

**ANALISIS MODEL LSTM DALAM PERAMALAN SISTEM DINAMIS  
*CHAOTIC* PERSAMAAN DIFERENSIAL KEUANGAN**

**SKRIPSI**



**Disusun oleh:**

**Izzuddin**

**11190940000052**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SYARIF HIDAYATULLAH  
JAKARTA  
2023 / 1444 H**

**ANALISIS MODEL LSTM DALAM PERAMALAN SISTEM DINAMIS  
CHAOTIC PERSAMAAN DIFERENSIAL KEUANGAN**

**SKRIPSI**

**Diajukan kepada**

**Universitas Islam Negeri Syarif Hidayatullah Jakarta**

**Fakultas Sains dan Teknologi**

**Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan Dalam  
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

Oleh:

Izzuddin

11190940000052

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA**

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SYARIF HIDAYATULLAH**

**JAKARTA**

**2023 / 1444 H**

## PERNYATAAN KEASLIAN

**DENGAN INI SAYA MENYATAKAN BAHWA SKRIPSI INI BENAR-BENAR HASIL KARYA SENDIRI YANG BELUM PERNAH DIAJUKAN SEBAGAI SKIPSI ATAU KARYA ILMIAH PADA PERGURUAN TINGGI ATAU LEMBAGA MANAPUN.**

Jakarta, 26 Januari 2023



Izzuddin

NIM. 11190940000052



## PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Izzuddin

NIM : 11190940000052

Program Studi : Matematika Fakultas Sains dan Teknologi

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, saya menyetujui untuk memberikan **Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif** (*Non-Exclusive Royalty Free Right*) kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Syarif Hidayatullah Jakarta atas karya ilmiah saya yang berjudul:

**“Analisis Model LSTM dalam Peramalan Sistem Dinamis Chaotic Persamaan Diferensial Keuangan”** Beserta perangkat yang diperlukan (bila ada). Dengan Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif ini, Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Syarif Hidayatullah Jakarta berhak menyimpan, mengalihmedia/formatkan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (*database*), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di internet dan media lain untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta izin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta. Segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta karya ilmiah ini menjadi tanggung jawab saaya sebagai penulis.

Demikian pernyataan ini yang saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di Tangerang Selatan

Pada tanggal 26 Januari 2023

Yang membuat pernyataan



(Izzuddin)

## **PERSEMBAHAN**

Skripsi ini saya persembahkan untuk kedua orang tua, keluarga, teman serta orang-orang yang berada di sekitar saya.

Saya ucapkan terima kasih karena telah mendukung dan memberikan motivasi kepada saya.

## **MOTTO**

“Bandingkanlah usaha kita dengan apa yang telah kita lakukan kemarin karena hal terbaik adalah membuat hari ini lebih baik daripada hari kemarin dan ingat untuk berdampak baik. Suatu saat, kita akan tersenyum bangga saat menyadari sudah sejauh mana kita melangkah.”



## KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Alhamdulillah Hirobbil Alamin, segala puji bagi Allah SWT atas rahmat dan karunia-Nya, skripsi dengan judul “**Analisis Model LSTM dalam Peramalan Sistem Dinamis Chaotic Persamaan Diferensial Keuangan**” dapat diselesaikan tepat pada waktunya.

Skripsi ini tidak akan selesai dengan baik dan tepat waktu tanpa adanya doa, dukungan, dan bimbingan dari berbagai pihak. Maka dari itu, penulis menyampaikan rasa terima kasih sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Nashrul Hakiem, S.Si., M.T., Ph.D selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Syarif Hidayatullah Jakarta.
2. Ibu Dr. Suma'inna, M.Si, selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Syarif Hidayatullah Jakarta dan Ibu Irma Fauziah, M.Sc, selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Syarif Hidayatullah Jakarta.
3. Bapak Taufik Edy Sutanto, M.Sc, Tech, P.hD selaku pembimbing I dan Ibu Dr. Suma'inna, M.Si selaku pembimbing II atas segala arahan, saran, dan nasihat serta ilmu yang diberikan kepada penulis sehingga skripsi ini dapat terselesaikan.
4. Kedua orang tua penulis, yaitu Ahmad dan Zubaidah atas kasih sayang yang tulus, doa, motivasi, dan dukungan kepada penulis.
5. Teman satu bimbingan dan topik terkait yang tiada henti memberikan dukungan dan semangat, yaitu Salma, Ghina, Fida, dan Dwina.
6. Sahabat penulis yang selalu memberikan dukungan dalam proses penulisan skripsi ini yaitu Vivianne, Dewi, Wisnu, Aca, Gilang, Hanan, Ikrom, dan Iqbal.
7. Teman-teman Matematika 2019 yang setia menemani selama empat tahun dan banyak berkontribusi selama perkuliahan berlangsung.
8. Seluruh pihak yang telah membantu penulis dalam penyusunan skripsi ini yang tidak dapat disebutkan satu-persatu.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih memiliki banyak ruang untuk pengembangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun guna

menyempurnakan penelitian di masa mendatang. Penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi para pembacanya.

Wassalamualaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Jakarta, 26 Januari 2023

Penulis





## ABSTRAK

**Izzuddin**, Analisis Model LSTM dalam Peramalan Sistem Dinamis *Chaotic* Persamaan Diferensial Keuangan, dibimbing oleh **Dr. Suma'inna, M.Si.** dan **Taufik Edy Sutanto, M.Sc. Tech., Ph.D**

Solusi dari sistem dinamis *chaotic* persamaan diferensial (PD) relatif lebih sulit untuk dicari. Kini, masalah tersebut dapat diselesaikan menggunakan data dan *machine learning*. Pada penelitian ini, akan dilakukan peramalan menggunakan metode *long short term memory* (LSTM) terhadap sistem dinamis *chaotic* persamaan diferensial keuangan. Untuk menentukan model terbaik, dilakukan optimasi parameter dan dievaluasi dengan *cross* validasi menggunakan metode *expanding window*. Hasil evaluasi menunjukkan LSTM memiliki *symmetric mean absolute percentage error* (SMAPE) sebesar 34.5% dan mampu melakukan peramalan terjauh hingga 100 langkah atau 10 detik ke depan dengan SMAPE sebesar 28.24%. Melalui penelitian ini, *machine learning* dan *data science* membuka potensi peramalan terhadap solusi-solusi sistem dinamis *chaotic* persamaan diferensial keuangan yang menjelaskan fenomena ekonomi saat terjadi inflasi.

**Kata Kunci:** *Expanding Window*, LSTM, Peramalan, Persamaan Diferensial Keuangan, Sistem Dinamis *Chaotic*



## ABSTRACT

**Izzuddin**, Analysis of LSTM Model in Forecasting Chaotic Dynamical System Finance Differential Equations, under supervision of **Dr. Suma'inna, M.Si.** and **Taufik Edy Sutanto, M.Sc. Tech.,Ph.D**

The solution to a chaotic dynamical system of differential equations (PD) is relatively more difficult to find. Now, these problems can be solved using data and machine learning. In this study, forecasting will be carried out using the long short term memory (LSTM) method for a chaotic dynamic system of finance differential equations. To determine the best model, optimization parameters is carried out and evaluated by cross validation using the expanding window method. The evaluation results show that LSTM has a symmetric mean absolute percentage error (SMAPE) of 34.5% and is able to perform the furthest forecasting up to 100 steps or 10 seconds ahead with a SMAPE of 28.24%. Through this research, machine learning and data science unlock forecasting potential for solutions to chaotic dynamic systems of finance differential equations that explain economic phenomena when inflation occurs.

**Keyword:** Expanding Window, Forecasting, LSTM, Finance Differential Equations, Chaotic Dynamical System



# DAFTAR ISI

<b>LEMBAR PENGESAHAN .....</b>	<b>i</b>
<b>PERNYATAAN KEASLIAN.....</b>	<b>ii</b>
<b>PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS.....</b>	<b>iii</b>
<b>PERSEMBAHAN .....</b>	<b>iv</b>
<b>MOTTO .....</b>	<b>iv</b>
<b>KATA PENGANTAR.....</b>	<b>v</b>
<b>ABSTRAK .....</b>	<b>vii</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>viii</b>
<b>DAFTAR ISI.....</b>	<b>ix</b>
<b>DAFTAR GAMBAR.....</b>	<b>xi</b>
<b>DAFTAR TABEL .....</b>	<b>xii</b>
<b>BAB I: PENDAHULUAN.....</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang Masalah.....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	3
1.3 Batasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan Penelitian.....	4
1.5 Manfaat Penelitian.....	4
<b>BAB II: LANDASAN TEORI.....</b>	<b>5</b>
2.1 Persamaan Diferensial.....	5
2.2 <i>Chaotic Dynamical System</i> .....	5
2.3 <i>Nonlinear Measures for Dynamical Systems</i> .....	6
2.3.1 <i>Sample Entropy</i> .....	6
2.3.2 <i>Lyapunov Exponents</i> .....	7
2.4 <i>Neural Network</i> .....	8
2.5 <i>Recurrent Neural Network</i> .....	10
2.6 Evaluasi Model.....	10
<b>BAB III: METODOLOGI PENELITIAN.....</b>	<b>12</b>
3.1 Sistem Persamaan Diferensial Keuangan.....	12
3.2 Manfaat Sistem PD Keuangan pada Dunia Nyata .....	13
3.3 Jenis dan Sumber Data .....	13
3.4 <i>Long Short Term Memory (LSTM)</i> .....	15
3.5 Diagram Alir Penelitian .....	18

<b>BAB IV: HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>	<b>21</b>
4.1 Analisis Data Eksplorasi (EDA) .....	21
4.2 Kemampuan Model Peramalan .....	22
4.3 Peramalan Jarak Jauh .....	24
<b>BAB V: PENUTUP .....</b>	<b>26</b>
5.1 Kesimpulan.....	26
5.2 Saran.....	26
<b>REFERENSI.....</b>	<b>27</b>
<b>LAMPIRAN.....</b>	<b>30</b>



## DAFTAR GAMBAR

<b>Gambar 2.1.</b> Ilustrasi <i>butterfly effect</i> .	6
<b>Gambar 2.2.</b> Cara kerja neuron pada <i>neural network</i> [22].	8
<b>Gambar 2.3.</b> Sistem kerja pada arsitektur <i>feed-forward</i> NN [22].	10
<b>Gambar 2.4.</b> RNN Standar.	10
<b>Gambar 3.1.</b> Grafik dari Sistem PD Keuangan.	13
<b>Gambar 3.2.</b> Grafik dari Data Keuangan.	14
<b>Gambar 3.3.</b> Arsitektur LSTM.	16
<b>Gambar 3.4.</b> Proses <i>cell state</i> $c_{t-1}$ melewati gerbang <i>forget</i> .	16
<b>Gambar 3.5.</b> Proses pembentukan kandidat <i>cell state</i> $\tilde{c}_t$ .	17
<b>Gambar 3.6.</b> Proses pembaharuan informasi pada <i>cell state</i> $c_t$ .	17
<b>Gambar 3.7.</b> Proses perhitungan nilai <i>hidden output</i> $h_t$ .	17
<b>Gambar 3.8.</b> Diagram Alir Desain Eksperimen.	18
<b>Gambar 4.1.</b> Grafik hasil tren dan seasonalitas dari masing-masing variabel.	22
<b>Gambar 4.2.</b> Grafik Hasil Model LSTM dengan Parameter yang Dioptimasi.	24
<b>Gambar 4.3.</b> Tren SMAPE dari Hasil Peramalan Jarak Jauh.	25

## DAFTAR TABEL

Tabel 3.1. Sampel Data Keuangan.....	14
Tabel 4.1. Statistika Deskriptif. ....	21
Tabel 4.2. <i>Non-linear Measures for Dynamical System</i> .....	22
Tabel 4.3. Parameter dari Tiap Model yang Dioptimasi.....	23
Tabel 4.4. Hasil <i>GridCV</i> untuk LSTM.....	23



# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Clive Humby pernah menyatakan, “Data adalah minyak baru”. Sebuah representasi yang tepat untuk menggambarkan kondisi data di zaman digital dan teknologi kini. Melalui teknologi dan digitalisasi, segala aktivitas manusia dapat terekam dengan mudah dan tersimpan di dalam sebuah sistem yang disebut dengan *cloud*. Berdasarkan data dari I, per 4 November 2022, pengguna internet di dunia berjumlah 4,66 miliar yang mampu menghasilkan data berukuran 1,1 kuadriliun *megabytes* (MB) dan konsumsi data di dunia mencapai 94 *zetabytes*, yang satu nilainya setara dengan unit informasi sebanyak  $10^{21}$  [1] hingga akhir 2022 [2]. Dengan fantastisnya angka tersebut, data menjadi sangat krusial karena mengandung informasi personal dan/atau suatu kelompok atau beberapa kelompok tertentu. Dari informasi-informasi yang didapat dari data, manusia bisa menemukan pola-pola perilakunya dan wawasan terkait aktivitas selama hidup di dunia sehingga data menjadi dasar dari faktor pentingnya pengambilan keputusan atau sumber pengetahuan yang valid dan komprehensif. Atas dasar hal tersebut, perusahaan-perusahaan sampai menginvestasikan dana yang besar untuk sistem terbaik dalam membangun dan menjaga ekosistem data. Sebuah riset dari McKinsey, yang disurvei terhadap perusahaan-perusahaan dari berbagai jenis industri, menunjukkan rata-rata *spending* terendah adalah 106 miliar dolar dalam rentang tahun 2019 hingga 2021 [3].

Menyadari konsumsi dan volume data yang besar setiap harinya, ramai pengaplikasian *data science* yang berkaitan erat dengan *artificial intelligence* (AI). Dengan keterbatasan manusia dan besarnya energi yang harus dikeluarkan untuk mengolah data secara manual, manusia memerlukan kecepatan dan ketepatan yang tinggi. Tentunya, karakteristik tersebut datang dari komputer dan proses pemecahan masalah menggunakan komputer disebut komputasi [4]. Sama dengan konsep komputasi, AI atau kecerdasan buatan membantu memecahkan masalah yang dihadapi dalam kehidupan sehari-hari, terutama masalah-masalah yang berkaitan dengan kognitif manusia. Karena konsep AI yang ‘menduplikasi’ kemampuan kognitif manusia, komputer juga belajar melalui data untuk menyelesaikan masalah yang diberikan dengan mempelajari pola-pola dan karakteristik penyelesaiannya [5]. Hingga saat ini, sudah banyak pengaplikasian AI di berbagai jenis bidang dan telah memberikan dampak yang bermanfaat dalam aktivitas manusia sehari-hari, termasuk *computer vision*, *natural language processing*, dan *voice recognition*.

Dari perkembangan AI yang pesat sehingga mampu menyelesaikan masalah yang kompleks dalam aktivitas manusia, para peneliti di bidang data tertarik untuk mengulik sistem dinamis *chaotic* dengan menggunakan *machine learning* beberapa tahun ke belakang ini. Sistem dinamis *chaotic* merupakan salah satu topik penting yang mengombinasikan matematika, fisika, dan teknik serta menangkap ketertarikan dan keingintahuan masyarakat publik [6]. Sistem dinamis *chaotic* merupakan model matematika yang dibentuk dalam persamaan diferensial (PD). Beberapa sistem yang terkenal adalah sistem persamaan Lorenz (1963), El Niño-Southern Oscillation (1986), dan Keuangan (2006) [7] [8] [9]. Sistem *chaos* ini memiliki perilaku *chaotic* yang merupakan bentuk dari keacakan dan ketidakpastian. Namun dengan menentukan kondisi awal secara tepat menyiratkan bahwa perubahan masa depan ditentukan secara unik (*uniquely determined*), yaitu tidak ada keacakan atau ketidakpastian. Walaupun memiliki pola yang sulit dan tingkat kompleksitas yang tinggi, para peneliti berusaha mencari hikmah dan pencerahan dari topik ini sehingga tidak menjadi ilmu yang sia-sia, sebagaimana perintah Allah swt. dalam Al-Quran surat Ali Imran ayat 191:

الَّذِينَ يَذْكُرُونَ اللَّهَ قِيَامًا وَقُعُودًا وَعَلَىٰ جُنُوبِهِمْ وَيَتَفَكَّرُونَ فِي خَلْقِ السَّمَوَاتِ وَالْأَرْضِ رَبَّنَا مَا خَلَقْتَ هَذَا بَطِيلًا سُبْحَانَكَ فَقِنَا عَذَابَ النَّارِ

Artinya: “(yaitu) orang-orang yang mengingat Allah sambil berdiri, duduk atau dalam keadaan berbaring, dan mereka memikirkan tentang penciptaan langit dan bumi (seraya berkata), "Ya Tuhan kami, tidaklah Engkau menciptakan semua ini sia-sia; Mahasuci Engkau, lindungilah kami dari azab neraka.”

Penelitian terhadap sistem dinamis *chaotic* menggunakan *machine learning* sudah dilakukan oleh M. Raissi dkk. (2018), William Gilpin (2021), dan Shahrokh Shahi dkk. (2022). Penelitian M. Raissi dkk. (2018) menggunakan metode *physics-informed neural networks* yang mencari solusi-solusi dan menemukan persamaan diferensial parsial melalui data dan mengintegrasikan persamaan diferensial yang dicari sebagai bagian dari optimasi [10]. Selanjutnya, William Gilpin (2021) melakukan penelitian sebagai tolok ukur untuk peramalan dan *data-driven modelling* berdasarkan 131 sistem dinamis *chaotic* yang sudah dikenatahui dan mencakup bidang, seperti keuangan menggunakan enam belas model peramalan dari yang metode klasik hingga metode *deep learning* yang dievaluasi menggunakan *symmetric mean absolute percentage error* (SMAPE) [11]. Dalam penelitian lain, Shahrokh Shahi dkk. (2022) melakukan peramalan menggunakan PD Mackey-Glass, sistem PD Lorenz, dan sistem PD El Niño-Southern Oscillation (ENSO) dengan tiga metode, yaitu *gated recurrent neural*



*network/gated* RNN (yang terdiri dari *long short-term memory*/LSTM dan *gated recurrent unit*), *echo state network* (ESN), dan *nonlinear vector autoregressive model* (NVAR) yang dievaluasi dengan RMSE. Hasilnya adalah walaupun RNN sukses dalam peramalan data runtun waktu secara general pada kebanyakan kasus *machine learning*, penelitian tersebut menunjukkan ESN dan NVAR lebih menjanjikan dalam melakukan peramalan jarak jauh dari data runtun waktu yang *chaotic* [12].

Berdasarkan uraian di atas, peneliti termotivasi untuk meneliti model LSTM dalam melakukan peramalan pada sistem dinamis *chaotic* persamaan diferensial keuangan. Pada penelitian ini, data yang digunakan adalah hasil dari penelitian William Gilpin (2021) [11]. Selanjutnya, improvisasi dari yang dilakukan Shahrokh Shahi dkk. (2022) [12] adalah evaluasi menggunakan metode *expanding window* untuk memvalidasi tingkat akurasi model. *Expanding window* adalah sub data sekuensial dari data runtun waktu sebagai input dan terus bertambah tanpa mengurangi data awal yang digunakan untuk memprediksi nilai pada runtun waktu berikutnya. Sistem dinamis *chaotic* persamaan diferensial keuangan juga menarik untuk dibahas karena membahas fenomena ekonomi saat terjadi inflasi.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan pemaparan latar belakang pada penelitian ini, rumusan masalah yang akan dibahas meliputi:

1. Bagaimana kemampuan model LSTM yang dievaluasi dengan *expanding window* untuk meramal nilai-nilai sistem dinamis *chaotic* persamaan diferensial *Keuangan* berdasarkan nilai SMAPE.
2. Bagaimana kemampuan jangka panjang model LSTM dalam peramalan nilai-nilai sistem dinamis *chaotic* persamaan diferensial *Keuangan*.

## 1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Penelitian ini bukan mencari solusi eksak dari sistem persamaan diferensial yang dibahas.
2. Sistem persamaan diferensial pada penelitian ini telah ditentukan parameter dan kondisi awalnya.

3. Data-data yang didapat dalam penelitian ini merupakan hasil pra-komputasi dari penelitian sistem persamaan diferensial keuangan terdahulu.
4. Penelitian ini fokus pada kemampuan model *machine learning* dalam melakukan peramalan nilai-nilai pada sistem *chaotic* PD keuangan.

#### 1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari dilaksanakannya penelitian ini adalah:

1. Mengukur kemampuan model LSTM dengan evaluasi *expanding window* untuk meramal nilai-nilai sistem *chaos* persamaan diferensial Keuangan berdasarkan nilai SMAPE.
2. Mengetahui seberapa jauh model LSTM dalam melakukan peramalan (*long-term forecasting*) nilai-nilai sistem *chaos* persamaan diferensial keuangan.

#### 1.5 Manfaat Penelitian

Melalui penelitian ini, peneliti berharap implementasi peramalan dari sistem *chaotic* PD keuangan bisa dijadikan referensi dalam menemukan fenomena-fenomena ekonomi yang sulit dianalisis dan diprediksi untuk ke depannya. Selain itu, penelitian ini diharapkan dapat menambah wawasan dalam melakukan peramalan pada sistem *chaotic* PD keuangan.

## BAB II

### LANDASAN TEORI

#### 2.1 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial (PD) adalah persamaan yang memuat turunan dari satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu atau lebih variabel bebas [13]. Klasifikasi PD dibagi menjadi dua, yaitu Persamaan Diferensial Biasa (PDB) dan Persamaan Diferensial Parsial (PDP). PDB adalah persamaan yang memuat turunan dari satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu variabel bebas. PDP adalah persamaan yang memuat turunan dari satu atau lebih variabel tak bebas terhadap dua atau lebih variabel bebas.

PDB juga memiliki beberapa klasifikasi. Dari linieritasnya, PDB dibagi ke dalam dua jenis, yaitu linier dan non-linier. Berdasarkan definisi [13], PDB dikatakan linier jika memenuhi:

1. variabel-variabel tak bebas dan semua turunannya muncul dalam derajat satu;
2. tidak ada perkalian antara variabel-variabel tak bebas dan/atau turunannya; dan
3. tidak ada fungsi transenden dari variabel-variabel tak bebas dan/atau turunannya.

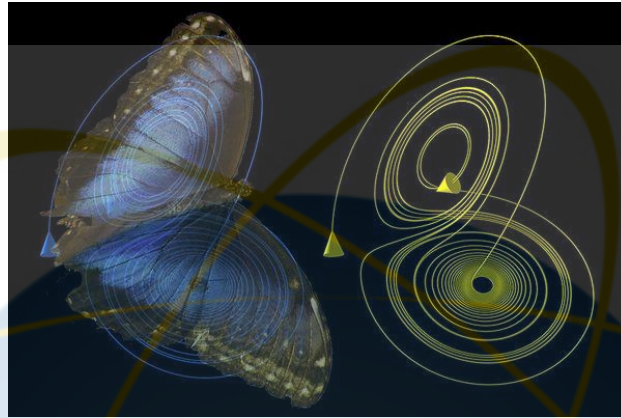
Dalam PDB linier, juga terdapat PDB linier homogen dan non-homogen serta dengan koefisien konstan atau tidak. Sedangkan, PDB non-linier adalah PDB yang tidak linier atau dapat dikatakan jika minimal satu dari ketiga syarat di atas tidak terpenuhi.

#### 2.2 Chaotic Dynamical System

Sistem dinamis adalah sistem yang statusnya ditentukan secara unik oleh sekumpulan variabel, bergantung pada waktu, dan yang perilakunya dijelaskan oleh aturan yang telah ditentukan sebelumnya [14]. David P. Feldman [15] menyatakan persamaan diferensial adalah sistem dinamis. Sistem dinamis tidak selalu memiliki sifat dinamis sederhana dan bisa menunjukkan perilaku kompleks yang mengejutkan, menunjukkan transisi dadakan, dan juga dapat berkembang dengan cara yang tidak dapat dibedakan dari acak (*chaotic*). Selanjutnya, David P. Feldman juga menjelaskan dan merangkum dari beberapa pernyataan peneliti, sebuah sistem dinamis bersifat *chaotic* jika memiliki semua sifat berikut [15] [16]:

1. Memiliki kumpulan titik yang padat dengan orbit yang periodik.

2. Sensitif terhadap kondisi awal sistem (sehingga titik-titik terdekat di awal bisa berubah secara cepat ke kondisi yang berbeda), atau dikenal dengan *butterfly effect* dan berbentuk pola seperti Gambar 2.1 [17].
3. Transitif secara topologi [18].



**Gambar 2.1.** Ilustrasi *butterfly effect*.

Sebagai tambahan, terdapat beberapa sistem *chaotic* yang aperiodik. Salah satu cara untuk menentukan tingkat kompleksitas dari sistem dinamis yang *chaotic* adalah dengan menghitung *sample entropy* dan *lyapunov exponent*-nya.

## 2.3 Nonlinear Measures for Dynamical Systems

Beberapa ukuran yang dapat menyatakan keacakan dan ketidakpastian suatu sistem dinamis adalah *sample entropy* dan *lyapunov exponent* [19].

### 2.3.1 Sample Entropy

*Entropy* adalah properti statistik dari sistem dinamis yang berhubungan dengan perolehan informasi dari waktu ke waktu saat sistem diamati [11]. Namun, metode estimasi entropi dari sebuah sistem yang direpresentasikan dalam runtun waktu tidak cocok untuk menganalisis dataset yang pendek dan *noisy* [20]. Pincus memperkenalkan *approximate entropy* (ApEn), serangkaian pengukuran dari kompleksitas sistem yang erat terkait dengan entropi, yang mudah diaplikasikan dalam data runtun waktu [21]. ApEn dalam penerapannya menunjukkan hasil yang tidak konsisten sehingga Richman dan J. Randall mengembangkan *sample entropy* (SampEn) [20]. Karena berkaitan erat dengan entropi, nilai SampEn yang semakin kecil juga berarti menunjukkan regularitas di dalam data runtun waktunya.

Misal N adalah panjang data runtun waktu, m adalah panjang dari barisan yang ingin dibandingkan, dan r adalah toleransi untuk menerima kesamaan, Richman dan J. Randall mendefinisikan *sample entropy* secara formal sebagai [20]:

$$\text{SampEn}(m, r, N) = -\ln \frac{A^m(r)}{B^m(r)}$$

dengan

$$A^m(r) = (N - m)^{-1} \sum_{i=1}^{N-m} A_i^m(r)$$

$$B^m(r) = (N - m)^{-1} \sum_{i=1}^{N-m} B_i^m(r)$$

### 2.3.2 Lyapunov Exponents

David P. Feldman menyebutkan bahwa *lyapunov exponents* adalah sebuah cara standar untuk mengukur tingkat sensitivitas perilaku sistem dinamis terhadap kondisi awalnya [15]. Persamaan untuk menghitung nilai *lyapunov exponents* dirumuskan sebagai berikut:

$$D(t) \approx D_0 e^{\lambda t}$$

dengan

$$D_0 = |x_0 - y_0|$$

$$D_t = |x_t - y_t|$$

dimana

$x_0$  adalah  $x$  pada kondisi awal

$y_0$  adalah  $y$  pada kondisi awal

$x_t$  adalah  $x$  pada waktu  $t$

$y_t$  adalah  $y$  pada waktu  $t$

$e$  adalah konstanta ( $e = 2.71828182845904$ )

$\lambda$  adalah *lyapunov exponent*

Jika suatu sistem dinamis memiliki *lyapunov exponent* positif, maka sistem dinamis tersebut bersifat *chaos* dan *lyapunov exponent* dapat dianggap sebagai tingkat eksponensial rata-rata di mana kesalahan prediksi meningkat karena ketergantungan yang sensitif pada kondisi awal [15]. Dalam kata lain, *lyapunov exponent* menyatakan tingkat kestabilan sistem. Dari perhitungan *lyapunov exponents*, dapat disimpulkan bahwa sistem dinamis yang *chaotic* memiliki setidaknya satu nilai positif *lyapunov exponent*.

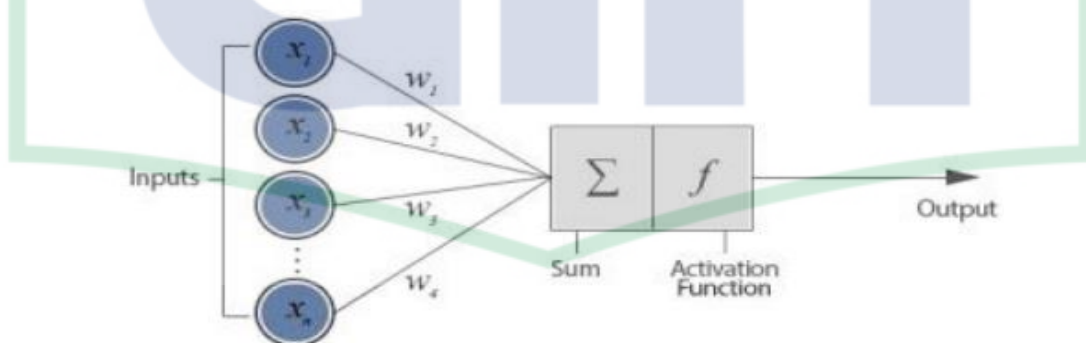
## 2.4 Neural Network

*Neural network* (NN) adalah suatu metode *machine learning* yang terinspirasi dari struktur dan fungsi otak manusia [22]. NN tersusun dari beberapa unit proses yang disebut *node* atau neuron. Setiap neuron akan mempunyai *input* seperti dendrit dan menghasilkan suatu *output* seperti akson. Di dalam neuron tersebut, sebelum menghasilkan output, seluruh *input* dikalikan dengan bobotnya dan dijumlahkan, kemudian hasilnya dimasukkan ke dalam fungsi non-linier yang disebut fungsi aktivasi.

Misal  $x$  adalah vektor masukan,  $w$  adalah vektor bobot,  $\odot$  adalah operasi perkalian *element-wise*,  $b$  adalah bias,  $f$  adalah fungsi aktivasi, dan  $y$  adalah keluaran atau *output*. NN dapat didefinisikan sebagai:

$$y(x) = f(w \odot x + b).$$

Gambar 2.2 menunjukkan cara kerja suatu neuron pada NN.



**Gambar 2.2.** Cara kerja neuron pada *neural network* [22].

Beberapa contoh fungsi aktivasi yang umum digunakan dalam *neural network* adalah sebagai berikut:



- fungsi sigmoid ( $\sigma$ ):

$$\sigma(p) = \frac{1}{1 + e^{-p}},$$

- tan hiperbolik:

$$\tanh(p) = \frac{e^p - e^{-p}}{e^p + e^{-p}},$$

- *Rectrified Linear Units* (ReLU):

$$\text{ReLU}(p) = \max(0, p),$$

Pada masalah regresi yang memerlukan nilai kontinu pada keluarannya, fungsi aktivasi yang digunakan adalah fungsi aktivasi linier:

$$a(\Psi) = \Psi.$$

Secara umum, NN terbentuk dari tiga bagian. Bagian-bagian tersebut disebut dengan lapisan (*layer*). Lapisan-lapisannya kemudian dibagi lagi menjadi beberapa jenis, di antaranya adalah:

- *Input layer*

*Input layer* adalah lapisan yang berfungsi untuk menerima masukan dari data.

- *Hidden layer*

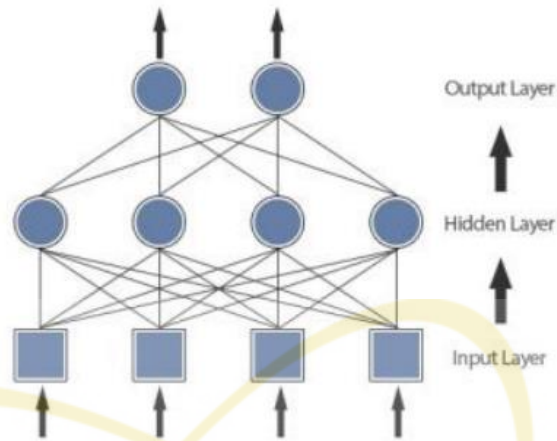
*Hidden layer* adalah lapisan yang terdiri dari neuron yang berfungsi untuk mempelajari pola dari proses atau sistem yang dianalisis. Sebagian besar pemrosesan internal dari suatu jaringan dilakukan pada lapisan ini.

- *Output layer*

*Output layer* adalah lapisan yang terdiri dari neuron yang berfungsi untuk menghasilkan keluaran terakhir pada jaringan yang merupakan hasil dari proses yang dilakukan oleh neuron pada lapisan sebelumnya.

*Feed-forward NN* (FFNN) adalah salah satu arsitektur NN yang setiap neuronnya terhubung dengan neuron-neuron pada lapisan berikutnya. Seluruh informasi dari *input layer* dialirkan ke neuron-neuron pada lapisan berikutnya hingga menghasilkan output terakhir pada output layer. Proses FFNN dapat dilihat dalam ilustrasi Gambar 2.3 berikut.

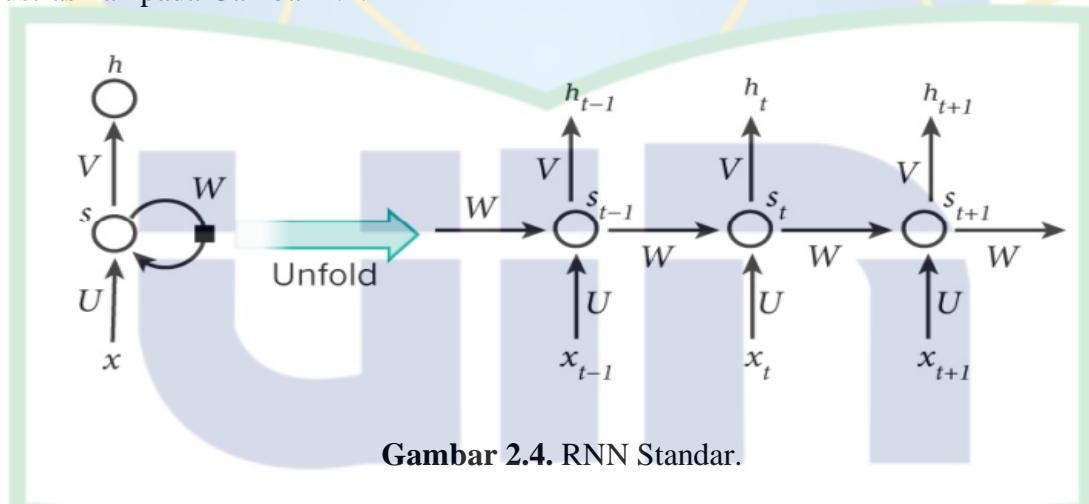




**Gambar 2.3.** Sistem kerja pada arsitektur *feed-forward* NN [22].

## 2.5 Recurrent Neural Network

*Recurrent neural network* (RNN) adalah sebuah tipe spesial dari *neural network* untuk memproses data sekuensial [22]. Fitur utama RNN adalah *hidden state* yang menjaga memori dari elemen-elemen sebelumnya pada barisan data yang ada. RNN paling sederhana diilustrasikan pada Gambar 2.4.



**Gambar 2.4.** RNN Standar.

Pada waktu  $t$ , RNN mendapatkan input elemen  $x_t$  barisan sekarang dan *hidden state* dari urutan sebelumnya  $s_{t-1}$ . Selanjutnya, *hidden state* diperbarui ke  $s_t$  dan akhirnya keluaran dari *network*  $h_t$  dihitung. Dalam cara ini keluaran  $h_t$  saat ini bergantung pada semua input  $x'_{t'}$  sebelumnya (untuk  $t' \leq t$ ).  $U$  adalah matriks antara input dan *hidden layers* mirip dengan NN biasa.  $W$  adalah matrix *weight* untuk *hidden* ke transisi keluaran.

## 2.6 Evaluasi Model

Dalam melakukan peramalan, terlebih pada kasus dunia nyata, pasti terdapat *gap* antara nilai prediksi dan nilai aktual. Hal ini yang biasa dikenal dengan *error* atau galat. Salah satu

pengukuran galat yang sering digunakan untuk membandingkan performa peramalan adalah *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) [23]. Perhitungan nilai MAPE menggunakan rumus sebagai berikut:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|A_t - F_t|}{|A_t|}$$

di mana  $A_t$  adalah nilai aktual,  $F_t$  adalah nilai prediksi, dan  $n$  adalah jumlah data yang diobservasi. Akan tetapi, MAPE memiliki kekurangan, yaitu MAPE akan menjadi tak terdefinisi jika  $A_t = 0$  serta MAPE menaruh “penalti” lebih besar terhadap galat negatif dibanding galat yang positif.

Salah satu pengukuran lain yang terkenal dan merupakan penanganan masalah yang muncul dari MAPE adalah *Symmetric Mean Absolute Percentage Error* (SMAPE). SMAPE dihitung dengan menggunakan rumus berikut:

$$SMAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|A_i - F_i|}{(|A_i| + |F_i|)/2}$$

dengan  $A_i$  adalah nilai aktual,  $F_i$  adalah nilai prediksi, dan  $n$  adalah jumlah data yang diobservasi. Pada pengujian ini, jika tingkat *error* yang dihasilkan semakin rendah maka performa model akan semakin baik. Namun jika tingkat *error* yang dihasilkan semakin tinggi, maka akan semakin buruk performa modelnya. Tolak ukur nilai SMAPE yang masih bisa diterima adalah 40% [11].

## BAB III

### METODOLOGI PENELITIAN

Kesuksesan besar dari machine learning selalu memberikan dampak pada banyak bidang keilmuan. Khususnya untuk kehadiran data yang memadai, aplikasi dari algoritma berbasis *learning* menunjukkan hasil yang menjanjikan, seperti dalam rekognisi citra digital. Dengan pengembangan yang semakin pesat, kini *machine learning* mampu menerapkan pendekatan *data-driven* untuk pengaplikasian antar disiplin yang lebih luas, yaitu fisika dan teknik [11]. Menemukan solusi numerik terhadap sistem dinamis yang berasal dari observasi sistem alami atau rekayasa menggambarkan esensi dari mekanika komputasi. Pada bab ini, akan dijelaskan lebih detail mengenai metode dan alur yang digunakan dalam penelitian.

#### 3.1 Sistem Persamaan Diferensial Keuangan

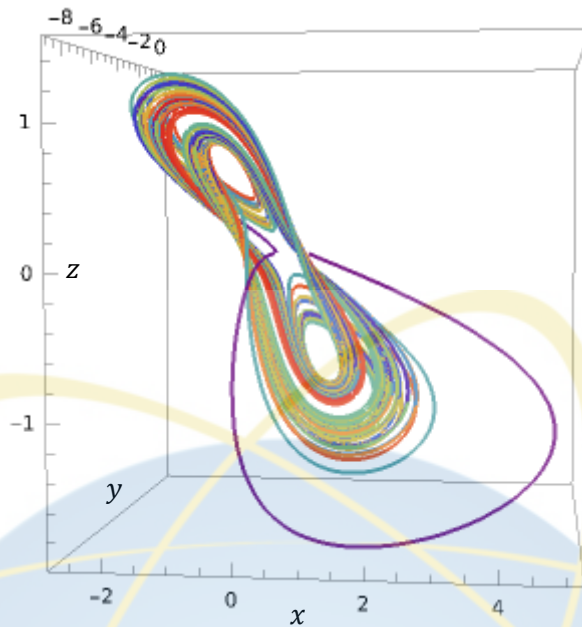
Dalam bidang keuangan, saham dan ekonomi sosial, karena interaksi antara faktor-faktor nonlienar, dengan proses evolusi dari dimensi rendah ke dimensi tinggi, perbedaan dan kompleksitas yang ada telah dimanifestasikan di dalam struktur internal dari sistem dan terdapat fenomena yang sangat rumit dan karakteristik eksternal dalam sistem seperti itu. Sistem PD yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut [9]:

$$\frac{dx}{dt} = \left(\frac{1}{b} - a\right)x + z + xy$$

$$\frac{dy}{dt} = -by - x^2$$

$$\frac{dz}{dt} = -x - cz$$

dengan  $x$  merepresentasikan suku bunga,  $y$  merepresentasikan permintaan investasi,  $z$  merepresentasikan harga eksponen,  $a$  merepresentasikan simpanan,  $b$  merepresentasikan biaya pra-investasi, dan  $c$  merepresentasikan elastisitas permintaan iklan. Keadaan awal dari sistem di atas adalah  $x(0) = 0.1, y(0) = 0.23, z(0) = 0.31$  dengan menetapkan parameter  $a = 0.001, b = 0.2, c = 1.1$ . Karena  $a$  merupakan nilai simpanan dan memiliki nilai yang kecil, setelah disimulasikan, muncul sifat *chaos* di mana menggambarkan kondisi inflasi terjadi. Gambar 3.1 menunjukkan ilustrasi sistem dinamis *chaotic* sistem PD keuangan dalam dimensi 3. Terlihat bahwa solusi-solusi numerik yang ditemukan membentuk sebuah pola yang dikenal dengan *butterfly effect* [17].



**Gambar 3.1.** Grafik dari Sistem PD Keuangan.

### 3.2 Manfaat Sistem PD Keuangan pada Dunia Nyata

Dibandingkan dengan ekonomi tradisional, *chaotic economics* sepenuhnya dianggap sebagai interaksi nonlinier dari aktivitas ekonomi dalam pemodelan ekonomi. Tidak seperti ekonomi tradisional, dipercaya bahwa waktu tidak bisa diputarbalikkan; dengan evolusi waktu, sistem selalu memiliki keadaan baru, tidak berulang, memiliki koneksi antara penyebab dan hasil yang tidak unik, tetapi hubungan kausal siklik. Kehadiran nonlinier *economics*, khususnya *chaotic economics*, telah membawa kepada perubahan dramatis dalam studi ekonomi. *Chaos theory* menyediakan manusia dengan alat analitik yang penting. Dinamika penting, seperti *attraction*, *bifurcation*, *mutation*, dan sistem *chaos of complex economic* bisa dianalisis dengan metode *dynamic nonequilibrium*. Oleh karena itu, hal ini bisa mencapai kontrol dari fenomena *chaos* tertentu pada bidang ekonomi atau mengungkap beberapa aturan tersembunyi di belakang fenomena ekonomi [9].

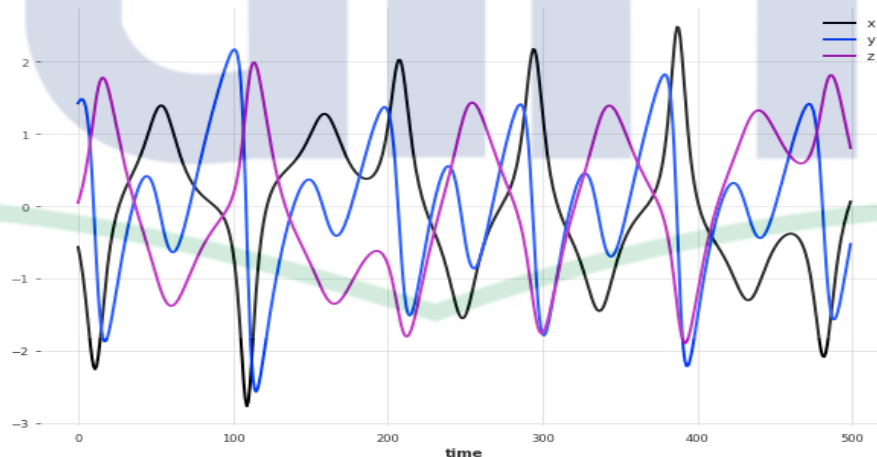
### 3.3 Jenis dan Sumber Data

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data sekunder, yaitu dataset dari modul *dysts* dalam Python. Dataset berisi nilai-nilai dari solusi numerik berdasarkan waktu terhadap beberapa Persamaan Diferensial Biasa, salah satunya Keuangan, yang diteliti oleh William Gilpin, seorang peneliti di Quantitative Biology Initiative, Universitas Harvard [11]. Di dalamnya, terdapat 1000 data latih dan 1000 data tes yang datanya terdiri dari 3 variabel, yaitu *values\_0*, *values\_1*, dan *values\_2* (dari 3 variabel, secara berturut-turut, yaitu *x*, *y*, dan *z*)

dengan rentang waktu 0 sampai 98.915498 dan  $x$  merepresentasikan suku bunga,  $y$  merepresentasikan permintaan investasi, dan  $z$  merepresentasikan harga eksponen. Dalam penelitian ini, data latih dan tes akan disatukan menjadi urutan nilai-nilai yang bergantung waktu yang berjumlah 2000 titik data. Sampel dari himpunan data tersebut disajikan pada Tabel 3.1 serta ilustrasi sampel data dalam bentuk grafik dapat dilihat pada Gambar 3.2. Selanjutnya, 2000 data yang sudah disiapkan dibagi menjadi data latih model dan data tes untuk menguji performa model dengan komposisi 95% untuk data latih (sebanyak 1900 data) dan 5% untuk data tes (sebanyak 100 data).

Tabel 3.1. Sampel Data Keuangan.

	x	y	z
0	-0.564113	1.424947	0.048304
1	-0.672268	1.462670	0.119998
2	-0.798440	1.482848	0.199040
3	-0.945499	1.479806	0.287198
4	-1.113814	1.444472	0.386129
5	-1.302904	1.367513	0.497354
6	-1.509781	1.236431	0.622374
7	-1.722942	1.040370	0.760910
8	-1.927390	0.770914	0.911720



**Gambar 3.2.** Grafik dari Data Keuangan.

Rujukan dari dataset di atas dapat diakses melalui halaman: ([dysts/dysts at master · williamgilpin/dysts · GitHub](https://github.com/dysts/dysts)). Untuk melakukan peramalan, dilakukan *feature engineering* di dalam modul yang digunakan, yaitu *darts* di mana data dibuat seperti permasalahan regresi.

Pembahasan lengkap terkait *feature engineering* dalam *time series* peramalan bisa dibaca melalui <https://www.trainindata.com/p/books> [24].

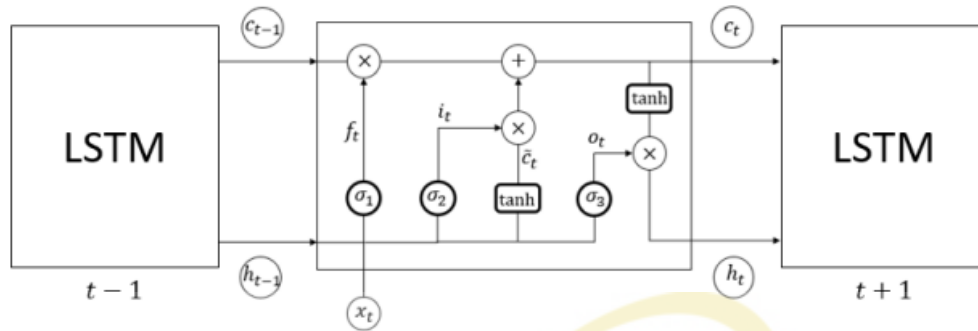
### 3.4 Long Short Term Memory (LSTM)

RNN rentan terhadap *vanishing* dan *exploding gradients* sehingga LSTM diperkenalkan dan menjadi salah satu varian paling populer dari RNN [12]. LSTM dengan arsitektur *memory cell* memungkinkan metode ini bisa memilih informasi mana yang harus dipertahankan dan mana yang harus dilupakan, membuat LSTM lebih *robust* terhadap gangguan yang tidak berkaitan. Secara lengkap, LSTM dengan *hidden state*  $h_t$  dihitung menggunakan persamaan berikut:

$$\begin{aligned} i_t &= \sigma(W_i x_t + U_i h_{t-1} + b_i), \\ f_t &= \sigma(W_f x_t + U_f h_{t-1} + b_f), \\ o_t &= \sigma(W_o x_t + U_o h_{t-1} + b_o), \\ \tilde{c}_t &= \tanh(W_c x_t + U_c h_{t-1} + b_c), \\ c_t &= f_t \odot c_{t-1} + i_t \odot \tilde{c}_t, \\ h_t &= \tanh(c_t) \odot o_t, \end{aligned}$$

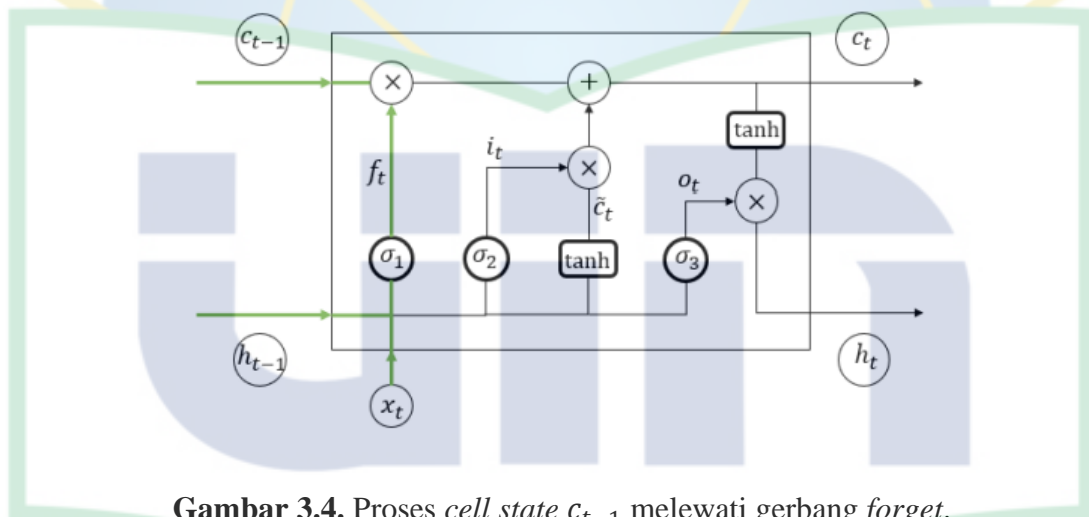
dimana  $i_t$ ,  $o_t$ , dan  $f_t$  menunjukkan input, output, dan gerbang *forget* saat waktu  $t$ ;  $x_t$  adalah vektor input;  $W_*$  dan  $U_*$  adalah matrix-matrix *weight* yang bersama dengan bias  $b_*$  adalah parameter yang dapat dilatih dan disesuaikan selama proses latih;  $c_t$  melambangkan memori internal dari unit LSTM yang diketahui sebagai *cell state*; dan  $\tilde{c}_t$  adalah sel input vektor aktivasi [12]. Di dalam persamaan-persamaan ini, tiap  $\sigma$  menandakan fungsi sigmoid dan  $\odot$  melambangkan multiplikasi element Hadamard. Secara arsitektur, LSTM terlihat pada Gambar 3.3.





**Gambar 3.3.** Arsitektur LSTM.

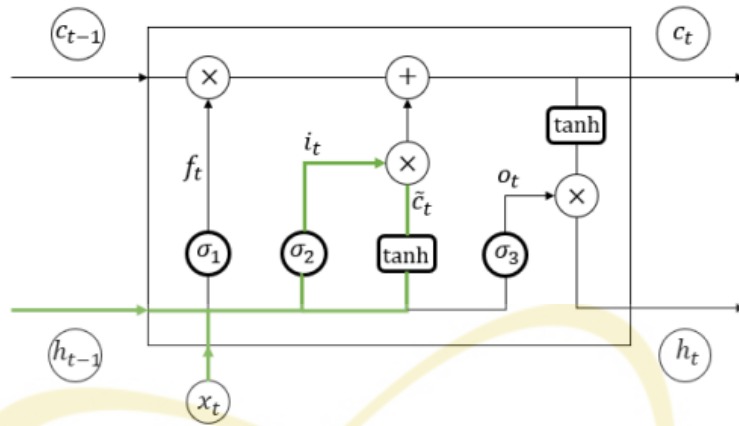
Informasi yang dibawa oleh *cell state*  $c_{t-1}$  sebelumnya akan ditentukan untuk dilupakan atau diteruskan ke unit berikutnya dengan mengalikan nilai  $c_{t-1}$  dan gerbang *forget*  $f_t$  dengan masukan  $x_t$  dan  $h_{t-1}$ . Situasi tersebut terjadi karena fungsi sigmoid pada gerbang *forget* akan menghasilkan nilai pada interval  $[0,1]$ . Jika nilai gerbang *forget* sama dengan 0, maka informasi dari  $c_{t-1}$  akan dilupakan. Sebaliknya, jika nilai gerbang *forget* lebih dari 0, maka akan ada informasi yang diteruskan dari  $c_{t-1}$ .



**Gambar 3.4.** Proses *cell state*  $c_{t-1}$  melewati gerbang *forget*.

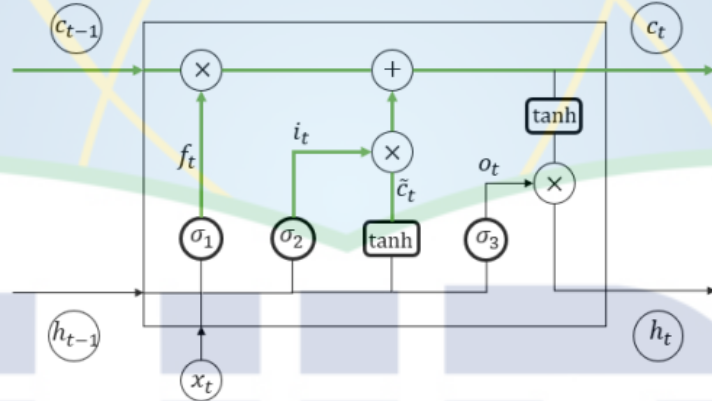
Pada proses selanjutnya, informasi baru dari  $x_t$  dan  $h_{t-1}$  akan diubah menjadi kandidat *cell state*  $\tilde{c}_t$  dengan fungsi aktivasi tanh (tan hiperbolik). Informasi baru tersebut akan ditentukan untuk digunakan atau tidak dengan melewati gerbang *input*  $i_t$  seperti cara kerja gerbang *forget*.





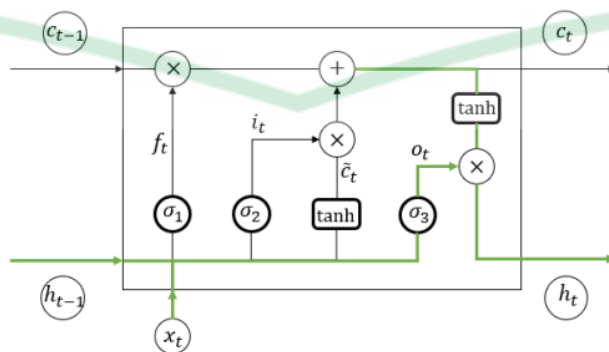
**Gambar 3.5.** Proses pembentukan kandidat *cell state*  $\tilde{c}_t$ .

Setelah itu, nilai dari  $c_t$  diperbaharui dengan cara menjumlahkan informasi  $c_{t-1}$  yang telah melewati gerbang *forget* dan informasi baru  $x_t$  dan  $h_{t-1}$  yang telah melewati gerbang *input*.



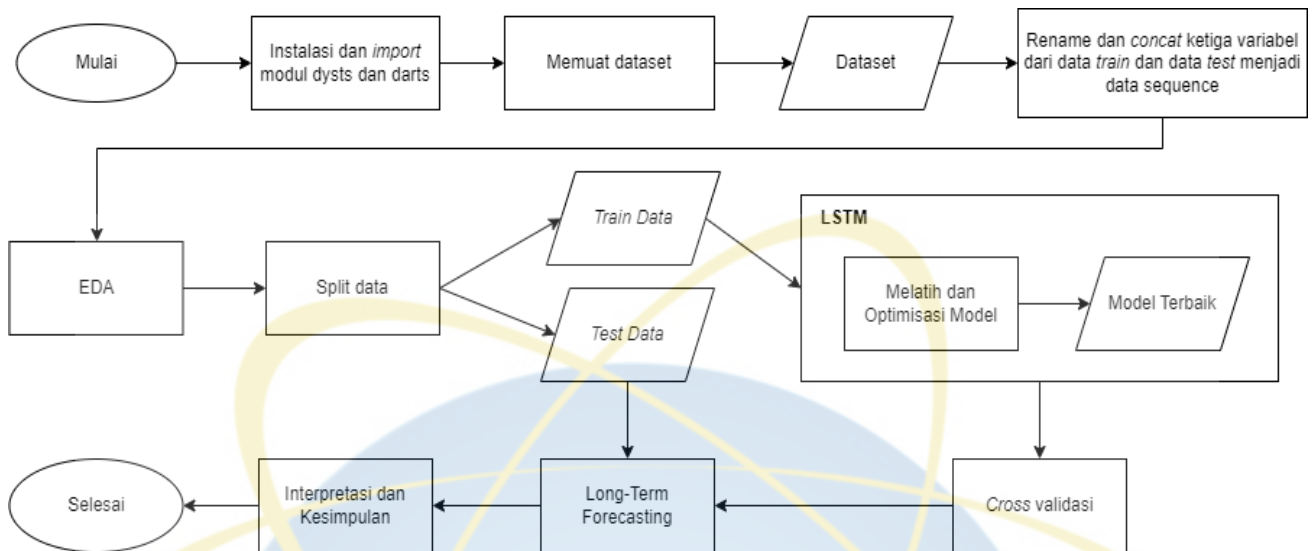
**Gambar 3.6.** Proses pembaharuan informasi pada *cell state*  $c_t$ .

Terakhir, nilai *hidden output*  $h_t$  dihitung dengan cara mengalikan nilai gerbang *output* dan  $\tanh(c_t)$ .



**Gambar 3.7.** Proses perhitungan nilai *hidden output*  $h_t$ .

### 3.5 Diagram Alir Penelitian



**Gambar 3.8.** Diagram Alir Desain Eksperimen.

Berdasarkan **Gambar 3.8**, penjelasan dari langkah-langkah diagram alir penelitian ini adalah sebagai berikut:

#### **Langkah 1.** Instalasi dan Impor Modul *dysts* dan *darts*

Dalam menggunakan Python pada penelitian ini, diperlukan dua modul utama yang membantu proses penelitian. *Dysts* (<https://GitHub.com/williamgilpin/dysts>) yang diteliti dan disusun oleh William Gilpin. Selanjutnya, modul *darts* digunakan di dalam Python untuk mengolah data runtun waktu dan melakukan peramalan.

#### **Langkah 2.** Memuat Dataset

Setelah modul-modul di atas sudah berhasil terpasang dan terpanggil, muat dataset menggunakan modul *dysts*. Kemudian, jalankan kode yang berisikan pemanggilan data sistem PD keuangan.

#### **Langkah 3.** Mengubah Nama dan Menggabungkan Ketiga Variabel dari Data *Train* dan Data *Test*

Setelah dijalankan, akan terdapat dua jenis dataset yang berbeda dari modul *Dysts*, yaitu *train* dan *test* yang masing-masing berjumlah seribu. Kedua dataset ini memiliki nama-nama variabel, yaitu *values\_0*, *values\_1*, dan *values\_2* sehingga perlu diubah untuk menyesuaikan dengan nama-nama variabel pada penelitian ini, yaitu *x*, *y*, dan *z*. Setelah itu, gabungkan (*concat*) data *train* dan *test* sehingga total data yang dimiliki adalah dua ribu.

#### Langkah 4. EDA

Supaya lebih mengenali data yang dimiliki, perlu dilakukan eksplorasi analisis data (EDA) untuk mengidentifikasi dan menguji beberapa karakteristik data terkait sistem dinamis *chaotic* dan runtun waktu.

#### Langkah 5. Split Data

Setelah karakteristik-karakteristik data sudah ditelaah dan dipahami, proses dilanjutkan ke pembagian data menjadi data latih dan data tes untuk proses pelatihan model peramalan. Dari dua ribu data, diambil 95% (atau sebesar 1900 data) sebagai data latih dan sisanya sebagai data tes.

#### Langkah 6. Melatih dan Mencari Model Optimum

Untuk mengetahui parameter model yang optimum, model LSTM dilatih dengan metode *GridsearchCV* menggunakan modul *darts*. Beberapa parameter yang digunakan pada tahap ini di antaranya [25]:

1. *hidden\_dim*: banyaknya unit LSTM dalam satu lapisan RNN.
2. *n\_rnn\_layers*: jumlah lapisan RNN yang akan digunakan.
3. *input\_chunk\_length*: jumlah masukan yang digunakan untuk prediksi.
4. *output\_chunk\_length*: jumlah keluaran yang diinginkan untuk prediksi.
5. *dropout*: tingkat pemangkasan untuk mencegah *overfitting*.
6. *batch\_size*: jumlah runtun waktu (urutan masukan dan keluaran) yang digunakan pada tiap iterasi pelatihan.
7. *epochs*: banyak iterasi.
8. *random\_state*: bilangan bulat acak yang digunakan untuk menjaga konsistensi *sampling* data.
9. *lr (learning rate)*: tingkat pembelajaran mesin untuk proses optimasi fungsi *loss*.
10. *training\_length*: jumlah data masukan dan keluaran yang digunakan dalam proses pelatihan.

Parameter 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, dan 10 adalah angka dari himpunan bilangan bulat positif. Parameter 5 adalah angka dari himpunan bilangan riil antara 0 sampai 1, sedangkan parameter 9 adalah angka dari himpunan bilangan riil antara  $10^{-6}$  sampai 1. Untuk parameter 9, angka yang biasa digunakan adalah 0.001 atau 0.01 [25]. Keluaran dari metode ini adalah model dengan parameter-parameter terbaik dan galat terkecil.

#### Langkah 7. Cross Validasi

Tahap ini menguji tingkat generalisasi dari model yang sudah dioptimasi nilai-nilai parameternya. Metode yang digunakan adalah *expanding window* melalui modul *darts*. Metode

ini berulang kali membangun himpunan data latih dari awal *series*. Metode ini melatih model pada himpunan data latih dalam tiap iterasi, mengeluarkan prediksi yang sama dengan *forecast\_horizon*, dan kemudian memindahkan akhir dari himpunan data latih ke depan sebanyak *stride* langkah. Model LSTM yang telah didapat dari Langkah 6 akan diuji untuk tingkat generalisasinya melalui proses ini. Keluaran dari langkah ini adalah sekumpulan runtun waktu yang diambil dari poin terakhir (nilai prediksi) dari tiap iterasi. Selanjutnya, akan diukur galat dari kemampuan generalisasi model menggunakan SMAPE yang dihasilkan dari merata-ratakan nilai SMAPE dari hasil prediksi terhadap nilai aktual ketiga variabel.

#### **Langkah 8. Peramalan Jarak Jauh**

Saat model sudah dievaluasi tingkat generalisasinya, model akan diperiksa kemampuannya dalam melakukan peramalan dengan melakukan prediksi terhadap  $n$ -langkah yang berbeda-beda, yaitu 1%, 2%, 3%, 4%, 5%, 6%, 7%, 8%, 9%, dan 10% dari total data yang ada (2000 langkah) untuk mengetahui seberapa jauh model dapat melakukan peramalan dengan nilai galat evaluasi yang masih dapat ditoleransi.

#### **Langkah 9. Interpretasi dan Kesimpulan**

## BAB IV

### HASIL DAN PEMBAHASAN

Setelah pengolahan dan pemrosesan data dilakukan, didapatkan hasil analisis dan wawasan sebagai berikut.

#### 4.1 Analisis Data Eksplorasi (EDA)

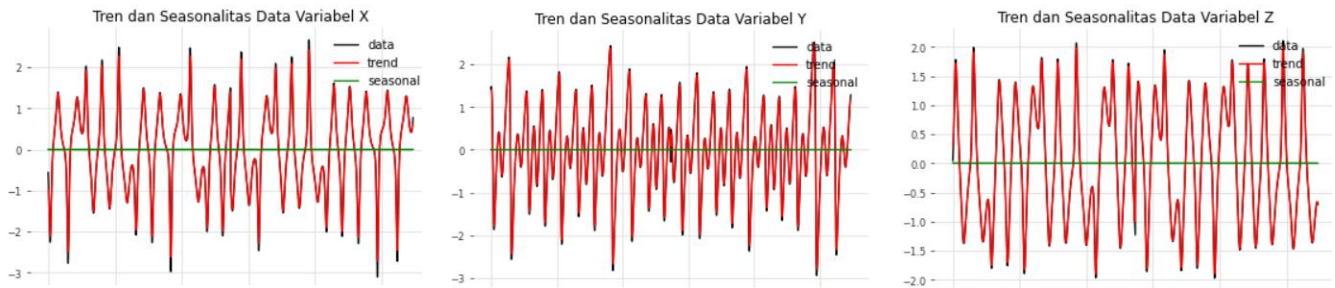
Setelah data *train* dan data *test* dari dataset digabung, didapatkan hasil statistika deskriptif dari masing-masing variabel yang ditunjukkan dalam Tabel 4.1.

Tabel 4.1. Statistika Deskriptif.

Pengukuran	$x$	$y$	$z$
Mean	$1.0658 \cdot 10^{-17}$	$-5.587 \cdot 10^{-16}$	$-4.619 \cdot 10^{-17}$
Std	1.0002500937890797	1.0002500937890795	1.00025009378908
Min	-3.104	-2.947	-1.971
Max	2.669	2.523	2.103

Dataset yang diteliti pada penelitian ini memiliki nilai rata-rata yang kecil. Dispersi dataset relatif terhadap rata-rata (yang ditunjukkan dengan nilai Std atau standar deviasi) juga menunjukkan angka yang relatif tidak terpaut jauh, yaitu hanya berkisar 1 poin. Selanjutnya, data dari tiap variabel juga tidak menunjukkan adanya pencilan karena *range* antara nilai minimal dan maksimal tidak terpaut jauh. Dari hasil tersebut, data tidak memerlukan analisis tambahan untuk pencilan atau penghapusan pencilan dan tidak dilakukan proses normalisasi data.

Secara analisis runtun waktu, data dari ketiga variabel adalah stasioner karena masing-masing memiliki *p-value* sebesar 0.0 yang diuji dengan Uji Augmented Dickey-Fuller (ADF) dan alfa 0.05. Hal ini menunjukkan tidak adanya tren dan variansi tidak berubah dari waktu ke waktu. Selanjutnya, grafik yang menunjukkan ketiadaan tren dan seasonalitas untuk masing-masing variabel dalam sistem dinamis *chaos* PD keuangan dapat dilihat pada gambar-gambar berikut:



**Gambar 4.1.** Grafik hasil tren dan seasonalitas dari masing-masing variabel.

Ketiga variabel sudah stasioner dan tidak menunjukkan adanya tren dan seasonalitas. Selanjutnya, perlu diperiksa seberapa tingkat kekacauan dari ketiga variabel tersebut sebagai analisis awal. Untuk mengukur tingkat kekacauan sistem dinamis yang digunakan dalam penelitian ini, nilai *sample entropy* dan *lyapunov exponent* dari masing-masing variabel ditunjukkan dalam Tabel 4.2.

Tabel 4.2. *Non-linear Measures for Dynamical System.*

Pengukuran	$x$	$y$	$z$
<i>Sample Entropy</i>	0.26515257024130073	0.26462637845159354	0.2824746156293664
<i>Lyapunov exponent</i>	0.07353261	0.05754955	0.05433236

Variabel  $x$ ,  $y$ , dan  $z$  memiliki probabilitas kemiripan yang cukup tinggi antar data runtun waktunya dilihat dari nilai *sample entropy*-nya. *Sample entropy* dari ketiga variabel terbilang kecil sehingga menyatakan probabilitas kemiripan yang masih tinggi di dalam dataset. Hal ini juga berarti tidak terlalu banyak terjadi perubahan yang signifikan di dalam data. Di lain sisi, ketiga variabel menghasilkan nilai *lyapunov exponent* yang positif. Hal ini berarti perbedaan antara orbit yang berdekatan meningkat, dalam rata-rata, secara eksponensial terhadap waktu (tidak stabil). Secara ekuivalen, nilai  $x$  memiliki rata-rata tingkat eksponen di mana galat prediksi bertambah sebanyak 0.07353261 per detik, galat prediksi nilai  $y$  bertambah sebanyak 0.05754955 per detik, dan galat prediksi nilai  $z$  bertambah sebanyak 0.05433236 per detik.

## 4.2 Kemampuan Model Peramalan

Setelah mengetahui kondisi dan karakteristik dataset yang dimiliki, selanjutnya model LSTM perlu dilatih menggunakan data yang ada. Parameter-parameter untuk mendapatkan model dengan nilai *error* minimal dioptimasi menggunakan *GridCV* dan model dievaluasi menggunakan *expanding window*, dan nilai tingkat galat yang digunakan adalah SMAPE,



kemudian model terbaik digunakan untuk melakukan peramalan jarak jauh. Parameter yang dioptimasi dari model LSTM dapat dilihat pada Tabel 4.3 dengan parameter-parameter yang tetap, yaitu *batch\_size* = 1024, *training\_length* = 32, *learning rate* = 0.001, *random\_state* = 0, dan banyak iterasi (epoh) = 500.

Tabel 4.3. Parameter dari Tiap Model yang Dioptimasi.

Metode	Parameter	Nilai
LSTM	<i>hidden_dim</i>	[10, 20, 25, 30]
	<i>n_rnn_layers</i>	[2, 3, 4, 5]
	<i>input_chunk_length</i>	[15, 20, 25, 30]
	<i>output_chunk_length</i>	[15, 20, 25, 30]
	<i>dropout</i>	[0.0, 0.2, 0.4]

Hasil *GridCV* terhadap parameter yang dioptimasi ditampilkan dalam Tabel 4.4 berikut.

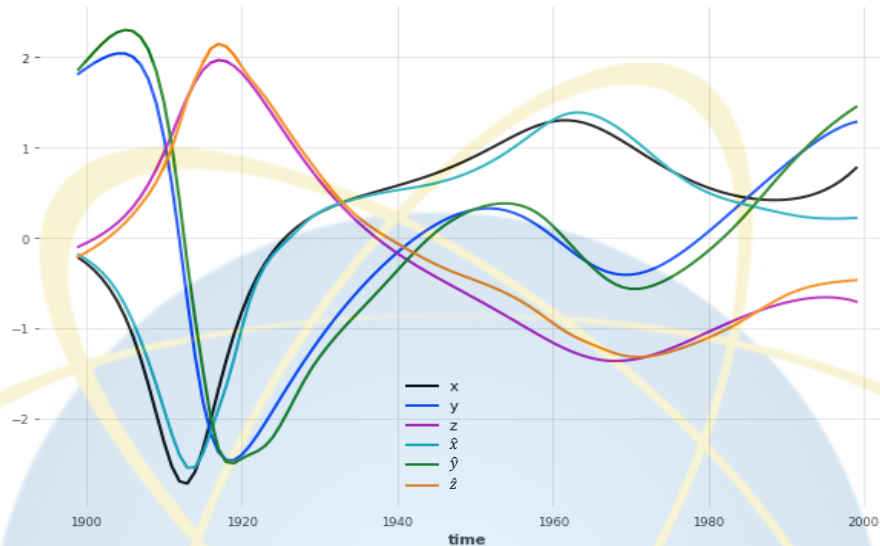
Tabel 4.4. Hasil *GridCV* untuk LSTM.

Nilai SMAPE		31.2%
Nilai Parameter Terbaik	<i>hidden_dim</i>	30
	<i>n_rnn_layers</i>	5
	<i>input_chunk_length</i>	25
	<i>output_chunk_length</i>	25
	<i>dropout</i>	0.2

Jika dikaitkan kembali kepada arsitektur dan metode LSTM, maka parameter-parameter tersebut mengartikan bahwa model LSTM pada penelitian ini memiliki lapisan tersembunyi sebanyak lima, ada sebanyak tiga puluh unit LSTM pada setiap lapisannya, lalu data akan dibagi dalam dua *batch* secara acak dengan masing-masing berjumlah 1024 untuk dijadikan data latih, dari batch tersebut data yang dilatih berjumlah 32, dimensi masukan dan keluaran sebesar 25 untuk melakukan prediksi, dan 20% neuron pada lapisan tersembunyi yang dipilih



secara acak akan “dimatikan” untuk mencegah *overfitting*. Proses ini akan berlangsung terus menerus hingga maksimum 500 pengulangan (epoh). Dengan menggunakan *early stopping*, model akan berhenti berlatih saat perbedaan minimum galat 0.01 pada *train\_loss* tidak tercapai setelah 10 epoh.

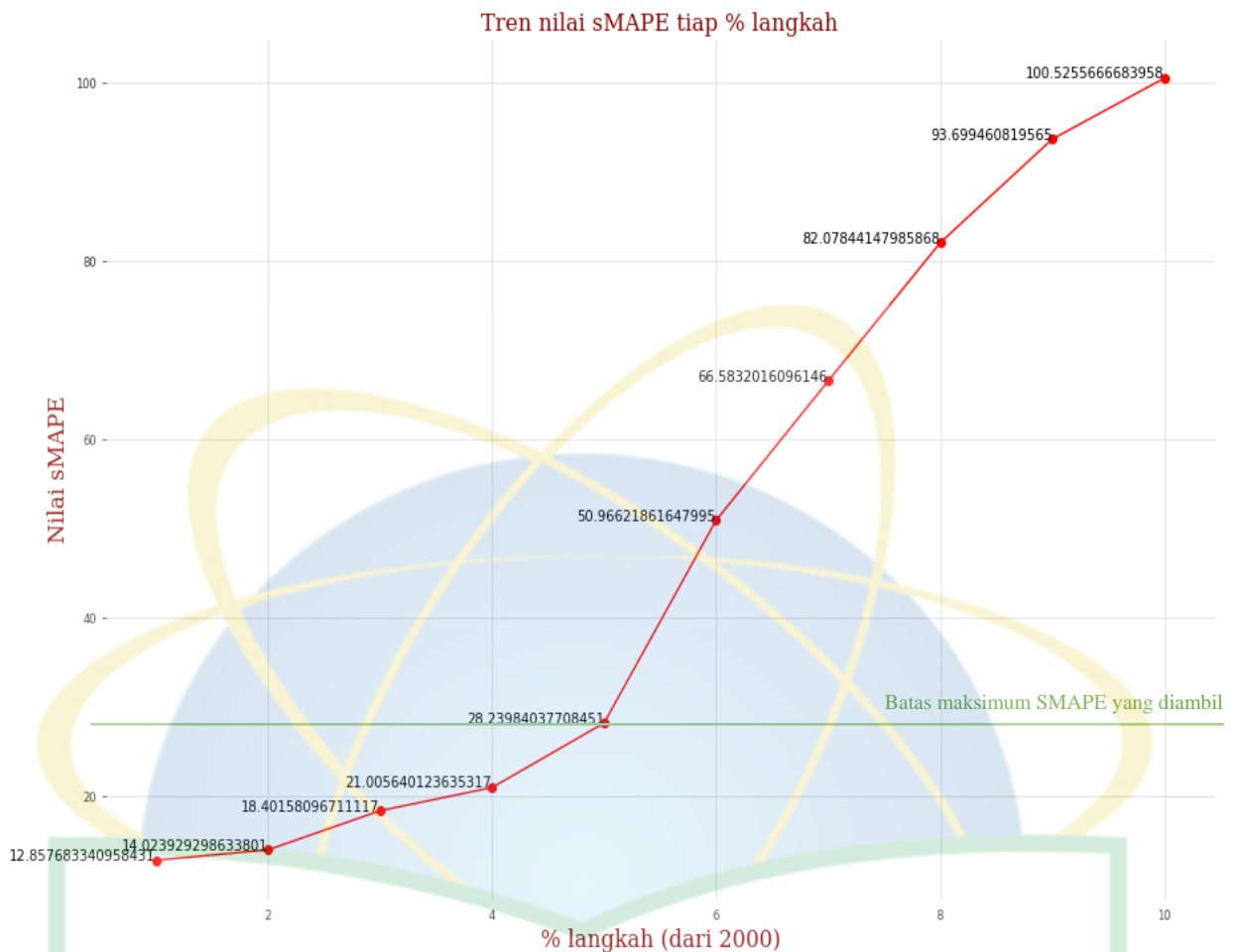


**Gambar 4.2.** Grafik Hasil Model LSTM dengan Parameter yang Dioptimasi.

Dari parameter terbaik yang sudah dilatih, model di-*cross* validasi dan didapatkan hasil SMAPE sebesar 34.5%. Keluaran *expanding window* adalah 92 data runtun waktu prediksi untuk tiap variabel ( $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$ , dan  $\hat{z}$ ) dan menghasilkan nilai SMAPE 34.5% yang didapat dari nilai rata-rata SMAPE ketiga variabel, yaitu x, y, dan z. SMAPE mengukur kemampuan peramalan dalam bentuk persentase, yang berarti persentase rata-rata galat model dalam memprediksi nilai aktual ketiga variabel tersebut sebesar 34.5%. Hasil ini menunjukkan tingkat generalisasi model dapat dikatakan relatif cukup baik mengingat tolak ukur yang masih bisa diterima adalah di bawah 40%.

### 4.3 Peramalan Jarak Jauh

Berdasarkan evaluasi model dan melalui tahap *cross* validasi, didapatkan model LSTM terbaik dengan nilai SMAPE 34.5%. Selanjutnya, model ini yang digunakan dalam peramalan jarak jauh yang dibagi dalam range 1%, 2%, 3%, 4%, 5%, 6%, 7%, 8%, 9%, dan 10% (20-200 langkah ke depan) untuk mengetahui seberapa jauh model mampu melakukan prediksi dengan tingkat galat yang masih dapat ditoleransi. Evaluasi dari masing-masing persentase langkah ditunjukkan dalam grafik berikut:



**Gambar 4.3.** Tren SMAPE dari Hasil Peramalan Jarak Jauh

Dari grafik di atas, model LSTM yang sudah dioptimasi memiliki kemampuan prediksi yang cukup jauh dengan nilai SMAPE yang relatif kecil. Dengan 1% dari total 2000 langkah (20 langkah ke depan), model hanya memiliki nilai SMAPE sebesar 12.86%. Dengan langkah yang semakin banyak atau meningkat, SMAPE yang dimiliki model juga turut meningkat. Nilai MAPE maksimal yang bisa diterima berada pada langkah 5% atau sejumlah 100 langkah ke depan, yaitu 28.24%. Pada langkah berikutnya, nilai SMAPE mulai meningkat secara eksponensial, yaitu 50.97%. Semakin banyak model melakukan prediksi, nilai MAPE terus bertambah hingga yang terbesar adalah 100.53% jika model memprediksi 200 langkah ke depan (sebesar 10% dari 2000). Terlepas dari beberapa nilai SMAPE yang tinggi, model memiliki SMAPE di bawah 30% dimana terbilang relatif cukup baik karena model mampu melakukan prediksi sebanyak 100 langkah ke depan atau selama 10 detik ke depan.

## BAB V

### PENUTUP

#### 5.1 Kesimpulan

Pada penelitian ini, telah dilakukan peramalan terhadap sistem dinamis *chaotic* persamaan diferensial keuangan menggunakan model LSTM. Sistem ini ternyata memiliki probabilitas kemiripan pola dari waktu ke waktu, namun tingkat eksponensial galatnya cukup tinggi untuk langkah yang besar. Setelah melalui tahap latih dan optimasi, didapatkan model terbaik dengan SMAPE sebesar 34.5% yang dievaluasi menggunakan *cross* validasi *expanding window*. Hal ini menunjukkan tingkat generalisasi model dapat dikatakan relatif cukup baik mengingat tolak ukur yang masih bisa diterima adalah di bawah 40%. Selanjutnya, model tersebut yang digunakan untuk menemukan hasil peramalan jarak jauh.

Peramalan jarak jauh menunjukkan hasil yang konsisten dengan nilai *lyapunov exponent* dari sistem dinamis *chaotic* persamaan diferensial keuangan dan seberapa baik model mampu memprediksi hingga maksimal 100 langkah ke depan. Kemampuan terjauh model LSTM dalam peramalan dengan nilai SMAPE sebesar 28.24% atau nilai relatif cukup baik (di bawah 30%), yaitu sebesar 5% dari total data yang ada atau sejumlah 100 langkah ke depan. Di sisi lain, nilai SMAPE mulai meningkat secara eksponensial saat memprediksi sebesar 6% dari total data atau sebanyak 120 langkah dan terus meningkat setelahnya. Hal ini berarti model LSTM yang dipakai dalam peramalan sistem dinamis *chaotic* persamaan diferensial keuangan mampu melakukan prediksi untuk nilai suku bunga, permintaan investasi, dan eksponen harga sejauh 100 langkah ke depan atau selama 10 detik ke depan saat nilai tabungan sebesar 0.001, biaya per investasi sebesar 0.2, dan elastisitas permintaan iklan sebesar 1.1 atau sebuah fenomena saat terjadi inflasi.

#### 5.2 Saran

Penelitian ini telah melakukan peramalan menggunakan LSTM terhadap data solusi-solusi numerik sistem dinamis *chaotic* persamaan diferensial keuangan dengan parameter  $a = 0.001$ ,  $b = 0.2$ ,  $c = 1.1$ . Penelitian selanjutnya bisa memodifikasi dengan menggunakan parameter lain atau menambahkan *noise* ke dalam data supaya bisa menguji tingkat generalisasi model terhadap nilai-nilai dan kondisi yang berbeda. Sebagai tambahan, penelitian selanjutnya juga bisa menambahkan analisis tingkat kekacauan melalui visualisasi menggunakan metode *phase field*.

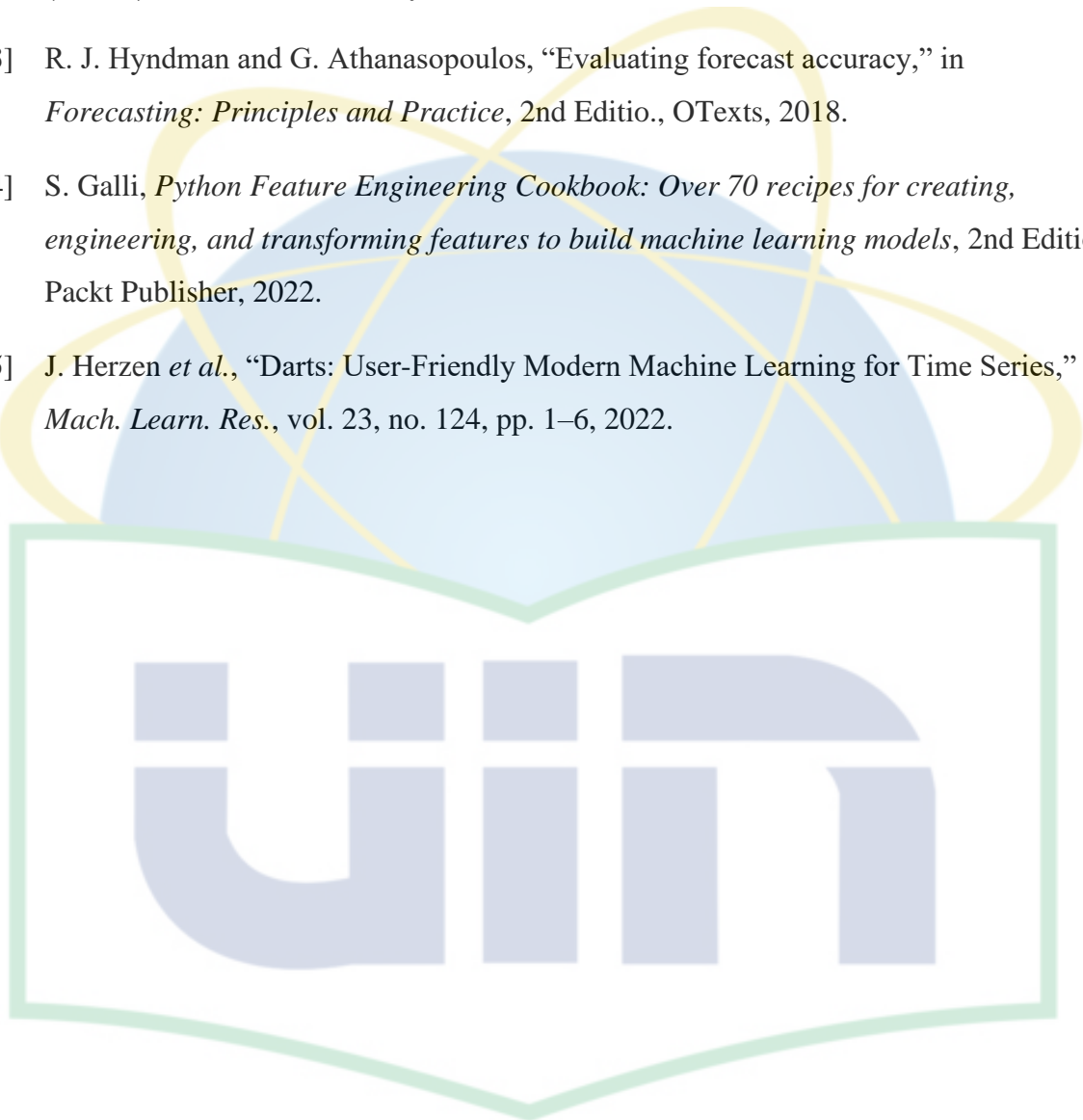
## REFERENSI

- [1] Oxford, "Oxford Languages," *Oxford University Press*, 2022. [Online]. Available: <https://languages.oup.com/google-dictionary-en/>. [Accessed: 13-Dec-2022].
- [2] L. Andre, "53 Important Statistics About How Much Data Is Created Every Day," 2022. [Online]. Available: <https://financesonline.com/how-much-data-is-created-every-day/>. [Accessed: 13-Dec-2022].
- [3] D. Grande, J. Machado, B. Petzold, and M. Roth, "Reducing data costs without jeopardizing growth," *McKinsey Digital*, 2020. [Online]. Available: <https://www.mckinsey.com/capabilities/mckinsey-digital/our-insights/reducing-data-costs-without-jeopardizing-growth>. [Accessed: 13-Dec-2022].
- [4] AWS, "Apa itu Komputasi?," *AWS Website*. [Online]. Available: <https://aws.amazon.com/id/what-is/compute/>. [Accessed: 13-Dec-2022].
- [5] AWS, "Apa itu Kecerdasan Buatan?," *AWS Website*. [Online]. Available: [https://aws.amazon.com/id/machine-learning/what-is-ai/#:~:text=Kecerdasan Buatan \(AI\) adalah bidang,pemecahan masalah%2C dan pengenalan pola](https://aws.amazon.com/id/machine-learning/what-is-ai/#:~:text=Kecerdasan Buatan (AI) adalah bidang,pemecahan masalah%2C dan pengenalan pola). [Accessed: 13-Dec-2022].
- [6] S. Wiggins, "F: A Brief Introduction to the Characteristics of Chaos," *LibreTexts Mathematics*, 2021. [Online]. Available: [https://math.libretexts.org/Bookshelves/Differential\\_Equations/Book%3A\\_Ordinary\\_Differential\\_Equations\\_\(Wiggins\)/zz%3A\\_Back\\_Matter/02%3A\\_F%3A\\_A\\_Brief\\_Introduction\\_to\\_the\\_Characteristics\\_of\\_Chaos](https://math.libretexts.org/Bookshelves/Differential_Equations/Book%3A_Ordinary_Differential_Equations_(Wiggins)/zz%3A_Back_Matter/02%3A_F%3A_A_Brief_Introduction_to_the_Characteristics_of_Chaos). [Accessed: 13-Dec-2022].
- [7] Lorenz E.N., "Deterministic nonperiodic flow [Text]," *J. Atmos. Sci.*, vol. 20, no. 1963, pp. 130–141, 2006.
- [8] G. K. Vallis, "Conceptual models of El Niño and the Southern Oscillation," *J. Geophys. Res.*, vol. 93, no. C11, p. 13979, 1988, doi: 10.1029/jc093ic11p13979.
- [9] G. Cai and J. Huang, "A New Finance Chaotic Attractor Complicated dynamical behavior analysis of the finance chaotic system," *J. Nonlinear Sci.*, vol. 3, no. 3, pp. 213–220, 2007.
- [10] M. Raissi, P. Perdikaris, and G. E. Karniadakis, "Physics-informed neural networks: A

- deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations,” *J. Comput. Phys.*, vol. 378, pp. 686–707, 2019, doi: 10.1016/j.jcp.2018.10.045.
- [11] W. Gilpin, “Chaos as an interpretable benchmark for forecasting and data-driven modelling,” pp. 13–20, 2021.
- [12] S. Shahi, F. H. Fenton, and E. M. Cherry, “Prediction of chaotic time series using recurrent neural networks and reservoir computing techniques: A comparative study,” *Mach. Learn. with Appl.*, vol. 8, no. April, p. 100300, 2022, doi: 10.1016/j.mlwa.2022.100300.
- [13] S. L. Ross, “Ordinary differential equations,” *Physics Today*, vol. 12, no. 5. pp. 54–55, 1959, doi: 10.1063/1.3060819.
- [14] H. Sayama, “3.1: What are Dynamical Systems?,” *LibreTexts Mathematics*, 2022. [Online]. Available: [https://math.libretexts.org/Bookshelves/Scientific\\_Computing\\_Simulations\\_and\\_Modeling/Book%3A\\_Introduction\\_to\\_the\\_Modeling\\_and\\_Analysis\\_of\\_Complex\\_Systems\\_\(Sayama\)/03%3A\\_Basics\\_of\\_Dynamical\\_Systems/3.01%3A\\_What\\_are\\_Dynamical\\_Systems%3F](https://math.libretexts.org/Bookshelves/Scientific_Computing_Simulations_and_Modeling/Book%3A_Introduction_to_the_Modeling_and_Analysis_of_Complex_Systems_(Sayama)/03%3A_Basics_of_Dynamical_Systems/3.01%3A_What_are_Dynamical_Systems%3F). [Accessed: 13-Dec-2022].
- [15] D. P. Feldman, *Chaos and Dynamical System*. United States of America: Princeton University Press, 2019.
- [16] E. W. Weisstein, “Chaos,” *MathWorld--A Wolfram Web Resource*, 2022. [Online]. Available: <https://mathworld.wolfram.com/Chaos.html>. [Accessed: 24-Dec-2022].
- [17] J. Gleick, *Chaos: Making A New Science*. Canada: Viking Penguin Inc., 1987.
- [18] E. W. Weisstein, “Topologically Transitive,” *MathWorld--A Wolfram Web Resource*, 2023. [Online]. Available: <https://mathworld.wolfram.com/TopologicallyTransitive.html>. [Accessed: 08-Jan-2023].
- [19] C. Schölzel, “Nonlinear measures for dynamical systems.” Zenodo, 2019, doi: 10.5281/zenodo.3814723.
- [20] J. S. Richman and J. R. Moorman, “Physiological time-series analysis using approximate entropy and sample entropy,” *Am. J. Physiol. Circ. Physiol.*, pp. H2039–

2049, 2000.

- [21] P. MS, “Approximate entropy (ApEn) as a complexity measure,” in *Chaos* 5, 1995, pp. 110–117.
- [22] A. Singh, “Anomaly Detection for Temporal Data using Long Short-Term Memory (LSTM),” *Stock. SWEDEN Inf. Commun. Technol*, 2017.
- [23] R. J. Hyndman and G. Athanasopoulos, “Evaluating forecast accuracy,” in *Forecasting: Principles and Practice*, 2nd Editio., OTexts, 2018.
- [24] S. Galli, *Python Feature Engineering Cookbook: Over 70 recipes for creating, engineering, and transforming features to build machine learning models*, 2nd Editio. Packt Publisher, 2022.
- [25] J. Herzen *et al.*, “Darts: User-Friendly Modern Machine Learning for Time Series,” *J. Mach. Learn. Res.*, vol. 23, no. 124, pp. 1–6, 2022.





## LAMPIRAN

### LAMPIRAN I

**Dataset solusi-solusi numerik sistem dinamis *chaotic* persamaan diferensial keuangan**

Link: <https://github.com/Izzudddin/skripsi/tree/main/Dataset>

### LAMPIRAN II

**Peramalan solusi-solusi numerik sistem dinamis *chaotic* persamaan diferensial keuangan pada Python**

Link: <https://github.com/Izzudddin/skripsi/blob/main/Skripsi.ipynb>

