

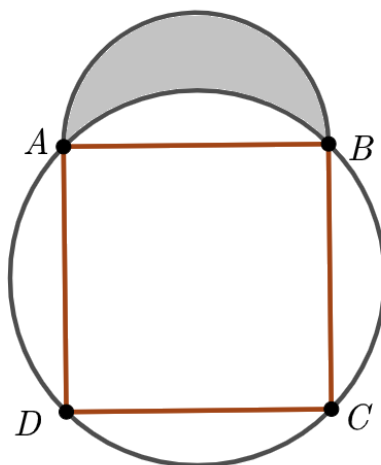


## Segundo de secundaria

### Parte A

Cada problema vale 1 punto y sólo tomaremos en cuenta la respuesta.

1. ¿Cuántos números de seis dígitos tienen al menos un número par?
2. Sea  $ABC$  un triángulo acutángulo con  $AB$  su lado más pequeño y  $\angle C = 36^\circ$ . El pie de altura desde  $B$  a  $AC$  es  $T$  y  $A'$  es un punto en el segmento  $AC$  tal que  $T$  es punto medio de  $AA'$ . Si  $\angle A'BC = 32^\circ$ . ¿Cuál es la medida del ángulo  $\angle ABT$ ?
3. De los enteros del 1 al 100 ¿Cuántos se pueden expresar como  $x + \sqrt{x}$ ? Donde  $x$  es un entero positivo menor que 100.
4. Determina el máximo entero positivo que divide a cualquier número de la forma  $n^3 - n$  donde  $n$  es un entero positivo impar.
5. En la figura, se ha trazado la circunferencia que pasa por los vértices del cuadrado  $ABCD$ , el cual tiene lado 14. También se ha trazado la semicircunferencia de diámetro  $AB$  y se ha sombreado la región que queda fuera de la circunferencia mayor. ¿Cuál es el área de la región sombreada?



6. Determina el menor entero positivo  $n$  para el cual  $20n$  y  $16n$  tienen la misma cantidad divisores.
7. Un entero positivo  $n$  se dice *bueno* si  $n - 6$  es su mayor divisor (que no es el mismo  $n$ ). ¿Cuál es la suma de todos los enteros positivos buenos?
8. Sean  $x, y$  números reales positivos distintos que cumplen que  $x^2 + y^2 = 8xy$ . Encuentra la suma del denominador y el numerador de la fracción reducida  $\left(\frac{x+y}{x-y}\right)^2$ .
9. ¿Cuál es el mayor valor de  $n$  tal que  $3^n$  que divide al número con 2022 cifras todas iguales a 9?
10. ¿Cuántos resultados diferentes se pueden obtener al sumar 90 enteros diferentes tomados del 1 al 100?
11. ¿De cuántas formas se puede llenar el siguiente arreglo con  $+1$  y  $-1$  de manera que la suma de cada renglón y columna sea cero?


12. Sea  $n$  un entero positivo. Las potencias de dos:  $2^0, 2^1, 2^2, \dots, 2^n$  se han escrito en un pizarrón pero se ha eliminado una de ellas. Se suman las que quedan y el resultado es 7935. ¿Cuál es el valor de  $n$ ?

## Parte B

**Cada problema vale 4 puntos y daremos puntos por avances en la solución. Coloca los avances de solución en los recuadros correspondientes.**

13. ¿Cuántas permutaciones del 12345 son tales que no hay dos números consecutivos que estén en posiciones consecutivas? Por ejemplo el número 34215 falla pues el 3 y el 4 son números consecutivos que están en posiciones consecutivas, al igual que el 2 y el 1.
14. En un pizarrón se tienen los números

$$1^1, 2^2, 3^3, \dots, 20205^{2025}$$

Después, cada número es reemplazado por su dígito de la unidad. ¿Cuál es el número que más se repite de los 2025 números que quedan en el pizarrón?

15. Sea  $ABCDEFGH$  un octágono regular para el cual  $BH^2 = 392$ . Los puntos  $M, N$  y  $L$  son los puntos medios de  $AB$ ,  $CD$  y  $HG$  respectivamente. El pie de altura desde  $B$  a  $LN$  es  $P$ . Calcula la medida de  $PM$ .