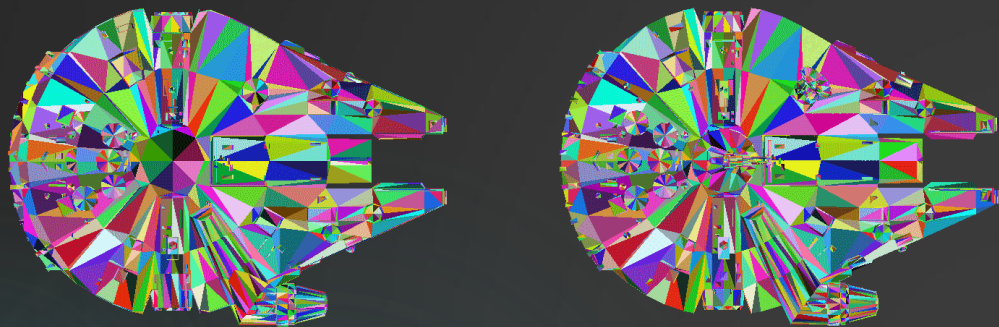
- ▶ Даны точки: $A_0(x_0, y_0)$, $A_1(x_1, y_1)$, $A_2(x_1, y_1)$ и соответствующие им координаты текстуры $T_0(tx_0, ty_0)$, $T_1(tx_1, ty_1)$, $T_2(tx_1, y_1)$.
- ▶ Для каждой точки внутри треугольника с барицентрическими координатами $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$ могут быть рассчитаны координаты текстуры для этой точки:
- ▶
$$T(x, y) = (tx_0\lambda_0 + tx_1\lambda_1 + tx_2\lambda_2, ty_0\lambda_0 + ty_1\lambda_1 + ty_2\lambda_2)$$



Полный конвейер рендеринга сцены (без наложения текстуры и постобработки)

- ▶ Для каждого треугольного полигона сцены:
 - ▶ Рассчитать нормаль к полигону.
 - ▶ Если нормаль направлена под углом $< 90^\circ$ к наблюдателю – перейти к следующему полигону.
 - ▶ Рассчитать область интереса.
 - ▶ Для каждого пиксела внутри области интереса:
 - ▶ Рассчитать барицентрические координаты пиксела относительно вершин треугольника.
 - ▶ Если хотя бы одна барицентрическая координата пиксела меньше нуля – переход к следующему пикселу.
 - ▶ Если **z-координата пиксела больше текущего значения z-буфера для этого пиксела** – **переход к следующему пикселу.**
 - ▶ **Найти координаты пиксела текстуры с использованием барицентрических координат, нарисовать пиксел цветом текстуры, присвоить z-буферу значение z-координаты пиксела.**

Задача на модуль: Полный рендер модели



Задание на лабораторную:

- ▶ Загрузить модель в формате obj из файла.
- ▶ Нарисовать все полигоны модели с учётом глубины и освещения.

Дополнительное задание:

- ▶ Наложить текстуру на объект.



Компьютерная графика Модуль 3

Проективная геометрия.