Estatística II

Teste de Hipóteses

Afonso Moniz Moreira

Departamento de Métodos Quantitativos para a Economia e Gestão (DMQEG)

2º Semestre - 2023-2024

Attention this is not a test!

Disclaimer

Este conjunto de slides não pretendem, nem conseguem, substituir a leitura **atenta** da bibliografia principal da cadeira.

Attention this is not a test!

Disclaimer

Este conjunto de slides não pretendem, nem conseguem, substituir a leitura **atenta** da bibliografia principal da cadeira.

O objetivo dos mesmos é apenas guiar as aulas teórico-práticas de estatística II.

Attention this is not a test!

Disclaimer

Este conjunto de slides não pretendem, nem conseguem, substituir a leitura **atenta** da bibliografia principal da cadeira.
O objetivo dos mesmos é apenas guiar as aulas teórico-práticas de estatística II.
Neste sentido a qualquer momento podem ser abandonados de forma discricionária pelo docente da cadeira, especialmente se os slides incentivarem os alunos a comportamentos não exemplares.

Este conjunto de slides não pretendem, nem conseguem, substituir a leitura **atenta** da bibliografia principal da cadeira.
O objetivo dos mesmos é apenas guiar as aulas teórico-práticas de estatística II.
Neste sentido a qualquer momento podem ser abandonados de forma discricionária pelo docente da cadeira, especialmente se os slides incentivarem os alunos a comportamentos não exemplares.
Como por exemplo o aumento acentuado do nível de decibéis (Db) dentro da sala de aula.

- Para que serve um ensaio de hipóteses ?

- Para que serve um ensaio de hipóteses ?
    - Servem para credibilizar ou descredibilizar afirmações.

- Para que serve um ensaio de hipóteses ?
  - Servem para credibilizar ou descredibilizar afirmações.
  - Então... mas nós conseguimos fazer isso com os intervalos de confiança...

- Para que serve um ensaio de hipóteses ?
  - Servem para credibilizar ou descredibilizar afirmações.
  - Então... mas nós conseguimos fazer isso com os intervalos de confiança...
  - Verdade, mas não com o nível de granularidade (ou precisão) de um teste de hipóteses.

- Para que serve um ensaio de hipóteses ?
  - Servem para credibilizar ou descredibilizar afirmações.
  - Então... mas nós conseguimos fazer isso com os intervalos de confiança...
  - Verdade, mas não com o nível de granularidade (ou precisão) de um teste de hipóteses.
- Que tipo de perguntas conseguimos responder?

- Para que serve um ensaio de hipóteses ?
  - Servem para credibilizar ou descredibilizar afirmações.
  - Então... mas nós conseguimos fazer isso com os intervalos de confiança...
  - Verdade, mas não com o nível de granularidade (ou precisão) de um teste de hipóteses.
- Que tipo de perguntas conseguimos responder?

- Para que serve um ensaio de hipóteses ?
  - Servem para credibilizar ou descredibilizar afirmações.
  - Então... mas nós conseguimos fazer isso com os intervalos de confiança...
  - Verdade, mas não com o nível de granularidade (ou precisão) de um teste de hipóteses.
- Que tipo de perguntas conseguimos responder?
  - "O Ministério da Saúde afirma que, com os meios agora postos à disposição dos hospitais civis, o número médio de dias de internamento é, no máximo, oito."

- Para que serve um ensaio de hipóteses ?
  - Servem para credibilizar ou descredibilizar afirmações.
  - Então... mas nós conseguimos fazer isso com os intervalos de confiança...
  - Verdade, mas não com o nível de granularidade (ou precisão) de um teste de hipóteses.
- Que tipo de perguntas conseguimos responder?
  - "O Ministério da Saúde afirma que, com os meios agora postos à disposição dos hospitais civis, o número médio de dias de internamento é, no máximo, oito."
  - Seja $X \equiv$ Número de dias que um doente fica internado no hospital.

- Para que serve um ensaio de hipóteses ?
  - Servem para credibilizar ou descredibilizar afirmações.
  - Então... mas nós conseguimos fazer isso com os intervalos de confiança...
  - Verdade, mas não com o nível de granularidade (ou precisão) de um teste de hipóteses.
- Que tipo de perguntas conseguimos responder?
  - "O Ministério da Saúde afirma que, com os meios agora postos à disposição dos hospitais civis, o número médio de dias de internamento é, no máximo, oito."
  - Seja $X \equiv$ Número de dias que um doente fica internado no hospital.
  - $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$, assumindo uma população normal.

- Para que serve um ensaio de hipóteses ?
  - Servem para credibilizar ou descredibilizar afirmações.
  - Então... mas nós conseguimos fazer isso com os intervalos de confiança...
  - Verdade, mas não com o nível de granularidade (ou precisão) de um teste de hipóteses.
- Que tipo de perguntas conseguimos responder?
  - "O Ministério da Saúde afirma que, com os meios agora postos à disposição dos hospitais civis, o número médio de dias de internamento é, no máximo, oito."
  - Seja $X \equiv$ Número de dias que um doente fica internado no hospital.
  - $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$, assumindo uma população normal.
  - Portanto, matematicamente, será que $\mu = 8$?

- Uma outra situação:

- Uma outra situação:
  - ”Pretendem comparar-se dois processos de fabrico do mesmo produto. Adopta-se a seguinte regra de decisão: com base numa amostra de 100 unidades para cada processo, eliminar-se-á aquele processo que conduza a uma proporção observada de produtos defeituosos superior à do outro, em pelo menos 2%”

Teoria dos Ensaios de Hipóteses

Qual é a utilidade ?

- Uma outra situação:
  - "Pretendem comparar-se dois processos de fabrico do mesmo produto. Adopta-se a seguinte regra de decisão: com base numa amostra de 100 unidades para cada processo, eliminar-se-á aquele processo que conduza a uma proporção observada de produtos defeituosos superior à do outro, em pelo menos 2%"
  - $Y_i \equiv$ Unidades defeituosas do processo de fabrico i, $i = \{1, 2\}$

- Uma outra situação:
  - "Pretendem comparar-se dois processos de fabrico do mesmo produto. Adopta-se a seguinte regra de decisão: com base numa amostra de 100 unidades para cada processo, eliminar-se-á aquele processo que conduza a uma proporção observada de produtos defeituosos superior à do outro, em pelo menos 2%"
  - $Y_i \equiv$ Unidades defeituosas do processo de fabrico i, $i = \{1, 2\}$
  - $Y_i \sim f(x|p)$, p_i é a proporção de produto defeituosos.

- Uma outra situação:
  - "Pretendem comparar-se dois processos de fabrico do mesmo produto. Adopta-se a seguinte regra de decisão: com base numa amostra de 100 unidades para cada processo, eliminar-se-á aquele processo que conduza a uma proporção observada de produtos defeituosos superior à do outro, em pelo menos 2%"
  - $Y_i \equiv$ Unidades defeituosas do processo de fabrico i, $i = \{1, 2\}$
  - $Y_i \sim f(x|p)$, p_i é a proporção de produto defeituosos.
  - Portanto, matematicamente, será que $p_1 - p_2 > 0.02$ ou $p_2 - p_1 > 0.02$?

- Uma outra situação:
  - "Pretendem comparar-se dois processos de fabrico do mesmo produto. Adopta-se a seguinte regra de decisão: com base numa amostra de 100 unidades para cada processo, eliminar-se-á aquele processo que conduza a uma proporção observada de produtos defeituosos superior à do outro, em pelo menos 2%"
  - $Y_i \equiv$ Unidades defeituosas do processo de fabrico i, $i = \{1, 2\}$
  - $Y_i \sim f(x|p)$, p_i é a proporção de produto defeituosos.
  - Portanto, matematicamente, será que $p_1 - p_2 > 0.02$ ou $p_2 - p_1 > 0.02$?
- São apenas dois exemplos onde os intervalos de confiança não conseguem responder com a mesma eficácia.

- Uma outra situação:
  - "Pretendem comparar-se dois processos de fabrico do mesmo produto. Adopta-se a seguinte regra de decisão: com base numa amostra de 100 unidades para cada processo, eliminar-se-á aquele processo que conduza a uma proporção observada de produtos defeituosos superior à do outro, em pelo menos 2%"
  - $Y_i \equiv$ Unidades defeituosas do processo de fabrico i, $i = \{1, 2\}$
  - $Y_i \sim f(x|p)$, p_i é a proporção de produto defeituosos.
  - Portanto, matematicamente, será que $p_1 - p_2 > 0.02$ ou $p_2 - p_1 > 0.02$?
- São apenas dois exemplos onde os intervalos de confiança não conseguem responder com a mesma eficácia.
- No entanto qualquer decisor (CEO, COO, CFO, CIO, CTO, etc) gostava de ter uma técnica para extrair a resposta a estas perguntas usando uma amostra aleatória.

- Considerem um tribunal em que uma dada acusação é credibilizada ou descredibilizada mediante a apresentação de provas de por parte da defesa e da acusação e no final o juiz decide.

As Hipóteses e os Erros

Quais são as hipóteses ?

- Considerem um tribunal em que uma dada acusação é credibilizada ou descredibilizada mediante a apresentação de provas de por parte da defesa e da acusação e no final o juiz decide.
- Um ensaio de hipóteses inspira-se na mesma envolvência com umas diferenças:

- Considerem um tribunal em que uma dada acusação é credibilizada ou descredibilizada mediante a apresentação de provas de por parte da defesa e da acusação e no final o juiz decide.
- Um ensaio de hipóteses inspira-se na mesma envolvência com umas diferenças:
  - A prova é a amostra aleatória.

- Considerem um tribunal em que uma dada acusação é credibilizada ou descredibilizada mediante a apresentação de provas de por parte da defesa e da acusação e no final o juiz decide.
- Um ensaio de hipóteses inspira-se na mesma envolvência com umas diferenças:
  - A prova é a amostra aleatória.
  - O juiz é o teste estatístico que foi escolhido.

- Considerem um tribunal em que uma dada acusação é credibilizada ou descredibilizada mediante a apresentação de provas de por parte da defesa e da acusação e no final o juiz decide.
- Um ensaio de hipóteses inspira-se na mesma envolvência com umas diferenças:
  - A prova é a amostra aleatória.
  - O juiz é o teste estatístico que foi escolhido.
- Assim sendo iremos ter duas hipóteses:

- Considerem um tribunal em que uma dada acusação é credibilizada ou descredibilizada mediante a apresentação de provas de por parte da defesa e da acusação e no final o juiz decide.
- Um ensaio de hipóteses inspira-se na mesma envolvência com umas diferenças:
  - A prova é a amostra aleatória.
  - O juiz é o teste estatístico que foi escolhido.
- Assim sendo iremos ter duas hipóteses:
  - H_0 - A hipótese nula é a presunção de inocência de um réu.

- Considerem um tribunal em que uma dada acusação é credibilizada ou descredibilizada mediante a apresentação de provas de por parte da defesa e da acusação e no final o juiz decide.
- Um ensaio de hipóteses inspira-se na mesma envolvência com umas diferenças:
  - A prova é a amostra aleatória.
  - O juiz é o teste estatístico que foi escolhido.
- Assim sendo iremos ter duas hipóteses:
  - H_0 - A hipótese nula é a presunção de inocência de um réu.
  - H_1, H_a - A hipótese alternativa é a contraposição da anterior.

- Considerem um tribunal em que uma dada acusação é credibilizada ou descredibilizada mediante a apresentação de provas de por parte da defesa e da acusação e no final o juiz decide.
- Um ensaio de hipóteses inspira-se na mesma envolvência com umas diferenças:
  - A prova é a amostra aleatória.
  - O juiz é o teste estatístico que foi escolhido.
- Assim sendo iremos ter duas hipóteses:
  - H_0 - A hipótese nula é a presunção de inocência de um réu.
  - H_1, H_a - A hipótese alternativa é a contraposição da anterior.
- Quando os dados da amostra (i.e as provas) são usadas numa determinada formulação de teste (i.e o juiz) podemos ter os seguintes resultados:

- Os dados fornecidos (i.e as provas) ao teste formulado (i.e o juiz) **não levam** a uma **rejeição** da hipótese nula (i.e do status quo).

- Os dados fornecidos (i.e as provas) ao teste formulado (i.e o juiz) **não levam** a uma **rejeição** da hipótese nula (i.e do status quo).
- Os dados fornecidos (i.e as provas) ao teste formulado (i.e o juiz) **levam** a uma **rejeição** da hipótese nula (i.e do status quo).

- Os dados fornecidos (i.e as provas) ao teste formulado (i.e o juiz) **não levam** a uma **rejeição** da hipótese nula (i.e do status quo).
- Os dados fornecidos (i.e as provas) ao teste formulado (i.e o juiz) **levam** a uma **rejeição** da hipótese nula (i.e do status quo).
- Qual é a diferença entre o não rejeitar e o aceitar ?

- Os dados fornecidos (i.e as provas) ao teste formulado (i.e o juiz) **não levam** a uma **rejeição** da hipótese nula (i.e do status quo).
- Os dados fornecidos (i.e as provas) ao teste formulado (i.e o juiz) **levam** a uma **rejeição** da hipótese nula (i.e do status quo).
- Qual é a diferença entre o não rejeitar e o aceitar ?
- Tal e qual como num julgamento podem existir erros...

- Os dados fornecidos (i.e as provas) ao teste formulado (i.e o juiz) **não levam** a uma **rejeição** da hipótese nula (i.e do status quo).
- Os dados fornecidos (i.e as provas) ao teste formulado (i.e o juiz) **levam** a uma **rejeição** da hipótese nula (i.e do status quo).
- Qual é a diferença entre o não rejeitar e o aceitar ?
- Tal e qual como num julgamento podem existir erros...
- Um instrumento de avaliação comum em vários domínios da estatística é a matriz de confusão.

As Hipóteses e os Erros
Erro tipo I e tipo II

	Situação Real (i.e. Observada)	
	H_0 Verdadeira	H_0 Falsa
Rejeita H_0	Erro do Tipo I (FN)	Decisão Correcta (VP)
Não Rejeita H_0	Decisão Correcta (VN)	Erro do Tipo II (FP)

	Situação Real (i.e. Observada) H_0 Verdadeira	H_0 Falsa
Rejeita H_0	Erro do Tipo I (FN)	Decisão Correcta (VP)
Não Rejeita H_0	Decisão Correcta (VN)	Erro do Tipo II (FP)

- Erro Tipo I - A Hipótese nula **é rejeitada** quando, de facto, é verdadeira. - O réu é injustamente condenado.

As Hipóteses e os Erros

Erro tipo I e tipo II

	Situação Real (i.e. Observada)	
	H_0 Verdadeira	H_0 Falsa
Rejeita H_0	Erro do Tipo I (FN)	Decisão Correcta (VP)
Não Rejeita H_0	Decisão Correcta (VN)	Erro do Tipo II (FP)

- Erro Tipo I - A Hipótese nula **é rejeitada** quando, de facto, é verdadeira. - O réu é injustamente condenado.
- Erro Tipo II - A Hipótese nula **não é rejeitada** quando, de facto, é falsa. - o réu é injustamente ilibado.

As Hipóteses e os Erros

Erro tipo I e tipo II

	Situação Real (i.e. Observada)	
	H_0 Verdadeira	H_0 Falsa
Rejeita H_0	Erro do Tipo I (FN)	Decisão Correcta (VP)
Não Rejeita H_0	Decisão Correcta (VN)	Erro do Tipo II (FP)

- Erro Tipo I - A Hipótese nula **é rejeitada** quando, de facto, é verdadeira. - O réu é injustamente condenado.
- Erro Tipo II - A Hipótese nula **não é rejeitada** quando, de facto, é falsa. - o réu é injustamente ilibado.
- Cada vez que um ensaio de hipóteses é executado os dois erros estão presentes e devem ser controlados.

- Seguindo Reis et al. [2019] vamos considerar um exemplo para delinear os passos necessários.

- Seguindo Reis et al. [2019] vamos considerar um exemplo para delinear os passos necessários.
- "Uma pizzaria recebe diariamente encomendas por telefone, que se têm comportado segundo uma lei normal. A empresa está dimensionada para uma procura média diária que não ultrapasse as 200 pizzas, admitindo um desvio-padrão de 15. Uma campanha promocional realizada nos últimos 9 dias levou a uma procura média de 210 pizzas. O problema consiste em avaliar a necessidade de reforçar a capacidade média de venda, estudando se houve de facto uma alteração significativa na procura média diária de pizzas"

Execução de Um Ensaio de Hipóteses

Passo I - Definir as Hipóteses

- Existiu uma quebra de estrutura na procura ? Ou seja tenho de redimensionar a minha loja ?

- Existiu uma quebra de estrutura na procura ? Ou seja tenho de redimensionar a minha loja ?
  - Considere-se $X \equiv$ Procura diária de pizzas no estabelecimento.

- Existiu uma quebra de estrutura na procura ? Ou seja tenho de redimensionar a minha loja ?
  - Considere-se $X \equiv$ Procura diária de pizzas no estabelecimento.
  - Sabe-se que $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma = 15)$. Queremos perceber se μ se alterou.

- Existiu uma quebra de estrutura na procura ? Ou seja tenho de redimensionar a minha loja ?
  - Considere-se $X \equiv$ Procura diária de pizzas no estabelecimento.
  - Sabe-se que $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma = 15)$. Queremos perceber se μ se alterou.
- Deste modo queremos que os dados respondam a isto:

- Existiu uma quebra de estrutura na procura ? Ou seja tenho de redimensionar a minha loja ?
  - Considere-se $X \equiv$ Procura diária de pizzas no estabelecimento.
  - Sabe-se que $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma = 15)$. Queremos perceber se μ se alterou.
- Deste modo queremos que os dados respondam a isto:
  - $H_0 : \mu \leq 200$ V.S $H_1 : \mu > 200$ - Teste Unilateral

- Existiu uma quebra de estrutura na procura ? Ou seja tenho de redimensionar a minha loja ?
    - Considere-se $X \equiv$ Procura diária de pizzas no estabelecimento.
    - Sabe-se que $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma = 15)$. Queremos perceber se μ se alterou.
- Deste modo queremos que os dados respondam a isto:
    - $H_0 : \mu \leq 200$ V.S $H_1 : \mu > 200$ - Teste Unilateral
    - Portanto queremos saber se a procura média se estabeleceu num novo patamar pelo que o COO tem de propor ao board um aumento da capacidade da pizzaria.
- Como vamos ver existem várias formulações de hipóteses.(i.e Testes)

- Existiu uma quebra de estrutura na procura ? Ou seja tenho de redimensionar a minha loja ?
  - Considere-se $X \equiv$ Procura diária de pizzas no estabelecimento.
  - Sabe-se que $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma = 15)$. Queremos perceber se μ se alterou.
- Deste modo queremos que os dados respondam a isto:
  - $H_0 : \mu \leq 200$ V.S $H_1 : \mu > 200$ - Teste Unilateral
  - Portanto queremos saber se a procura média se estabeleceu num novo patamar pelo que o COO tem de propor ao board um aumento da capacidade da pizzaria.
- Como vamos ver existem várias formulações de hipóteses.(i.e Testes)
- Unilateral $\Rightarrow$ Sinal da alteração $\Rightarrow$ $H_a(< ou >)$ $H_0(=, \leq ou \geq)$.
- Bilateral $\Rightarrow$ Δ face a um valor concreto K $\Rightarrow$ $H_a(\neq)$ $H_0(=)$.

Execução de Um Ensaio de Hipóteses

Passo II - Definir o nível de significância $\alpha = 1 - \lambda$

- Temos de definir um nível de significância do teste α que se liga diretamente com o nível de confiança que já viram nos ICs.

- Temos de definir um nível de significância do teste α que se liga diretamente com o nível de confiança que já viram nos ICs.
- Estabelece o limite para a região de aceitação (RA) e para a região crítica ou de rejeição (RC)

Execução de Um Ensaio de Hipóteses

Passo II - Definir o nível de significância $\alpha = 1 - \lambda$

- Temos de definir um nível de significância do teste α que se liga diretamente com o nível de confiança que já viram nos ICs.
- Estabelece o limite para a região de aceitação (RA) e para a região crítica ou de rejeição (RC)
- O nível de significância impõe um trade-off à decisão ? Sim

Execução de Um Ensaio de Hipóteses

Passo II - Definir o nível de significância $\alpha = 1 - \lambda$

- Temos de definir um nível de significância do teste α que se liga diretamente com o nível de confiança que já viram nos ICs.
- Estabelece o limite para a região de aceitação (RA) e para a região crítica ou de rejeição (RC)
- O nível de significância impõe um trade-off à decisão ? Sim
- O mais standard será $\alpha = 0.05$, normalmente os papers que fazem uso de um teste de hipóteses mostram a decisão com 3 níveis de significância: 1% (***), 5%(**), 10%(*) e $> 10\%$ ().

Execução de Um Ensaio de Hipóteses

Passo III - Escolha da Estatística Adequada ao Ensaio.

- Como é que se escolhe a estatística de teste adequada ?

Execução de Um Ensaio de Hipóteses

Passo III - Escolha da Estatística Adequada ao Ensaio.

- Como é que se escolhe a estatística de teste adequada ?
  - Em linha com os ICSs, vai depender do que sabemos (i.e. do setup estatístico) - tipo de população e respetivos parâmetros e dimensão da amostra.

Execução de Um Ensaio de Hipóteses

Passo III - Escolha da Estatística Adequada ao Ensaio.

- Como é que se escolhe a estatística de teste adequada ?
    - Em linha com os ICSs, vai depender do que sabemos (i.e. do setup estatístico) - tipo de população e respetivos parâmetros e dimensão da amostra.
    - Com base no ponto anterior e na definição das hipóteses escolhe-se uma estatística de teste que terá uma distribuição amostral conhecida.

Execução de Um Ensaio de Hipóteses

Passo III - Escolha da Estatística Adequada ao Ensaio.

- Como é que se escolhe a estatística de teste adequada ?
  - Em linha com os ICSs, vai depender do que sabemos (i.e. do setup estatístico) - tipo de população e respetivos parâmetros e dimensão da amostra.
  - Com base no ponto anterior e na definição das hipóteses escolhe-se uma estatística de teste que terá uma distribuição amostral conhecida.
  - No nosso caso concreto trata-se de um ensaio unilateral à média da população com variância conhecida pelo que a estatística adequada a todo este setup é:

Execução de Um Ensaio de Hipóteses

Passo III - Escolha da Estatística Adequada ao Ensaio.

- Como é que se escolhe a estatística de teste adequada ?
  - Em linha com os ICSs, vai depender do que sabemos (i.e. do setup estatístico) - tipo de população e respetivos parâmetros e dimensão da amostra.
  - Com base no ponto anterior e na definição das hipóteses escolhe-se uma estatística de teste que terá uma distribuição amostral conhecida.
  - No nosso caso concreto trata-se de um ensaio unilateral à média da população com variância conhecida pelo que a estatística adequada a todo este setup é:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim \mathcal{N}(0,1) \tag{1}$$

- Como é que se escolhe a estatística de teste adequada ?
  - Em linha com os ICSs, vai depender do que sabemos (i.e. do setup estatístico) - tipo de população e respetivos parâmetros e dimensão da amostra.
  - Com base no ponto anterior e na definição das hipóteses escolhe-se uma estatística de teste que terá uma distribuição amostral conhecida.
  - No nosso caso concreto trata-se de um ensaio unilateral à média da população com variância conhecida pelo que a estatística adequada a todo este setup é:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim \mathcal{N}(0,1) \tag{1}$$

- Em avaliação vão ter um quadro, como nos ICs, onde vão puder escolher a melhor estatística para o teste que estão a executar.

- Então e agora como é que se decide para uma amostra concreta ?

- Então e agora como é que se decide para uma amostra concreta ?
- Para o nível de significância do Passo II (i.e $\alpha = 0.05$) calcula-se/calculam-se o/os valor/valores crítico/críticos da distribuição amostral:

- Então e agora como é que se decide para uma amostra concreta ?
- Para o nível de significância do Passo II (i.e $\alpha = 0.05$) calcula-se/calculam-se o/os valor/valores crítico/críticos da distribuição amostral:
- O valor crítico em causa é $Z_{95\%} = 1.645$ - **Ensaio à direita**.

Execução de Um Ensaio de Hipóteses

Passo IV - Tomada de Decisão com uma Amostra Concreta

- Então e agora como é que se decide para uma amostra concreta ?
- Para o nível de significância do Passo II (i.e $\alpha = 0.05$) calcula-se/calculam-se o/os valor/valores crítico/críticos da distribuição amostral:
- O valor crítico em causa é $Z_{95\%} = 1.645$ - **Ensaio à direita**.
- Substitui-se os valores do nosso setup estatístico na estatística de teste:

$$T^* = \frac{210 - 200}{\frac{15}{\sqrt{9}}} = \frac{10}{5} = 2. \qquad (2)$$

Execução de Um Ensaio de Hipóteses

Passo IV - Tomada de Decisão com uma Amostra Concreta

- Então e agora como é que se decide para uma amostra concreta ?
- Para o nível de significância do Passo II (i.e $\alpha = 0.05$) calcula-se/calculam-se o/os valor/valores crítico/críticos da distribuição amostral:
- O valor crítico em causa é $Z_{95\%} = 1.645$ - **Ensaio à direita**.
- Substitui-se os valores do nosso setup estatístico na estatística de teste:

$$T^* = \frac{210 - 200}{\frac{15}{\sqrt{9}}} = \frac{10}{5} = 2. \tag{2}$$

- O valor da estatística para a amostra concreta pertence à região crítica (RC): $\underbrace{2}_{T^*} \in \underbrace{[1.645, +\infty[}_{RC}$.

- Então e agora como é que se decide para uma amostra concreta ?
- Para o nível de significância do Passo II (i.e $\alpha = 0.05$) calcula-se/calculam-se o/os valor/valores crítico/críticos da distribuição amostral:
- O valor crítico em causa é $Z_{95\%} = 1.645$ - **Ensaio à direita**.
- Substitui-se os valores do nosso setup estatístico na estatística de teste:

$$T^* = \frac{210 - 200}{\frac{15}{\sqrt{9}}} = \frac{10}{5} = 2. \tag{2}$$

- O valor da estatística para a amostra concreta pertence à região crítica (RC): $\underbrace{2}_{T^*} \in \underbrace{[1.645, +\infty[}_{RC}$.
- Os dados disponíveis não suportam a hipótese nula (H_0) então deve ser rejeitada.

Execução de Um Ensaio de Hipóteses

Passo IV - Tomada de Decisão com uma Amostra Concreta

- Então e agora como é que se decide para uma amostra concreta ?
- Para o nível de significância do Passo II (i.e $\alpha = 0.05$) calcula-se/calculam-se o/os valor/valores crítico/críticos da distribuição amostral:
- O valor crítico em causa é $Z_{95\%} = 1.645$ - **Ensaio à direita**.
- Substitui-se os valores do nosso setup estatístico na estatística de teste:

$$T^* = \frac{210 - 200}{\frac{15}{\sqrt{9}}} = \frac{10}{5} = 2. \tag{2}$$

- O valor da estatística para a amostra concreta pertence à região crítica (RC): $\underbrace{2}_{T^*} \in \underbrace{[1.645, +\infty[}_{RC}$.
- Os dados disponíveis não suportam a hipótese nula (H_0) então deve ser rejeitada.
- A pizzaria deverá de facto aumentar a sua capacidade produtiva.

- Um outra maneira de avaliar o teste é calcular o valor crítico (i.e. o valor limite) para a estimativa associada ao parâmetro de interesse.

- Um outra maneira de avaliar o teste é calcular o valor crítico (i.e. o valor limite) para a estimativa associada ao parâmetro de interesse.
- No nosso caso é μ e portanto trata-se de um valor limite à estimativa da média amostral $\bar{X}$.

- Um outra maneira de avaliar o teste é calcular o valor crítico (i.e. o valor limite) para a estimativa associada ao parâmetro de interesse.
- No nosso caso é μ e portanto trata-se de um valor limite à estimativa da média amostral $\bar{X}$.

$$\frac{\bar{X}_{\mathrm{C}} - 200}{\frac{15}{\sqrt{9}}} = 1.645 \Longrightarrow \bar{X}_{\mathrm{C}} = 208.225 \tag{3}$$

- Um outra maneira de avaliar o teste é calcular o valor crítico (i.e. o valor limite) para a estimativa associada ao parâmetro de interesse.
- No nosso caso é μ e portanto trata-se de um valor limite à estimativa da média amostral $\bar{X}$.

$$\frac{\bar{X}_{\mathrm{C}} - 200}{\frac{15}{\sqrt{9}}} = 1.645 \Longrightarrow \bar{X}_{\mathrm{C}} = 208.225 \tag{3}$$

- Para não rejeitar a hipótese nula (H_0) a estimativa da média amostral teria de ter sido no máximo $\bar{X}_{\mathrm{C}} = 208.225$.

- Um outra maneira de avaliar o teste é calcular o valor crítico (i.e. o valor limite) para a estimativa associada ao parâmetro de interesse.
- No nosso caso é μ e portanto trata-se de um valor limite à estimativa da média amostral $\bar{X}$.

$$\frac{\bar{X}_{\mathrm{C}} - 200}{\frac{15}{\sqrt{9}}} = 1.645 \Longrightarrow \bar{X}_{\mathrm{C}} = 208.225 \tag{3}$$

- Para não rejeitar a hipótese nula (H_0) a estimativa da média amostral teria de ter sido no máximo $\bar{X}_{\mathrm{C}} = 208.225$.
- Contudo a amostra concreta deu origem a uma estimativa $\bar{X} = 210$, pelo que a evidência estatística levam-me a rejeitar o status quo (i.e. H_0).

Exercício Nº1 - Pág 163 de Reis et al. [2021]

- "Um fabricante de baterias produz dois tipos de baterias, A e B cuja duração média é de 25 e 30 meses, respetivamente. O responsável pelo inventário viu-se confrontado com um lote de 100 baterias cujo tipo se desconhece. É sua convicção que o lote é do tipo A, o responsável decidiu proceder a um ensaio de hipóteses com base numa amostra de 4 baterias cuja duração média foi de 26,5 meses. Supondo que a duração das baterias segue uma distribuição normal com variância de 9 $meses^2$ o que é que se pode concluir ao nível da significância de 1% ?"

Exercício Nº1 - Pág 163 de Reis et al. [2021]

- "Um fabricante de baterias produz dois tipos de baterias, A e B cuja duração média é de 25 e 30 meses, respetivamente. O responsável pelo inventário viu-se confrontado com um lote de 100 baterias cujo tipo se desconhece. É sua convicção que o lote é do tipo A, o responsável decidiu proceder a um ensaio de hipóteses com base numa amostra de 4 baterias cuja duração média foi de 26,5 meses. Supondo que a duração das baterias segue uma distribuição normal com variância de 9 $meses^2$ o que é que se pode concluir ao nível da significância de 1% ?"
- Seja $X \equiv$ Duração, em meses, das baterias pertencentes ao lote não identificado.

Exercício Nº1 - Pág 163 de Reis et al. [2021]

- "Um fabricante de baterias produz dois tipos de baterias, A e B cuja duração média é de 25 e 30 meses, respetivamente. O responsável pelo inventário viu-se confrontado com um lote de 100 baterias cujo tipo se desconhece. É sua convicção que o lote é do tipo A, o responsável decidiu proceder a um ensaio de hipóteses com base numa amostra de 4 baterias cuja duração média foi de 26,5 meses. Supondo que a duração das baterias segue uma distribuição normal com variância de 9 $meses^2$ o que é que se pode concluir ao nível da significância de 1% ?"
- Seja $X \equiv$ Duração, em meses, das baterias pertencentes ao lote não identificado.
- $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{9} = 3)$ - Normal com desvio-padrão conhecido.

Exercício Nº1 - Pág 163 de Reis et al. [2021]

- Quais são as hipóteses que queremos verificar ?

Exercício Nº1 - Pág 163 de Reis et al. [2021]

- Quais são as hipóteses que queremos verificar ?
- $H_0 : \mu = 25$ (Convicção do Responsável) VS $H_1 : \mu = 30$

Exercício Nº1 - Pág 163 de Reis et al. [2021]

- Quais são as hipóteses que queremos verificar ?
- $H_0 : \mu = 25$ (Convicção do Responsável) VS $H_1 : \mu = 30$
- É um ensaio unilateral **à direita** à media populacional com desvio-padrão conhecido. (Valor de H_1 maior.)

Exercício Nº1 - Pág 163 de Reis et al. [2021]

- Quais são as hipóteses que queremos verificar ?
- $H_0 : \mu = 25$ (Convicção do Responsável) VS $H_1 : \mu = 30$
- É um ensaio unilateral **à direita** à media populacional com desvio-padrão conhecido. (Valor de H_1 maior.)
- Face aos dados que dispomos qual é a variável de teste a utilizar ?
  - Como a V.A $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$ e σ é conhecido então:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim \mathcal{N}(0,1) \tag{4}$$

Exercício Nº1 - Pág 163 de Reis et al. [2021]

- Quais são as hipóteses que queremos verificar ?
- $H_0 : \mu = 25$ (Convicção do Responsável) VS $H_1 : \mu = 30$
- É um ensaio unilateral **à direita** à media populacional com desvio-padrão conhecido. (Valor de H_1 maior.)
- Face aos dados que dispomos qual é a variável de teste a utilizar ?
  - Como a V.A $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$ e σ é conhecido então:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim \mathcal{N}(0, 1) \tag{4}$$

  - Para calcular o valor concreto da estatística de teste (T^*), substituímos o valor da amostra concreta:

Exercício Nº1 - Pág 163 de Reis et al. [2021]

- Quais são as hipóteses que queremos verificar ?
- $H_0 : \mu = 25$ (Convicção do Responsável) VS $H_1 : \mu = 30$
- É um ensaio unilateral **à direita** à media populacional com desvio-padrão conhecido. (Valor de H_1 maior.)
- Face aos dados que dispomos qual é a variável de teste a utilizar ?
  - Como a V.A $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$ e σ é conhecido então:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim \mathcal{N}(0,1) \tag{4}$$

  - Para calcular o valor concreto da estatística de teste (T^*), substituímos o valor da amostra concreta:

$$T^* = \frac{26.5 - 25}{\frac{3}{\sqrt{4}}} = 1. \tag{5}$$

Exercício Nº1 - Pág 163 de Reis et al. [2021]

- Quais são as hipóteses que queremos verificar ?
- $H_0 : \mu = 25$ (Convicção do Responsável) VS $H_1 : \mu = 30$
- É um ensaio unilateral **à direita** à media populacional com desvio-padrão conhecido. (Valor de H_1 maior.)
- Face aos dados que dispomos qual é a variável de teste a utilizar ?
  - Como a V.A $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$ e σ é conhecido então:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim \mathcal{N}(0,1) \tag{4}$$

  - Para calcular o valor concreto da estatística de teste (T^*), substituímos o valor da amostra concreta:

$$T^* = \frac{26.5 - 25}{\frac{3}{\sqrt{4}}} = 1. \tag{5}$$

- A $\alpha = 1\%$ de significância, o valor crítico da distribuição normal é $Z_{99\%} = 2.326$ (ensaio à direita).

Exercício Nº1 - Pág 163 de Reis et al. [2021]

- Assim sendo o valor de $T^* = 1$ não ultrapassa o valor de $Z_{99\%} = 2.326$, pelo que a evidência estatística não leva à rejeição da hipótese nula H_0.

Exercício Nº1 - Pág 163 de Reis et al. [2021]

- Assim sendo o valor de $T^* = 1$ não ultrapassa o valor de $Z_{99\%} = 2.326$, pelo que a evidência estatística não leva à rejeição da hipótese nula H_0.
- $R.A =]-\infty, 2.326]$ e $R.C = [2.326, +\infty[$

Exercício Nº1 - Pág 163 de Reis et al. [2021]

- Assim sendo o valor de $T^* = 1$ não ultrapassa o valor de $Z_{99\%} = 2.326$, pelo que a evidência estatística não leva à rejeição da hipótese nula H_0.
- $R.A =]-\infty, 2.326]$ e $R.C = [2.326, +\infty[$

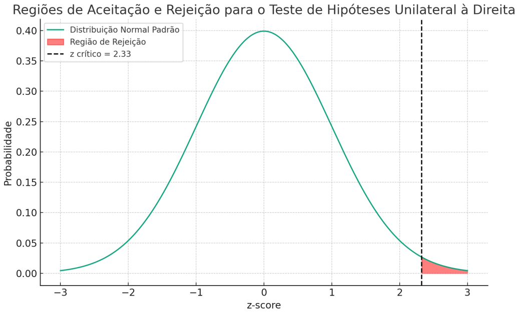

Figura: Região de aceitação e região crítica em termos de Z.

Exercício Nº4 - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- "Um fabricante de fitas magnéticas para computadores sabe que a resistência à rutura destas fitas é uma variável aleatória normalmente distribuída com média 300kg e desvio-padrão de 20Kg."
- "Para ajuizar se uma nova técnica/processo de fabrico produz fitas em média mais fracas que as do processo antigo, foi usado o seguinte teste estatístico com um nível de significância de 5% e um tamanho de amostra de $n = 100$:"
- "$H_0 : \mu_0 = 300kg$ VS $H_1 : \mu = 295kg$ e em que:"
- "Se $\bar{X} \leq \bar{X}_c \implies$ rejeita-se H_0"
- "Se $\bar{X} > \bar{X}_c \implies$ não se rejeita H_0"

Exercício Nº4 - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- Portanto pelas hipóteses, trata-se de um ensaio unilateral **à esquerda** à média populacional com desvio-padrão conhecido.

Exercício Nº4 - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- Portanto pelas hipóteses, trata-se de um ensaio unilateral **à esquerda** à média populacional com desvio-padrão conhecido.
- Seja $X \equiv$ Resistência à rutura (em Kg) das fitas magnéticas produzidas através do novo processo.
- $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2 = 20)$ - População Normal com variância conhecida

Exercício Nº4 - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- Portanto pelas hipóteses, trata-se de um ensaio unilateral **à esquerda** à média populacional com desvio-padrão conhecido.
- Seja $X \equiv$ Resistência à rutura (em Kg) das fitas magnéticas produzidas através do novo processo.
- $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2 = 20)$ - População Normal com variância conhecida
- Para os dados que dispomos a estatística de teste é:

$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim \mathcal{N}(0, 1) \tag{6}$$

Exercício Nº4 - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- Portanto pelas hipóteses, trata-se de um ensaio unilateral **à esquerda** à média populacional com desvio-padrão conhecido.
- Seja $X \equiv$ Resistência à rutura (em Kg) das fitas magnéticas produzidas através do novo processo.
- $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2 = 20)$ - População Normal com variância conhecida
- Para os dados que dispomos a estatística de teste é:

$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim \mathcal{N}(0, 1) \tag{6}$$

- Para uma significância de $\alpha = 5\%$ o valor crítico da normal padrão $Z_{5\%} = -1.645$ (ensaio à esquerda).

Exercício Nº4 - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- Portanto pelas hipóteses, trata-se de um ensaio unilateral **à esquerda** à média populacional com desvio-padrão conhecido.
- Seja $X \equiv$ Resistência à rutura (em Kg) das fitas magnéticas produzidas através do novo processo.
- $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2 = 20)$ - População Normal com variância conhecida
- Para os dados que dispomos a estatística de teste é:

$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim \mathcal{N}(0, 1) \tag{6}$$

- Para uma significância de $\alpha = 5\%$ o valor crítico da normal padrão $Z_{5\%} = -1.645$ (ensaio à esquerda).
- Tal como mencionado no 1º exemplo, neste exercício queremos calcular o valor crítico (i.e valor limite) para a estimativa da média $\bar{X}_C$

Exercício Nº4 - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- Então o cálculo que tem de ser efetuado é:

Exercício Nº4 - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- Então o cálculo que tem de ser efetuado é:

$$\frac{\bar{X}_C - 300}{\frac{20}{\sqrt{100}}} \Longrightarrow \bar{X}_C = 296.71. \tag{7}$$

Exercício Nº4 - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- Então o cálculo que tem de ser efetuado é:

$$\frac{\bar{X}_C - 300}{\frac{20}{\sqrt{100}}} \Longrightarrow \bar{X}_C = 296.71. \quad (7)$$

- $R.C =]-\infty, 296.71]$ e $R.A = [296.71, +\infty[$, ou de forma equivalente:

Exercício Nº4 - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- Então o cálculo que tem de ser efetuado é:

$$\frac{\bar{X}_C - 300}{\frac{20}{\sqrt{100}}} \Longrightarrow \bar{X}_C = 296.71. \tag{7}$$

- $R.C =]-\infty, 296.71]$ e $R.A = [296.71, +\infty[$, ou de forma equivalente:
- Em termos de Z: $R.C =]-\infty, -1.645]$ e $R.A = [-1.645, +\infty[$.

Exercício Nº4 - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- Em termos gráficos temos os seguinte setup:

Exercício Nº4 - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- Em termos gráficos temos os seguinte setup:

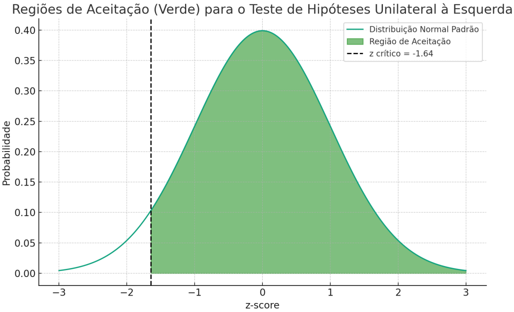

Figura: Região de aceitação e região crítica em termos de Z.

Exercício Nº4 - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- Para um valor de $\bar{X} = 290 < \bar{X}_C = 296.71$ rejeita-se H_0.

Exercício Nº4 - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- Para um valor de $\bar{X} = 290 < \bar{X}_C = 296.71$ rejeita-se H_0.

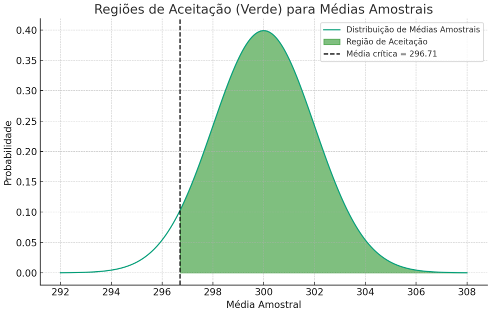

Figura: Região de aceitação e região crítica em termos da média amostral $\bar{X}$.

Exercício Nº8 (a) - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- "No exame de Estatística efectuado na 2ª época no ano lectivo de 2000/2001, foram avaliados 31 alunos. Considerando este alunos como uma amostra representativa da população dos alunos matriculados na cadeira de Estatística e tendo em conta que, para essa amostra, se obtiveram os seguintes resultados:"

Exercício Nº8 (a) - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- ”No exame de Estatística efectuado na 2ª época no ano lectivo de 2000/2001, foram avaliados 31 alunos. Considerando este alunos como uma amostra representativa da população dos alunos matriculados na cadeira de Estatística e tendo em conta que, para essa amostra, se obtiveram os seguintes resultados:”
- $\sum_{i=1}^{n=31} X_i = 299$ e $\sum_{i=1}^{n=31} (X_i - \bar{X})^2 = 120$

Exercício Nº8 (a) - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- "No exame de Estatística efectuado na 2ª época no ano lectivo de 2000/2001, foram avaliados 31 alunos. Considerando este alunos como uma amostra representativa da população dos alunos matriculados na cadeira de Estatística e tendo em conta que, para essa amostra, se obtiveram os seguintes resultados:"
- $\sum_{i=1}^{n=31} X_i = 299$ e $\sum_{i=1}^{n=31} (X_i - \bar{X})^2 = 120$
- "Comente a afirmação:A média dos resultados não difere significativamente de 10. Utilize $\alpha = 0.05$"

Exercício Nº8 (a) - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- "No exame de Estatística efectuado na 2ª época no ano lectivo de 2000/2001, foram avaliados 31 alunos. Considerando este alunos como uma amostra representativa da população dos alunos matriculados na cadeira de Estatística e tendo em conta que, para essa amostra, se obtiveram os seguintes resultados:"
- $\sum_{i=1}^{n=31} X_i = 299$ e $\sum_{i=1}^{n=31} (X_i - \bar{X})^2 = 120$
- "Comente a afirmação:A média dos resultados não difere significativamente de 10. Utilize $\alpha = 0.05$"
- Seja $X \equiv$ resultados em estatística dos alunos matriculados nesta cadeira.

Exercício Nº8 (a) - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- "No exame de Estatística efectuado na 2ª época no ano lectivo de 2000/2001, foram avaliados 31 alunos. Considerando este alunos como uma amostra representativa da população dos alunos matriculados na cadeira de Estatística e tendo em conta que, para essa amostra, se obtiveram os seguintes resultados:"
- $\sum_{i=1}^{n=31} X_i = 299$ e $\sum_{i=1}^{n=31}(X_i - \bar{X})^2 = 120$
- "Comente a afirmação:A média dos resultados não difere significativamente de 10. Utilize $\alpha = 0.05$"
- Seja $X \equiv$ resultados em estatística dos alunos matriculados nesta cadeira.
- Admitindo que $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$.
- Para o problema em causa as hipóteses a considerar são as seguintes:
- $H_0 : \mu = 10$ VS $H_1 : \mu \neq 10$ - Ensaio bilateral para uma média de população normal com variância desconhecida.

Exercício Nº8 (a) - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- Tendo em consideração os dados que temos a estatística de teste é:

Exercício Nº8 (a) - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- Tendo em consideração os dados que temos a estatística de teste é:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \sim \mathcal{N}(0, 1). \tag{8}$$

Exercício Nº8 (a) - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- Tendo em consideração os dados que temos a estatística de teste é:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \sim \mathcal{N}(0,1). \tag{8}$$

- A amostra é grande ($n > 30$) - Não é necessário o S'.

Exercício Nº8 (a) - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- Tendo em consideração os dados que temos a estatística de teste é:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \sim \mathcal{N}(0, 1). \tag{8}$$

- A amostra é grande ($n > 30$) - Não é necessário o S'.

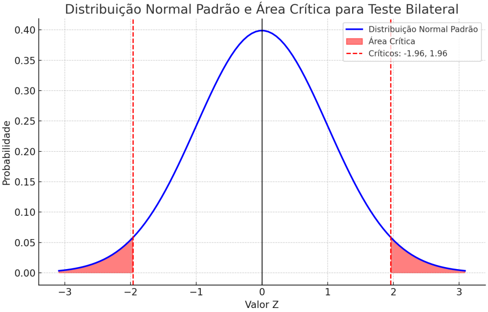

Figura: Região de aceitação e região crítica em termos de Z.

Exercício Nº8 (a) - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- Então a região crítica e a região de aceitação são dados por, respectivamente:

Exercício Nº8 (a) - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- Então a região crítica e a região de aceitação são dados por, respectivamente:
- R.C:$]-\infty, -1.96] \cup [+1.96, +\infty[$ e R.A:$]-1.96, +1.96[$

Exercício Nº8 (a) - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- Então a região crítica e a região de aceitação são dados por, respectivamente:
- R.C:$]-\infty,-1.96] \cup [+1.96,+\infty[$ e R.A:$]-1.96,+1.96[$
- Antes de calcular o valor do teste temos de fazer os seguintes cálculos:

Exercício Nº8 (a) - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- Então a região crítica e a região de aceitação são dados por, respectivamente:
- R.C:$]-\infty,-1.96]\cup[+1.96,+\infty[$ e R.A:$]-1.96,+1.96[$
- Antes de calcular o valor do teste temos de fazer os seguintes cálculos:
- $\bar{X}=\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}X_i=\frac{1}{31}\cdot 299=9.65$

Exercício Nº8 (a) - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- Então a região crítica e a região de aceitação são dados por, respectivamente:
- R.C:$]-\infty, -1.96] \cup [+1.96, +\infty[$ e R.A:$]-1.96, +1.96[$
- Antes de calcular o valor do teste temos de fazer os seguintes cálculos:
- $\bar{X} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} X_i = \frac{1}{31} \cdot 299 = 9.65$
- $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n=31} (X_i - \bar{X})^2} = \sqrt{\frac{1}{31} \cdot 120} = 1.97$

Exercício Nº8 (a) - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- Então a região crítica e a região de aceitação são dados por, respectivamente:
- R.C:$]-\infty, -1.96] \cup [+1.96, +\infty[$ e R.A:$]-1.96, +1.96[$
- Antes de calcular o valor do teste temos de fazer os seguintes cálculos:
- $\bar{X} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} X_i = \frac{1}{31} \cdot 299 = 9.65$
- $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n=31} (X_i - \bar{X})^2} = \sqrt{\frac{1}{31} \cdot 120} = 1.97$
- Então o valor da estimativa para a estatística de teste é dado por:

Exercício Nº8 (a) - Pág 164 de Reis et al. [2021]

- Então a região crítica e a região de aceitação são dados por, respectivamente:
- R.C:$]-\infty, -1.96] \cup [+1.96, +\infty[$ e R.A:$]-1.96, +1.96[$
- Antes de calcular o valor do teste temos de fazer os seguintes cálculos:
- $\bar{X} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} X_i = \frac{1}{31} \cdot 299 = 9.65$
- $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n=31} (X_i - \bar{X})^2} = \sqrt{\frac{1}{31} \cdot 120} = 1.97$
- Então o valor da estimativa para a estatística de teste é dado por:

$$T^* = \frac{9.65 - 10}{\frac{1.97}{\sqrt{31}}} = \frac{-0.35}{0.3534} = 0.9904 \tag{9}$$

- Pelo que a $T^* \in$ R.A pelo que não rejeitamos H_0 para $\alpha = 0.05$ e para esta amostra. Pelo que a afirmação é suportada pelos dados.

- Continuamos na nossa base de dados dos jornais semanais e vamos pedir umas estatísticas sobre a variável tempo de leitura

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
P2 Tempo de leitura do semanário (minutos)	100	88,70	45,12	4,51

Figura: Teste T unilateral e bilateral para $\mu_0 = 60$.

- Estamos a fazer um teste T unilateral e bilateral para a média populacional da variável tempo de leitura.
  - Ou seja, estamos a testar se $\mu \leq 60$ ou $\mu > 60$.
  - Ou seja, estamos a testar se $\mu = 60$ ou $\mu \neq 60$.

One-Sample Test

	Test Value = 60						
			Significance			95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	One-Sided p	Two-Sided p	Mean Difference	Lower	Upper
p2 Tempo de leitura do semanário (minutos)	6,4	99	<,001	<,001	28,700	19,75	37,65

Figura: Teste T unilateral e bilateral para $\mu_0 = 60$.

- A estatística de teste adequada para o dados disponíveis é:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S'}{\sqrt{n}}} \sim t(n-1) \tag{10}$$

- O teste está a ser realizado com uma significância de 5% pelo que os valores critico da t-student são dados por: ± 1.660 and ± 1.1984.
- O valor de T para a amostra concreta (i.e. $T^* = 6.361$) ultrapassa largamente qualquer um dos valores pelo que rejeita-se H_0.

Exercícios de Outputs - Folhas SPSS Parte II

- Outra maneira de se ver isto é pelo p-value associado a cada teste.
- Ambos os p-values são inferiores a 5% pelo que H_0 deve ser rejeitada.
- Estamos a assumir que a amostra provém de uma população normal com variância desconhecida.
- Isto pode não ser verdade e deve ser testado - Verificar com o Kolmogorov-Smirnov.

References

Elizabeth Reis, Rosa Andrade, Teresa Calapez, and Paulo Melo. *Estatística Aplicada - Volume 2*. Edições Sílabo, 2019.

Elizabeth Reis, Rosa Andrade, Teresa Calapez, and Paulo Melo. *Exercícios de Estatística Aplicada - Volume 2*. Edições Sílabo, 2021.