



Tercer Examen Selectivo

Parte A. Con valor 1 punto cada uno. Sólo tomaremos en cuenta la respuesta.

1. Considera 4 sobres de colores rojo, azul, amarillo y gris. También hay tres cartas de colores rojo, azul y amarillo. Se desea dejar un sobre vacío y poner en cada sobre restante una sola carta de tal manera que no sean del mismo color. ¿De cuántas formas es posible hacer eso?
2. Con los enteros no negativos A, B, C, D, E y F se construye la siguiente tabla de multiplicar. El número que se escribe en cada celda es el resultado de multiplicar el número que encabeza su columna por el número con el que comienza su fila. Por ejemplo $B \times D = 24$ y $A \times F = 175$. Encuentra el valor de $A + B + C + D + E + F$.

	A	B	C	D	E	F
A						
B				24		
C			121			
D						35
E	0					
F	175					

3. Encuentra el valor de:

$$\frac{675^2 + 1350^2 + 2025^2}{2025}$$

4. Sean $ABCD$ un trapecio de bases $AB = 66$ y $CD = 30$ tal que el lado BC es perpendicular a AB y $BC = 36$. Denotamos P al punto medio de DA , y trazamos por P la perpendicular a DA que corta al lado AB en Q . Calcular el área del cuadrilátero $BDPQ$.
5. Sea n un entero positivo. El máximo común divisor de $n!$ y $3^8 \times 7^8$ es $3^5 \times 7^2$ ¿Cuál es el valor de n ?
Nota. El símbolo de exclamación $!$ en este contexto se llama *factorial* y $n! = 1 \times 2 \times \cdots \times n$.
6. Se efectúan mil divisiones entre enteros: se divide 2025 entre cada uno de los números enteros del 1 al 1000. Se obtienen así mil cocientes enteros con sus respectivos restos. ¿Cuál de estos mil restos es el mayor?
7. Los números m y n cumplen que $1536^m = 162^n = 12$. Encuentra el valor de $1/m + 1/n$.
8. Los vértices de un pentágono se etiquetan en sentido de las manecillas del reloj con las letras A, B, C, D y E . El área del pentágono es 60. Y sabemos que las áreas de los triángulos ABC, ABD, ACD y ADE son iguales. Calcula el área del triángulo BCE .

Parte B. Cada problema vale 5 puntos. Se darán puntos parciales por avances en la solución.

9. Encuentra la cantidad de enteros positivos menores que 2025 que utilicen exactamente dos dígitos en su representación decimal.

Nota. Los números 23, 166 y 1771 utilizan exactamente dos dígitos. Los números 8, 44, 897 y 1022 no utilizan dos dígitos en su representación decimal.

10. ¿Cuántos múltiplos positivos de tres, menores que 1000, son la suma de dos cuadrados perfectos positivos distintos?

Nota. Los primeros cinco cuadrados perfectos positivos son $1^2 = 1$, $2^2 = 4$, $3^2 = 9$, $4^2 = 16$ y $5^2 = 25$.