

直接抽样

2023年12月1日

夏泽宇 2021012242

1.实验原理

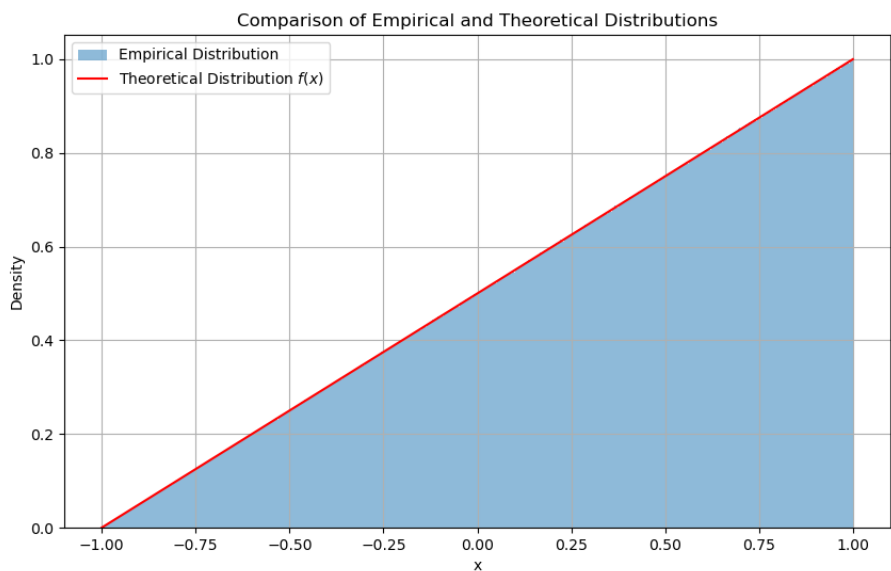
直接抽样法是指直接从目标分布中抽样，而不是通过其他分布的变换得到目标分布。通常对一个较为复杂的分布，常用的方法是挑选抽样方法(即接受-拒绝法)。但本次试验中的概率密度函数为 $f(x) = \frac{1+x}{2}, x \in [-1, 1]$ 较为简单，可以使用直接抽样法。

积分得 $F(x) = \int_{-1}^x f(t)dt = \frac{(x+1)^2}{4}$ ，其反函数为 $F^{-1}(x) = 2\sqrt{x} - 1$ ，因此可以通过 $F^{-1}(x)$ 来抽样。

令随机变量 $\xi \sim U(0, 1)$ ，计算 $F^{-1}(\xi)$ ，即可得到满足 $f(x)$ 分布的随机变量。

2.实验结果

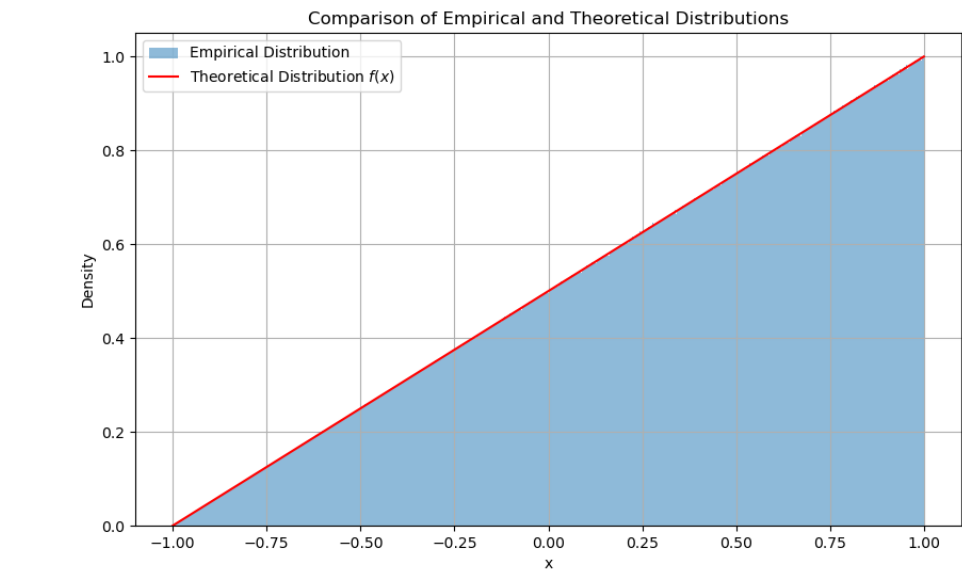
在 $N = 10^8$ 次抽样中，得到的直方图如下：



可以看到，采样结果与理论分布吻合很好，这证明了直接抽样的有效性。直接抽样 10^8 次的耗时为 $0.8178s$ 。

3.分析讨论

直接抽样法的优点是简单有效，但是对于复杂的分布，很难找到其反函数，因此需要使用其他方法。我尝试了使用挑选法抽样，考虑 $U(-0.5, 0.5)$ ，计算得 $M = \sup_{-\infty < x < \infty} \frac{f(x)}{h(x)} = 2, h(x) = 0.5$ ，以概率 $eps < \frac{f(x)}{Mh(x)} = f(x)$ 接受抽样结果，否则拒绝。该抽样方法的效率为 $\frac{1}{M} = 0.5$ ， 10^8 次抽样耗时 $6.3677s$ ，远大于直接抽样的耗时。抽样结果与直接抽样一致，直方图如下：



4.实验代码

代码见： `/code/main.py`