

Universidad Politécnica de Cataluña

FACULTAD DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

IMPLEMENTACIÓN DEL SIMPLEX PRIMAL

Práctica II

Autores:

Eduardo Peña (21781395G): Datos 38

Laia Pomar (39470685V): Datos 39

Noviembre 2019

1. Introducción

El algoritmo del Simplex Primal es un algoritmo iterativo capaz de resolver problemas de programación lineal en forma estándar

$$(P) \begin{cases} \min & z = c'x \\ \text{s.a} & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{cases}$$

con $A \in M_{m \times n}(R)$, $x \in R^n$.

Es importante saber que la solución óptima de un problema de programación lineal siempre se encuentra en un punto extremo del poliedro generado por las restricciones. Por esta razón, el Simplex consiste en pasar de una SBF, asociada a un punto extremo del poliedro del problema, a otra SBF que mejore el valor de la función objetivo $z = c'x$. El funcionamiento del algoritmo del Simplex Primal es el que sigue.

Algoritmo Simplex Primal. Dadas una SBF inicial representada por B , N , x_B y z , el algoritmo procede de la siguiente manera:

- Se calculan los costes reducidos $r_N = c'_N - c'_B B^{-1} A_N$. Si $r \geq 0$, la SBF actual es óptima y por tanto paramos. Si esto no sucede, se selecciona una variable de entrada q tal que $r_q \leq 0$.
- Calculamos la dirección básica de descenso asociada a x_q , $d_B = -B^{-1} A_q$. Si $d_b \geq 0$ es una DBF ilimitada y por tanto el problema es ilimitado y no tiene solución.
- Calculamos la theta máxima $\theta^* = \min\{-x_{B(i)}/d_{B(i)} \mid i \in \{1, \dots, m\}, d_{B(i)} < 0\}$ y mediante alguna regla de tasación, encontramos la variable básica de salida $B(p)$ tal que $\theta^* = -x_{B(p)}/d_{B(p)}$.
- Actualizamos la base y la nueva SBF.
 - $x_B = x_B + \theta^* d_B$, $z = z + \theta^* r_q$, $x_q = \theta^*$.
 - $((B)^{-1} = H B^{-1})^1$

Como se ha indicado, para que el Simplex empiece a iterar necesitamos una primera SBF inicial. Para eso utilizamos el problema asociado a la Fase I.

$$(P)_I \begin{cases} \min & zI = \sum_{j=1}^m y_j \\ \text{s.a} & Ax + Iy = b \\ & x, y \geq 0 \end{cases}$$

Partiendo de la base inicial trivial $B = \{n+1, \dots, n+m\}$, que será la matriz identidad, observamos que si $z_I^* = 0 \iff (P)$ factible. En este caso, la solución óptima de la Fase I nos proporcionará una base inicial para comenzar a iterar el algoritmo del Simplex Primal, conocida como Fase II.

En la implementación de este algoritmo, es importante conocer los siguientes resultados, que se mencionarán más adelante en esta práctica.

Teorema. Sea (P) un problema de programación lineal en forma estándar, de rango completo, factible y no degenerado. Entonces:

1. El algoritmo del Simplex finaliza en un número finito de iteraciones.
2. El algoritmo proporciona una SBF óptima o identifica una SBF asociada a una DBF de descenso ilimitada.

¹Actualización de la inversa de la base, explicación apartado 2.1

Regla de Bland. (Selección del pivote de subíndice menor):

1. Seleccionar como VNB de entrada la correspondiente a la de índice menor de las que tengan coste reducido negativo.
2. Si en la selección de la variable de salida de la base se produce un empate, seleccionar la VB con índice menor.

Como consecuencia del teorema anterior, observamos que cuando se aplica la Regla de Bland junto al algoritmo del Simplex, siempre se finalizará el algoritmo en un número finito de iteraciones.

2. Implementación del algoritmo

En esta práctica se ha decidido implementar el algoritmo del Simplex Primal mediante un programa escrito en C++. Este programa resuelve la Fase I del algoritmo así como también la fase II. Al ejecutar el programa, este creará un archivo de nombre **“Resultados.txt”** en el que aparecerán resueltos los problemas. A cada iteración del algoritmo el programa escribirá en el archivo la información más relevante sobre los cambios producidos, tal y como se ha pedido, y finalmente acaba por escribir la solución óptima, si la tiene, o indica que es un problema ilimitado o infactible en caso contrario. Ejemplos de esto mismo se pueden observar en el apartado **3. Resolución de los problemas**.

El funcionamiento de este programa es un poco diferente a lo solicitado. El programa no depende de los archivos de problemas de los datos 38 y 39, que són los que nos han sido asignados. Este programa únicamente necesita como entrada el archivo de texto subido a atenea que contiene todos los datos de todos los alumnos (pm19_exercici_simplex_dades.txt). Una vez ejecutado el programa, este solicitará un número de alumno (equivalente al número de datos), y el programa resolverá los 4 problemas de este alumno aplicando el algoritmo del Simplex Primal con la Regla de Bland y con la regla del coste reducido, y como se ha dicho con anterioridad, se creará un archivo de texto con la información más relevante de cada iteración y las soluciones de los problemas.

Nota: para el buen funcionamiento del programa, es necesario que en la misma carpeta donde se encuentra el ejecutable esté el archivo de texto **“pm19_exercici_simplex_dades.txt”** con los datos de la práctica.

2.1. Actualización de la inversa de la base

En cada iteración del Simplex es necesario disponer de la inversa de la base B^{-1} para el posterior cálculo de las soluciones básicas factibles $x_B = B^{-1}b$, las direcciones básicas factibles $d_B = -B^{-1}A_q$ y el vector de costes reducidos $r_N = c'_N - c_B B^{-1}A_N$. Entonces, en vez de calcular la inversa de la base en cada iteración, es posible encontrarla de manera más sencilla. El método consiste en lo siguiente:

Supongamos que hemos encontrado una SBF x_B de matriz básica B y una variable de entrada x_q con su DBF asociada d_B . Entonces, teniendo en cuenta que B y B' , las matrices básicas de iteraciones consecutivas, solo diferirán en la columna p -ésima (de la variable de salida), se puede deducir que la inversa de la nueva matriz básica se puede obtener como $(B')^{-1} = HB^{-1}$ siendo H la matriz:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & & h_{1p} & & \\ & \ddots & \vdots & & \\ & & h_{ip} & & \\ & & \vdots & \ddots & \\ & & h_{mp} & & 1 \end{bmatrix} \quad h_{ip} = \begin{cases} -1/d_{B(p)} & i = p \\ d_{B(i)}/d_{B(p)} & i \neq p \end{cases}$$

Gracias a esto nos ahorramos tener que calcular una inversa a cada iteración y el cálculo de B^{-1} se reduce a un simple producto de matrices. Este producto es bastante más eficiente que calcular una inversa en cada iteración, ya que aprovechamos que la matriz H es la identidad excepto en la columna p . Este método es el que se ha implementado en esta práctica para actualizar la inversa de la base.

2.2. Degeneración de la Fase I

Cuando resolvemos la Fase I del problema, si se puede, el programa encontrará una solución óptima. En el caso en que $z \neq 0$ esto implicará que el problema original es infactible. En el caso contrario el problema original será factible. En esta situación, antes de pasar a la Fase II del algoritmo debemos vigilar si nos encontramos en una Fase I degenerada o no. Es decir, SBF diferentes están asociadas a un mismo punto extremo. Si se da la situación de que no es degenerada, entonces en la base B^* óptima de la Fase I no se encontrarán variables artificiales, y por tanto, la podremos utilizar en la Fase II. Cuando ocurre lo contrario, puede suceder que en la base B^* quede alguna variable artificial (con valor 0, ya que si no sería diferente de 0). En este caso, y para llegar a una SBF inicial sin variables artificiales (de tal manera que esta solución se pueda usar en la Fase II del algoritmo) hacemos lo siguiente:

1. Identificamos si estamos en un problema degenerado.
2. Cuando encontramos la solución óptima, identificamos si hay una variable artificial en la base.
3. Identificamos una variable no artificial dentro de N , el conjunto de las variables no básicas, y miramos si la nueva base resultante de sustituir la variable artificial por esta nueva variable no artificial es invertible. Es decir, miramos si es una SBF.
4. Si es invertible, actualizamos la base y ya tenemos una SBF inicial para la Fase II.
5. En caso contrario probamos con la siguiente variable no artificial de N .
6. Se repite el proceso hasta que no queden variables artificiales en la base.

2.3. Degeneración y ciclado en la Fase II

En la Fase II del algoritmo del Simplex Primal también nos podemos encontrar con que el problema también es degenerado. Como hemos visto, si se está implementando la regla del coste reducido en un problema degenerado puede ser que el algoritmo entre en ciclado y puede no convergir hacia una SBF óptima. Para solventar esta eventualidad, nuestro programa hace lo siguiente:

1. En cuanto encontramos que hay una Iteración con $\theta = 0$, nos guardamos la base en cuestión en la que se encuentra el algoritmo y comprobamos si en las siguientes iteraciones esta misma base vuelve a repetirse.
2. En el caso de que suceda lo anterior, acabamos el programa e indicamos que el problema ha entrado en ciclado. En este caso, el problema se podría resolver mediante la Regla de Bland sin ningún problema.
3. En el caso de que esto no suceda, el problema puede encontrar una solución óptima, en el caso de que no sea ilimitado.

3. Resolución de los problemas

A continuación se muestran los resultados obtenidos al aplicar el programa a 8 de los problemas dispuestos por el profesorado. Nótese que estos meros ejemplos son los 8 problemas asociados a los datos 38 y 39, ya que estos son los que se nos ha asignado. Pero como ya se ha mencionado con anterioridad, el programa es capaz de resolver cualquier problema del archivo de texto que los contiene.

Cada problema ha sido solucionado dos veces tal y como se ha pedido. Una mediante la Regla de Bland y otra mediante la regla del coste reducido.

3.1. Problemas datos 38

Conjunt de dades 38

Problema 1

Inici simplex primal amb regla de Bland

Fase I

Iteracio 1 : $q = 1$, $rq = -39.000$, $B(p) = 28$, $\theta^* = 0.840$, $z = 2321.240$
Iteracio 2 : $q = 2$, $rq = -330.520$, $B(p) = 26$, $\theta^* = 0.148$, $z = 2272.218$
Iteracio 3 : $q = 4$, $rq = -936.274$, $B(p) = 24$, $\theta^* = 0.010$, $z = 2262.890$
Iteracio 4 : $q = 5$, $rq = -229.687$, $B(p) = 27$, $\theta^* = 1.738$, $z = 1863.717$
Iteracio 5 : $q = 6$, $rq = -595.382$, $B(p) = 4$, $\theta^* = 0.305$, $z = 1681.857$
Iteracio 6 : $q = 3$, $rq = -1042.770$, $B(p) = 29$, $\theta^* = 0.264$, $z = 1406.081$
Iteracio 7 : $q = 4$, $rq = -91.240$, $B(p) = 2$, $\theta^* = 0.512$, $z = 1359.357$
Iteracio 8 : $q = 7$, $rq = -1001.417$, $B(p) = 22$, $\theta^* = 0.138$, $z = 1221.206$
Iteracio 9 : $q = 2$, $rq = -197.110$, $B(p) = 23$, $\theta^* = 2.112$, $z = 804.859$
Iteracio 10 : $q = 9$, $rq = -195.803$, $B(p) = 5$, $\theta^* = 1.018$, $z = 605.474$
Iteracio 11 : $q = 10$, $rq = -498.010$, $B(p) = 25$, $\theta^* = 1.161$, $z = 27.415$
Iteracio 12 : $q = 8$, $rq = -18.857$, $B(p) = 30$, $\theta^* = 0.096$, $z = 25.612$
Iteracio 13 : $q = 11$, $rq = -205.344$, $B(p) = 21$, $\theta^* = 0.125$, $z = -0.000$
Iteracio 14 : $q = 0$, $rq = 0.000$, $B(p) = 0$, $\theta^* = 0.000$, $z = -0.000$
Solucio basica factible trobada, Iteracio 14

Fase II

Iteracio 15 : $q = 14$, $rq = -282.259$, $B(p) = 11$, $\theta^* = 0.145$, $z = 23.545$
Iteracio 16 : $q = 5$, $rq = -29.939$, $B(p) = 9$, $\theta^* = 2.739$, $z = -58.469$
Iteracio 17 : $q = 12$, $rq = -69.592$, $B(p) = 6$, $\theta^* = 0.936$, $z = -123.603$
Iteracio 18 : $q = 13$, $rq = -486.264$, $B(p) = 2$, $\theta^* = 0.298$, $z = -268.679$
Iteracio 19 : $q = 6$, $rq = -95.066$, $B(p) = 10$, $\theta^* = 1.721$, $z = -432.244$
Iteracio 20 : $q = 2$, $rq = -11.781$, $B(p) = 12$, $\theta^* = 0.044$, $z = -432.762$
Iteracio 21 : $q = 11$, $rq = -16.983$, $B(p) = 2$, $\theta^* = 0.028$, $z = -433.237$
Iteracio 22 : $q = 17$, $rq = -0.355$, $B(p) = 11$, $\theta^* = 4.604$, $z = -434.870$
Iteracio 23 : $q = 18$, $rq = -0.437$, $B(p) = 8$, $\theta^* = 134.240$, $z = -493.578$
Iteracio 24 : $q = 10$, $rq = -133.782$, $B(p) = 3$, $\theta^* = 0.280$, $z = -531.094$
Iteracio 25 : $q = 12$, $rq = -107.163$, $B(p) = 10$, $\theta^* = 0.324$, $z = -565.817$
Iteracio 26 : $q = 20$, $rq = -0.219$, $B(p) = 12$, $\theta^* = 68.193$, $z = -580.753$
Iteracio 27 : $q = 8$, $rq = -1.369$, $B(p) = 5$, $\theta^* = 1.136$, $z = -582.309$
Iteracio 28 : $q = 0$, $rq = 0.000$, $B(p) = 0$, $\theta^* = 0.000$, $z = -582.309$
Solucio optima trobada, Iteracio 28, $z = -582.308505$

Fi simplex primal

VB* =

14 7 13 17 6 4 8 1 20 18

xB* =

1.4691 1.2808 0.6731 86.4014 4.0527 2.2634 1.1364 3.8148 441.6379 394.0695

VNB* =

9 3 10 2 15 16 11 5 19 12

r* =

46.7332 136.2306 176.4307 70.5180 0.6037 0.2528 64.9981 0.5159 0.4939 45.5317

z* =

-582.3085

Inici simplex primal amb regla de costos mnims

Fase I

Iteracio 1 : q = 6, rq = -520.000, B(p) = 23, theta* = 0.138, z = 2282.276
Iteracio 2 : q = 3, rq = -1578.483, B(p) = 29, theta* = 0.218, z = 1938.097
Iteracio 3 : q = 4, rq = -631.104, B(p) = 24, theta* = 0.236, z = 1788.966
Iteracio 4 : q = 7, rq = -2463.273, B(p) = 27, theta* = 0.006, z = 1773.910
Iteracio 5 : q = 13, rq = -1011.130, B(p) = 22, theta* = 0.331, z = 1439.607
Iteracio 6 : q = 1, rq = -459.048, B(p) = 28, theta* = 0.346, z = 1280.814
Iteracio 7 : q = 8, rq = -642.819, B(p) = 26, theta* = 0.406, z = 1020.013
Iteracio 8 : q = 14, rq = -551.610, B(p) = 30, theta* = 0.802, z = 577.519
Iteracio 9 : q = 9, rq = -151.980, B(p) = 8, theta* = 1.432, z = 359.843
Iteracio 10 : q = 12, rq = -299.431, B(p) = 25, theta* = 1.055, z = 43.831
Iteracio 11 : q = 11, rq = -87.769, B(p) = 21, theta* = 0.499, z = 0.000
Iteracio 12 : q = 0, rq = 0.000, B(p) = 0, theta* = 0.000, z = 0.000
Solucio basica factible trobada, Iteracio 12

Fase II

Iteracio 13 : q = 5, rq = -30.383, B(p) = 12, theta* = 3.600, z = -415.811
Iteracio 14 : q = 8, rq = -131.081, B(p) = 9, theta* = 0.133, z = -433.237
Iteracio 15 : q = 17, rq = -0.355, B(p) = 11, theta* = 4.604, z = -434.870
Iteracio 16 : q = 18, rq = -0.437, B(p) = 8, theta* = 134.240, z = -493.578
Iteracio 17 : q = 12, rq = -222.945, B(p) = 3, theta* = 0.324, z = -565.817
Iteracio 18 : q = 20, rq = -0.219, B(p) = 12, theta* = 68.193, z = -580.753
Iteracio 19 : q = 8, rq = -1.369, B(p) = 5, theta* = 1.136, z = -582.309
Iteracio 20 : q = 0, rq = 0.000, B(p) = 0, theta* = 0.000, z = -582.309
Solucio optima trobada, Iteracio 20, z = -582.308505

Fi simplex primal

VB* =

17 13 6 4 8 18 7 1 20 14

xB* =

86.4014 0.6731 4.0527 2.2634 1.1364 394.0695 1.2808 3.8148 441.6379 1.4691

VNB* =

2 3 9 10 15 16 11 5 19 12

r* =

70.5180 136.2306 46.7332 176.4307 0.6037 0.2528 64.9981 0.5159 0.4939 45.5317

z* =

-582.3085

Problema 2

Inici simplex primal amb regla de Bland

Fase I

Iteracio 1 : $q = 1$, $r_q = -630.000$, $B(p) = 29$, $\theta^* = 0.026$, $z = 908.636$
Iteracio 2 : $q = 4$, $r_q = -43.727$, $B(p) = 1$, $\theta^* = 0.069$, $z = 905.621$
Iteracio 3 : $q = 6$, $r_q = -198.103$, $B(p) = 4$, $\theta^* = 0.200$, $z = 866.000$
Iteracio 4 : $q = 17$, $r_q = -1.000$, $B(p) = 27$, $\theta^* = 168.800$, $z = 697.200$
Iteracio 5 : $q = 18$, $r_q = -1.000$, $B(p) = 28$, $\theta^* = 46.400$, $z = 650.800$
Iteracio 6 : $q = 20$, $r_q = -1.000$, $B(p) = 30$, $\theta^* = 83.200$, $z = 567.600$
Iteracio 7 : $q = 0$, $r_q = 0.000$, $B(p) = 0$, $\theta^* = 0.000$, $z = 567.600$
Problema infactible

Inici simplex primal amb regla de costos mnims

Fase I

Iteracio 1 : $q = 1$, $r_q = -630.000$, $B(p) = 29$, $\theta^* = 0.026$, $z = 908.636$
Iteracio 2 : $q = 6$, $r_q = -213.182$, $B(p) = 1$, $\theta^* = 0.200$, $z = 866.000$
Iteracio 3 : $q = 17$, $r_q = -1.000$, $B(p) = 27$, $\theta^* = 168.800$, $z = 697.200$
Iteracio 4 : $q = 18$, $r_q = -1.000$, $B(p) = 28$, $\theta^* = 46.400$, $z = 650.800$
Iteracio 5 : $q = 20$, $r_q = -1.000$, $B(p) = 30$, $\theta^* = 83.200$, $z = 567.600$
Iteracio 6 : $q = 0$, $r_q = 0.000$, $B(p) = 0$, $\theta^* = 0.000$, $z = 567.600$
Problema infactible

Problema 3

Inici simplex primal amb regla de Bland

Fase I

Iteracio 1 : $q = 1$, $r_q = -485.000$, $B(p) = 32$, $\theta^* = 8.198$, $z = 3101.128$
Iteracio 2 : $q = 2$, $r_q = -123.465$, $B(p) = 26$, $\theta^* = 4.980$, $z = 2486.302$
Iteracio 3 : $q = 3$, $r_q = -47.087$, $B(p) = 1$, $\theta^* = 5.434$, $z = 2230.438$
Iteracio 4 : $q = 4$, $r_q = -42.644$, $B(p) = 3$, $\theta^* = 4.308$, $z = 2046.724$
Iteracio 5 : $q = 5$, $r_q = -441.103$, $B(p) = 30$, $\theta^* = 0.214$, $z = 1952.355$
Iteracio 6 : $q = 1$, $r_q = -548.555$, $B(p) = 33$, $\theta^* = 1.230$, $z = 1277.385$
Iteracio 7 : $q = 3$, $r_q = -264.371$, $B(p) = 29$, $\theta^* = 2.011$, $z = 745.739$
Iteracio 8 : $q = 6$, $r_q = -251.906$, $B(p) = 25$, $\theta^* = 0.175$, $z = 701.707$
Iteracio 9 : $q = 7$, $r_q = -180.908$, $B(p) = 31$, $\theta^* = 1.523$, $z = 426.265$
Iteracio 10 : $q = 8$, $r_q = -35.201$, $B(p) = 34$, $\theta^* = 0.961$, $z = 392.452$
Iteracio 11 : $q = 9$, $r_q = -46.041$, $B(p) = 3$, $\theta^* = 0.739$, $z = 358.437$
Iteracio 12 : $q = 10$, $r_q = -41.115$, $B(p) = 9$, $\theta^* = 1.105$, $z = 312.994$
Iteracio 13 : $q = 12$, $r_q = -777.093$, $B(p) = 1$, $\theta^* = 0.166$, $z = 183.620$
Iteracio 14 : $q = 3$, $r_q = -62.506$, $B(p) = 28$, $\theta^* = 0.972$, $z = 122.881$
Iteracio 15 : $q = 9$, $r_q = -50.156$, $B(p) = 27$, $\theta^* = 2.450$, $z = -0.000$
Iteracio 16 : $q = 0$, $r_q = 0.000$, $B(p) = 0$, $\theta^* = 0.000$, $z = -0.000$
Solucio basica factible trobada, Iteracio 16

Fase II

Iteracio 17 : $q = 11$, $r_q = -79.066$, $B(p) = 3$, $\theta^* = 0.955$, $z = -845.284$
Iteracio 18 : $q = 13$, $r_q = -102.626$, $B(p) = 9$, $\theta^* = 1.774$, $z = -1027.391$
Iteracio 19 : $q = 3$, $r_q = -24.415$, $B(p) = 11$, $\theta^* = 0.834$, $z = -1047.743$
Iteracio 20 : $q = 14$, $r_q = -45.123$, $B(p) = 5$, $\theta^* = 1.197$, $z = -1101.776$
Iteracio 21 : $q = 11$, $r_q = -8.013$, $B(p) = 3$, $\theta^* = 0.625$, $z = -1106.786$
Iteracio 22 : $q = 15$, $r_q = -0.807$, $B(p) = 11$, $\theta^* = 57.935$, $z = -1153.566$
Iteracio 23 : $q = 17$, $r_q = -1.098$, $B(p) = 12$, $\theta^* = 24.947$, $z = -1180.956$
Iteracio 24 : $q = 3$, $r_q = -168.477$, $B(p) = 2$, $\theta^* = 0.424$, $z = -1252.391$
Iteracio 25 : $q = 16$, $r_q = -0.765$, $B(p) = 14$, $\theta^* = 31.993$, $z = -1276.880$
Iteracio 26 : $q = 11$, $r_q = -73.097$, $B(p) = 3$, $\theta^* = 0.129$, $z = -1286.303$
Iteracio 27 : $q = 19$, $r_q = -1.069$, $B(p) = 11$, $\theta^* = 18.218$, $z = -1305.775$
Iteracio 28 : $q = 12$, $r_q = -47.927$, $B(p) = 4$, $\theta^* = 0.141$, $z = -1312.519$
Iteracio 29 : $q = 14$, $r_q = -3.178$, $B(p) = 10$, $\theta^* = 5.748$, $z = -1330.788$
Iteracio 30 : $q = 20$, $r_q = -0.690$, $B(p) = 12$, $\theta^* = 50.862$, $z = -1365.890$
Iteracio 31 : $q = 21$, $r_q = -0.249$, $B(p) = 15$, $\theta^* = 66.080$, $z = -1382.331$
Iteracio 32 : $q = 18$, $r_q = -0.047$, $B(p) = 20$, $\theta^* = 75.947$, $z = -1385.898$
Iteracio 33 : $q = 22$, $r_q = -0.417$, $B(p) = 17$, $\theta^* = 83.624$, $z = -1420.784$
Iteracio 34 : $q = 20$, $r_q = -0.576$, $B(p) = 14$, $\theta^* = 122.993$, $z = -1491.628$
Iteracio 35 : $q = 12$, $r_q = -19.311$, $B(p) = 7$, $\theta^* = 2.476$, $z = -1539.444$
Iteracio 36 : $q = 15$, $r_q = -0.026$, $B(p) = 12$, $\theta^* = 210.444$, $z = -1545.004$
Iteracio 37 : $q = 23$, $r_q = -1.693$, $B(p) = 6$, $\theta^* = 512.622$, $z = -2412.714$
Iteracio 38 : $q = 24$, $r_q = -4.919$, $B(p) = 13$, $\theta^* = 4669.500$, $z = -25380.000$
Iteracio 39 : $q = 7$, $r_q = -42.000$, $B(p) = 8$, $\theta^* = 705.000$, $z = -54990.000$
Problema il.limitat

Inici simplex primal amb regla de costos mnims

Fase I

Iteracio 1 : $q = 5$, $rq = -619.000$, $B(p) = 29$, $\theta^* = 6.650$, $z = 2960.650$
Iteracio 2 : $q = 10$, $rq = -505.240$, $B(p) = 34$, $\theta^* = 0.480$, $z = 2717.960$
Iteracio 3 : $q = 3$, $rq = -539.623$, $B(p) = 25$, $\theta^* = 2.786$, $z = 1214.305$
Iteracio 4 : $q = 11$, $rq = -273.063$, $B(p) = 30$, $\theta^* = 0.723$, $z = 1016.854$
Iteracio 5 : $q = 7$, $rq = -344.060$, $B(p) = 28$, $\theta^* = 0.863$, $z = 719.823$
Iteracio 6 : $q = 9$, $rq = -170.711$, $B(p) = 27$, $\theta^* = 1.433$, $z = 475.247$
Iteracio 7 : $q = 1$, $rq = -162.644$, $B(p) = 33$, $\theta^* = 0.167$, $z = 448.155$
Iteracio 8 : $q = 12$, $rq = -213.850$, $B(p) = 7$, $\theta^* = 0.984$, $z = 237.661$
Iteracio 9 : $q = 2$, $rq = -240.863$, $B(p) = 26$, $\theta^* = 0.898$, $z = 21.467$
Iteracio 10 : $q = 6$, $rq = -122.899$, $B(p) = 32$, $\theta^* = 0.010$, $z = 20.246$
Iteracio 11 : $q = 7$, $rq = -63.697$, $B(p) = 31$, $\theta^* = 0.318$, $z = -0.000$
Iteracio 12 : $q = 0$, $rq = 0.000$, $B(p) = 0$, $\theta^* = 0.000$, $z = -0.000$
Solucio basica factible trobada, Iteracio 12

Fase II

Iteracio 13 : $q = 4$, $rq = -222.626$, $B(p) = 11$, $\theta^* = 1.045$, $z = -681.889$
Iteracio 14 : $q = 8$, $rq = -141.537$, $B(p) = 1$, $\theta^* = 0.621$, $z = -769.752$
Iteracio 15 : $q = 13$, $rq = -112.240$, $B(p) = 9$, $\theta^* = 2.477$, $z = -1047.743$
Iteracio 16 : $q = 14$, $rq = -45.123$, $B(p) = 5$, $\theta^* = 1.197$, $z = -1101.776$
Iteracio 17 : $q = 11$, $rq = -8.013$, $B(p) = 3$, $\theta^* = 0.625$, $z = -1106.786$
Iteracio 18 : $q = 21$, $rq = -1.275$, $B(p) = 11$, $\theta^* = 39.526$, $z = -1157.171$
Iteracio 19 : $q = 17$, $rq = -1.095$, $B(p) = 12$, $\theta^* = 40.193$, $z = -1201.200$
Iteracio 20 : $q = 11$, $rq = -152.272$, $B(p) = 2$, $\theta^* = 0.371$, $z = -1257.633$
Iteracio 21 : $q = 3$, $rq = -7.863$, $B(p) = 11$, $\theta^* = 0.435$, $z = -1261.054$
Iteracio 22 : $q = 24$, $rq = -2.398$, $B(p) = 14$, $\theta^* = 7.812$, $z = -1279.786$
Iteracio 23 : $q = 12$, $rq = -596.653$, $B(p) = 3$, $\theta^* = 0.023$, $z = -1293.540$
Iteracio 24 : $q = 23$, $rq = -1.101$, $B(p) = 12$, $\theta^* = 3.010$, $z = -1296.855$
Iteracio 25 : $q = 14$, $rq = -30.515$, $B(p) = 8$, $\theta^* = 2.065$, $z = -1359.874$
Iteracio 26 : $q = 16$, $rq = -0.748$, $B(p) = 6$, $\theta^* = 142.318$, $z = -1466.276$
Iteracio 27 : $q = 1$, $rq = -117.145$, $B(p) = 14$, $\theta^* = 1.053$, $z = -1589.624$
Iteracio 28 : $q = 20$, $rq = -1.086$, $B(p) = 1$, $\theta^* = 105.186$, $z = -1703.856$
Iteracio 29 : $q = 11$, $rq = -68.036$, $B(p) = 7$, $\theta^* = 0.029$, $z = -1705.863$
Iteracio 30 : $q = 19$, $rq = -1.389$, $B(p) = 11$, $\theta^* = 6.317$, $z = -1714.641$
Iteracio 31 : $q = 14$, $rq = -116.279$, $B(p) = 4$, $\theta^* = 0.740$, $z = -1800.687$
Iteracio 32 : $q = 22$, $rq = -1.466$, $B(p) = 10$, $\theta^* = 948.812$, $z = -3192.048$
Iteracio 33 : $q = 2$, $rq = -26.921$, $B(p) = 14$, $\theta^* = 19.879$, $z = -3727.207$
Iteracio 34 : $q = 18$, $rq = -5.502$, $B(p) = 2$, $\theta^* = 3008.333$, $z = -20279.667$
Problema il.limitat

Problema 4

Inici simplex primal amb regla de Bland

Fase I

Iteracio 1 : $q = 1$, $rq = -111.000$, $B(p) = 24$, $\theta^* = 2.281$, $z = 3603.820$
Iteracio 2 : $q = 2$, $rq = -467.933$, $B(p) = 21$, $\theta^* = 2.038$, $z = 2650.244$
Iteracio 3 : $q = 3$, $rq = -134.537$, $B(p) = 27$, $\theta^* = 2.869$, $z = 2264.214$
Iteracio 4 : $q = 8$, $rq = -935.924$, $B(p) = 30$, $\theta^* = 0.852$, $z = 1466.462$
Iteracio 5 : $q = 6$, $rq = -591.617$, $B(p) = 29$, $\theta^* = 1.114$, $z = 807.238$
Iteracio 6 : $q = 9$, $rq = -482.309$, $B(p) = 1$, $\theta^* = 0.039$, $z = 788.288$
Iteracio 7 : $q = 4$, $rq = -311.193$, $B(p) = 26$, $\theta^* = 0.197$, $z = 726.850$
Iteracio 8 : $q = 5$, $rq = -138.887$, $B(p) = 23$, $\theta^* = 0.025$, $z = 723.328$
Iteracio 9 : $q = 1$, $rq = -66.016$, $B(p) = 6$, $\theta^* = 1.069$, $z = 652.749$
Iteracio 10 : $q = 7$, $rq = -36.293$, $B(p) = 4$, $\theta^* = 0.522$, $z = 633.800$
Iteracio 11 : $q = 10$, $rq = -477.292$, $B(p) = 25$, $\theta^* = 0.697$, $z = 300.973$
Iteracio 12 : $q = 4$, $rq = -24.953$, $B(p) = 22$, $\theta^* = 2.005$, $z = 250.946$
Iteracio 13 : $q = 11$, $rq = -17.671$, $B(p) = 2$, $\theta^* = 1.625$, $z = 222.233$
Iteracio 14 : $q = 12$, $rq = -131.977$, $B(p) = 7$, $\theta^* = 1.463$, $z = 29.176$
Iteracio 15 : $q = 2$, $rq = -447.185$, $B(p) = 28$, $\theta^* = 0.065$, $z = -0.000$
Iteracio 16 : $q = 0$, $rq = 0.000$, $B(p) = 0$, $\theta^* = 0.000$, $z = -0.000$
Solucio basica factible trobada, Iteracio 16

Fase II

Iteracio 17 : $q = 7$, $rq = -113.432$, $B(p) = 11$, $\theta^* = 3.271$, $z = -308.270$
Iteracio 18 : $q = 13$, $rq = -17.077$, $B(p) = 10$, $\theta^* = 0.397$, $z = -315.050$
Iteracio 19 : $q = 14$, $rq = -7.413$, $B(p) = 7$, $\theta^* = 0.491$, $z = -318.690$
Iteracio 20 : $q = 16$, $rq = -0.526$, $B(p) = 5$, $\theta^* = 90.477$, $z = -366.322$
Iteracio 21 : $q = 7$, $rq = -28.113$, $B(p) = 1$, $\theta^* = 0.355$, $z = -376.288$
Iteracio 22 : $q = 10$, $rq = -103.771$, $B(p) = 13$, $\theta^* = 0.283$, $z = -405.676$
Iteracio 23 : $q = 19$, $rq = -0.478$, $B(p) = 8$, $\theta^* = 142.178$, $z = -473.654$
Iteracio 24 : $q = 5$, $rq = -11.382$, $B(p) = 4$, $\theta^* = 0.236$, $z = -476.342$
Iteracio 25 : $q = 0$, $rq = 0.000$, $B(p) = 0$, $\theta^* = 0.000$, $z = -476.342$
Solucio optima trobada, Iteracio 25, $z = -476.342184$

Fi simplex primal

VB* =

14 5 16 9 10 12 3 2 7 19

xB* =

2.2554 0.2362 158.3067 1.8830 0.3054 0.2868 1.6969 3.3490 4.7925 165.6190

VNB* =

6 11 13 1 15 4 17 18 8 20

r* =

151.6795 150.6022 14.9706 41.9561 0.0236 7.3944 0.4652 0.0784 65.7344 0.4377

z* =

-476.3422

Inici simplex primal amb regla de costos mnims

Fase I

Iteracio 1 : $q = 2$, $rq = -549.000$, $B(p) = 21$, $\theta^* = 2.598$, $z = 2430.793$
Iteracio 2 : $q = 14$, $rq = -642.978$, $B(p) = 24$, $\theta^* = 0.342$, $z = 2210.842$
Iteracio 3 : $q = 3$, $rq = -922.971$, $B(p) = 26$, $\theta^* = 1.153$, $z = 1146.995$
Iteracio 4 : $q = 1$, $rq = -384.437$, $B(p) = 28$, $\theta^* = 0.039$, $z = 1131.979$
Iteracio 5 : $q = 8$, $rq = -540.340$, $B(p) = 30$, $\theta^* = 0.436$, $z = 896.531$
Iteracio 6 : $q = 9$, $rq = -439.097$, $B(p) = 23$, $\theta^* = 0.293$, $z = 767.673$
Iteracio 7 : $q = 11$, $rq = -535.545$, $B(p) = 27$, $\theta^* = 0.084$, $z = 722.434$
Iteracio 8 : $q = 6$, $rq = -227.354$, $B(p) = 11$, $\theta^* = 0.401$, $z = 631.261$
Iteracio 9 : $q = 10$, $rq = -1292.642$, $B(p) = 29$, $\theta^* = 0.145$, $z = 443.595$
Iteracio 10 : $q = 11$, $rq = -240.168$, $B(p) = 22$, $\theta^* = 0.707$, $z = 273.889$
Iteracio 11 : $q = 5$, $rq = -270.818$, $B(p) = 2$, $\theta^* = 0.906$, $z = 28.429$
Iteracio 12 : $q = 7$, $rq = -74.488$, $B(p) = 25$, $\theta^* = 0.382$, $z = 0.000$
Iteracio 13 : $q = 0$, $rq = 0.000$, $B(p) = 0$, $\theta^* = 0.000$, $z = 0.000$
Solucio basica factible trobada, Iteracio 13

Fase II

Iteracio 14 : $q = 2$, $rq = -193.774$, $B(p) = 11$, $\theta^* = 1.802$, $z = -124.369$
Iteracio 15 : $q = 12$, $rq = -82.615$, $B(p) = 14$, $\theta^* = 2.097$, $z = -297.587$
Iteracio 16 : $q = 4$, $rq = -36.180$, $B(p) = 6$, $\theta^* = 0.295$, $z = -308.270$
Iteracio 17 : $q = 13$, $rq = -17.077$, $B(p) = 10$, $\theta^* = 0.397$, $z = -315.050$
Iteracio 18 : $q = 14$, $rq = -7.413$, $B(p) = 7$, $\theta^* = 0.491$, $z = -318.690$
Iteracio 19 : $q = 19$, $rq = -0.581$, $B(p) = 9$, $\theta^* = 102.287$, $z = -378.092$
Iteracio 20 : $q = 10$, $rq = -152.614$, $B(p) = 5$, $\theta^* = 0.032$, $z = -382.944$
Iteracio 21 : $q = 7$, $rq = -49.838$, $B(p) = 8$, $\theta^* = 0.364$, $z = -401.107$
Iteracio 22 : $q = 5$, $rq = -47.130$, $B(p) = 10$, $\theta^* = 0.030$, $z = -402.522$
Iteracio 23 : $q = 9$, $rq = -48.319$, $B(p) = 4$, $\theta^* = 1.124$, $z = -456.837$
Iteracio 24 : $q = 16$, $rq = -0.223$, $B(p) = 1$, $\theta^* = 14.238$, $z = -460.011$
Iteracio 25 : $q = 10$, $rq = -53.469$, $B(p) = 13$, $\theta^* = 0.305$, $z = -476.342$
Iteracio 26 : $q = 0$, $rq = 0.000$, $B(p) = 0$, $\theta^* = 0.000$, $z = -476.342$
Solucio optima trobada, Iteracio 26, $z = -476.342184$

Fi simplex primal

VB* =

5 2 19 12 14 3 9 16 10 7

xB* =

0.2362 3.3490 165.6190 0.2868 2.2554 1.6969 1.8830 158.3067 0.3054 4.7925

VNB* =

11 6 8 13 15 1 17 18 4 20

r* =

150.6022 151.6795 65.7344 14.9706 0.0236 41.9561 0.4652 0.0784 7.3944 0.4377

z* =

-476.3422

3.2. Problemas datos 39

Conjunt de dades 39

Problema 1

Inici simplex primal amb regla de Bland

Fase I

Iteracio 1 : $q = 1$, $rq = -38.000$, $B(p) = 27$, $\theta^* = 0.869$, $z = 3358.976$
Iteracio 2 : $q = 2$, $rq = -80.333$, $B(p) = 22$, $\theta^* = 2.442$, $z = 3162.770$
Iteracio 3 : $q = 3$, $rq = -137.819$, $B(p) = 2$, $\theta^* = 1.508$, $z = 2954.899$
Iteracio 4 : $q = 4$, $rq = -252.057$, $B(p) = 30$, $\theta^* = 0.191$, $z = 2906.742$
Iteracio 5 : $q = 2$, $rq = -163.795$, $B(p) = 1$, $\theta^* = 0.088$, $z = 2892.384$
Iteracio 6 : $q = 5$, $rq = -933.986$, $B(p) = 2$, $\theta^* = 0.059$, $z = 2837.145$
Iteracio 7 : $q = 7$, $rq = -478.303$, $B(p) = 5$, $\theta^* = 0.443$, $z = 2625.290$
Iteracio 8 : $q = 10$, $rq = -385.185$, $B(p) = 3$, $\theta^* = 1.284$, $z = 2130.660$
Iteracio 9 : $q = 1$, $rq = -4710.356$, $B(p) = 24$, $\theta^* = 0.054$, $z = 1876.512$
Iteracio 10 : $q = 2$, $rq = -670.826$, $B(p) = 4$, $\theta^* = 0.042$, $z = 1848.095$
Iteracio 11 : $q = 5$, $rq = -11.364$, $B(p) = 2$, $\theta^* = 0.097$, $z = 1846.990$
Iteracio 12 : $q = 6$, $rq = -380.345$, $B(p) = 1$, $\theta^* = 0.016$, $z = 1841.036$
Iteracio 13 : $q = 2$, $rq = -254.162$, $B(p) = 26$, $\theta^* = 0.045$, $z = 1829.637$
Iteracio 14 : $q = 3$, $rq = -168.353$, $B(p) = 5$, $\theta^* = 0.003$, $z = 1829.050$
Iteracio 15 : $q = 8$, $rq = -270.493$, $B(p) = 2$, $\theta^* = 0.040$, $z = 1818.100$
Iteracio 16 : $q = 9$, $rq = -98.599$, $B(p) = 3$, $\theta^* = 0.253$, $z = 1793.126$
Iteracio 17 : $q = 11$, $rq = -4279.774$, $B(p) = 6$, $\theta^* = 0.016$, $z = 1724.287$
Iteracio 18 : $q = 1$, $rq = -690.510$, $B(p) = 7$, $\theta^* = 0.810$, $z = 1164.797$
Iteracio 19 : $q = 2$, $rq = -3735.149$, $B(p) = 21$, $\theta^* = 0.035$, $z = 1034.477$
Iteracio 20 : $q = 3$, $rq = -516.787$, $B(p) = 28$, $\theta^* = 0.263$, $z = 898.713$
Iteracio 21 : $q = 4$, $rq = -190.774$, $B(p) = 10$, $\theta^* = 0.823$, $z = 741.699$
Iteracio 22 : $q = 5$, $rq = -66.341$, $B(p) = 3$, $\theta^* = 0.064$, $z = 737.429$
Iteracio 23 : $q = 6$, $rq = -160.483$, $B(p) = 1$, $\theta^* = 1.296$, $z = 529.503$
Iteracio 24 : $q = 12$, $rq = -743.473$, $B(p) = 9$, $\theta^* = 0.198$, $z = 382.318$
Iteracio 25 : $q = 1$, $rq = -369.365$, $B(p) = 25$, $\theta^* = 0.291$, $z = 274.740$
Iteracio 26 : $q = 3$, $rq = -200.380$, $B(p) = 23$, $\theta^* = 0.265$, $z = 221.708$
Iteracio 27 : $q = 7$, $rq = -23.853$, $B(p) = 1$, $\theta^* = 0.065$, $z = 220.151$
Iteracio 28 : $q = 9$, $rq = -51.944$, $B(p) = 8$, $\theta^* = 1.574$, $z = 138.390$
Iteracio 29 : $q = 1$, $rq = -170.517$, $B(p) = 5$, $\theta^* = 0.145$, $z = 113.632$
Iteracio 30 : $q = 13$, $rq = -142.971$, $B(p) = 1$, $\theta^* = 0.095$, $z = 100.014$
Iteracio 31 : $q = 8$, $rq = -195.982$, $B(p) = 29$, $\theta^* = 0.510$, $z = 0.000$
Iteracio 32 : $q = 0$, $rq = 0.000$, $B(p) = 0$, $\theta^* = 0.000$, $z = 0.000$
Solucio basica factible trobada, Iteracio 32

Fase II

Iteracio 33 : $q = 5$, $rq = -69.887$, $B(p) = 7$, $\theta^* = 1.833$, $z = -279.526$
Iteracio 34 : $q = 14$, $rq = -124.555$, $B(p) = 9$, $\theta^* = 0.403$, $z = -329.726$
Iteracio 35 : $q = 15$, $rq = -0.869$, $B(p) = 3$, $\theta^* = 68.520$, $z = -389.260$
Iteracio 36 : $q = 7$, $rq = -69.504$, $B(p) = 12$, $\theta^* = 0.511$, $z = -424.743$
Iteracio 37 : $q = 3$, $rq = -17.582$, $B(p) = 8$, $\theta^* = 0.639$, $z = -435.976$
Iteracio 38 : $q = 16$, $rq = -2.012$, $B(p) = 11$, $\theta^* = 67.181$, $z = -571.121$
Iteracio 39 : $q = 8$, $rq = -156.323$, $B(p) = 3$, $\theta^* = 0.071$, $z = -582.167$
Iteracio 40 : $q = 12$, $rq = -3.929$, $B(p) = 15$, $\theta^* = 0.781$, $z = -585.235$
Iteracio 41 : $q = 19$, $rq = -0.094$, $B(p) = 8$, $\theta^* = 114.149$, $z = -595.955$
Iteracio 42 : $q = 20$, $rq = -0.439$, $B(p) = 19$, $\theta^* = 135.371$, $z = -655.382$
Iteracio 43 : $q = 9$, $rq = -7.428$, $B(p) = 13$, $\theta^* = 1.637$, $z = -667.538$
Iteracio 44 : $q = 18$, $rq = -0.117$, $B(p) = 9$, $\theta^* = 72.095$, $z = -675.968$
Iteracio 45 : $q = 0$, $rq = 0.000$, $B(p) = 0$, $\theta^* = 0.000$, $z = -675.968$
Solucio optima trobada, Iteracio 45, $z = -675.967643$

Fi simplex primal

VB* =

2 4 12 16 5 14 6 18 20 7

xB* =

2.1288 1.9348 1.2131 195.9364 1.5121 1.4665 2.2584 72.0948 201.8908 3.2927

VNB* =

1 15 10 13 3 11 17 9 8 19

r* =

198.3744 0.4607 124.1749 25.2317 133.1586 116.8409 0.2579 5.1511 40.0541 0.2634

10

z* =

-675.9676

Inici simplex primal amb regla de costos mnims

Fase I

Iteracio 1 : $q = 4$, $rq = -554.000$, $B(p) = 27$, $\theta^* = 0.869$, $z = 2910.548$
Iteracio 2 : $q = 5$, $rq = -830.952$, $B(p) = 22$, $\theta^* = 0.537$, $z = 2464.179$
Iteracio 3 : $q = 12$, $rq = -621.261$, $B(p) = 23$, $\theta^* = 0.531$, $z = 2134.486$
Iteracio 4 : $q = 6$, $rq = -430.462$, $B(p) = 24$, $\theta^* = 1.087$, $z = 1666.371$
Iteracio 5 : $q = 8$, $rq = -1003.548$, $B(p) = 29$, $\theta^* = 0.249$, $z = 1416.726$
Iteracio 6 : $q = 11$, $rq = -453.241$, $B(p) = 21$, $\theta^* = 2.247$, $z = 398.225$
Iteracio 7 : $q = 2$, $rq = -207.807$, $B(p) = 26$, $\theta^* = 0.921$, $z = 206.770$
Iteracio 8 : $q = 3$, $rq = -353.734$, $B(p) = 25$, $\theta^* = 0.145$, $z = 155.455$
Iteracio 9 : $q = 14$, $rq = -83.463$, $B(p) = 28$, $\theta^* = 0.406$, $z = 121.546$
Iteracio 10 : $q = 13$, $rq = -81.043$, $B(p) = 30$, $\theta^* = 1.500$, $z = 0.000$
Iteracio 11 : $q = 0$, $rq = 0.000$, $B(p) = 0$, $\theta^* = 0.000$, $z = 0.000$
Solucio basica factible trobada, Iteracio 11

Fase II

Iteracio 12 : $q = 16$, $rq = -1.862$, $B(p) = 3$, $\theta^* = 50.420$, $z = -423.615$
Iteracio 13 : $q = 7$, $rq = -110.255$, $B(p) = 11$, $\theta^* = 1.466$, $z = -585.235$
Iteracio 14 : $q = 20$, $rq = -0.518$, $B(p) = 8$, $\theta^* = 135.371$, $z = -655.382$
Iteracio 15 : $q = 9$, $rq = -7.428$, $B(p) = 13$, $\theta^* = 1.637$, $z = -667.538$
Iteracio 16 : $q = 18$, $rq = -0.117$, $B(p) = 9$, $\theta^* = 72.095$, $z = -675.968$
Iteracio 17 : $q = 0$, $rq = 0.000$, $B(p) = 0$, $\theta^* = 0.000$, $z = -675.968$
Solucio optima trobada, Iteracio 17, $z = -675.967643$

Fi simplex primal

VB* =

7 5 12 6 16 2 4 14 20 18

xB* =

3.2927 1.5121 1.2131 2.2584 195.9364 2.1288 1.9348 1.4665 201.8908 72.0948

VNB* =

1 11 13 10 15 3 17 9 19 8

r* =

198.3744 116.8409 25.2317 124.1749 0.4607 133.1586 0.2579 5.1511 0.2634 40.0541

z* =

-675.9676

Problema 2

Inici simplex primal amb regla de Bland

Fase I

Iteracio 1 : $q = 1$, $rq = -64.000$, $B(p) = 30$, $\theta^* = 1.263$, $z = 2783.158$
Iteracio 2 : $q = 2$, $rq = -181.947$, $B(p) = 23$, $\theta^* = 2.825$, $z = 2269.126$
Iteracio 3 : $q = 3$, $rq = -209.921$, $B(p) = 27$, $\theta^* = 1.807$, $z = 1889.812$
Iteracio 4 : $q = 4$, $rq = -51.542$, $B(p) = 25$, $\theta^* = 0.375$, $z = 1870.473$
Iteracio 5 : $q = 5$, $rq = -308.219$, $B(p) = 29$, $\theta^* = 1.164$, $z = 1511.848$
Iteracio 6 : $q = 6$, $rq = -358.244$, $B(p) = 21$, $\theta^* = 1.285$, $z = 1051.658$
Iteracio 7 : $q = 8$, $rq = -680.240$, $B(p) = 26$, $\theta^* = 0.226$, $z = 898.013$
Iteracio 8 : $q = 9$, $rq = -197.515$, $B(p) = 28$, $\theta^* = 2.528$, $z = 398.703$
Iteracio 9 : $q = 7$, $rq = -27.028$, $B(p) = 6$, $\theta^* = 0.427$, $z = 387.174$
Iteracio 10 : $q = 10$, $rq = -137.901$, $B(p) = 24$, $\theta^* = 0.415$, $z = 329.895$
Iteracio 11 : $q = 6$, $rq = -20.149$, $B(p) = 7$, $\theta^* = 0.569$, $z = 318.428$
Iteracio 12 : $q = 12$, $rq = -274.813$, $B(p) = 10$, $\theta^* = 0.665$, $z = 135.744$
Iteracio 13 : $q = 11$, $rq = -328.815$, $B(p) = 1$, $\theta^* = 0.403$, $z = 3.348$
Iteracio 14 : $q = 10$, $rq = -3077.675$, $B(p) = 22$, $\theta^* = 0.001$, $z = 0.000$
Iteracio 15 : $q = 0$, $rq = 0.000$, $B(p) = 0$, $\theta^* = 0.000$, $z = 0.000$
Solucio basica factible trobada, Iteracio 15

Fase II

Iteracio 16 : $q = 13$, $rq = -67.623$, $B(p) = 10$, $\theta^* = 0.002$, $z = -6.276$
 Iteracio 17 : $q = 1$, $rq = -9.352$, $B(p) = 9$, $\theta^* = 1.657$, $z = -21.770$
 Iteracio 18 : $q = 14$, $rq = -194.855$, $B(p) = 8$, $\theta^* = 0.734$, $z = -164.766$
 Iteracio 19 : $q = 7$, $rq = -27.101$, $B(p) = 5$, $\theta^* = 0.724$, $z = -184.401$
 Iteracio 20 : $q = 9$, $rq = -58.086$, $B(p) = 11$, $\theta^* = 0.931$, $z = -238.478$
 Iteracio 21 : $q = 10$, $rq = -20.905$, $B(p) = 1$, $\theta^* = 1.537$, $z = -270.599$
 Iteracio 22 : $q = 5$, $rq = -47.477$, $B(p) = 6$, $\theta^* = 0.202$, $z = -280.207$
 Iteracio 23 : $q = 11$, $rq = -47.444$, $B(p) = 5$, $\theta^* = 0.031$, $z = -281.701$
 Iteracio 24 : $q = 16$, $rq = -0.554$, $B(p) = 11$, $\theta^* = 12.082$, $z = -288.394$
 Iteracio 25 : $q = 1$, $rq = -68.364$, $B(p) = 3$, $\theta^* = 0.712$, $z = -337.055$
 Iteracio 26 : $q = 6$, $rq = -181.870$, $B(p) = 13$, $\theta^* = 0.768$, $z = -476.734$
 Iteracio 27 : $q = 19$, $rq = -0.217$, $B(p) = 10$, $\theta^* = 7.096$, $z = -478.274$
 Iteracio 28 : $q = 17$, $rq = -0.009$, $B(p) = 6$, $\theta^* = 40.118$, $z = -478.617$
 Iteracio 29 : $q = 20$, $rq = -0.792$, $B(p) = 17$, $\theta^* = 16.812$, $z = -491.931$
 Iteracio 30 : $q = 0$, $rq = 0.000$, $B(p) = 0$, $\theta^* = 0.000$, $z = -491.931$
 Solucio optima trobada, Iteracio 30, $z = -491.931451$

Fi simplex primal

VB* =

16 20 2 12 4 14 1 19 7 9

xB* =

683.0917 16.8120 0.4511 2.8401 1.5229 4.0484 3.1853 64.0605 0.8975 0.6409

VNB* =

5 13 3 8 15 11 6 18 10 17

r* =

75.0379 63.8760 11.2550 253.8501 0.3394 56.2911 18.8430 0.5284 19.5787 0.3319

z* =

-491.9315

Inici simplex primal amb regla de costos mnims

Fase I

Iteracio 1 : $q = 5$, $rq = -434.000$, $B(p) = 29$, $\theta^* = 1.133$, $z = 2372.133$
 Iteracio 2 : $q = 11$, $rq = -602.547$, $B(p) = 30$, $\theta^* = 0.126$, $z = 2296.159$
 Iteracio 3 : $q = 9$, $rq = -627.950$, $B(p) = 26$, $\theta^* = 0.283$, $z = 2118.536$
 Iteracio 4 : $q = 1$, $rq = -704.187$, $B(p) = 23$, $\theta^* = 0.790$, $z = 1562.320$
 Iteracio 5 : $q = 8$, $rq = -556.000$, $B(p) = 28$, $\theta^* = 0.480$, $z = 1295.458$
 Iteracio 6 : $q = 12$, $rq = -524.124$, $B(p) = 22$, $\theta^* = 1.173$, $z = 680.468$
 Iteracio 7 : $q = 2$, $rq = -563.918$, $B(p) = 21$, $\theta^* = 0.036$, $z = 660.308$
 Iteracio 8 : $q = 6$, $rq = -412.857$, $B(p) = 27$, $\theta^* = 0.690$, $z = 375.271$
 Iteracio 9 : $q = 4$, $rq = -515.214$, $B(p) = 9$, $\theta^* = 0.230$, $z = 256.985$
 Iteracio 10 : $q = 3$, $rq = -629.436$, $B(p) = 25$, $\theta^* = 0.004$, $z = 254.719$
 Iteracio 11 : $q = 10$, $rq = -161.762$, $B(p) = 3$, $\theta^* = 0.007$, $z = 253.528$
 Iteracio 12 : $q = 9$, $rq = -455.630$, $B(p) = 24$, $\theta^* = 0.556$, $z = -0.000$
 Iteracio 13 : $q = 0$, $rq = 0.000$, $B(p) = 0$, $\theta^* = 0.000$, $z = -0.000$
 Solucio basica factible trobada, Iteracio 13

Fase II

Iteracio 14 : $q = 14$, $rq = -152.203$, $B(p) = 11$, $\theta^* = 1.978$, $z = -146.719$
 Iteracio 15 : $q = 13$, $rq = -47.344$, $B(p) = 8$, $\theta^* = 0.925$, $z = -190.524$
 Iteracio 16 : $q = 7$, $rq = -30.487$, $B(p) = 6$, $\theta^* = 2.913$, $z = -279.328$
 Iteracio 17 : $q = 3$, $rq = -21.078$, $B(p) = 1$, $\theta^* = 0.042$, $z = -280.207$
 Iteracio 18 : $q = 11$, $rq = -47.444$, $B(p) = 5$, $\theta^* = 0.031$, $z = -281.701$
 Iteracio 19 : $q = 16$, $rq = -0.554$, $B(p) = 11$, $\theta^* = 12.082$, $z = -288.394$
 Iteracio 20 : $q = 1$, $rq = -68.364$, $B(p) = 3$, $\theta^* = 0.712$, $z = -337.055$
 Iteracio 21 : $q = 8$, $rq = -593.108$, $B(p) = 13$, $\theta^* = 0.168$, $z = -436.853$
 Iteracio 22 : $q = 6$, $rq = -51.927$, $B(p) = 8$, $\theta^* = 0.768$, $z = -476.734$
 Iteracio 23 : $q = 19$, $rq = -0.217$, $B(p) = 10$, $\theta^* = 7.096$, $z = -478.274$
 Iteracio 24 : $q = 20$, $rq = -0.812$, $B(p) = 6$, $\theta^* = 16.812$, $z = -491.931$
 Iteracio 25 : $q = 0$, $rq = 0.000$, $B(p) = 0$, $\theta^* = 0.000$, $z = -491.931$
 Solucio optima trobada, Iteracio 25, $z = -491.931451$

Fi simplex primal

VB* =

2 12 1 9 19 4 7 20 16 14

xB* =

0.4511 2.8401 3.1853 0.6409 64.0605 1.5229 0.8975 16.8120 683.0917 4.0484

VNB* =

3 8 13 5 15 11 17 18 10 6

r* =

11.2550 253.8501 63.8760 75.0379 0.3394 56.2911 0.3319 0.5284 19.5787 18.8430

z* =

-491.9315

Problema 3

Inici simplex primal amb regla de Bland

Fase I

Iteracio 1 : q = 1, rq = -520.000, B(p) = 27, theta* = 6.102, z = 3379.818

Iteracio 2 : q = 2, rq = -290.364, B(p) = 26, theta* = 4.838, z = 1975.025

Iteracio 3 : q = 3, rq = -267.674, B(p) = 32, theta* = 0.492, z = 1843.372

Iteracio 4 : q = 4, rq = -252.183, B(p) = 30, theta* = 1.090, z = 1568.594

Iteracio 5 : q = 5, rq = -331.982, B(p) = 28, theta* = 1.578, z = 1044.808

Iteracio 6 : q = 6, rq = -154.045, B(p) = 31, theta* = 2.611, z = 642.576

Iteracio 7 : q = 8, rq = -52.867, B(p) = 25, theta* = 1.738, z = 550.696

Iteracio 8 : q = 9, rq = -189.400, B(p) = 2, theta* = 1.540, z = 259.050

Iteracio 9 : q = 10, rq = -127.326, B(p) = 29, theta* = 1.033, z = 127.521

Iteracio 10 : q = 7, rq = -167.020, B(p) = 33, theta* = 0.565, z = 33.114

Iteracio 11 : q = 11, rq = -132.279, B(p) = 34, theta* = 0.250, z = 0.000

Iteracio 12 : q = 0, rq = 0.000, B(p) = 0, theta* = 0.000, z = 0.000

Solucio basica factible trobada, Iteracio 12

Fase II

Iteracio 13 : q = 2, rq = -11.757, B(p) = 4, theta* = 0.803, z = -719.367

Iteracio 14 : q = 12, rq = -24.949, B(p) = 10, theta* = 3.367, z = -803.365

Iteracio 15 : q = 13, rq = -64.791, B(p) = 7, theta* = 3.618, z = -1037.803

Iteracio 16 : q = 15, rq = -0.145, B(p) = 3, theta* = 224.798, z = -1070.364

Iteracio 17 : q = 18, rq = -0.770, B(p) = 9, theta* = 62.425, z = -1118.409

Iteracio 18 : q = 4, rq = -15.659, B(p) = 11, theta* = 0.083, z = -1119.704

Iteracio 19 : q = 16, rq = -0.047, B(p) = 4, theta* = 15.470, z = -1120.429

Iteracio 20 : q = 20, rq = -0.085, B(p) = 13, theta* = 98.674, z = -1128.831

Iteracio 21 : q = 22, rq = -0.771, B(p) = 5, theta* = 15.919, z = -1141.105

Iteracio 22 : q = 3, rq = -15.557, B(p) = 18, theta* = 0.293, z = -1145.667

Iteracio 23 : q = 19, rq = -0.272, B(p) = 8, theta* = 68.691, z = -1164.319

Iteracio 24 : q = 5, rq = -22.801, B(p) = 1, theta* = 1.170, z = -1190.992

Iteracio 25 : q = 21, rq = -0.438, B(p) = 5, theta* = 558.918, z = -1435.689

Iteracio 26 : q = 13, rq = -15.376, B(p) = 12, theta* = 3.868, z = -1495.170

Iteracio 27 : q = 17, rq = -1.317, B(p) = 3, theta* = 144.119, z = -1685.038

Iteracio 28 : q = 18, rq = -0.576, B(p) = 17, theta* = 303.201, z = -1859.628

Iteracio 29 : q = 5, rq = -91.950, B(p) = 13, theta* = 0.460, z = -1901.888

Iteracio 30 : q = 23, rq = -0.720, B(p) = 16, theta* = 577.974, z = -2317.744

Iteracio 31 : q = 8, rq = -40.598, B(p) = 2, theta* = 0.401, z = -2334.022

Iteracio 32 : q = 17, rq = -0.660, B(p) = 8, theta* = 38.558, z = -2359.455

Iteracio 33 : q = 24, rq = -3.160, B(p) = 5, theta* = 202952581245094176.000, z = -641330156734500864.000

Problema il.limitat

Inici simplex primal amb regla de costos mnims

Fase I

Iteracio 1 : $q = 2$, $rq = -639.000$, $B(p) = 26$, $\theta^* = 4.933$, $z = 3400.600$
Iteracio 2 : $q = 6$, $rq = -504.000$, $B(p) = 32$, $\theta^* = 1.333$, $z = 2728.939$
Iteracio 3 : $q = 11$, $rq = -448.949$, $B(p) = 30$, $\theta^* = 0.570$, $z = 2473.139$
Iteracio 4 : $q = 14$, $rq = -445.810$, $B(p) = 29$, $\theta^* = 3.806$, $z = 776.370$
Iteracio 5 : $q = 4$, $rq = -392.225$, $B(p) = 25$, $\theta^* = 0.995$, $z = 386.071$
Iteracio 6 : $q = 7$, $rq = -334.018$, $B(p) = 6$, $\theta^* = 0.368$, $z = 263.311$
Iteracio 7 : $q = 5$, $rq = -495.141$, $B(p) = 27$, $\theta^* = 0.163$, $z = 182.661$
Iteracio 8 : $q = 8$, $rq = -334.140$, $B(p) = 28$, $\theta^* = 0.155$, $z = 130.898$
Iteracio 9 : $q = 9$, $rq = -145.414$, $B(p) = 31$, $\theta^* = 0.007$, $z = 129.937$
Iteracio 10 : $q = 10$, $rq = -121.462$, $B(p) = 34$, $\theta^* = 0.216$, $z = 103.733$
Iteracio 11 : $q = 6$, $rq = -240.236$, $B(p) = 33$, $\theta^* = 0.432$, $z = 0.000$
Iteracio 12 : $q = 0$, $rq = 0.000$, $B(p) = 0$, $\theta^* = 0.000$, $z = 0.000$
Solucio basica factible trobada, Iteracio 12

Fase II

Iteracio 13 : $q = 1$, $rq = -167.591$, $B(p) = 4$, $\theta^* = 1.469$, $z = -696.968$
Iteracio 14 : $q = 3$, $rq = -485.400$, $B(p) = 14$, $\theta^* = 0.046$, $z = -719.367$
Iteracio 15 : $q = 13$, $rq = -78.587$, $B(p) = 7$, $\theta^* = 3.099$, $z = -962.894$
Iteracio 16 : $q = 12$, $rq = -54.841$, $B(p) = 10$, $\theta^* = 1.366$, $z = -1037.803$
Iteracio 17 : $q = 23$, $rq = -1.429$, $B(p) = 9$, $\theta^* = 42.834$, $z = -1099.008$
Iteracio 18 : $q = 4$, $rq = -110.137$, $B(p) = 11$, $\theta^* = 0.150$, $z = -1115.552$
Iteracio 19 : $q = 10$, $rq = -36.987$, $B(p) = 4$, $\theta^* = 0.273$, $z = -1125.653$
Iteracio 20 : $q = 24$, $rq = -1.069$, $B(p) = 10$, $\theta^* = 33.689$, $z = -1161.650$
Iteracio 21 : $q = 9$, $rq = -445.992$, $B(p) = 5$, $\theta^* = 0.108$, $z = -1209.984$
Iteracio 22 : $q = 19$, $rq = -1.291$, $B(p) = 6$, $\theta^* = 30.897$, $z = -1249.885$
Iteracio 23 : $q = 5$, $rq = -273.634$, $B(p) = 8$, $\theta^* = 0.418$, $z = -1364.348$
Iteracio 24 : $q = 10$, $rq = -19.846$, $B(p) = 1$, $\theta^* = 1.852$, $z = -1401.111$
Iteracio 25 : $q = 18$, $rq = -1.004$, $B(p) = 2$, $\theta^* = 4.668$, $z = -1405.799$
Iteracio 26 : $q = 1$, $rq = -26.156$, $B(p) = 10$, $\theta^* = 0.647$, $z = -1422.733$
Iteracio 27 : $q = 21$, $rq = -0.981$, $B(p) = 1$, $\theta^* = 93.752$, $z = -1514.715$
Iteracio 28 : $q = 8$, $rq = -116.746$, $B(p) = 5$, $\theta^* = 1.665$, $z = -1709.062$
Iteracio 29 : $q = 6$, $rq = -250.723$, $B(p) = 9$, $\theta^* = 0.577$, $z = -1853.648$
Iteracio 30 : $q = 17$, $rq = -2.254$, $B(p) = 12$, $\theta^* = 10.598$, $z = -1877.532$
Iteracio 31 : $q = 14$, $rq = -284.435$, $B(p) = 6$, $\theta^* = 0.215$, $z = -1938.655$
Iteracio 32 : $q = 5$, $rq = -49.651$, $B(p) = 8$, $\theta^* = 3.966$, $z = -2135.566$
Iteracio 33 : $q = 15$, $rq = -2.772$, $B(p) = 3$, $\theta^* = 405.951$, $z = -3260.973$
Iteracio 34 : $q = 20$, $rq = -6.099$, $B(p) = 14$, $\theta^* = 90.276$, $z = -3811.596$
Iteracio 35 : $q = 12$, $rq = -83.932$, $B(p) = 5$, $\theta^* = 12.124$, $z = -4829.152$
Iteracio 36 : $q = 10$, $rq = -34.970$, $B(p) = 12$, $\theta^* = 30.775$, $z = -5905.349$
Iteracio 37 : $q = 22$, $rq = -6.036$, $B(p) = 10$, $\theta^* = 5201.000$, $z = -37296.000$
Problema il.limitat

Problema 4

Inici simplex primal amb regla de Bland

Fase I

Iteracio 1 : $q = 1$, $rq = -162.000$, $B(p) = 21$, $\theta^* = 0.031$, $z = 848.990$
Iteracio 2 : $q = 2$, $rq = -420.196$, $B(p) = 1$, $\theta^* = 0.075$, $z = 817.475$
Iteracio 3 : $q = 3$, $rq = -808.000$, $B(p) = 29$, $\theta^* = 0.141$, $z = 703.820$
Iteracio 4 : $q = 4$, $rq = -432.365$, $B(p) = 3$, $\theta^* = 0.141$, $z = 642.837$
Iteracio 5 : $q = 15$, $rq = -1.000$, $B(p) = 25$, $\theta^* = 177.221$, $z = 465.615$
Iteracio 6 : $q = 17$, $rq = -1.000$, $B(p) = 27$, $\theta^* = 32.766$, $z = 432.849$
Iteracio 7 : $q = 18$, $rq = -1.000$, $B(p) = 28$, $\theta^* = 9.086$, $z = 423.763$
Iteracio 8 : $q = 20$, $rq = -1.000$, $B(p) = 30$, $\theta^* = 21.098$, $z = 402.665$
Iteracio 9 : $q = 0$, $rq = 0.000$, $B(p) = 0$, $\theta^* = 0.000$, $z = 402.665$
Problema infactible

Inici simplex primal amb regla de costos mnims

Fase I

Iteracio 1 : $q = 2$, $rq = -487.000$, $B(p) = 21$, $\theta^* = 0.075$, $z = 817.475$
Iteracio 2 : $q = 4$, $rq = -1238.175$, $B(p) = 29$, $\theta^* = 0.141$, $z = 642.837$
Iteracio 3 : $q = 15$, $rq = -1.000$, $B(p) = 25$, $\theta^* = 177.221$, $z = 465.615$
Iteracio 4 : $q = 17$, $rq = -1.000$, $B(p) = 27$, $\theta^* = 32.766$, $z = 432.849$
Iteracio 5 : $q = 18$, $rq = -1.000$, $B(p) = 28$, $\theta^* = 9.086$, $z = 423.763$
Iteracio 6 : $q = 20$, $rq = -1.000$, $B(p) = 30$, $\theta^* = 21.098$, $z = 402.665$
Iteracio 7 : $q = 0$, $rq = 0.000$, $B(p) = 0$, $\theta^* = 0.000$, $z = 402.665$
Problema infactible