



Olimpiada Básica de Matemáticas en Guanajuato

Cuarto Selectivo | 5 de marzo del 2022

3^{ro} de Secundaria

Instrucciones:

- Asegúrate que tienes el examen del nivel correcto y lee todos los enunciados con calma.
- Coloca en una o dos hojas blancas tu nombre, grado, escuela y municipio. En esa misma hoja coloca tu respuesta y procedimiento si es necesario indicando claramente a cuál problema corresponde.
- Tienes dos horas para resolver este examen.
- Puedes utilizar lápiz o pluma, borrador y, si tú prefieres, juego de geometría. No está permitido el uso de calculadoras, apuntes, tablas, cualquier dispositivo electrónico ni consultar a otras personas.
- Los resultados se publicarán el 15 de marzo en la página <https://olimpiadasbasicas.cimat.mx/>.

Problemas

Escribe tu procedimiento. Cada pregunta da hasta 7 puntos.

1. Dos circunferencias C_1 y C_2 son tales que se intersectan en A , B . Además, C_1 pasa por el centro O de C_2 . La recta que pasa por los centros de ambas circunferencias las intersecta en puntos P y Q de manera que el segmento PQ contiene a ambos centros. Si el ángulo $\angle PAQ = 120^\circ$ y $PQ = 72$, ¿cuánto mide OB ?
2. Un número natural de n dígitos es “armonioso” si sus n dígitos son una permutación de $1, 2, \dots, n$ y sus primeros k dígitos forman un número divisible por k para $1 \leq k \leq n$. Por ejemplo, 321 es armonioso puesto que 3 es divisible por 1, 32 es divisible por 2 y 321 es divisible por 3. Encuentra todos los números armoniosos de seis dígitos.
3. Considérese la frase: “Cami e Isaac salen seguido de paseo”. ¿De cuántas maneras podemos reorganizar las letras de esta frase sin cambiar el orden de las vocales y las “a” de “Isaac” queden juntas?
4. Sea $\triangle ABC$ y sea ω su circuncírculo (el círculo que pasa por sus tres vértices). Las alturas desde A y B cortan a ω en E y F , respectivamente. Demuestra que $\angle CFE = \angle CEF$.