Д/з №9

① Применив алгоритм вычисления конгруэнтного замыкания, определите выполнимость T_{EUF}-формулы

$$f(g(x)) = g(f(x)) \wedge f(g(f(y))) = x \wedge f(y) = x \wedge g(f(x)) \neq x$$

Подтермы: $S = \{ f(g(x)), g(x), x, g(f(x)), f(x), f(g(f(y))), g(f(y)), f(y), y \}$.

$sRs,\ s \in S$

Начальное разбиение: $\{ \{f(g(x))\}, \{g(x)\}, \{x\}, \{g(f(x))\}, \{f(x)\}, \{f(g(f(y)))\}, \{g(f(y))\}, \{f(y)\}, \{y\} \}$

1) $f(g(x)) = g(f(x))$

Объединяем классы: $\{ f(g(x)), g(f(x)) \}$

$f(g(x))\ R\ g(f(x))$ и $g(f(x))\ R\ f(g(x))$ по симметричности

2) $f(g(f(y))) = x$

Объединяем классы: $\{ f(g(f(y))), x \}$

$f(g(f(y)))\ R\ x$ и $x\ R\ f(g(f(y)))$ по симметричности

3) $f(y) = x$

Объединяем классы: $\{ f(y), f(g(f(y))), x \}$.

$f(y)\ R\ x$ и $x\ R\ f(y)$ по симметричности

$f(y)\ R\ f(g(f(y)))$ по транзитивности ($f(y)\ R\ x$ и $x\ R\ f(g(f(y)))$)

$f(g(f(y)))\ R\ f(y)$

по конгруэнтности получаем $f(g(f(y)))\ R\ f(g(x))$ (т.к. $f(y)\ R\ x$)

тогда $f(g(x))\ R\ f(g(f(y)))$ (симметричность)

по транзитивности из пред. и $f(g(f(y)))\ R\ x$, $f(g(x))\ R\ x$

по транзитивности из пред. и $g(f(x))\ R\ f(g(x))$, $\underline{g(f(x))\ R\ x}$.

получили, что $g(f(x))$ и x лежат в одном классе

4) $g(f(x)) \neq x$

Ф-ла невыполнима, т.к. $g(f(x))\ R\ x$.