



Olimpiada Femenil de Matemáticas en Guanajuato

Tercer selectivo

Día 2

Instrucciones

- Tienes 3.5 horas para resolver este examen.
- Para resolver los problemas puedes escribir todo lo que necesites pero no está permitido el uso de calculadoras, apuntes, celulares o tabletas; sólo puedes usar lápiz, pluma, sacapuntas, borrador y, si lo prefieres, juego de geometría (excepto transportador).

Problema 4: Pruebe que $2222^{5555} + 5555^{2222}$ es divisible entre 7 [7 pts]

Problema 5: En cada uno de los 25 cuadritos de una cuadrícula 5×5 se coloca un número real positivo y menor o igual a 1, de manera que :

- La suma de los números de cada renglón y cada columna es un entero positivo.
- La suma de los 25 números es mayor o igual a 11.

- (a) Muestra que alguno de los 25 números es mayor o igual a $\frac{3}{5}$.
- (b) Si exactamente uno de los números es mayor o igual a $\frac{3}{5}$, entonces demuestra que la suma de los números del renglón donde se encuentra ese número es igual a la suma de los números de la columna del mismo número.

[7 pts]

Problema 6: Sobre los lados BA y BC de un triángulo ABC se construyen hacia afuera los cuadrados $ABDE$ y $BCFG$. Demuestra que la recta perpendicular a DG que pasa por B , corta a AC en su punto medio. [7 pts]