Examen Final - Análisis Matemático II (LC)

27 de Julio de 2021

LOS RESULTADOS NO JUSTIFICADOS NO SERAN TENIDOS EN CUENTA

| Apellido: | | | | | Nombre: | | | |
|-----------|---|---|---|---|---------|---|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Total | |
| | | | | | | | | Nota: |

1) [2 puntos] Calcule las siguientes integrales:

a)

$$\int_{1}^{2} \frac{1}{(x-1)^{1/3}} dx$$

b)

$$\int_{-1}^{\infty} \frac{x}{e^{x^2}} dx$$

- **2)** [2 puntos] Sea $f(x,y) = \ln(y+1) x^2$.
 - a) Calcule las derivadas parciales primeras y segundas de f(x,y): $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$.
 - b) Determine la derivada direccional de f(x,y) en el punto (3,4) en la dirección dada por $\overrightarrow{u}=(1,-2)$.
- 3)[2 puntos] Encuentre y clasifique los puntos críticos de la siguiente función:

$$f(x,y) = \frac{1}{3}x^3 + y^2x + 4.$$

- 4)[2 puntos] Sea $f(x,y) = \sqrt{y x + 1}$.
 - a) Determine y grafique el dominio de f.
 - b) Determine el rango de f.
 - c) Dar la ecuación del plano tangente al gráfico de f en el punto (2,4,1).
- 5) [2 puntos] Determine el radio e intervalo de convergencia de las siguiente serie de potencias:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{x+4}{4} \right)^n$$

- 6) [2 puntos] EJERCICIO SOLO PARA LIBRES. Considere la sucesión dada por $a_n = (-\frac{1}{3})^n e^{\frac{2}{n}}$.
 - a) Determine si la sucesión es convergente.
 - b) ¿Converge la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$? ¿Converge absolutamente?