

ANÁLISIS MATEMÁTICO II (LC) - CÁLCULO II (LMA)
EXAMEN FINAL

27 de febrero de 2025

L

Nombre y Apellido: [REDACTED] Condición: Libre

1	2	3	4	Libre	TOTAL	NOTA
---	---	---	---	-------	-------	------

[REDACTED]

- En cada ejercicio JUSTIFICAR CLARAMENTE sus respuestas.
- No está permitido el uso de calculadoras ni computadoras.
- Enumerar todas las hojas y escriba su nombre y apellido en cada una.

Ejercicio 1 (25 Pts.)

(a) (12 Pts.) Halle la función g que cumple $g'(x) = \frac{2x+3}{x^2+3x-3}$ y $g(1) = 4$.

(b) (13 Pts.) Determine si la siguiente integral impropia converge o diverge: $\int_1^{+\infty} \frac{xe^{-x}}{x^3+1} dx$.

Ejercicio 2 (26 Pts.)

(a) (13 Pts.) Encontrar la representación en serie de Taylor centrada en $a = 0$ de la función $f(x) = \ln(1+x)$. ¿Para qué valores de x vale la representación?

(b) (13 Pts.) Hallar el dominio de definición de la función $g(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\sqrt{n}} (x-5)^n$ y calcular su derivada g' . ¿Tienen g y g' el mismo dominio? Justificar su respuesta.

Ejercicio 3. (25 Pts.) Sea $f(x, y) = \frac{x}{4+x^2+y^2}$.

(a) (13 Pts.) Encontrar todos los puntos críticos de la función f y determine cuáles son máximos locales, mínimos locales o puntos de silla.

(b) (12 Pts.) Sea $z(t) = f(t, e^t)$. Use la regla de la cadena para calcular $z'(t)$.

Ejercicio 4 (24 Pts.)

(a) (12 Pts.) Considerar la función $f(x, y) = \ln(3y^2 - 2yx^2)$. Determinar la derivada direccional de f en la dirección del vector $(2, 1)$ en el punto $p = (1, 1)$.

(b) (12 Pts.) Considerar la función vectorial $r(t) = (-2t, t+2, 2t+3)$, $t \in \mathbb{R}$.

(i) Bosquejar su imagen.

(ii) Calcular el vector posición y vector tangente en $t = 1$ y calcular su producto vectorial.

Ejercicio 5 (Solo para estudiantes libres) (10 Pts.) Sea $f(x, y) = \cos(x+y)$. Dar la ecuación del plano tangente al gráfico de f en el punto $(\frac{\pi}{2}, 0, 0)$.