Problema resolt del tema 5: Transistors FETs

PR_T5:

Amb el circuit de la figura:

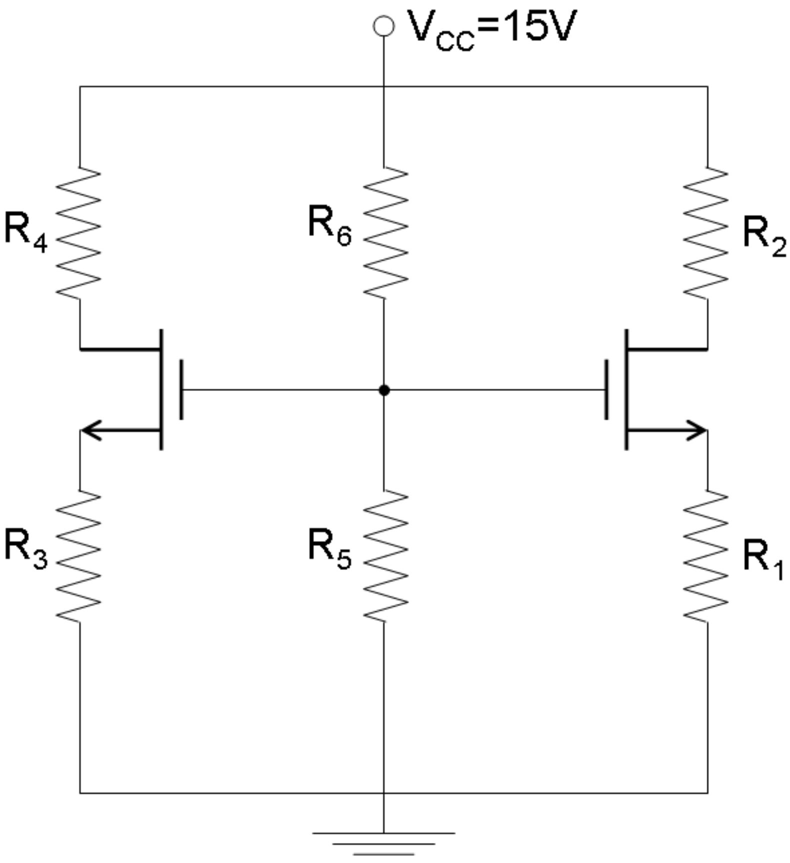
a) Resol el circuit (obtenir tots els corrents i totes les tensions del circuit). Preneu aquests valors de resistències:

$$R_1 = 20\ k\Omega, \quad R_2 = 10\ k\Omega, \quad R_3 = 20\ k\Omega, \quad R_4 = 50\ k\Omega, \quad R_5 = 2\ k\Omega, \quad R_6 = 1\ k\Omega$$

Si ho necessiteu, utilitzeu els següents valors pels transistors:

$$V_T = 1.5\,V, \quad A_d = \frac{1}{2} \cdot K_n^{'} \cdot \frac{W}{L} = 0.1\,mA/V^2$$

Si heu de resoldre en zona de tríode, utilitzeu les expressions per la zona de tríode lineal.



<u>Resolució</u>:

a) Resol el circuit (obtenir tots els corrents i totes les tensions del circuit). Preneu aquests valors de resistències:

$$R_1 = 20\ k\Omega, \quad R_2 = 10\ k\Omega, \quad R_3 = 20\ k\Omega, \quad R_4 = 50\ k\Omega, \quad R_5 = 2\ k\Omega, \quad R_6 = 1\ k\Omega$$

Si ho necessiteu, utilitzeu els següents valors:

$$V_T = 1.5\,V, \quad A_d = \frac{1}{2}\cdot K_n \cdot \frac{W}{L} = 0.1\,mA/V^2$$

Si heu de resoldre en zona de tríode, utilitzeu les expressions per la zona de tríode lineal.

En primer lloc, ens adonem que els dos transistors son FETs i de tipus NMOS.

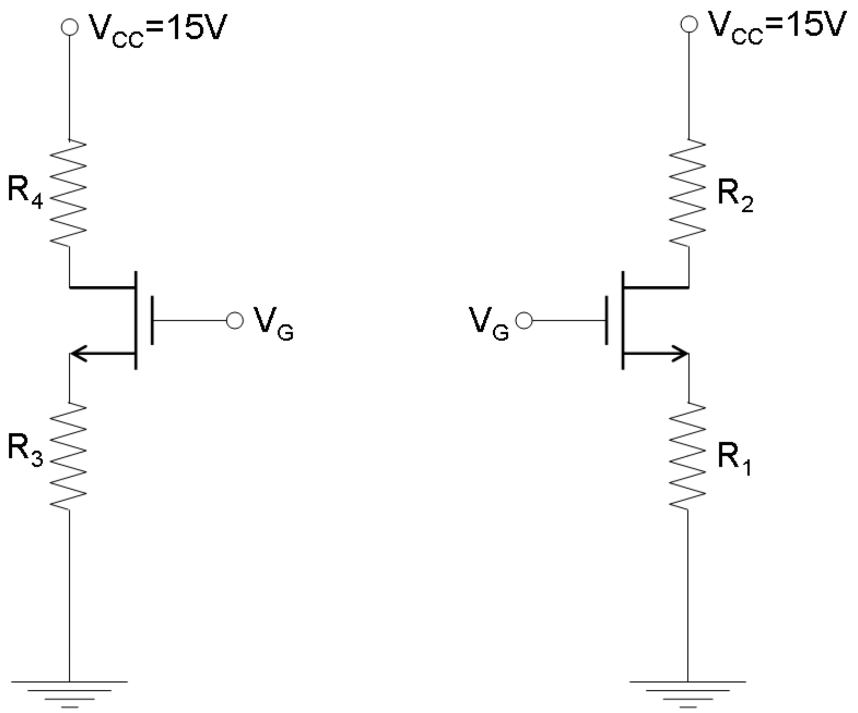
Treballarem sempre amb unitats de V, mA i kΩ.

Ens podem fixar que amb aquest circuit, el transistors podran estar treballant en saturació o en tríode ja que sembla probable que la tensió de porta sigui suficientment més alta de 0 V i podria ser possible que sigués major que la tensió de font ("source") del transistor.

Com que el corrent de porta dels 2 transistors sempre és nul, la dues resistències centrals constitueixen un divisor de tensió (s'aplica V_{CC} entre les dues resistències i només hi ha un únic corrent). Per tant, podem obtenir fàcilment la tensió de porta dels dos transistors:

$$V_G = \frac{R_5}{R_5 + R_6}\cdot V_{CC} = \frac{2}{2+1}\cdot 15 = 10\,V$$

Fixeu-vos que només V_G es comú entre el circuit d'una columna d'un transistor i de l'altre. Això vol dir, que podem resoldre independentment aquests dos circuits:



Comencem resolent el transistor de la dreta. I farem el procediment general per resoldre'l.
Aquest circuit és relativament senzill per què no té res més que les branques connectades al transistor. Com sempre, suposarem que el transistor es troba treballant en la zona de saturació (la raó és que és més senzill resoldre el circuit en aquest mode). Al final, comprovarem que realment el resultat és compatible amb aquesta suposició. Suposant una certa I_D, obtindrem les tensions mitjançant I_D i aplicarem l'expressió del transistor a la zona de saturació. Les tensions són:

$$V_S = +I_D \cdot R_1$$
$$V_D = V_{CC} - I_D \cdot R_2$$

I les utilitzem per introduir-les a l'equació del transistor en saturació:

$$I_D = \frac{1}{2} \cdot K_n' \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{GS} - V_T)^2 \quad \rightarrow \quad I_D = 0.1 \cdot (V_G - V_S - V_T)^2 \quad \rightarrow \quad I_D = 0.1 \cdot (10 - I_D \cdot R_1 - 1.5)^2$$
$$\Rightarrow I_D = 0.1 \cdot (8.5 - I_D \cdot R_1)^2 \quad \rightarrow \quad I_D = 0.1 \cdot \left(8.5^2 - 2 \cdot 8.5 \cdot I_D \cdot R_1 + I_D^2 \cdot R_1^2\right)$$
$$\Rightarrow 10 \cdot I_D = 8.5^2 - 17 \cdot I_D \cdot R_1 + I_D^2 \cdot R_1^2$$
$$\Rightarrow R_1^2 \cdot I_D^2 - 27 \cdot R_1 \cdot I_D + 72.25 = 0$$

D'aquesta equació sabem extreure el resultat:

$$I_D = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{27 \cdot R_1 \pm \sqrt{(-27 \cdot R_1)^2 - 4 \cdot R_1^2 \cdot 72.25}}{2 \cdot R_1^2} = \frac{540 \pm \sqrt{540^2 - 4 \cdot 20^2 \cdot 72.25}}{2 \cdot 20^2} = \frac{540 \pm \sqrt{176000}}{800} = \begin{cases} = 1.2\ mA \\ = 0.15\ mA \end{cases}$$

Obtenim les tensions i veurem si està en saturació o no:

$$I_D = 1.2\ mA \quad \rightarrow V_S = I_D \cdot R_1 = 1.2 \cdot 20 = 24\,V \qquad V_D = V_{CC} - I_D \cdot R_2 = 15 - 1.2 \cdot 10 = 3\,V$$
$$I_D = 0.15\ mA \quad \rightarrow V_S = I_D \cdot R_1 = 0.15 \cdot 20 = 3\,V \qquad V_D = V_{CC} - I_D \cdot R_2 = 15 - 0.15 \cdot 10 = 13.5\,V$$

Veiem que el primer cas no correspon amb la regió de saturació ja que no es compleix la primera de las condicions; és a dir, $V_{GS} > V_T$ (amb V_{GS} = 10 - 24 = - 14 V).
Amb el segon resultat, veiem que es compleix aquesta primera condició ja que ara V_{GS}= 10-3 = 7 V, i per tant es compleix que $V_{GS} > V_T$.
La segona condició es la condició de saturació estrictament: $V_{DS} > V_{GS} - V_T$
Calculem els dos primers termes per poder avaluar aquesta condició:

$$V_{DS} = V_D - V_S = 13.5 - 3 = 10.5\,V$$
$$V_{GS} = V_G - V_S = 10 - 3 = 7\,V$$

I, per tant, es compleix la condició de saturació:

$$10.5 > 7 - 1.5$$
$$10.5 > 5.5$$

Ara resolem el circuit de l'esquerra. Com que $R_3 = R_1$, l'aplicació de l'equació del transistor en saturació és exactament igual que abans i obtindrem els mateixos resultats per I_D. L'única cosa que canvia és el valor de V_D, que depèn de R_4, que és diferent de R_2. Per tant, anem a obtenir ara un altre vegada els valors de tensions, tenint en compte els nous valors de resistències

$$I_D = 1.2\,mA \quad \rightarrow V_S = I_D \cdot R_3 = 1.2 \cdot 20 = 24\,V \qquad V_D = V_{CC} - I_D \cdot R_4 = 15 - 1.2 \cdot 20 = -9\,V$$
$$I_D = 0.15\,mA \quad \rightarrow V_S = I_D \cdot R_3 = 0.15 \cdot 20 = 3\,V \qquad V_D = V_{CC} - I_D \cdot R_4 = 15 - 0.15 \cdot 50 = 7.5\,V$$

El primer cas és evident que no pot ser possible en saturació.
Pel segon cas, la primera condició es segueix complint igualment. Però hem de tornar a calcular la condició de saturació:

$$V_{DS} = V_D - V_S = 7.5 - 3 = 4.5\,V$$
$$V_{GS} = V_G - V_S = 10 - 3 = 7\,V$$

$$4.5 > 7 - 1.5$$
$$4.5 > 5.5$$

Ara no es compleix la condició de saturació per cap de les solucions. Per tant, haurem de resoldre en tríode. Com diu l'enunciat, utilitzarem les equacions de la zona de tríode lineal (que són una mica més fàcil de resoldre.

$$I_D = K_n^{'} \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{GS} - V_T) \cdot V_{DS} \quad \rightarrow \quad I_D = 0.2 \cdot (V_G - V_S - V_T) \cdot (V_D - V_S)$$
$$\Rightarrow I_D = 0.2 \cdot (10 - I_D \cdot R_3 - 1.5) \cdot (V_{CC} - I_D \cdot R_4 - I_D \cdot R_3) \quad \rightarrow \quad I_D = 0.2 \cdot (8.5 - I_D \cdot R_3) \cdot (15 - I_D \cdot (R_3 + R_4))$$
$$\Rightarrow 5 \cdot I_D = 8.5 \cdot 15 - 8.5 \cdot I_D \cdot (R_3 + R_4) - I_D \cdot R_3 \cdot 15 + I_D \cdot R_3 \cdot I_D \cdot (R_3 + R_4)$$
$$\Rightarrow 5 \cdot I_D = 127.5 - I_D \cdot [8.5 \cdot 70 + 15 \cdot 20] + I_D^2 \cdot 20 \cdot 70$$
$$\Rightarrow 5 \cdot I_D = 127.5 - I_D \cdot 895 + I_D^2 \cdot 1400$$
$$\Rightarrow 127.5 - I_D \cdot 900 + I_D^2 \cdot 1400 = 0$$

Resolem igual que abans:

$$I_D = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{900 \pm \sqrt{(-900)^2 - 4 \cdot 1400 \cdot 127.5}}{2 \cdot 1400} = \frac{900 \pm \sqrt{96000}}{2800} = \begin{cases} = 0.432\,mA \\ = 0.211\,mA \end{cases}$$

Calculem les tensions per les dues solucions:

$$I_D = 0.432\,mA \quad \rightarrow V_S = I_D \cdot R_3 = 0.432 \cdot 20 = 8.64\,V \qquad V_D = V_{CC} - I_D \cdot R_4 = 15 - 0.432 \cdot 50 = -6.6\,V$$
$$I_D = 0.211\,mA \quad \rightarrow V_S = I_D \cdot R_3 = 0.211 \cdot 20 = 4.22\,V \qquad V_D = V_{CC} - I_D \cdot R_4 = 15 - 0.211 \cdot 50 = 4.45\,V$$

La primera solució no és vàlida ja que V_D no pot ser negatiu (voldria dir que I_D hauria d'anar de S a D, ja que V_S es positiva).

Pel que fa a la segona solució, es pot veure fàcilment que la primera condició ($V_{GS} > V_T$) es compleix.
Ens manca comprovar la condició de zona de tríode: $V_{DS} < V_{GS} - V_T$
Calculem les tensions d'aquesta equació:

$$V_{DS} = V_D - V_S = 4.45 - 4.22 = 0.23\,V$$
$$V_{GS} = V_G - V_S = 10 - 4.22 = 5.78\,V$$

Per tant la condició queda:

$$0.23 < 5.78 - 1.5$$
$$0.23 < 4.28$$

I, per tant, es compleix.