



Olimpiada Femenil de Matemáticas en Guanajuato

Tercer selectivo

Día 1

Instrucciones

- Tienes 3.5 horas para resolver este examen.
- Para resolver los problemas puedes escribir todo lo que necesites pero no está permitido el uso de calculadoras, apuntes, celulares o tabletas; sólo puedes usar lápiz, pluma, sacapuntas, borrador y, si lo prefieres, juego de geometría (excepto transportador).

Problema 1: Encuentra el total de quintetas ordenadas de enteros no negativos (a, b, c, d, e) tales que

$$a + b + c + d + e = 100.$$

Además que $a \geq 50$, $b \geq 21$ y $10 \leq d \leq 12$. [7 pts]

Problema 2: Sea $ABCD$ un cuadrilátero cíclico con $AB = BC$. Sea M un punto en el arco de menor longitud CD del circuncírculo de $ABCD$. Las rectas BM y CD se cortan en el punto P y las rectas AM y BD en el punto Q . Demuestra que AC es paralela a PQ . [7 pts]

Problema 3: Determina todas las parejas de enteros positivos (a, b) tales que $a - b$ es un número primo y ab es un cuadrado perfecto [7 pts]