

**UNIVERSIDAD DE COSTA RICA**  
ESCUELA DE MATEMÁTICA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA Y CIENCIAS ACTUARIALES  
ANÁLISIS DE INSTRUMENTOS DE INVERSIÓN

---

**Segundo laboratorio**

---

**Modelo de Nelson y Siegel**

Realizado por

---

Cervantes Artavia Joshua

---

Sabater Guzmán Daniel

---



UNIVERSIDAD DE  
**COSTA RICA**

**EMat** Escuela de  
Matemática

---

# Índice general

---

<b>Índice general</b>	I
<b>1 Resumen Ejecutivo 1</b>	1
<b>2 Introducción 1</b>	2
<b>3 Objetivos 1</b>	3
1. Objetivo general . . . . .	3
2. Objetivos específicos . . . . .	3
<b>4 Marco teórico 3</b>	4
<b>5 Descripción de los datos 5</b>	6
<b>6 Metodología 1</b>	11
<b>7 Conclusiones y recomendaciones 1</b>	13
<b>8 Referencias bibliográficas</b>	14
<b>9 Anexos</b>	15

*Capítulo 1*

---

## **Resumen Ejecutivo 1**

---

Aquí debe dar resultados generales de lo que obtuvo del análisis.

*Capítulo 2*

---

## **Introducción 1**

---

## *Capítulo 3*

---

# **Objetivos 1**

---

## **1. Objetivo general**

Analizar la curva de rendimiento de los bonos del tesoro de Estados Unidos de Norte América por medio del modelo de Nelson y Siegel en el periodo de años comprendido entre el 1° de enero del 2010 y el 20 de mayo del 2021.

## **2. Objetivos específicos**

1. Explicar el modelo de Nelson y Siegel.
2. Describir las características de la base de datos de los bonos del tesoro de Estados Unidos de Norte América.
3. Implementar el modelo de Nelson y Siegel en lenguaje de programación R, para la base de datos de los bonos del tesoro de Estados Unidos de Norte América.
4. Evaluar los resultados obtenidos apartir del modelo de Nelson y Siegel.

## *Capítulo 4*

---

# Marco teórico 3

---

La curva de rendimiento es una herramienta útil a la hora de quererse invertir o negociar un instrumento financiero y al momento de aplicar políticas monetarias.

### **rendimientos spot definir**

Se procede a explicar qué es la curva de rendimiento, según Boudreault y Reanud (2019) la curva de rendimiento también llamada curva de rendimientos spot. Esta curva muestra la relación que hay entre la tasa de rendimiento spot y el tiempo de maduración. Así esta curva muestra los rendimientos que se obtienen de mantener una cierta cantidad de dinero durante un tiempo determinado. Se puede determinar el rendimiento mediante

$$y = \left( \frac{F}{B_0} \right)^{\frac{1}{T}} - 1$$

Donde

$y$	Tasa de rendimiento
$T$	Tiempo para la maduración
$B_0$	Costo de la inversión o precio del bono
$F$	Monto a recibir al final del periodo

Sin embargo a pesar de que esta herramienta es ampliamente utilizada, tiene una limitante intertemporal. Como lo expone Camilo (2008) esta se construye a través de una serie de tasas (precios) de instrumentos financieros discontinuos en el tiempo. Esto implica que entonces lo se ubica a partir de las tasas de rendimiento es una serie de puntos que no reflejan de forma continua las tasas de rendimiento en el mercado financiero de acuerdo a su tiempo de maduración.

Sin embargo hay agentes los cuales no están dispuestos a invertir o prestar los montos al tiempo establecido por agentes como los gobiernos nacionales u otras empresas. Es por esta razón que sería de utilidad encontrar una curva suave la cual sea capaz de proyectar las tasas de rendimiento en distintos momentos del tiempo, pero basado en lo que anteriormente han establecido agentes como los gobiernos nacionales.

Para lograr obtener una curva suave la cual se aproxime a las tasas de rendimiento de agentes como los gobiernos, se emplean distintos métodos entre ellos los métodos paramétricos que están basados en la construcción de curvas a partir de modelos paramétricos. (Choudhry, 2010)

Entre los modelos paramétricos se encuentra el de Nelson-Siegel. El cual según Matteson (2015) describe las tasas forward con la siguiente curva

$$r(t, \theta) = \theta_0 + (\theta_1 + \theta_2 t) \exp(-\theta_3 t)$$

A partir de esta se puede obtener que la curva de rendimiento continua se puede obtener haciendo

$$\begin{aligned} y(t, \theta) &= t^{-1} \int_0^t r(x, \theta) dx \\ &= \theta_0 + \left( \theta_1 + \frac{\theta_2}{\theta_3} \right) \frac{1 - \exp(-\theta_3 t)}{\theta_3 t} - \frac{\theta_2}{\theta_3} \exp(-\theta t) \end{aligned}$$

Tal y como lo citan Hladíková y Radová (2012) este modelo tiene una interpretación económica interesante para los parámetros. Tomando la curva que describe las tasas forward Primero

$$\lim_{t \rightarrow \infty} r(t, \theta) = \theta_0 \quad \lim_{t \rightarrow 0} r(t, \theta) = \theta_0 + \theta_1$$

- Entonces  $\beta_0 > 0$  representa la asintota horizontal de la curva

## *Capítulo 5*

---

# Descripción de los datos 5

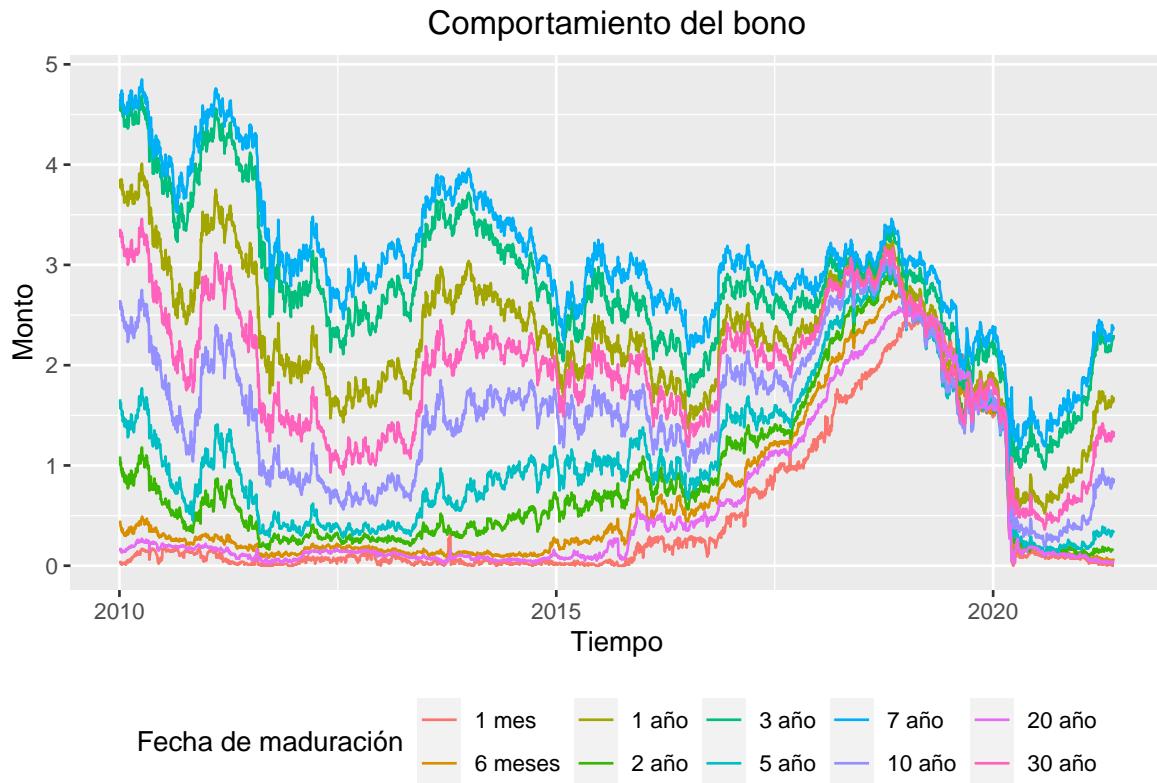
---

Debe ser una descripción breve e incluir algún gráfico que permita tener una buena comprensión de sus datos.

Entre las descripciones de las variables sería bueno el detalle de la que considera la más importante de su modelo, puede que tenga que calcular la media, por ejemplo, si mis datos son

Grafico de todos los datos:

```
Datosgra10Y<-gather(datos10Y, "Fecha de maduración", Obtenido, names(datos10Y[2]):names(datos10Y[length(datos10Y)])  
ggplot( data =Datosgra10Y, mapping = aes(x = Date, y = Obtenido, group=`Fecha de maduración`, color= `  
geom_line()  
scale_color_discrete(labels=c("1 mes", "6 meses", "1 año", "2 año", "3 año","5 año","7 año", "10  
labs(  
y = "Monto",  
x = "Tiempo",  
title = "Comportamiento del bono"  
) +  
theme(legend.position="bottom") +  
theme(plot.title = element_text(hjust = .5))# colocamos el titulo en el centro
```



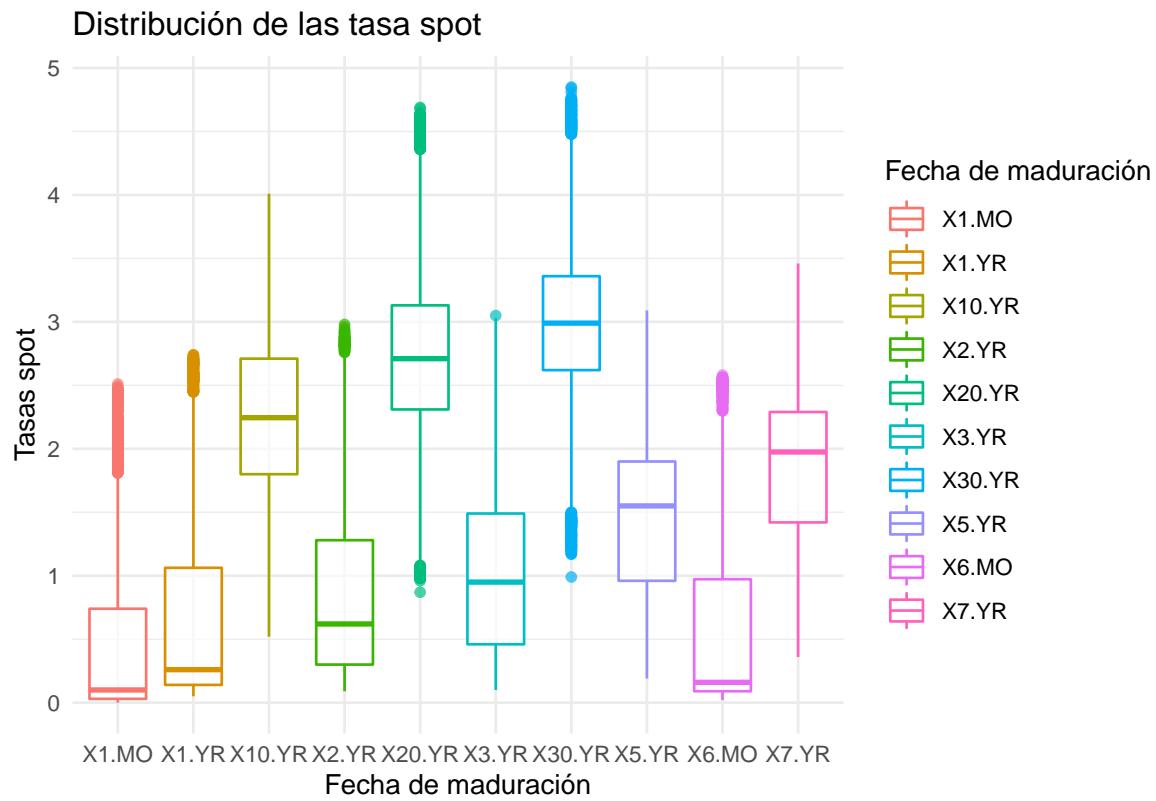
### Promedio y Desviación de los 3

```
# ggplot( data= promedios10Y , mapping = aes(x = Maduration, y = Rendimiento)) +
#   geom_point()+
#   geom_point(data= promedios10Y, mapping = aes(x = Maduration, y =Varianza))+ 
#   xlab('Fecha de maduración') +
#   ylab('Tasas spot') +
#   ggttitle('Distribución de las tasa spot') +
#   theme(legend.position="bottom")+
#   theme(plot.title = element_text(hjust = .5))# colocamos el titulo en el centro

#
# ggplot(Datosgra10Y) +
#   geom_density(aes(x = Obtenido, fill = `Fecha de maduración`), position = 'stack') +
#
#   xlab('Fecha de maduración') +
#   ylab('Tasas spot') +
#   ggttitle('Distribución de las tasa spot') +
#   theme_minimal() +
#   theme(legend.position="none")

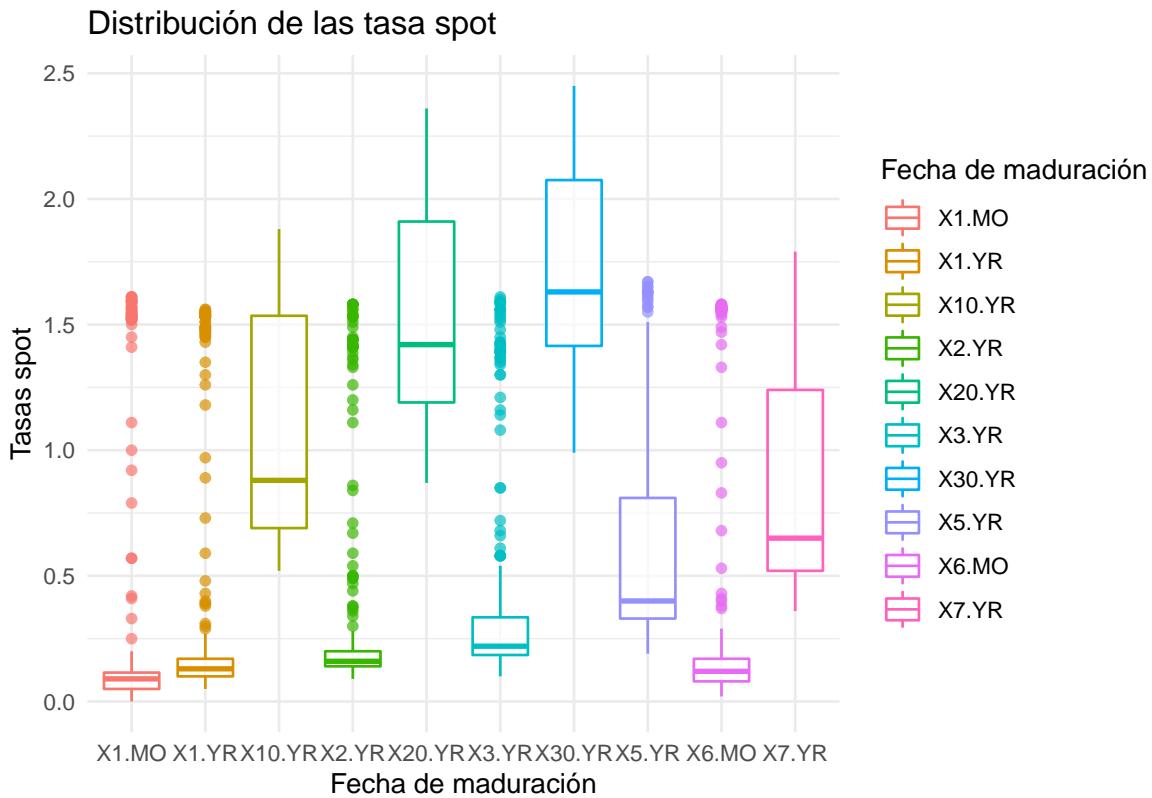
ggplot(data = Datosgra10Y, aes(x =`Fecha de maduración` , y = Obtenido, group=`Fecha de maduración`))
```

```
ggtitle('Distribución de las tasa spot') +
  theme_minimal()
```



```
Datosgra1Y<-gather(datos1Y, "Fecha de maduración", Obtenido, names(datos1Y[2]):names(datos1Y[length(datos1Y)]))
```

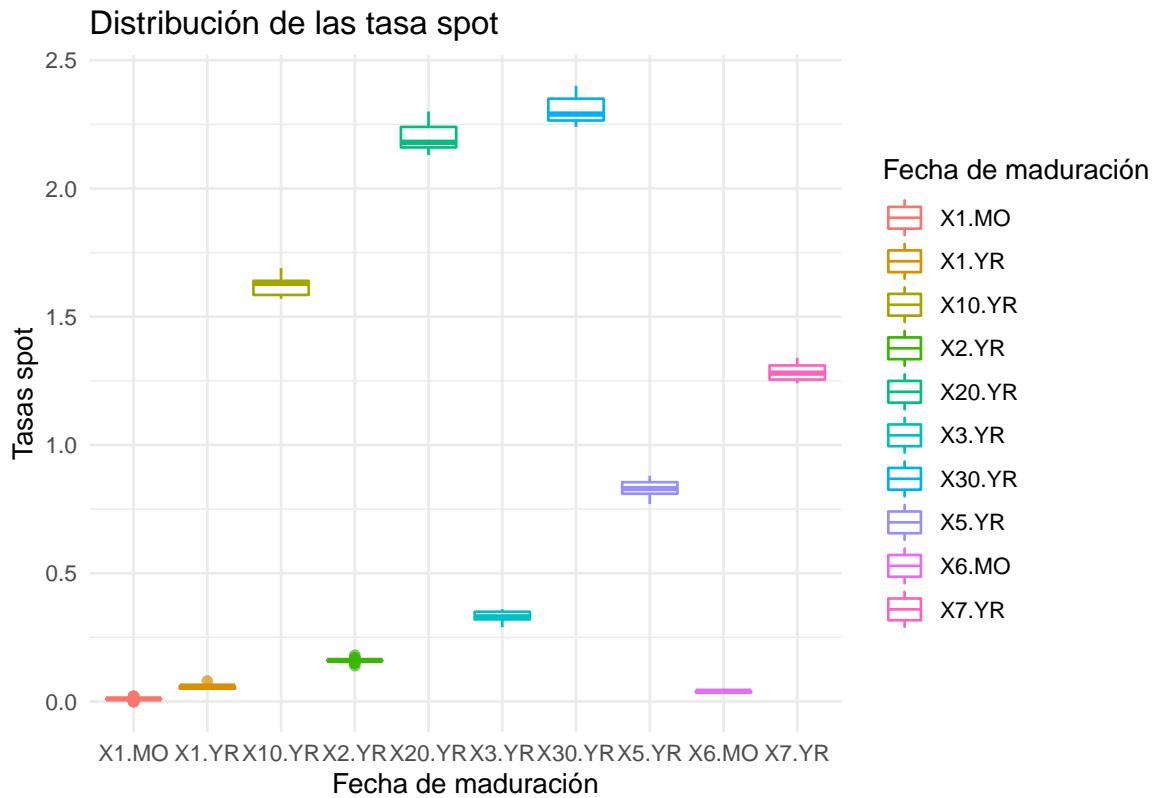
```
ggplot(data = Datosgra1Y, aes(x =`Fecha de maduración` , y = Obtenido, group= `Fecha de maduración`)) +
  xlab('Fecha de maduración') +
  ylab('Tasas spot') +
  ggtitle('Distribución de las tasa spot') +
  theme_minimal()
```



```

Datosgra1Mo<-gather(datos1Mo, "Fecha de maduración", Obtenido, names(datos1Mo[2]):names(datos1Mo[length(datos1Mo)-1]))
ggplot(data = Datosgra1Mo, aes(x =`Fecha de maduración` , y = Obtenido, group= `Fecha de maduración`)) +
  xlab('Fecha de maduración') +
  ylab('Tasas spot') +
  ggtitle('Distribución de las tasa spot') +
  theme_minimal()

```



Descripción de lo de la pandemia

Cuadro 5.1: Ejemplo de formato para tabla

x
1
2
3
4

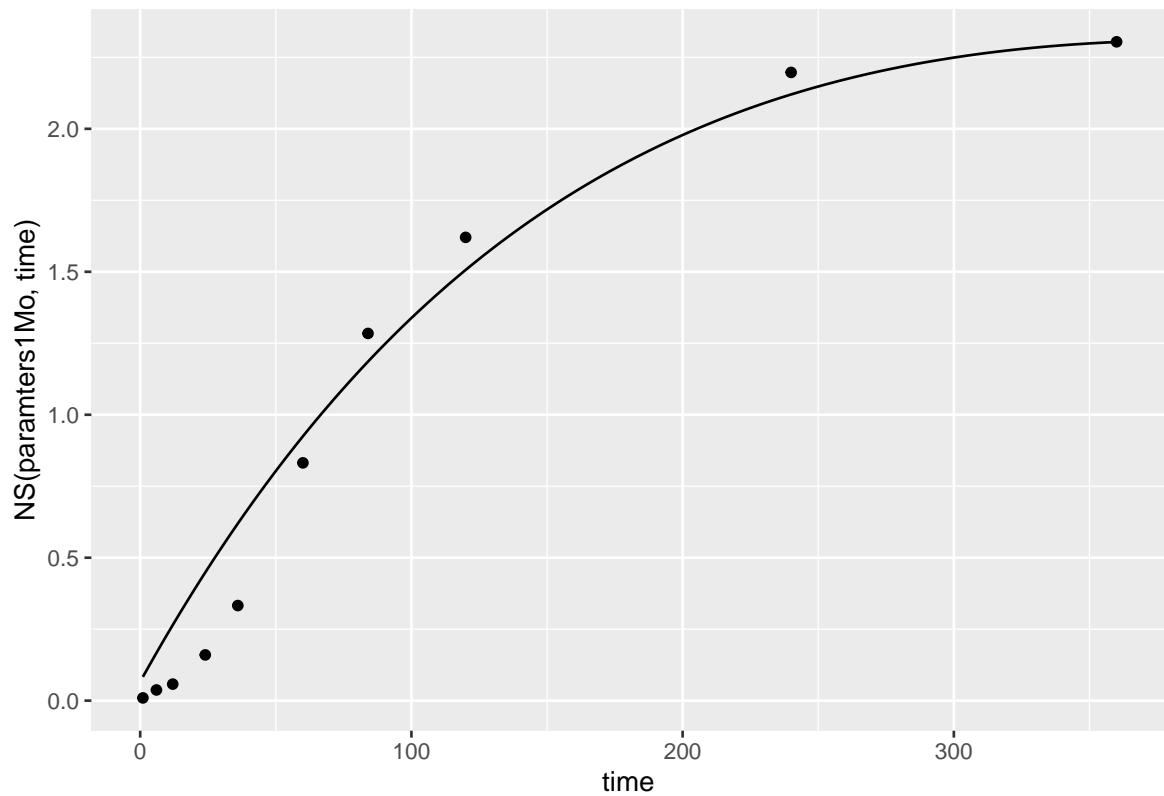
## *Capítulo 6*

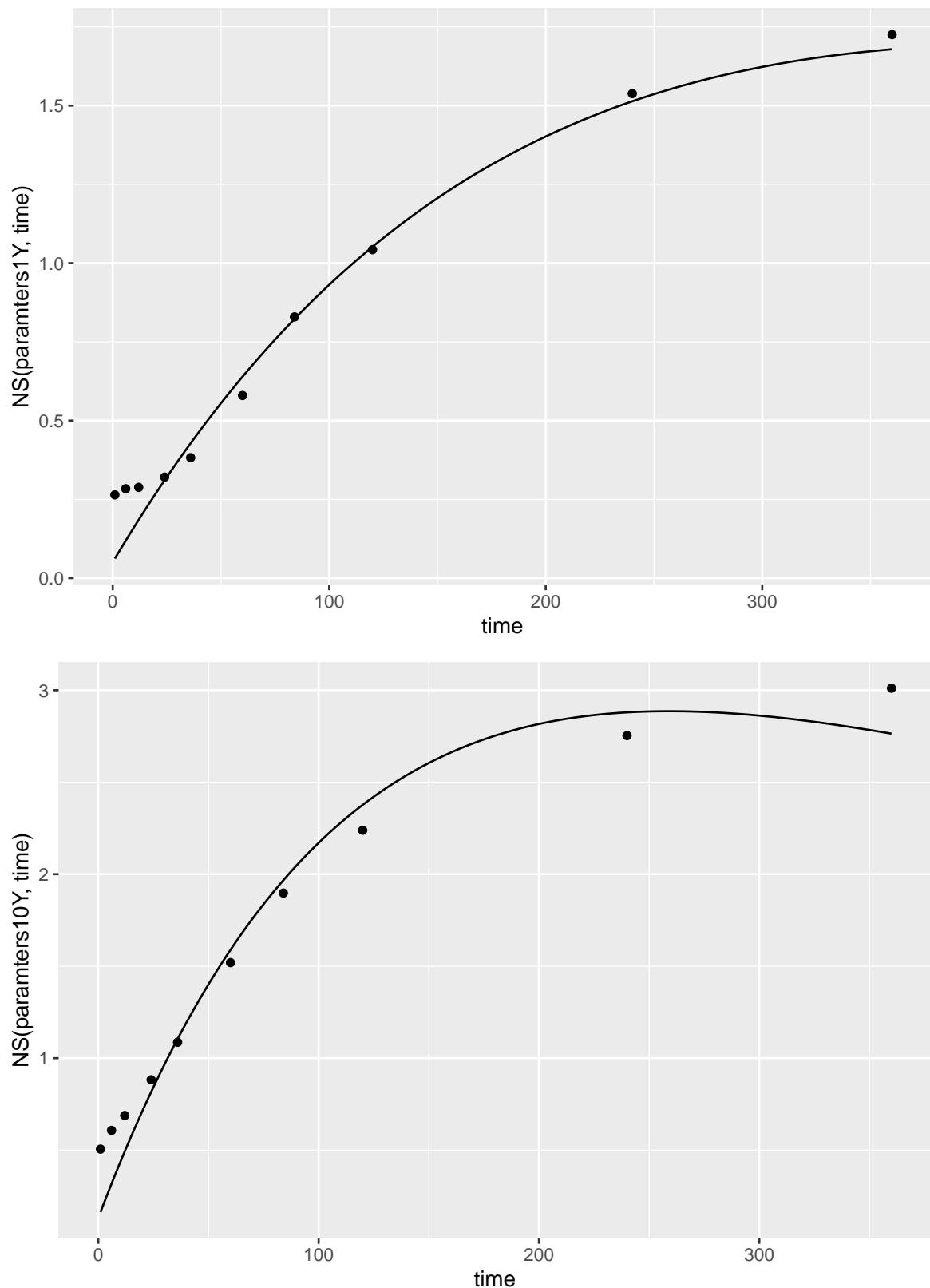
---

# Metodología 1

---

Cómo implementa la teoría expuesta en el marco teórico con sus datos, colocaremos aquí los resultados que se vayan obteniendo, incluir al menos un gráfico.





*Capítulo 7*

---

## **Conclusiones y recomendaciones 1**

---

*Capítulo 8*

---

## **Referencias bibliográficas**

---

En formato apa.

*Capítulo 9*

---

**Anexos**

---