

# Examen Final OBM GTO

## Nivel 2

Guanajuato, Gto. 30 de abril del 2022.

### Parte A

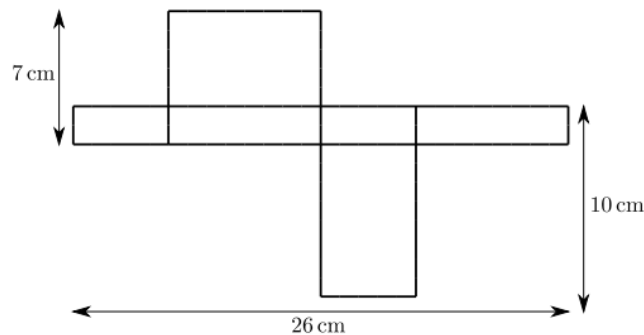
Cada problema vale 6 puntos y sólo tomaremos en cuenta la respuesta.

1. Se hicieron cinco predicciones sobre el partido entre *Águilas Calvas FC* y *Atlético Panchado*:

- i) El partido no terminará en empate.
- ii) Las Águilas Calvas anotarán.
- iii) Las Águilas Calvas ganarán.
- iv) Las Águilas Calvas no perderán.
- v) Se anotaran tres goles.

Se sabe que exactamente tres predicciones resultaron ciertas. Escribe la cantidad de goles que anotaron las Águilas Calvas, seguido de la cantidad de goles que anotó Atlético Panchado.

2. El diagrama muestra una caja desarmada. ¿Cuál es el volumen de la caja?



- 3. Considera 4 sobres con colores rojo, azul, amarillo y gris. También hay tres cartas de colores de color rojo, azul y amarillo. Se desea dejar un sobre vacío y poner en cada sobre restante una sola carta de tal manera que no sean del mismo color. ¿De cuántas formas es posible hacer esto?
- 4. ¿Cuántos triángulos isósceles se pueden formar con los vértices de un polígono regular de 21 lados?
- 5. Una calculadora descompuesta no muestra el número 1 en la pantalla. Por ejemplo, si escribimos el número 3131, en la pantalla se ve escrito el número 33. Iván escribió un número de 6 dígitos en la calculadora, pero apareció el 2022. ¿Cuántos números pudo haber escrito Iván?
- 6. ¿Cuántos divisores de 2020 tienen más de tres divisores? Por ejemplo 6 tiene 4 divisores, el 1, el 2, el 3 y el 6.
- 7. Sea  $\triangle ABC$  tal que  $AC = AB$  y sea  $E$  un punto sobre  $AB$ . Se toma ahora un punto  $F$  sobre  $CA$  tal que  $AE = EF = FC$ . Si se sabe que el ángulo  $\angle ABC = 70^\circ$ , ¿cuánto vale  $\angle BCE - \angle ECF$ ?

8. La siguiente es una sucesión de seis números de tres dígitos. Los seis números están en progresión aritmética, es decir, siempre se suma el mismo número para obtener el siguiente término. ¿Cuál es el séptimo número de la sucesión?

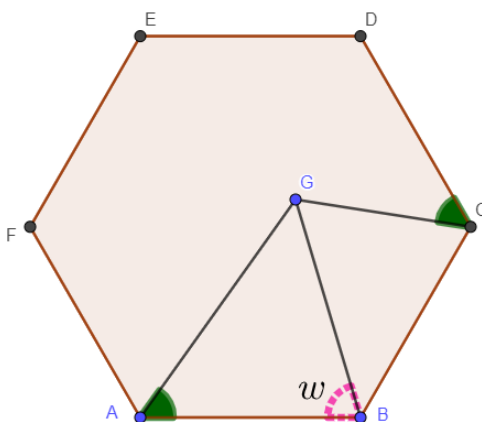
$$1 \text{ --- } \text{ --- }, \text{ --- } \text{ --- } 9, \text{ --- } 2 \text{ --- } 2, \text{ --- } 6 \text{ --- }, 2 \text{ --- } \text{ --- }, \text{ --- } 3 \text{ --- }$$

9. En la escuela hay seis estudiantes. Las chicas Ana, Bea y Ceci y los chicos Astro, Berto y Cui. Se van a sentar en una fila de 8 asientos, uno en cada uno y quedarán dos vacíos. ¿De cuántas maneras podemos sentar a las chicas y los chicos si no queremos que en asientos consecutivos estén un chico y una chica?
10. Sea  $ABCD$  un paralelogramo (con sus vértices nombrados en sentido de las manecillas del reloj) con  $P$  y  $Q$  los puntos medios de  $AB$  y  $BC$ , respectivamente. Si el área de  $ABCD$  es  $96\text{cm}^2$ , ¿cuál es el área de  $\triangle PQD$ ?

## Parte B

**Cada problema vale 20 puntos y daremos puntos por avances en la solución.**

11. Si  $b$  es un dígito tal que  $\overline{123a5b7}$  no es múltiplo de 11, sin importar cuál dígito es  $a$ , ¿qué dígito es  $b$ ?
12. La figura corresponde a un hexágono regular. Se ha colocado un punto dentro de él. Los dos ángulos sombreados son de  $50^\circ$ . Determina la medida del ángulo  $w$ .



13. Encuentra la cantidad de números de seis cifras (mayores que 99,999 y menores que 1,000,000) tales que
- No tienen cifras repetidas.
  - Utiliza el 0 y el 9 o no utiliza ninguno. Utiliza el 1 y el 8 o no utiliza ninguno. Utiliza el 2 y el 7 o no utiliza ninguno. Utiliza el 3 y el 6 o no utiliza ninguno. Utiliza el 4 y el 5 o no utiliza ninguno.
  - No hay dos dígitos en posiciones consecutivas que sumados den 9.

Un número que cumple es el 237860.