Busca Local e Problemas de Otimização

PCS3438 Inteligência Artificial

Anna Helena Reali Costa
Escola Politécnica da USP
Engenharia de Computação (PCS)

Classe de problemas de interesse

- Em vários problemas a própria descrição de estado contém toda informação relevante para a solução e o caminho ao estado-objetivo não interessa:

Problemas de otimização

- Buscas Locais (ou de melhorias iterativas) operam num único estado e movem-se para a vizinhança deste estado.

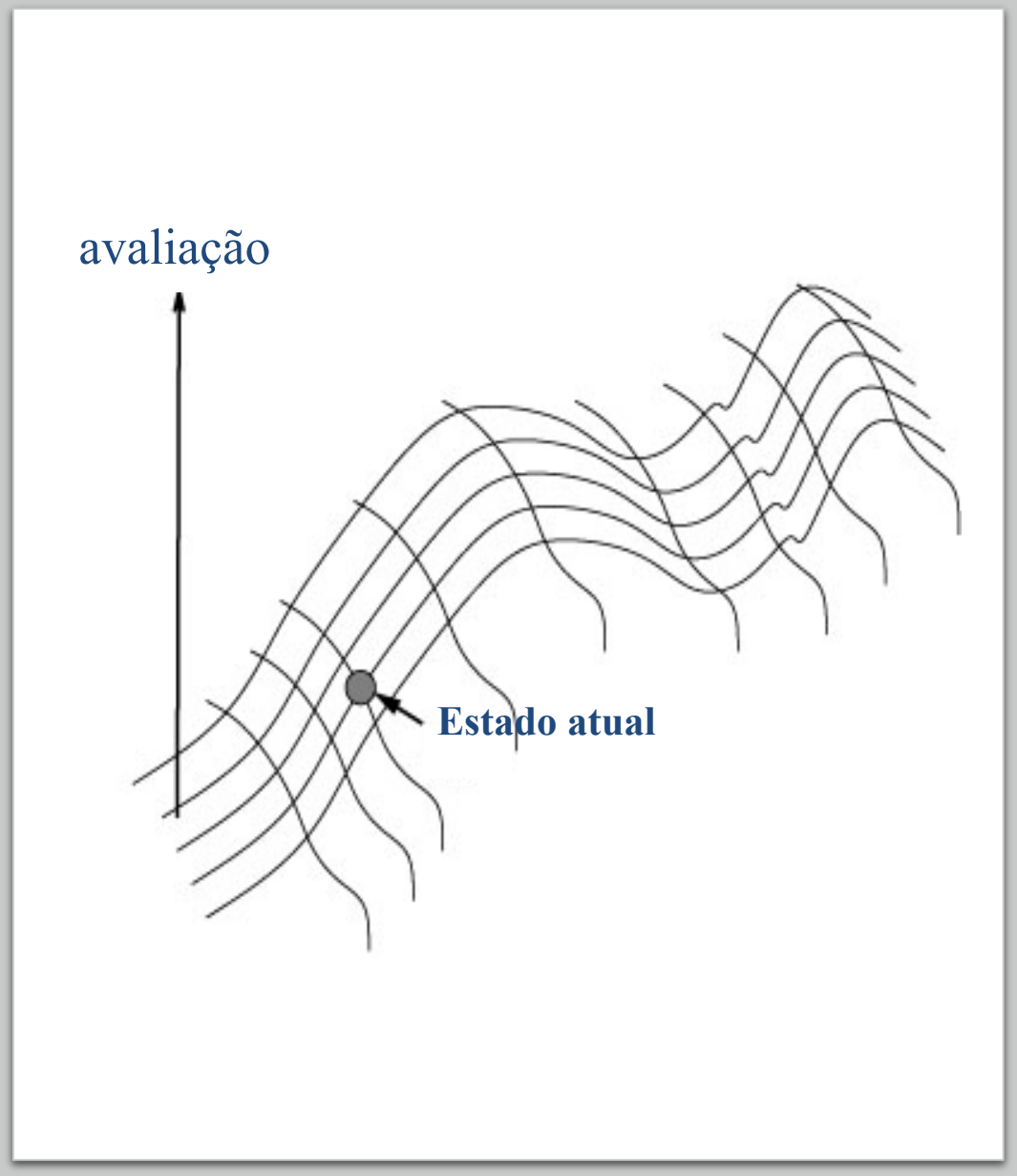
Busca Local

A ideia é começar com o estado inicial (configuração completa, solução aceitável) e melhorá-lo iterativamente.

Visualização:

- Os estados (solução) estão representados sobre uma **superfície** (gráfico);
- A **altura** de qualquer ponto p na superfície corresponde à **função de avaliação** em p;
- O algoritmo se **"move"** pela superfície em busca de **pontos mais altos** (melhor avaliação da solução;
- O ponto mais alto (**máximo global**) corresponde à **solução ótima**.

Exemplo de Espaço de Estados



Busca Local

- Os algoritmos de busca local armazenam apenas o estado atual (baixo uso de memória), e não veem além dos vizinhos imediatos do estado atual.
- Apesar destas restrições, muitas vezes são os melhores métodos para tratar problemas reais muito complexos (espaço contínuo).

Tipos de Busca local

1. ***Hill-Climbing***: Subida pela encosta mais íngreme ou Busca Local Gulosa
   - só faz modificações que melhoram o estado atual.
2. ***Simulated Annealing***: Têmpera Simulada
   - pode fazer modificações que pioram o estado no momento, para possivelmente melhorá-lo no futuro.
3. ***Local beam search***: Busca em feixe local
   - mantém k estados em vez de um único.
4. **Algoritmos genéticos** (GA)
   - é uma **hill-climbing** estocástica na qual uma grande população de estados é mantida e novos estados são gerados por mutação ou cruzamento.

Subida da Encosta (Hill Climbing)

- O algoritmo **não** mantém uma árvore de busca:
  - guarda apenas o estado atual e sua avaliação
- É simplesmente um ciclo que move o estado (solução) na direção crescente da função de avaliação
  - muda o estado para o melhor vizinho).

Hill Climbing
ou Gradient Ascent/Descent

função HILL-CLIMBING(*problema*)

retorna um estado que é um máximo local

atual = CRIAR-NÓ(*problema.*ESTADO_INICIAL)

repita

vizinho = um sucessor de *atual* com valor mais alto

se VALOR[*vizinho*] < VALOR[*atual*]

então retorna ESTADO[*atual*]

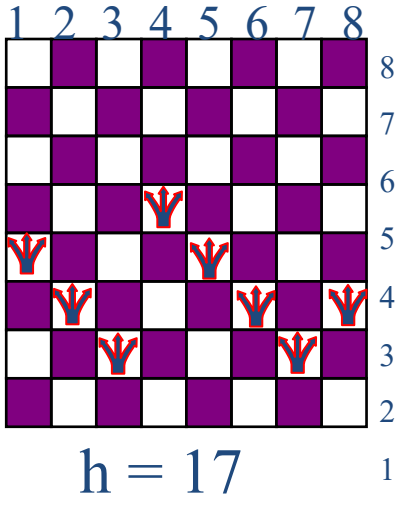
atual= *vizinho*

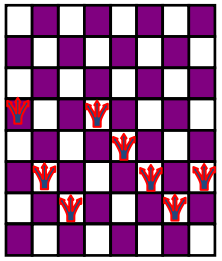
Exemplo

- Heurística h: número de pares de rainhas que se encontram em ataque.

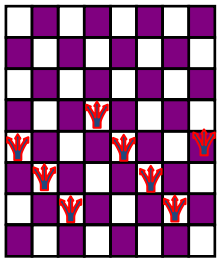
  No caso da figura, h = 17 (pares: 1-2, 1-3, 1-5, 2-3, 2-4, 2-6, 2-8, 3-5, 3-7, 4-5, 4-6, 4-7, 5-6, 5-7, 6-7, 6-8, 7-8)

- Movimento: mover na coluna cada possível rainha.





...



Melhor sucessor é o próximo estado

Hill Climbing – Problemas

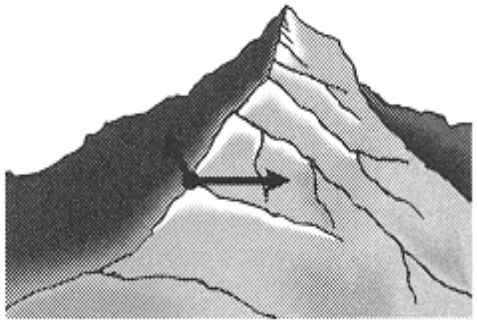
- Pode acarretar 3 tipos de problemas:

  1. Máximos locais

  2. Planícies (platôs)

  3. Encostas e picos: somente poucos vizinhos podem melhorar a solução (difícil de encontrá-los)

- Nestes casos, o algoritmo chega a um ponto de onde não faz mais progresso.

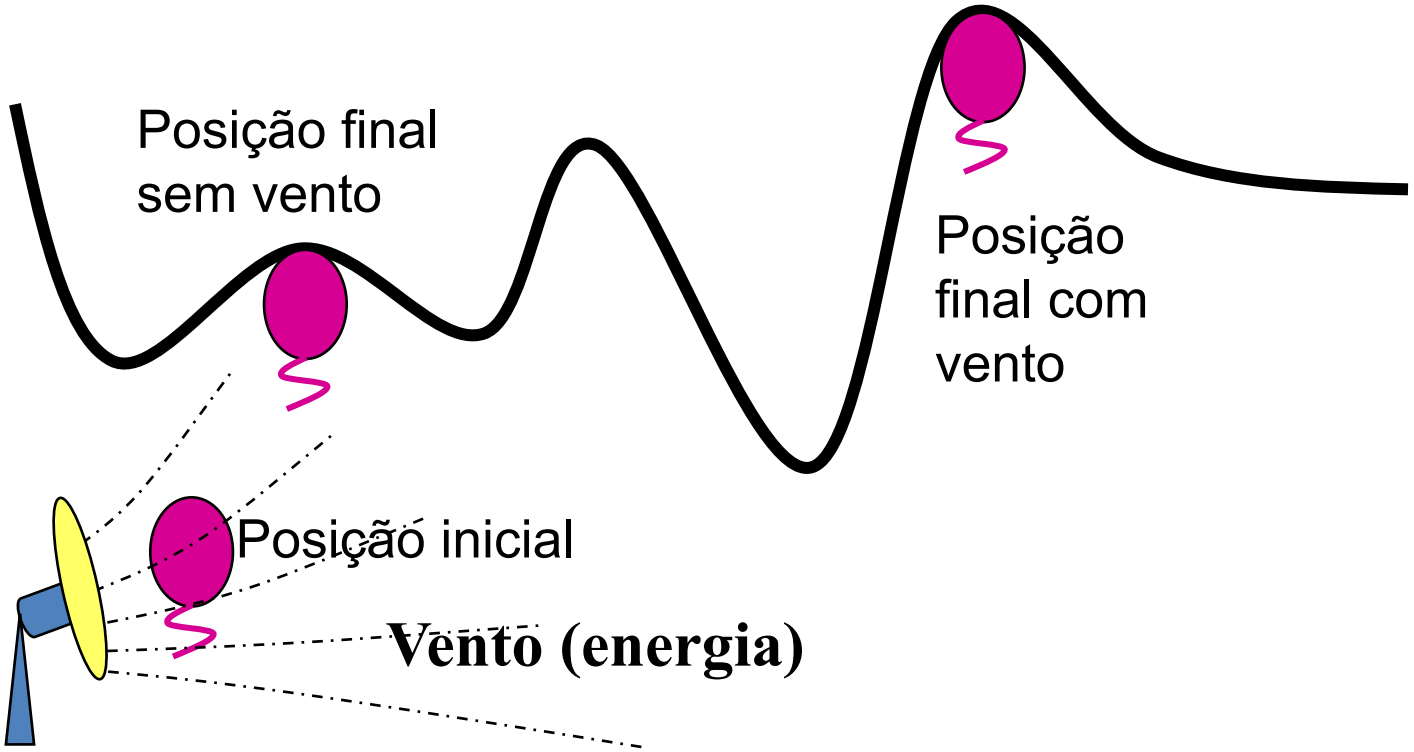


Hill Climbing – Alternativas

- **Solução**: reinício aleatório (*random restart*)
  1. O algoritmo realiza uma série de buscas a partir de estados iniciais gerados aleatoriamente (diferentes reinícios).
  2. Cada busca é executada até que:
     - um número máximo estipulado de iterações seja atingido, ou
     - até que os resultados encontrados não apresentem melhora significativa.
  3. O algoritmo escolhe o melhor resultado obtido com as diferentes buscas.

Têmpera simulada
(*Simulated Annealing*)

- Semelhante à Subida pela Encosta, porém oferece meios para escapar de máximos locais.



Têmpera Simulada

função TEMPERA-SIMULADA(*problema, mapa*)
retorna um estado solução

atual = CRIAR-NÓ(*problema.*ESTADO_INICIAL)
para t=1 **até** ∞ **faça**
T = mapa[t]
se T=0 **então retorna** *atual*
vizinho = um sucessor aleatório de *atual*
dE = *vizinho.*VALOR – *atual*.VALOR
se dE > 0 **então** *atual* = *vizinho*
senão *atual* = *vizinho* somente com probabilidade $e^{dE/T}$

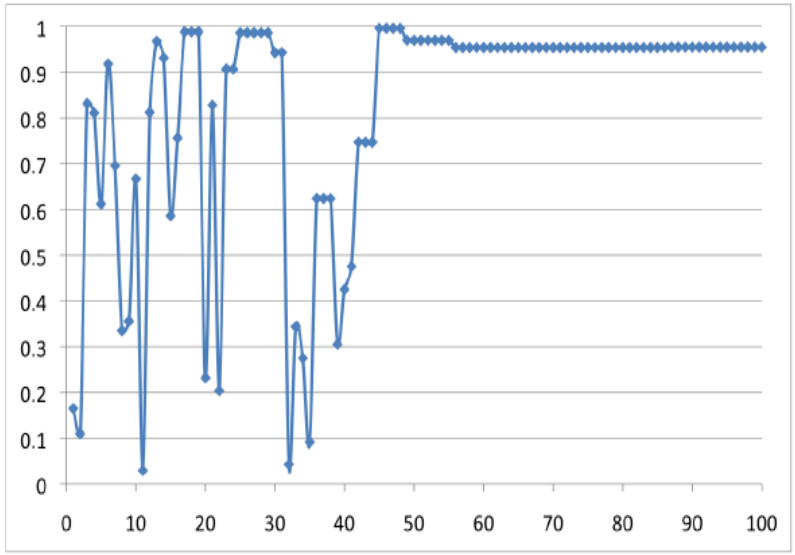
mapa: um mapeamento de tempo para "temperatura"

Têmpera Simulada: considerações

- T é a “temperatura/energia”, reduzida com o tempo de execução
- No início, movimentos “ruins” ocorrem com maior frequência.
- Apesar de aumentar o tempo de busca, essa estratégia consegue escapar melhor dos máximos locais.

Têmpera Simulada: exemplo

Estado $x \in [0,1]$,
estado inicial $x = 0$,
$f(x) = x^2$, todos estados são vizinhos entre si, 100 iterações,
$mapa(t) = 10 \times 0{,}9^t$



Eixo vertical: x
Eixo horizontal: nº. de iterações

Busca em Feixe Local (*Local Beam Search*)

1. Começa com k estados gerados aleatoriamente.
2. Em cada passo, são gerados todos os sucessores de todos os k estados.
3. Se um dos sucessores for o objetivo, o algoritmo para; caso contrário, escolhe os k melhores sucessores a partir da lista completa.
   - Note que isso **NÃO** corresponde à execução de k reinícios aleatórios em paralelo da busca local Subida da Encosta (*random start*)!
   - Note que sempre somente k estados são considerados como estados atuais na busca.

Busca em Feixe Local

função BEAM-SEARCH(*problema, k*)
retorna um estado que é solução

inicia com *k* estados gerados aleatoriamente
repita
gera todos sucessores de todos *k* estados
se um deles for a solução
então retorna solução
senão seleciona os *k* melhores sucessores

Algoritmos Genéticos (AG) ou Computação Evolutiva

- As técnicas de computação evolutiva operam sobre uma população de candidatos em paralelo.
  - Buscam em diferentes áreas do espaço de solução, alocando um número apropriado de membros para a busca em várias regiões.

Algoritmos Genéticos: características

- Trabalham com uma codificação do conjunto de parâmetros e não com os próprios parâmetros.
- Trabalham com uma população e não com um só elemento.
- Utilizam informações de custo ou recompensa.
- Utilizam regras de transição não determinísticas.
- São baseados na técnica gerar-e-testar

Algoritmos Genéticos: componentes

- A modelagem de um problema AG envolve:
  - Codificação da solução
  - Função de avaliação
  - Função de aptidão (*fitness*)

GA: Função de avaliação

- Fornece uma medida de desempenho com respeito a um conjunto particular de parâmetros.
- Deve ser relativamente rápida:
  - uma vez que, em cada iteração, cada membro da população é avaliado e recebe um valor de aptidão.
- A avaliação de um membro (cromossomo) representando um conjunto particular de parâmetros é independente da avaliação de qualquer outro membro

GA: Função de aptidão (*fitness*)

- Transforma a medida da função de avaliação em alocação de oportunidades reprodutivas.
- É sempre definida de acordo com **outros** membros da atual população.
- No **algoritmo genético canônico**, aptidão é definida como:

$$fit(x) = f(x)/f'$$

  - $f(x)$ é a avaliação associada ao cromossomo x
  - f' é a soma da avaliação (ou média) de todos os membros da população.
- A aptidão pode também ser associada à classificação de um cromossomo na população ou outras medidas.

Codificação

- O cromossomo contém informação sobre a solução
- Mais usual: sequência binária

Cromossomo 1	1101100100110110
Cromossomo 2	1101111000011110

- Cada bit na sequência (gene) pode representar uma característica da solução ou a série como um todo pode representar um número.

AG canônico

[Início] Gerar uma população aleatória com *n* cromossomos

Repetir até obter a solução (ou terminar)

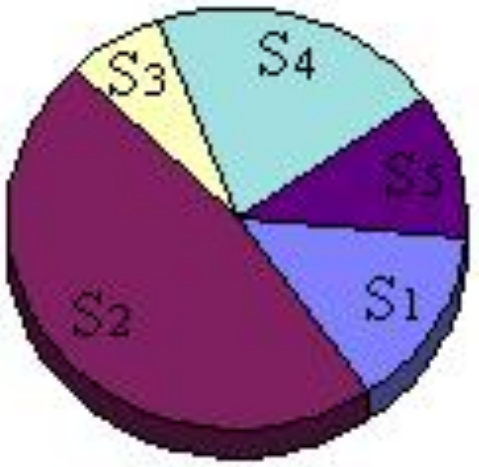
1. **[Avaliação]** Determinar ***f(x)*** *e* ***fit(x)*** de cada cromossomo ***x*** na população.
2. **[Seleção]** Selecionar elementos para criar uma população intermediária
3. **[Recombinação (Crossover)]** Com uma probabilidade de recombinação, realizar uma recombinação sobre os pais para formar uma nova prole
4. **[Mutação]** Com uma probabilidade de mutação, realizar mutação sobre a nova prole em cada *gene* (posição no cromossomo).
5. **[Atualização da população]** Usar a nova população gerada para repetir os passos 1-5 do algoritmo

Retornar a melhor solução na população atual.

Seleção

- Exemplo: através da Roleta
  - fit(x) define os pais (quanto maior, maior chance de serem selecionados) :

Indivíduo S_i	$f(S_i)$	Aptidão Relativa
S_1 10110	2.23	0.14
S_2 11000	7.27	0.47
S_3 11110	1.05	0.07
S_4 01001	3.35	0.21
S_5 00110	1.69	0.11



Recombinação (Crossover)

- Um método (existem outros):

1. Escolha aleatoriamente algum ponto (locus entre genes) no cromossomo
2. Tudo que estiver antes desse ponto será copiado do primeiro pai
3. Tudo que estiver depois será copiado do segundo pai.

Cromossomo 1	11011 | 00100110110
Cromossomo 2	11011 | 11000011110
Prole 1	11011 | 11000011110
Prole 2	11011 | 00100110110

Mutação

- Evita que a população fique presa em um mínimo (máximo) local.
- Altera aleatoriamente a nova prole.
  - Na codificação binária, pode-se mudar alguns bits de 1 para 0 e de 0 para 1:

Prole Original 1	**1110111100001111O**
Prole Original 2	**1110111001001101O**
Prole com Mutação 1	**1110011100001111O**
Prole com Mutação 2	**1110111001001101O**

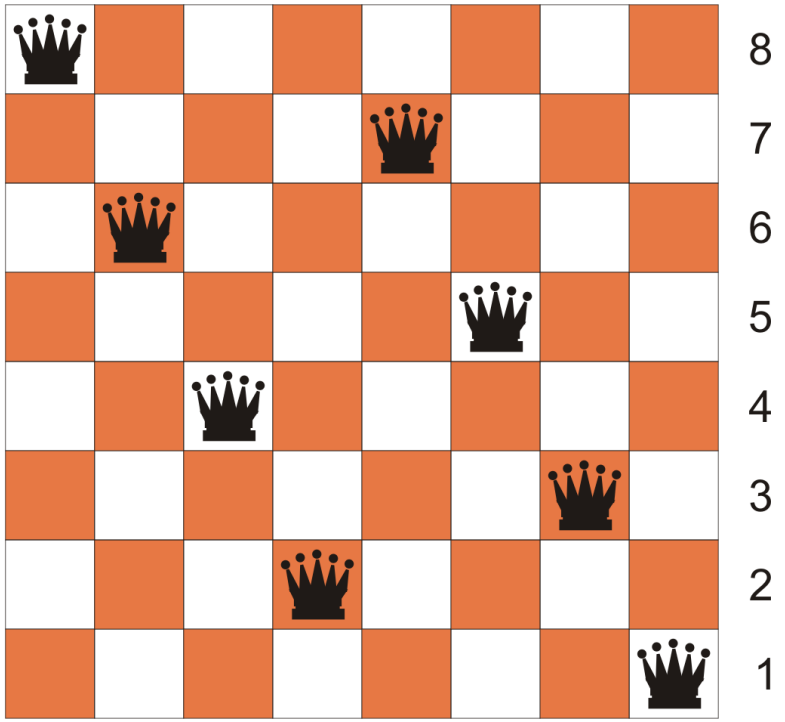
AG: parâmetros

- **Probabilidade de recombinação**: indica o quão frequente a recombinação é executada.
- **Probabilidade de mutação**: indica o quão frequente partes dos cromossomos sofrerão mutações.
- **Tamanho da população**: indica quantos cromossomos existem em uma população.
- **Intervalo de Geração**: controla a porcentagem da população que será substituída durante a próxima geração.

Exemplo: 8 Rainhas

- **Codificação**
  - Cromossomos compostos por 8 números (genes), a posição do gene indica a coluna, o valor do número indica a linha

86427531 ➔

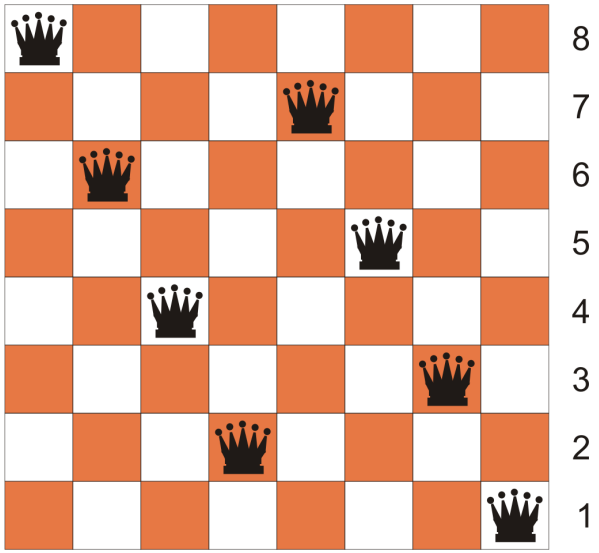


Exemplo: 8 Rainhas

- Função de avaliação:
  - f(x) =número de pares que **não** se atacam
  - Na solução: 1-2,1-3, ...,1-8, 2-3,...,2-8, 3-4,..., 3-8,..., 6-7, 6-8, 7-8 = 28 pares
- Função de aptidão:
  - fit(x) = f(x) / Σf(x) [%]

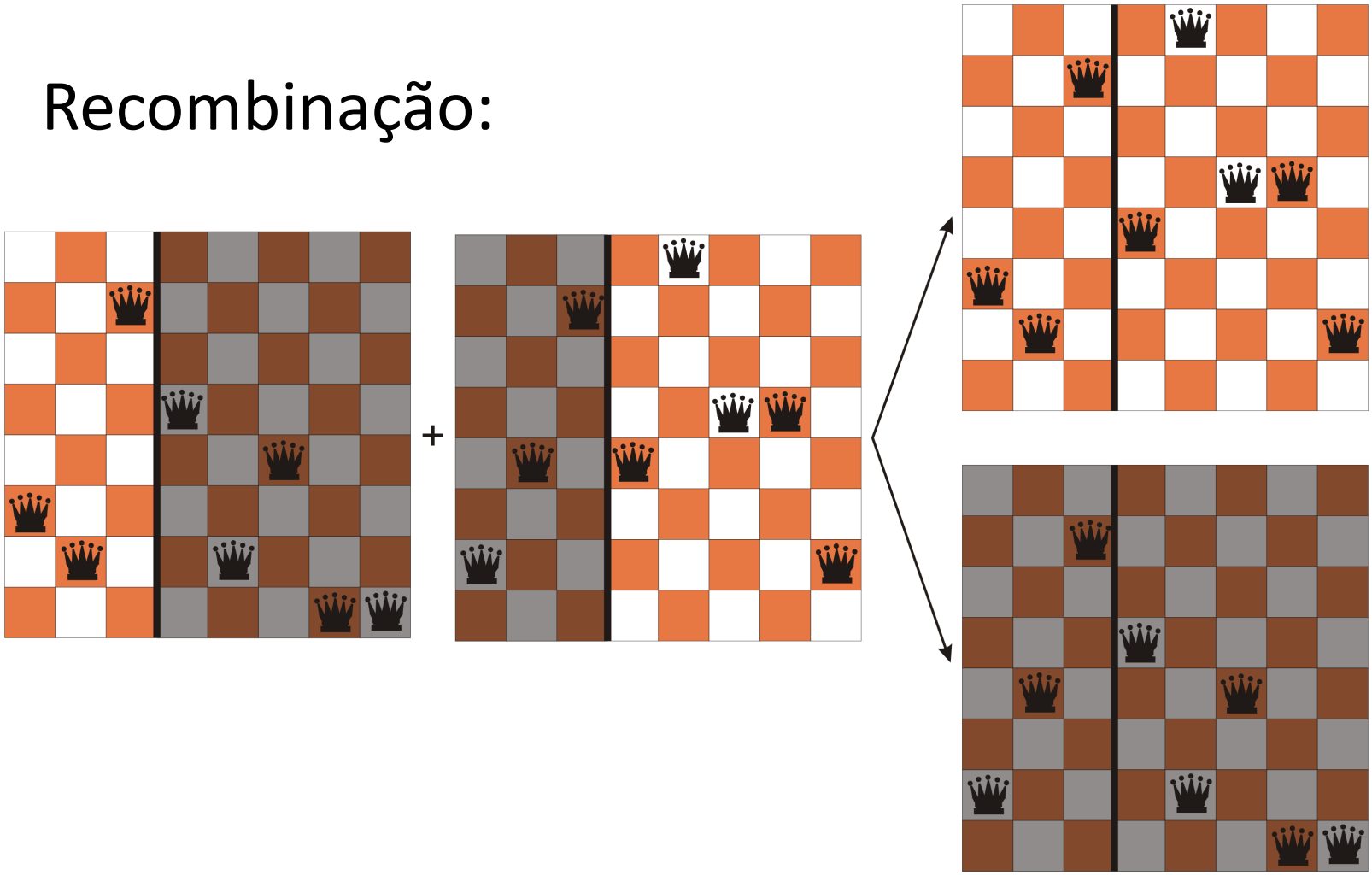
x: 1-8 em ataque ➔

➔ f(x) = 27



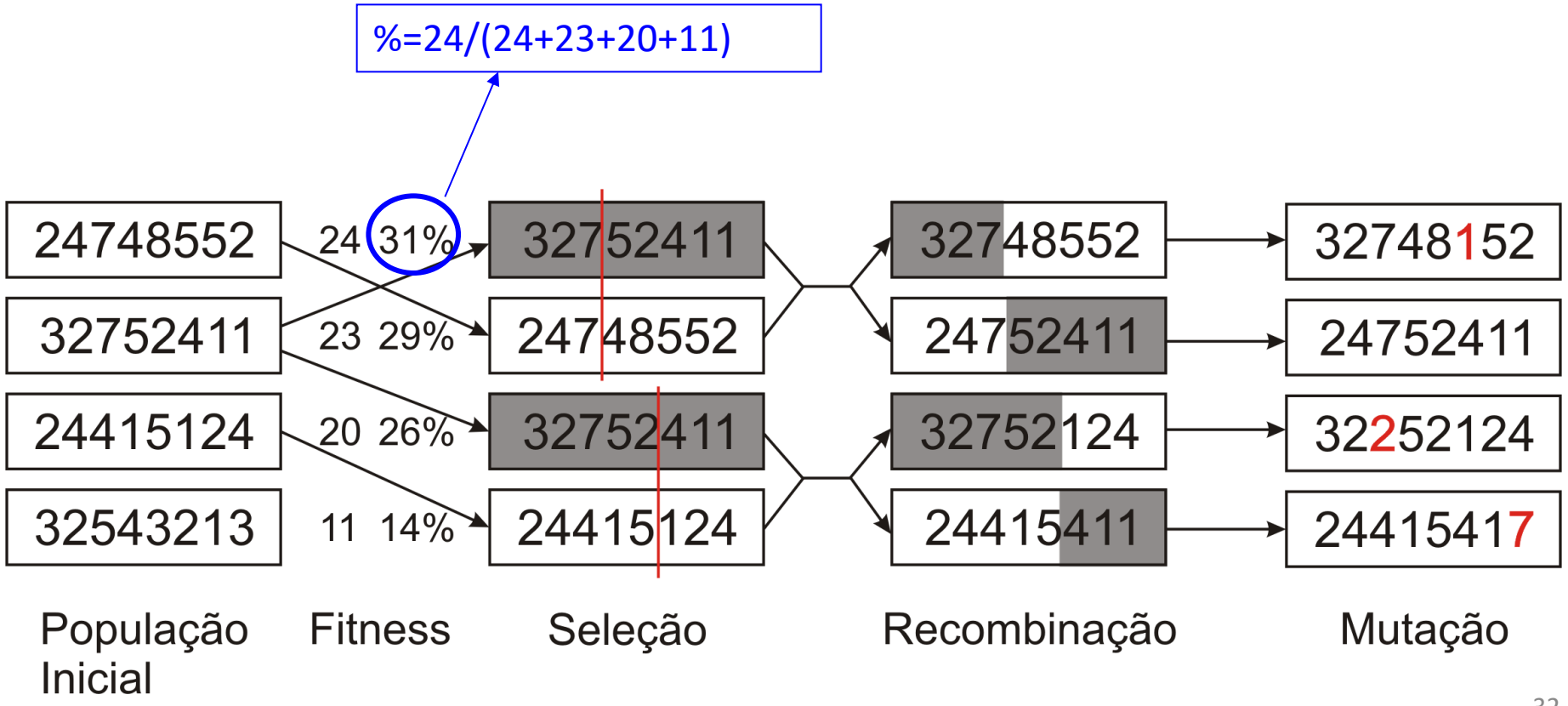
Exemplo: 8 Rainhas

Recombinação:



Exemplo: 8 Rainhas

- Indivíduos com maiores aptidões possuem mais chances de serem selecionados



Bibliografia

- Busca local e problemas de otimização:
  - Capítulo 4 do livro texto (Russel & Norvig, Inteligência Artificial, 3a. Edição)