



Cuarto Selectivo - Examen 1

OMM GTO

17 de agosto de 2024

Instrucciones

- El examen empieza a las 10 de la mañana y termina a las 2 de la tarde.
- Durante la primera hora se podrán realizar preguntas.
- Cada uno de los problemas vale 7 puntos. Debes de redactar tu solución para cada uno de ellos. Utiliza un único lado de cada hoja, pon problemas diferentes en hojas separadas y numera tus hojas.
- No está permitido usar dispositivos electrónicos, notas ni libros. Puedes usar regla y compás si lo deseas, pero no transportador.

Problema 1. Ana, Beto, Carlos, Diana y Eduardo se dividen en grupos y en cada grupo se toman de la mano para formar una rueda y bailar girando. Si se permiten grupos de tamaño entre 1 y 5, ¿de cuántas maneras pueden hacer esto?

Nota: Al formar un círculo es importante el orden en el que están acomodados los niños, y dos círculos son diferentes si uno no se puede obtener rotando el otro.

Problema 2. Nuria colorea los enteros positivos de azul o rojo, siguiendo las siguientes reglas:

1. Si n es rojo, entonces la suma de cualesquiera n números rojos (no necesariamente distintos) tiene que ser roja.
2. Si m es azul, entonces la suma de cualesquiera m números azules (no necesariamente distintos) tiene que ser azul.

¿De cuántas maneras distintas puede colorear Nuria a los enteros positivos?

Problema 3. Sean AK y BL las alturas de un triángulo acutángulo $\triangle ABC$. Se escoge un punto P sobre la recta AK de tal forma que $LK = LP$. La paralela a BC por P intersecta a la paralela a PL por B en Q . Demuestra que $\angle AQB = \angle ACB$.