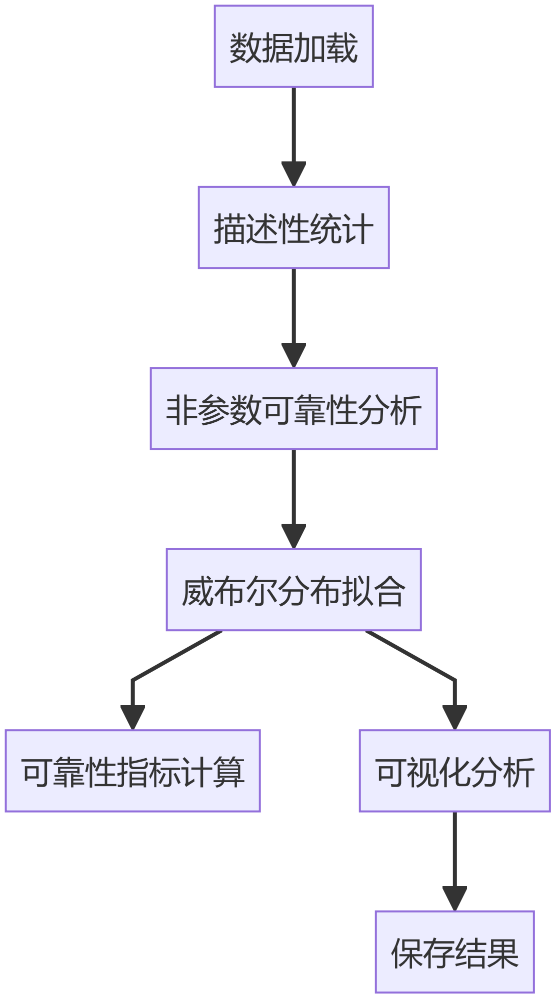
以下是该可靠性分析代码的完整技术报告，包含实现结构、关键公式和原理说明：

可靠性分析技术报告

一、代码结构概述



二、核心详解

1. **数据预处理**
   - 输入格式：`{'组数': [...], '周期': [...]}`
   - 关键操作：

     ```python
     lifetimes = df['周期'].sort_values().values  # 排序后的寿命数据
     ```

2. **描述性统计**

指标	计算公式	说明
偏度	`scipy.stats.skew`	数据分布不对称性
峰度	`scipy.stats.kurtosis`	数据分布尖锐度

3. **非参数可靠性分析**
   - **关键函数**：

```
hazard_rate = prob_failure / last_reliability  # λ(t) = f(t)/R(t-1)
median_rank = (i - 0.3)/(n + 0.4)  # 中位秩估计
```

4. **威布尔分布拟合**
   - 使用`reliability.Fit_Weibull_2P`进行最大似然估计
   - 关键参数：
     - 形状参数β：控制失效模式（β<1: 早期失效；β=1: 随机失效；β>1: 磨损失效）
     - 尺度参数α：特征寿命（63.2%失效时间）

本质

1. **直接拟合对象**：
   - **原始失效时间数据**（如`lifetimes = [12, 10, 18,...]`）
   - 原理：通过极大似然估计或最小二乘法，直接拟合失效时间的概率分布。
2. **间接指标的关系**：
   - 所有其他指标（f(t)、F(t)、R(t)、λ(t)）均可通过威布尔分布的参数（α, β）**派生计算**：

     概率密度函数 (PDF)

     $$f(t) = \frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} e^{-(t/\alpha)^{\beta}}$$

     累积分布函数 (CDF)

     $$F(t) = 1 - e^{-(t/\alpha)^{\beta}}$$

     可靠度函数

     $$R(t) = e^{-(t/\alpha)^{\beta}}$$

     故障率函数

     $$\lambda(t) = \frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1}$$

     参数说明：

     - α (alpha)：尺度参数（特征寿命）
     - β (beta)：形状参数
       - $\beta < 1$：早期故障
       - $\beta = 1$：随机故障（指数分布）
       - $\beta > 1$：耗损故障
     - t：时间变量

5. **可视化系统**
   - **六子图布局**：

```
plt.subplot(3,2,1)  # f(t)
plt.subplot(3,2,2)  # λ(t)
plt.subplot(3,2,3)  # F(t)
plt.subplot(3,2,4)  # R(t)
plt.subplot(3,2,5)  # 中位秩F(t)
plt.subplot(3,2,6)  # 中位秩R(t)
```

三、关键公式与原理

1. **威布尔分布函数**
   - 概率密度函数（PDF）：

$$f(t) = \frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} e^{-(t/\alpha)^{\beta}}$$

   - 累积分布函数（CDF）：

$$F(t) = 1 - e^{-(t/\alpha)^{\beta}}$$

2. **中位秩估计（Benard公式）**

$$F(t_i) = \frac{i-0.3}{n+0.4}$$

   - 修正小样本偏差，比简单比例(i/n)更准确
3. **故障率函数**

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1}$$

4. **威布尔概率图**
   - 坐标变换：

$$\ln[-\ln(1-F(t))] = \beta\ln(t) - \beta\ln(\alpha)$$

   - 拟合线斜率=β，截距=-βln(α)

四、典型输出结果

1. **描述性统计**

统计量	样本量	平均寿命	中位寿命	最小寿命	最大寿命	标准差	偏度	峰度
值	20	15.65	15.5	10	20	2.83354	-0.0189053	-0.693811

   - **关键指标**：涵盖了集中趋势（平均、中位）、离散程度（标准差、极差）和分布形态（偏度、峰度）。
   - **数据解读**：
     - 偏度接近0，说明寿命分布基本对称；
     - 负峰度表明数据分布较正态分布更平坦（低峰态）。

周期 (t)	失效数 (d)	风险集 (n)	f(t)	F(t)	R(t)	λ(t)	中位秩 F(t)	中位秩 R(t)
0	10	1	0.05	0.05	0.95	0.05	0.0343137	0.965686
1	12	2	0.1	0.15	0.85	0.105263	0.0833333	0.916667
2	13	1	0.05	0.2	0.8	0.0588235	0.132353	0.867647
3	14	3	0.15	0.35	0.65	0.1875	0.181373	0.818627
4	15	3	0.15	0.5	0.5	0.230769	0.230392	0.769608
5	16	3	0.15	0.65	0.35	0.3	0.279412	0.720588
6	17	2	0.1	0.75	0.25	0.285714	0.328431	0.671569
7	18	1	0.05	0.8	0.2	0.2	0.377451	0.622549
8	19	1	0.05	0.85	0.15	0.25	0.426471	0.573529
9	20	3	0.15	1	0	1	0.47549	0.52451

数据解读：

- **周期 (t)**：观测的时间点或区间。
- **失效数 (d)**：在该周期内发生的失效事件数量。
- **风险集 (n)**：在该周期开始时尚未失效的样本数（即"风险集"大小）。
- **f(t)**：失效概率密度（失效数 / 初始样本总数）。
- **F(t)**：累积失效概率

$$F(t) = \sum f(t)$$

- **R(t)**：可靠度

$$R(t) = 1 - F(t)$$

- **λ(t)**：风险率

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

- **中位秩 F(t)**：基于Bernard公式

$$\text{中位秩} F(t) = \frac{i - 0.3}{n + 0.4}$$

  计算的累积失效概率中位秩估计。
- **中位秩 R(t)**：可靠度的中位秩估计

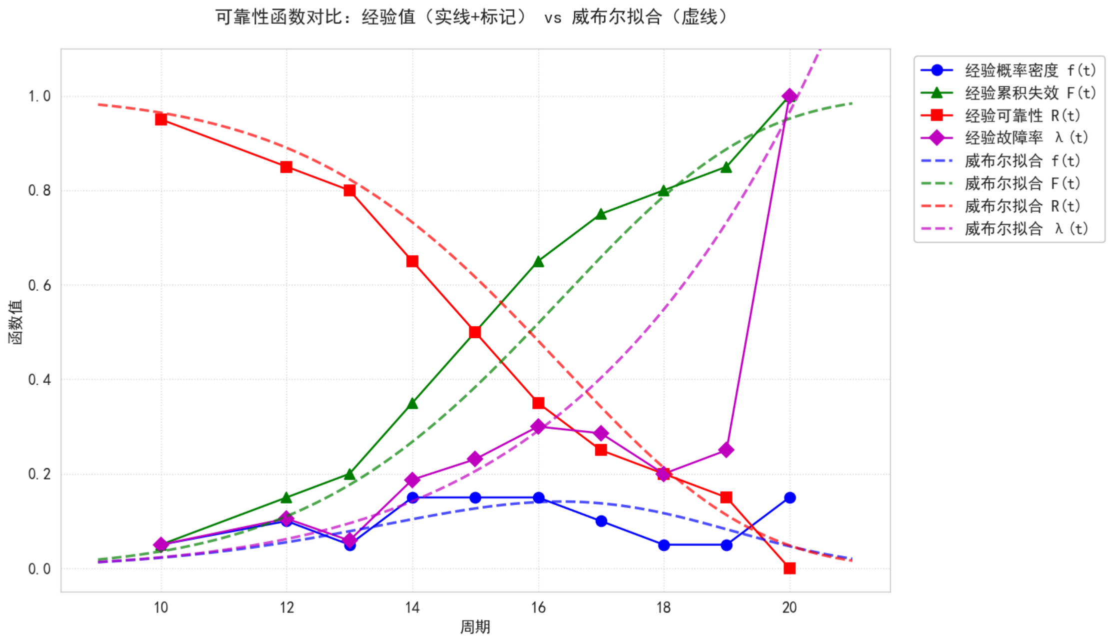
$$\text{中位秩} R(t) = 1 - \text{中位秩 } F(t)$$

2. **周期数据威布尔拟合结果**

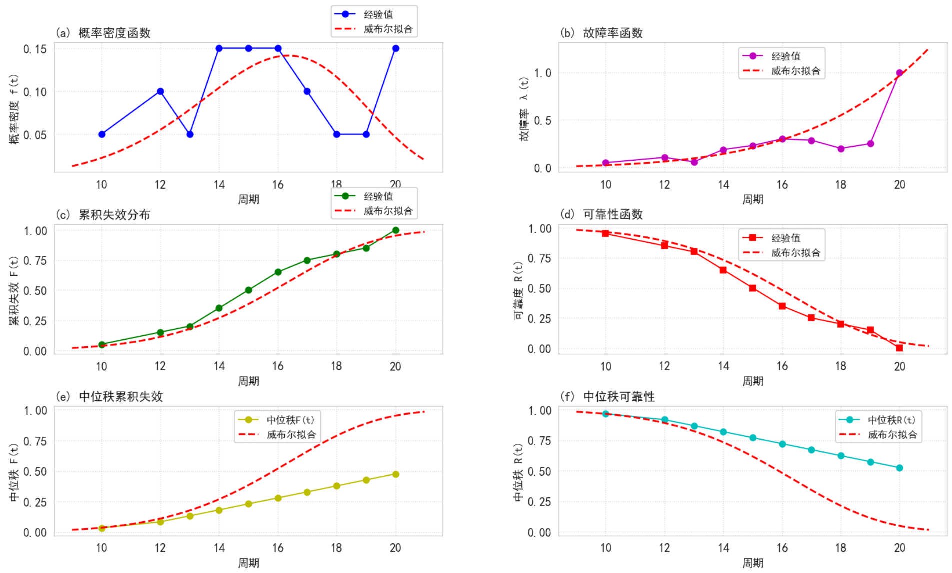
威布尔分布拟合结果：形状参数β=6.37，尺度参数α=16.81

```
形状参数β=6.37，尺度参数α=16.81
```

3. **可视化效果**



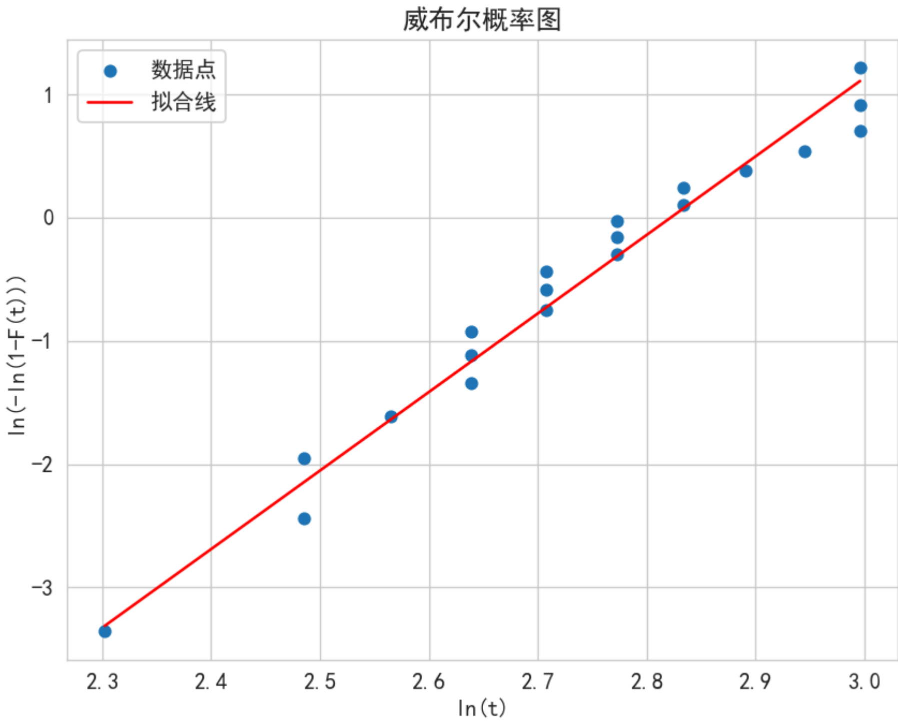
- 六子图对比：



- 周期数据威布尔概率图：

  威布尔概率图：观察数据点与理论直线的偏离

```
weibull_fit.plot()  # 线性度越好，拟合越合理
```



- **统计检验**（如K-S检验）：

```python
from scipy.stats import kstest
D, p = kstest(lifetimes, lambda x: 1 - np.exp(-(x/alpha)**beta))
print(f"K-S检验p值={p:.3f} (p>0.05接受威布尔假设)")
```

K-S检验p值=0.833 (p>0.05接受威布尔假设)

- **关键可靠性指标**

	B_{10}寿命(10%失效)	B_{50}寿命(中位寿命)	特征寿命(α)	形状参数(β)
值	11.8095	15.8705	16.8098	6.37395

- **B_{10}寿命**：10%产品发生失效的时间（11.8095）

$$t_{0.1} = \alpha \cdot (-\ln(1-0.1))^{1/\beta} = \alpha \cdot (-\ln 0.9)^{1/\beta}$$

- **B_{50}寿命**：50%产品发生失效的时间（中位寿命，15.8705）

$$t_{0.5} = \alpha \cdot (-\ln 0.5)^{1/\beta} = \alpha \cdot (\ln 2)^{1/\beta}$$

- **特征寿命(α)**：威布尔分布尺度参数（63.2%失效概率对应的时间，16.8098）

$$\alpha = t \mid\mid F(t) = 1 - e^{-1} \approx 0.632 \text{ 时的寿命值}$$

- **形状参数(β)**：威布尔分布形状参数（6.37395，β>1表示耗损型失效模式）

$$\beta \text{ 通过威布尔概率图或最大似然估计求得}$$

五、工程应用建议

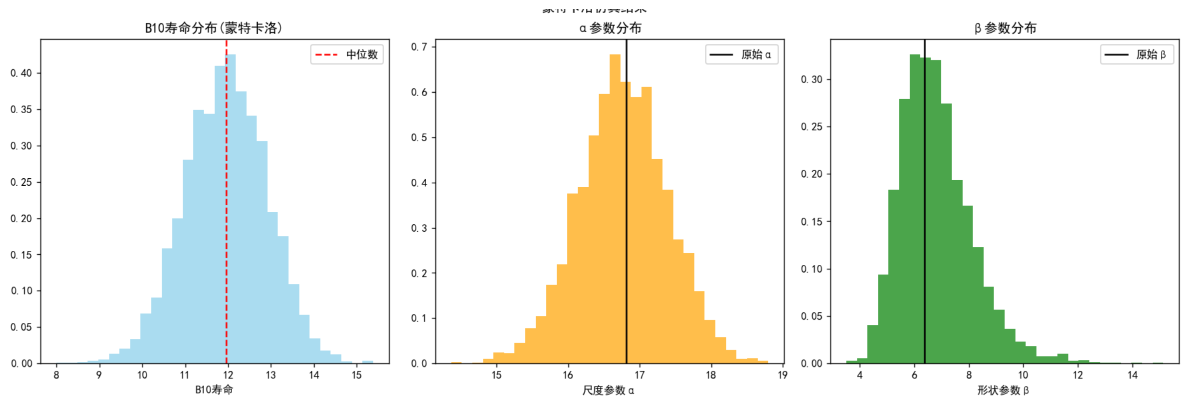
1. **数据要求**
    - 最小样本量：≥5个失效数据
    - 记录完整的失效时间
2. **结果解读**
    - β>1：磨损失效主导，建议预防性维护
    - B10寿命：10%产品失效时间，关键维护节点
3. **注意事项**
    - 中位秩适用于小样本（n<20）
    - 威布尔假设需通过概率图验证

六、扩展改进方向

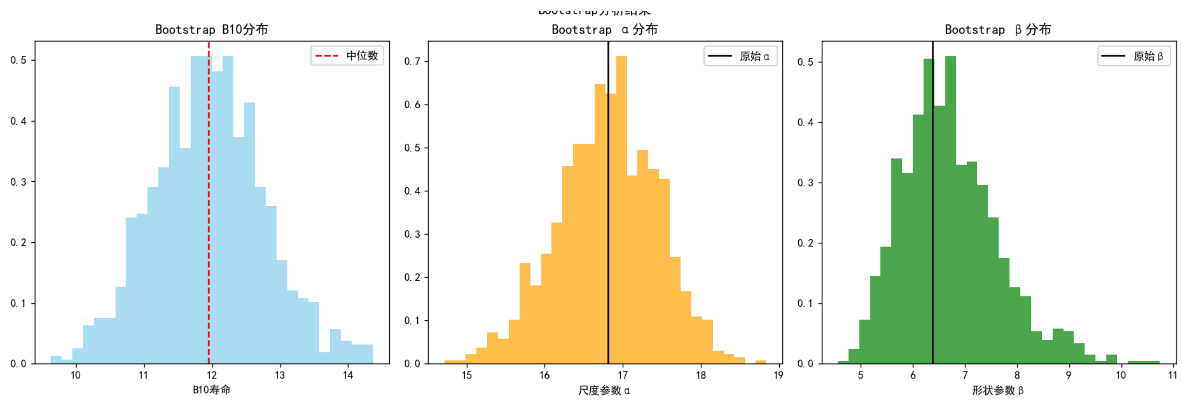
蒙特卡洛仿真+Bootstrap重采样

蒙特卡洛仿真（Monte Carlo Simulation）是一种通过**随机抽样**和**统计计算**来模拟复杂系统或解决数学问题的计算方法。其核心思想是通过生成大量随机样本，利用概率统计原理获得问题的近似解。

- 基于拟合参数生成虚拟数据集
- 重复1000次得到参数分布



Bootstrap重采样1000次



结果对比表

指标	蒙特卡洛仿真 (90% CI)	Bootstrap (95% CI)	原始点估计
B10寿命	[10.36 13.51]	[10.38, 13.66]	11.81

指标	蒙特卡洛仿真 (90% CI)	Bootstrap (95% CI)	原始点估计
尺度参数α	[15.75, 17.79]	[15.46, 18.01]	16.81
形状参数β	[5.03, 9.19]	[5.22, 8.93]	6.37

```
=== 可靠性分析最终结果 ===
指标              原始估计              蒙特卡洛(90% CI)             Bootstrap(95% CI)
----------------------------------------------------------------------
B10寿命           11.81              [10.36, 13.51]          [10.38, 13.66]
尺度参数α            16.81              [15.75, 17.79]          [15.46, 18.01]
形状参数β            6.37              [5.03, 9.19]          [5.22, 8.93]
```

可靠性决策:

- 以Bootstrap的95%置信区间为准，B10寿命有95%概率在[10.38, 13.66]周期之间
- 建议预防性维护时间设为**10.38周期**（保守估计）

七、遇到的问题

1. **疑问**：是否需要分别拟合F(t)、R(t)、λ(t)?
   答案：❌ 不需要！这些均从同一组(α,β)派生，重复拟合会导致矛盾结果。

   为什么不能直接拟合间接指标?

指标	直接拟合的问题
f(t)	概率密度是连续函数，离散经验值拟合会引入误差
F(t)	中位秩估计已是非参数近似，再拟合会叠加误差
λ(t)	故障率依赖前序R(t)计算，累积误差放大
R(t)	与F(t)完全共轭（R=1-F），无额外信息

2. **疑问**：中位秩F(t)能否用于拟合?
   答案：仅用于绘制概率图，不能作为拟合输入（因其本身是估计值）。

3. **疑问**：样本少时能否拟合?
   答案：n=20是可接受的最小样本量，但需增加置信区间分析