

# T1. Conceptos básicos para el análisis de circuitos

# Conceptos básicos para el análisis de circuitos

↑ INTRODUCCIÓN

↑ VARIABLES ELECTRÓNICAS. SÍMIL HIDRÁULICO

↑ DISPOSITIVOS PASIVOS BÁSICOS

↑ LEYES DE KIRCHHOFF

↑ TEOREMAS DE THÉVENIN Y NORTON

↑ PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN

# Introducción

## ⌄ Electrónica: Compuesta de dos partes:

» Estudio de dispositivos electrónicos → *Física*.

■ No abordaremos esta parte (o lo mínimo imprescindible).

» Utilización de los dispositivos para diversas funciones  
→ *Ingeniería (Electrónica)*.

## ⌄ Ventajas de la Electrónica:

- » Facilidad de tratamiento de variables electrónicas.
- » Transporte (señal y energía) a largas distancias.
- » Otros: rápido, barato.

# Introducción

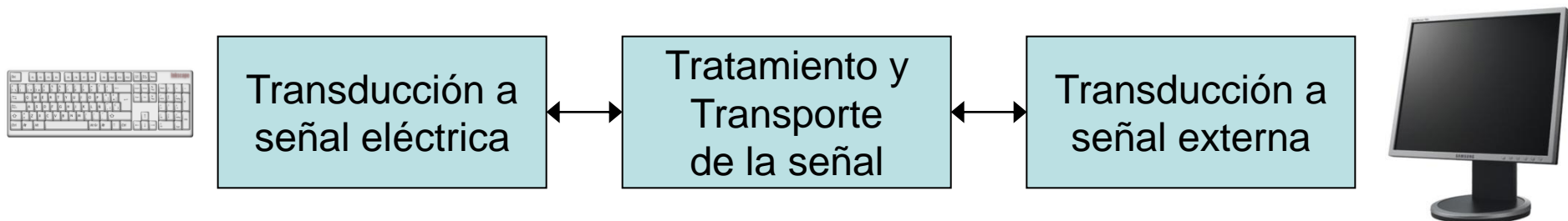
## ⤴ Sistema electrónico general:

### » Fases:

- Transformación señal externa a eléctrica. Ejemplos:  
teclado, cámara, micrófono...

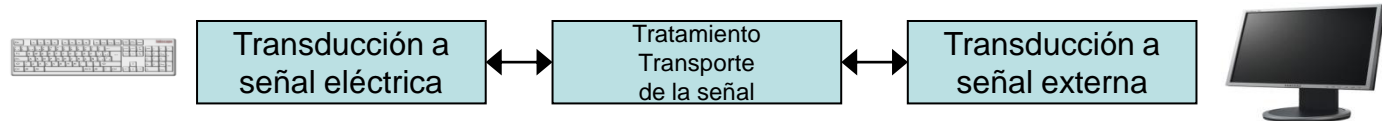
- Tratamiento (y transporte) de la señal eléctrica.  
Ejemplos: amplificación, filtrado, almacenamiento...

- Transformación de señal eléctrica a externa.  
Ejemplos: pantalla, brazo robot, impresora...



# Introducción

## ⚡ Sistema electrónico general:



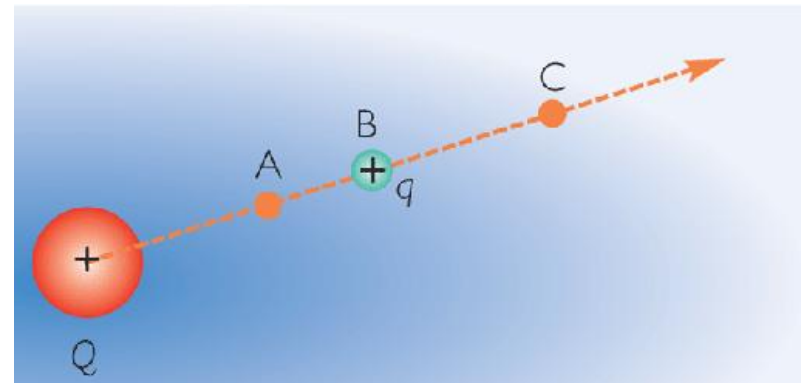
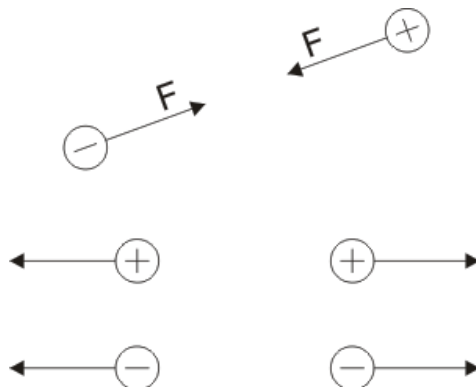
### » Ejemplos:

- Concierto: Micrófono → señal eléctrica → Amplificación + filtración+etc → altavoz señal mecánica (vibraciones que producen el sonido).
- Robot de manipulación en fábrica: Sensor de visión o de posición → señal eléctrica → brazo mecánico.

# Variables electrónicas

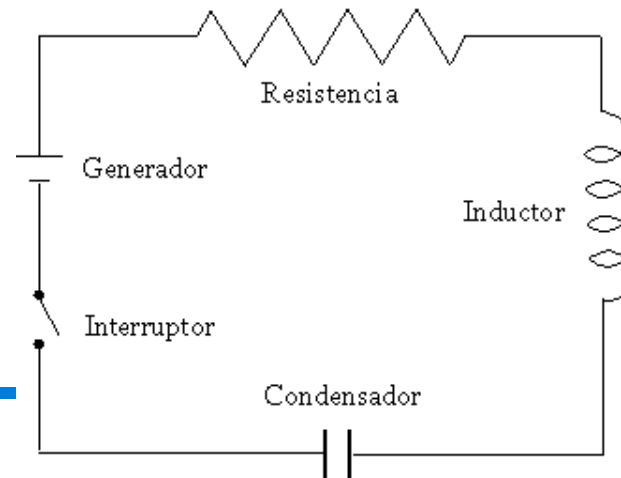
## ⌄ Carga eléctrica (Unidad: Coulomb (C)):

- » Algunas partículas poseen propiedad de carga.
- » Propiedad principal: Las cargas se ejercen una fuerza mutuamente. (cargas positivas y negativas).
- » Conclusión: las cargas en un campo de fuerza tienden a desplazarse y tendrán una cierta energía potencial (que dependerá de la posición).



# Variables electrónicas

- ⌚ En un circuito eléctrico, se usa un generador de energía eléctrica para hacer mover las cargas a través de un circuito.
- ⌚ Las cargas irán cambiando (en general perdiendo) su potencial eléctrico a medida que circula por el circuito atravesando los componentes.
- ⌚ Los componentes son los que realizan “operaciones” sobre las variables eléctricas y proporcionan la funcionalidad del circuito.



# Variables electrónicas

🏠 En circuitos electrónicos se trabaja con dos variables: Corriente (símbolo  $I$ ) y tensión (símbolo  $V$ ).

» **Corriente**: cantidad de carga que pasa por un punto del circuito por unidad de segundo (flujo de cargas).

■  $I = \frac{dq}{dt}$

■ *Unidades: Amperio ( $[A] = [C/s]$ )*

■ *Posee una dirección, dada por el sentido de movimiento de las cargas y se indica por una flecha. Por convenio, la flecha indica el sentido de movimiento de las cargas positivas.*

■ *Valor negativo indica corriente en sentido contrario al indicado por la flecha.*

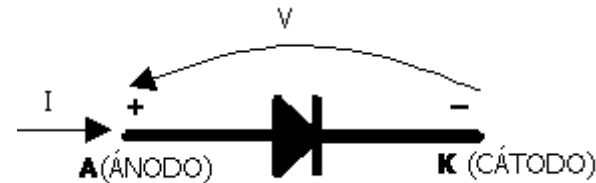


# Variables electrónicas

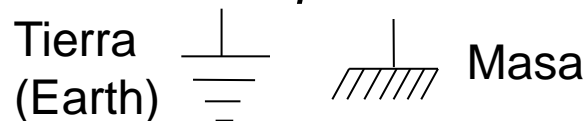
» **Diferencia de tensión** (o voltaje o potencial): Es la variación de energía potencial de una carga unidad (1 C) entre dos puntos del circuito.

■ *Unidades:  $\text{Joule/C} = \text{V}$  (Volt)*

■ *Se suele indicar con una flecha curvada desde el punto de menor tensión al de mayor.*



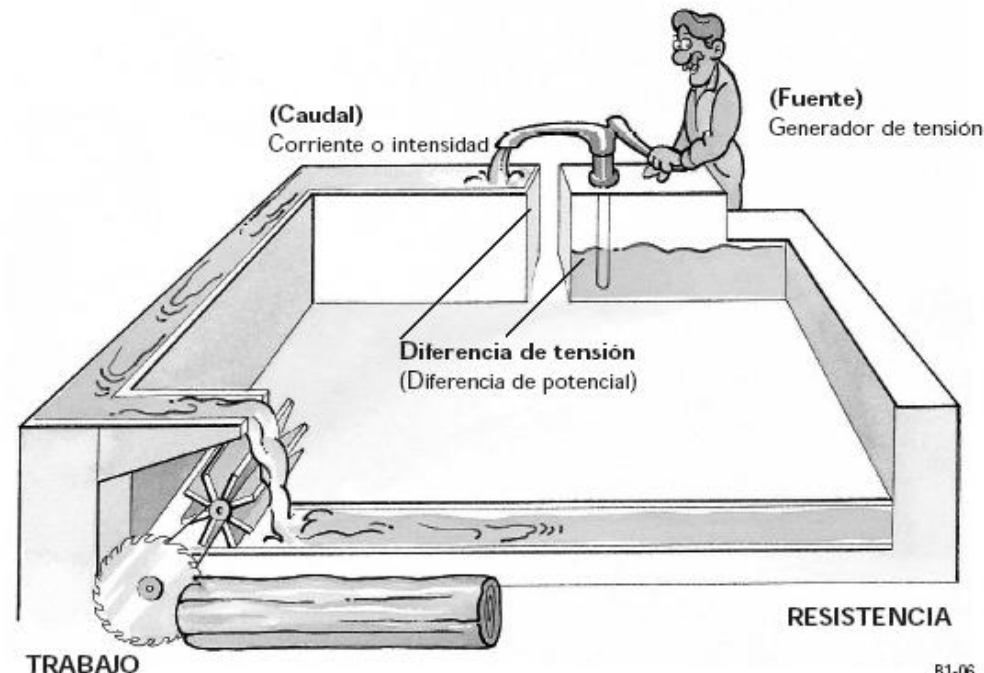
■ *Se habla de tensión en un punto cuando se toma siempre el mismo punto de referencia para todo el circuito (tierra ('ground')).*



# Variables electrónicas

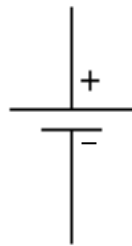
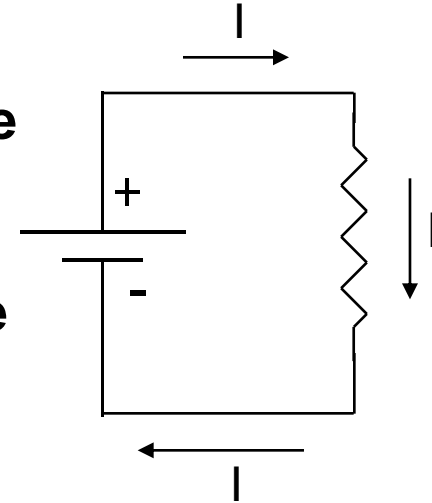
## 🏠 Símil hidráulico:

- » El circuito lo forman una red de tuberías (o tubos).
- » El generador de energía sería una bomba de agua o una reserva de agua a una cierta presión.
- » La corriente sería el caudal ( $\text{m}^3/\text{s}$ ) de agua.
- » La diferencia de tensión sería la diferencia de presión del agua (va disminuyendo a medida que avanza por el circuito)

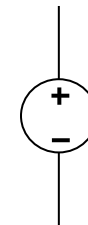
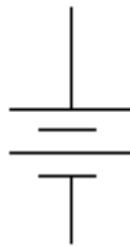


# Fuentes (Generadores)

- 🏠 **Generan la energía para hacer circular la corriente a través del circuito.**
- 🏠 **Hay dos tipos básicos de fuentes: de tensión y de corriente.**
  - » **Fuente de tensión**: Genera una diferencia de tensión determinada independ. de la corriente que circula.



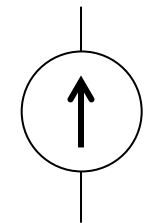
DC



AC

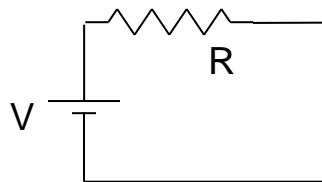
# Fuentes (Generadores)

- » **Fuente de corriente:** Genera una corriente (flujo) independ. del potencial requerido para ello.

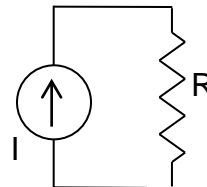


DC y AC

🏠 Ejemplos sencillos:



$I? \rightarrow$  calcular



$V? \rightarrow$  calcular

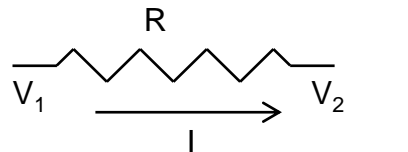
# Elementos de circuito pasivos

- ↑ Veremos tres elementos: Resistencia, Condensador y Bobinas.
- ↑ El “comportamiento” de los elementos se conoce a partir de la relación I-V (corriente que lo atraviesa – diferencia de potencial entre sus bornes) (ecuación característica). Ya sea matemáticamente o gráficamente.
- ↑ Con elementos lineales podremos resolver “a mano” circuitos.

# Elementos de circuito pasivos

## ⬆ Resistencia:

- » Como su nombre indica, se resiste al paso de la corriente.
- » Se disipa (pierde) energía al atravesar la resistencia →  
Disminuye el potencial en el sentido de la corriente.
- » Su ecuación característica viene dada por la ley de Ohm:

$$V_1 - V_2 = R \cdot I_{1 \rightarrow 2}$$


- R es la resistencia del elemento. Unidades: Ohm= $\Omega$ =V/A.
- R alta → Pasa menos corriente para la misma energía (V).
- R depende del material específico y de sus dimensiones.

# Elementos de circuito pasivos

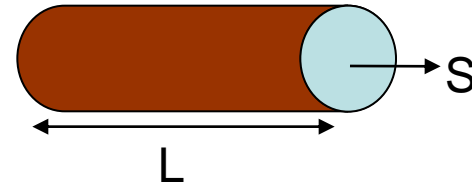
## ⬆ Resistencia: (continuación)

### » Símil hidráulico:



$$V_1 - V_2 = R \cdot I_{1 \rightarrow 2}$$

$$R = \frac{L}{\sigma \cdot S} = \rho \cdot \frac{L}{S}$$



$$P_1 - P_2 = R \cdot \phi_{1 \rightarrow 2}$$

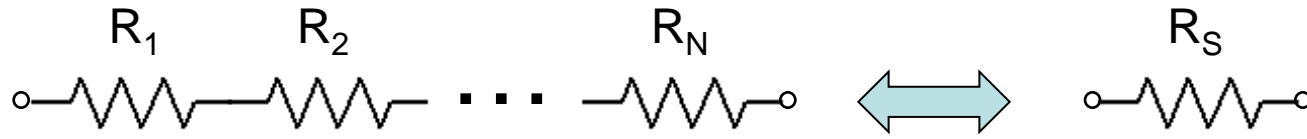
$$R = (8 \cdot \eta \cdot \pi) \cdot \frac{L}{S^2} = \rho \cdot \frac{L}{S^2}$$

- $\rho$  es la resistividad del material y es una propiedad de ese material (no depende de las dimensiones).

# Elementos de circuito pasivos

## ⬆ Resistencia: (continuación)

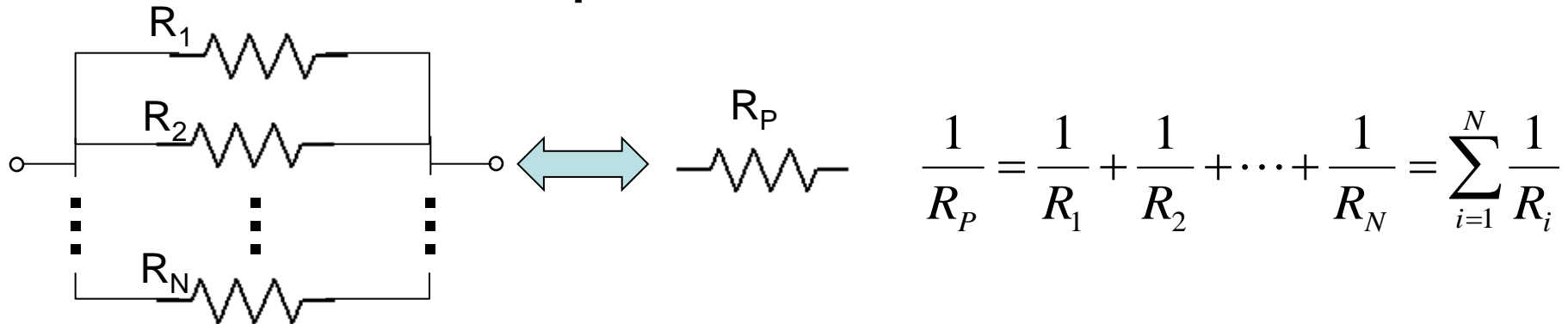
### » Combinaciones serie de resistencias:



$$R_S = R_1 + R_2 + \dots + R_N = \sum_{i=1}^N R_i$$

■  $I$  común,  $\Delta V$  es la suma de todas las  $\Delta V_{R_i}$ .

### » Combinaciones paralelo de resistencias:



$$\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$$

■  $\Delta V$  es común,  $I$  es la suma de todas las  $I_i$ .

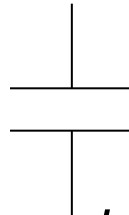


# Elementos de circuito pasivos

## 🏠 Condensador (o capacidad):

- » Como su nombre indica, es como un almacenador (“contenedor”) de energía eléctrica. Se consigue acumulando cargas.

- » Esquema y composición:

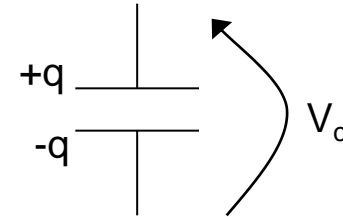


- *Generalmente consiste en dos placas conductoras separadas por un material no conductor (aislante; ej: aire, óxidos). En las placas puede almacenarse carga.*
- *Por tanto, las cargas nunca atraviesan el componente.*
- *Si en una placa se acumula  $+q$ , en la otra  $-q$  (ya que se atraen). Por tanto, habrá una diferencia de potencial.*

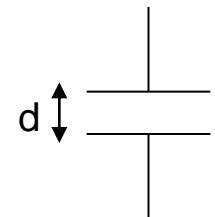
# Elementos de circuito pasivos

## Condensador (continuación):

» Ecuación característica:  $C = \frac{q}{V_c}$



- *C es la capacidad. Unidades: Faradio=C/V (por cada volt, cuánta carga se acumula).*
- *C depende del material específico de aislante y de propiedades geométricas.*
- *Para una capacidad de placas plano-paralelas:  $C = \varepsilon \cdot \frac{A}{d}$* 
  - *d: separación de las placas.*
  - *$\varepsilon$ : Permitividad del aislante.*

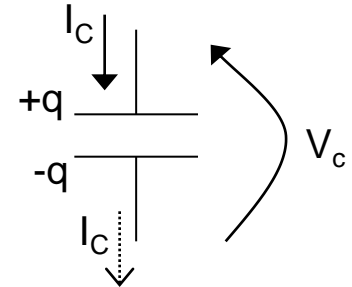


# Elementos de circuito pasivos

## ⬆ Condensador (continuación):

- » Si por un terminal entra  $I_C (=dq/dt)$ , se irán acumulando cargas en esa placa. Además, saldrá  $I_C$  por la otra placa, acumulando la misma carga (pero negativa).

$$dq = I_C \cdot dt \Rightarrow q - q_0 = \int_{t=0}^t I_C \cdot dt$$

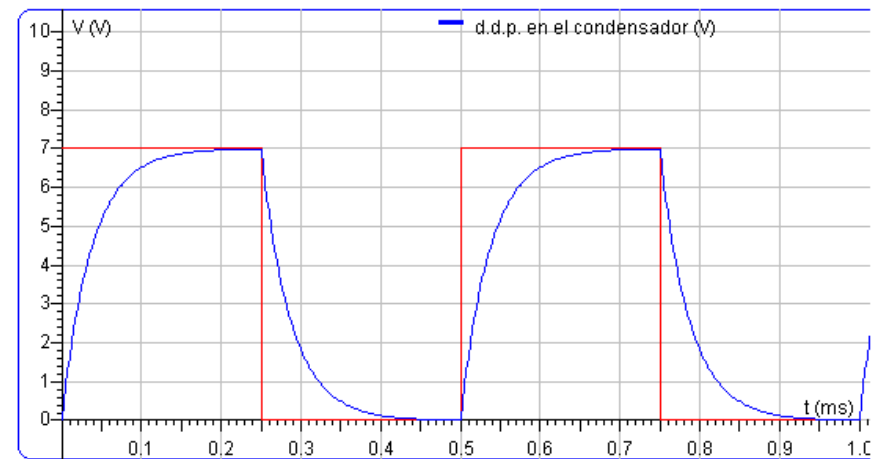
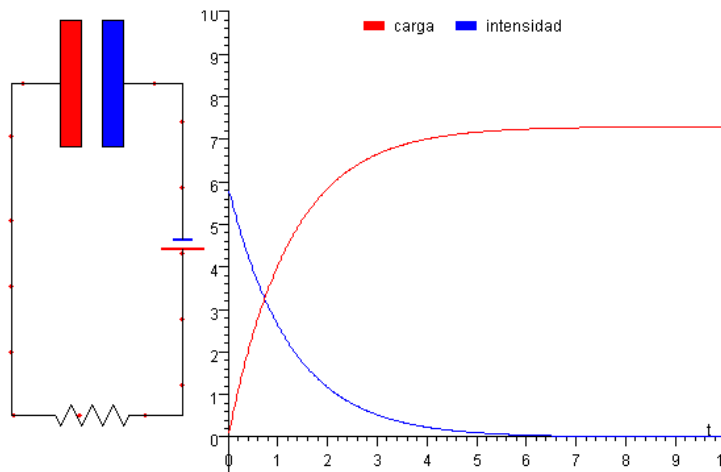


- Es “como si” le atravesase una corriente  $I_C$ .
- De la ecuación característica (derivando con respecto  $t$ ), también se cumple:  $i_C = C \cdot \frac{dV_C}{dt}$
- Si no hay variación temporal (DC),  $I=0 \rightarrow$  circuito abierto.
- Como  $V_C$  depende de la historia de  $I_C \rightarrow$  memoria.

# Elementos de circuito pasivos

## Condensador (continuación):

### » Comportamiento en un circuito:



$$\left. \begin{aligned} I &= (V_f - V_C) / R = I_C \\ I_C &= C \cdot \frac{dV_C}{dt} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{dV_C}{dt} = \frac{1}{R \cdot C} \cdot (V_f - V_C) \rightarrow \frac{dV_C}{(V_C - V_f)} = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot dt$$

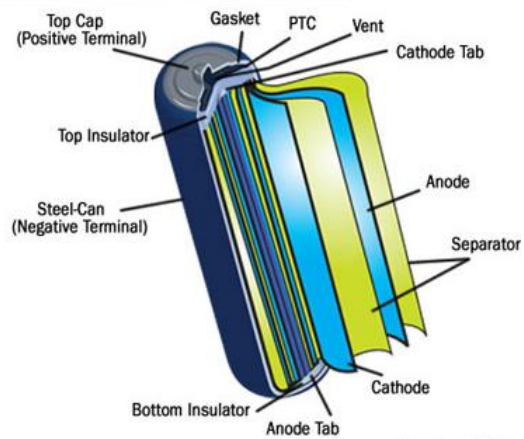
$$\Rightarrow \ln(V_C(t) - V_f) - \ln(-V_f) = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot t \Rightarrow V_C(t) = V_f \left( 1 - e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t} \right)$$

# Elementos de circuito pasivos

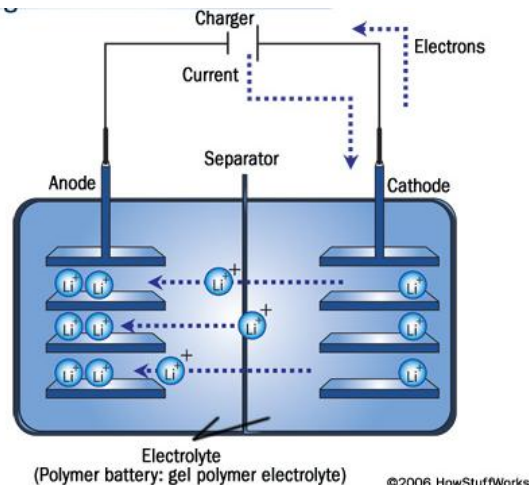
## Condensador (continuación):

### » Aplicaciones múltiples:

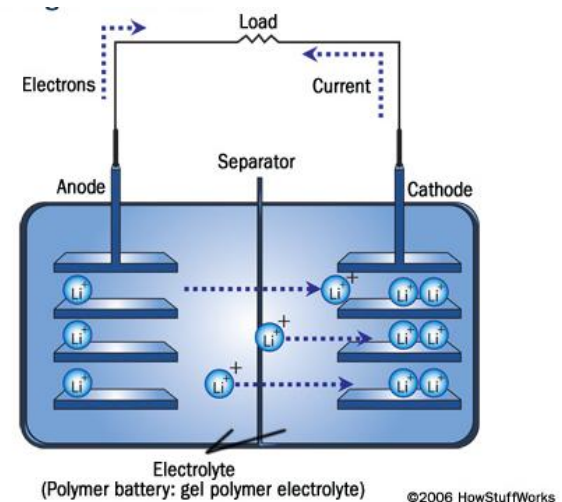
#### ■ Almacenadores de energía eléctrica.



©2006 HowStuffWorks

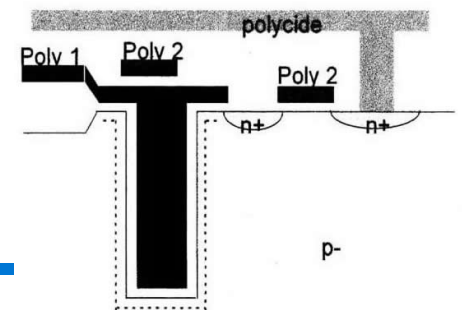


©2006 HowStuffWorks



©2006 HowStuffWorks

#### ■ Memorias dinámicas (DRAM).

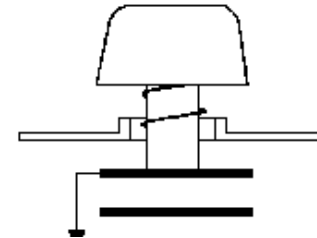
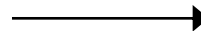


# Elementos de circuito pasivos

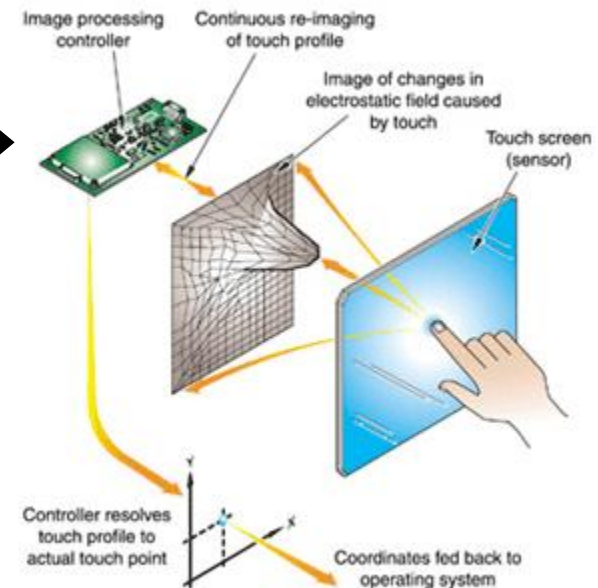
## Condensador (continuación):

### » Aplicaciones múltiples:

■ *Teclados de tipo capacitivo.*



■ *Pantallas táctiles capacitivas.*

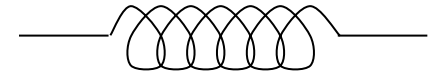


# Elementos de circuito pasivos

## 🏠 Bobinas:

- » Su comportamiento se basa en fenómeno experimental de inducción electromagnética.
- » Al variar en el tiempo la corriente que circula por un cable enrollado, se genera una diferencia de tensión entre sus terminales:

$$V_L = V_1 - V_2 = L \cdot \frac{dI_{1 \rightarrow 2}}{dt} = L \cdot \frac{dI_L}{dt}$$



- *L es la inductancia de la bobina.*
- *L depende de factores como el número de vueltas y el material sobre el que se enrolla.*
- *Para un solenoide:*  $L = \mu_0 \mu_r \frac{n^2 \cdot S}{l}$

# Elementos de circuito pasivos

## ⌄ Bobinas (continuación):

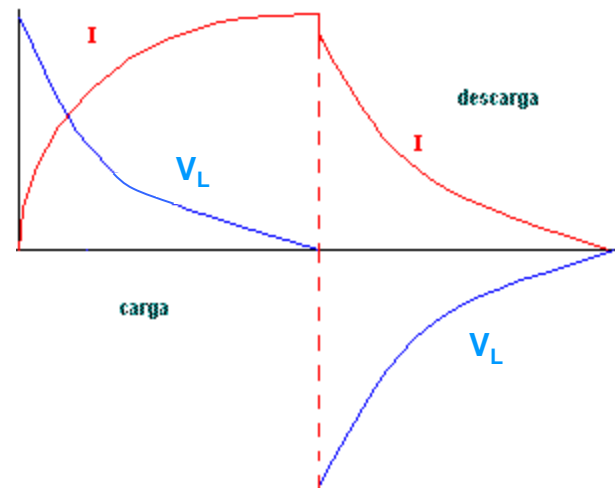
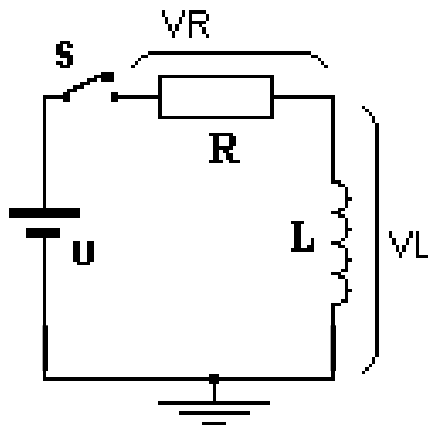
- » Si no hay variación de  $I_L$  con el tiempo,  $V_L=0$ . Por tanto, es como si fuese un hilo de conexión entre componentes.
- » Es también un almacenador de energía. (La energía se almacena al crearse un campo magnético entorno al conductor.
- » Tienen también múltiples aplicaciones.



# Elementos de circuito pasivos

## ⬆ Bobinas (continuación):

### » Comportamiento en un circuito:



$$\left. \begin{aligned} I &= (U - V_L) / R = I_L \\ V_L &= L \cdot \frac{dI_L}{dt} \end{aligned} \right\} \rightarrow V_L = \frac{L}{R} \cdot \left( -\frac{dV_L}{dt} \right) \rightarrow \frac{dV_L}{V_L} = -\frac{R}{L} \cdot dt$$

$$\Rightarrow \ln V_L(t) - \ln V_f = -\frac{R}{L} \cdot t \Rightarrow V_L(t) = V_f \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$$

# Potencia eléctrica

- ⌚ La energía generada puede disiparse/transformarse (como en R's) o almacenarse (como en L y C) en los distintos componentes.
- ⌚ La energía disipada, almacenada o generada por unidad de tiempo se calcula:  $P = I \cdot \Delta V$  [Unidades :  $J / s = W$ ]
  - » I: Corriente que atraviesa al elemento (R, C, etc).
  - »  $\Delta V$ : Diferencia de tensión entre bornes del elemento.
  - » Válida tanto para DC como AC (valores instantáneos).
- ⌚ Para una resistencia:


$$P = I \cdot \Delta V = I^2 \cdot R = \frac{\Delta V^2}{R}$$

# Leyes de Kirchhoff

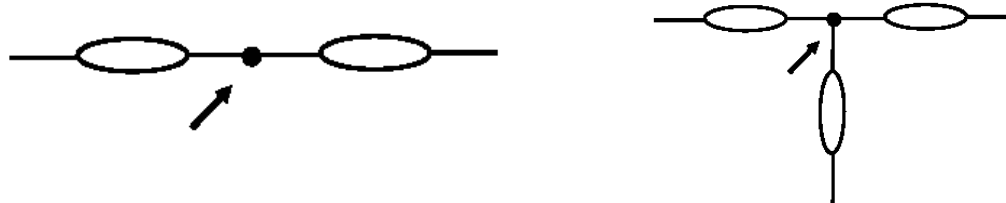
- 🔗 Con la aplicación de estas leyes, podremos resolver circuitos. Es decir, obtener todas las diferencias de tensiones y corrientes del circuito.
- 🔗 Nosotros las utilizaremos para resolver circuitos “sencillos”. Existen programas de cálculo que resuelven las ecuaciones obtenidas por este método.

# Leyes de Kirchhoff

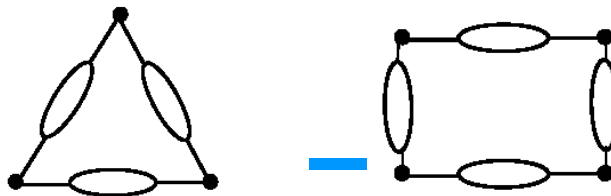
## 📌 Conceptos preliminares:

» Rama: Elemento(s) del circuito entre dos terminales (o nodos) consecutivos. 

» Nodo (o nudo): Punto de unión entre dos o más ramas.  
(Para las leyes, serán importantes las de 3 o más).



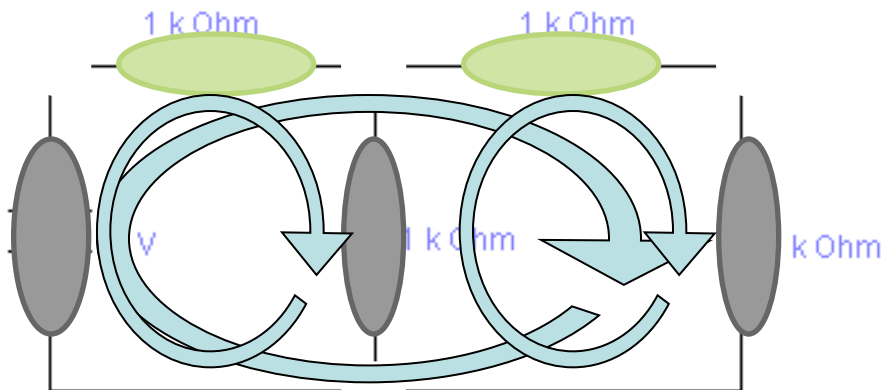
» Malla: Conjunto de ramas que forman un circuito cerrado. (sin pasar dos veces por una misma rama).



# Leyes de Kirchhoff

## Conceptos preliminares (continuación):

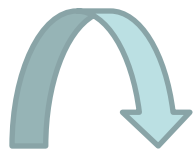
» Ejemplo:



Nodo



Rama

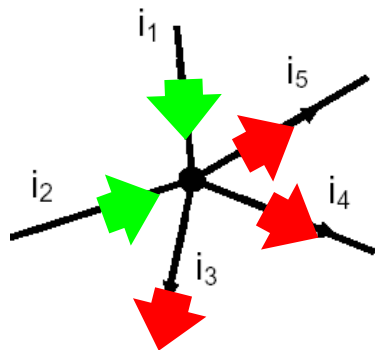


Lazo ó Malla

# Leyes de Kirchhoff

## ⬆ Primera ley: Ley de nodos o de corrientes

- » La suma (con signo) de corrientes concurrentes a un nodo es nula. (principio de conservación de la masa).
- Por ejemplo, se toma positiva la corriente entrante al nodo y negativa la corriente saliente.
- » O la suma de corrientes entrantes a un nodo es igual a la suma de corrientes salientes.



$$i_1 + i_2 - i_3 - i_4 - i_5 = 0$$

$$\text{o } i_1 + i_2 = i_3 + i_4 + i_5$$

$$\sum_{\text{nodo}} i = 0$$

# Leyes de Kirchhoff

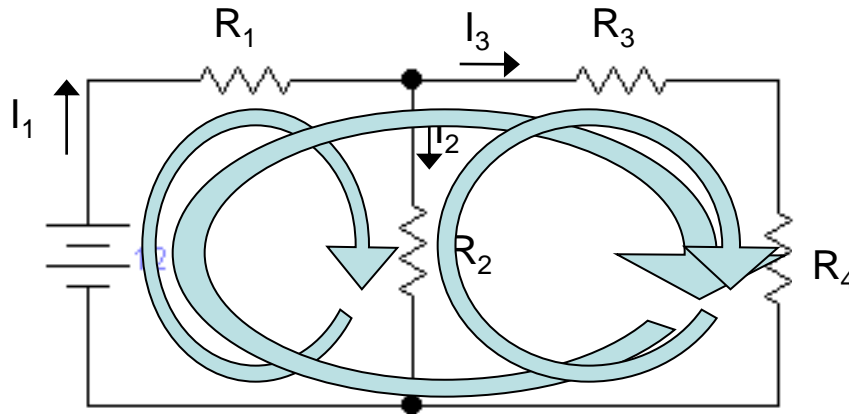
## ⬆ Segunda ley: Ley de mallas

- » La suma de las variaciones de tensiones en los elementos del circuito encontradas al recorrer una malla ha de ser nula. (Principio de conservación de la energía).
- Se ha de tener en cuenta el signo de la variación de tensión en el elemento.
  - Tomar positivo si aumenta la tensión en el sentido de la malla y negativo si disminuye.
  - En elementos pasivos, tomamos que la tensión disminuye en el sentido de la corriente (como si se disipase energía en el sentido de la corriente)

# Leyes de Kirchhoff

## Segunda ley: Ley de mallas (continuación)

» Ejemplo:



$$+12V - I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 = 0$$

■ Probad con las otras 2 mallas del circuito.

$$+12V - I_1 \cdot R_1 - I_3 \cdot R_3 - I_3 \cdot R_4 = 0$$

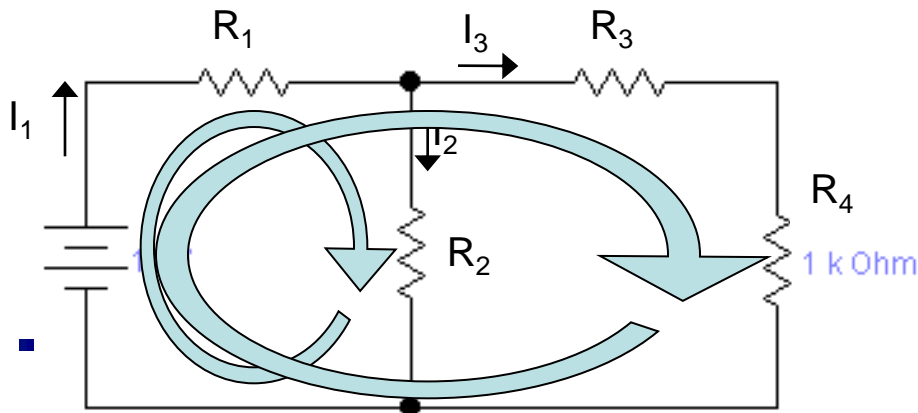
$$+I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 - I_3 \cdot R_4 = 0$$



# Leyes de Kirchhoff

## 📌 Aplicación de las leyes a la resolución de circuitos:

- » Asignar una corriente (nombre y dirección (arbitraria)) a cada rama “completa” del circuito.
- » Aplicamos la 1ª ley de nudos donde concurren 3 o más ramas. (exceptuando el punto de referencia de tensión (tierra)).
- » Obtenemos el número menor de mallas del circuito tal que, entre todas, recorran todas las ramas. (suele haber más de 1 opción).
- » Aplicamos la 2ª ley (de mallas) a estas mallas.
- » Resolvemos las ecuaciones resultantes.



$$\begin{aligned}
 I_1 &= I_2 + I_3 \\
 +12V - I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 &= 0 \\
 +12V - I_1 \cdot R_1 - I_3 \cdot R_3 - I_3 \cdot R_4 &= 0
 \end{aligned}$$

# Leyes de Kirchhoff

## 📌 Aplicación de las leyes a la resolución de circuitos: (cont.)

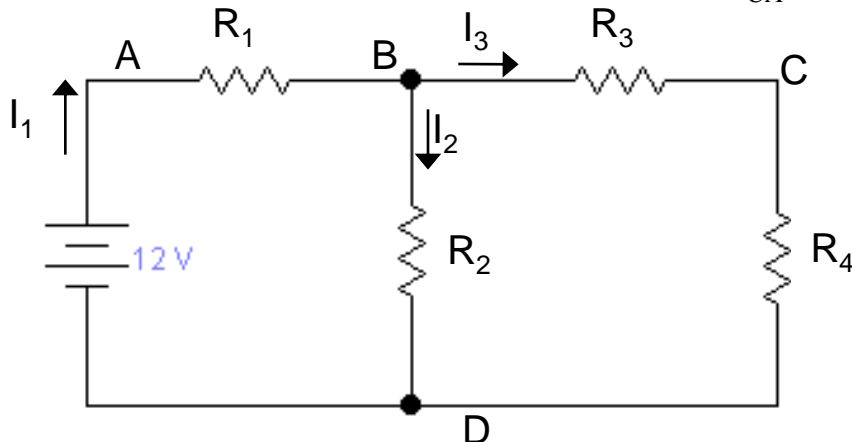
» Una vez resuelto el circuito (obtenemos las corrientes), podemos calcular todas las diferencias de tensiones entre cualesquiera de los puntos del circuito.

### ■ Ejemplos:

$$V_{BC} = V_B - V_C = +I_3 \cdot R_3$$

$$V_{BD} = V_B - V_D = V_B = +I_2 \cdot R_2 = +I_3 \cdot R_3 + I_3 \cdot R_4$$

$$V_{CA} = V_C - V_A = -I_1 \cdot R_1 - I_3 \cdot R_3 = -12V + I_3 \cdot R_4$$



Nota: Si alguna  $I_i$  se obtiene negativa del cálculo, sólo indica que tiene sentido opuesto al escogido inicialmente.

# Leyes de Kirchhoff

⌚ Si tenemos fuentes de corriente:

- » En la rama en la que se encuentra,  $I$  no es incógnita. La incógnita pasa a ser la diferencia de tensión en la fuente.

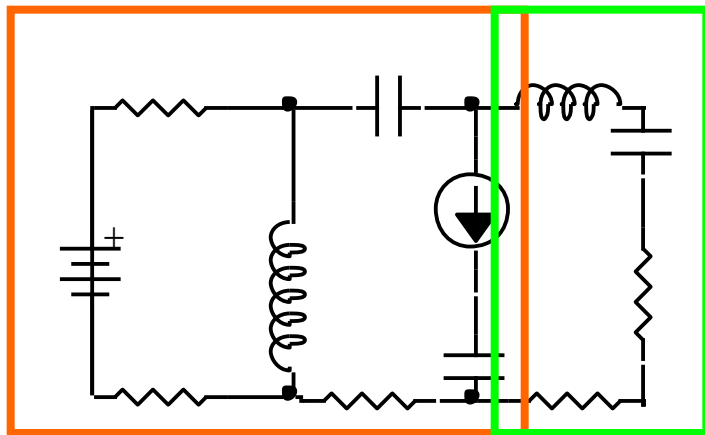
# Teoremas de Thevenin y Norton

↑ En general, sirven para simplificar una parte de un circuito.

» Nos permite resolver el circuito total posteriormente de forma más sencilla.

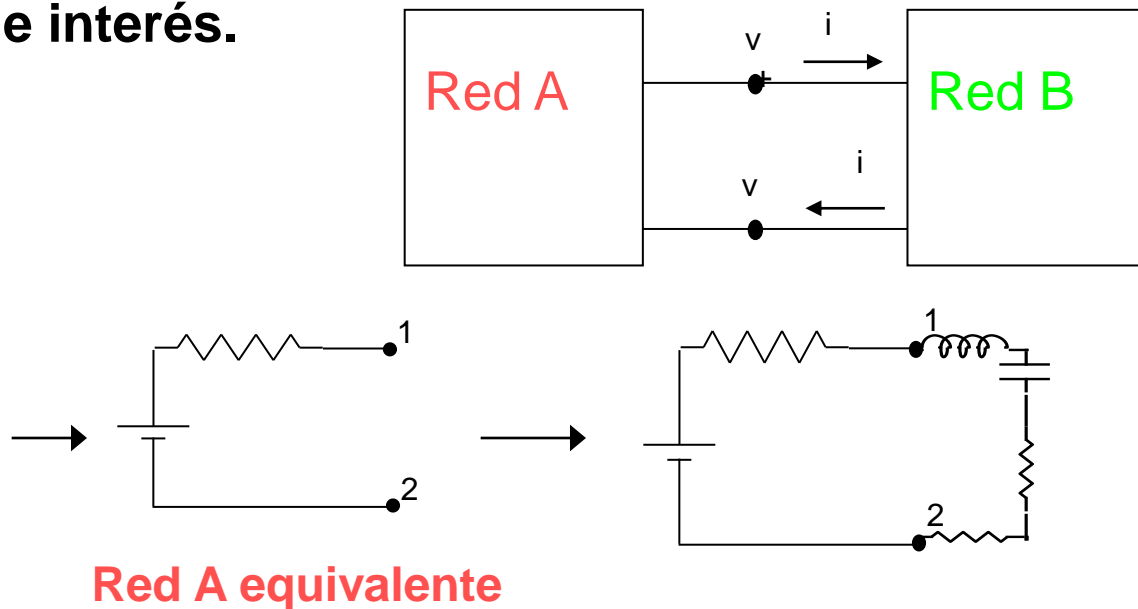
» La parte simplificada, por regla general, no contendrá la parte del circuito de interés.

↑ Ejemplo:



Red A

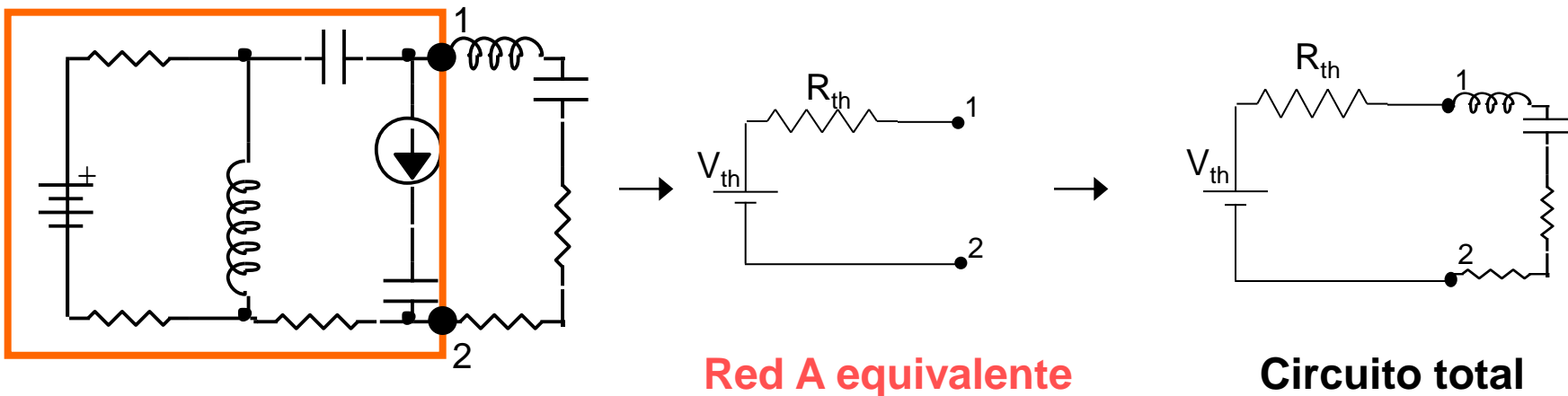
Red B



# Teoremas de Thevenin y Norton

## Teorema de Thevenin:

- » Cualquier red lineal de un circuito, respecto a un par de terminales, puede substituirse por un generador de tensión ( $V_{th}$ ) y una resistencia ( $R_{th}$ ) en serie.



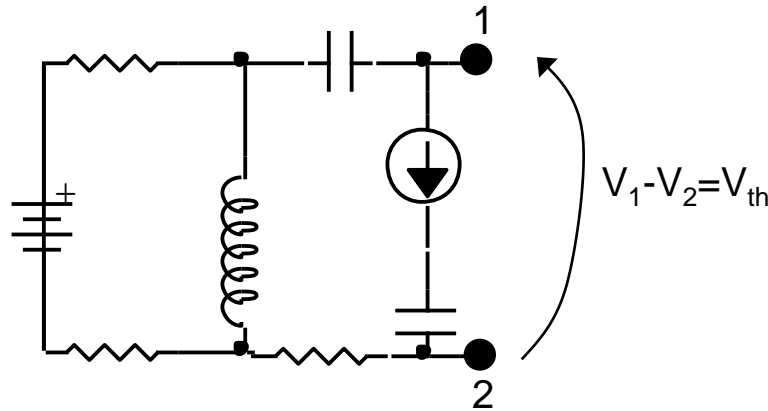
- Hemos conseguido así dividir la solución del circuito en dos problemas más “pequeños”.

# Teoremas de Thevenin y Norton

## Teorema de Thevenin: (continuación)

» ¿Cómo obtener  $V_{th}$  y  $R_{th}$ ?

- $V_{th}$ : *Eliminando la red B por los puntos 1 y 2,  $V_{th}$  coincide con la diferencia de tensión de 1 respecto a 2.*



- *Se asumen condiciones iniciales nulas.*

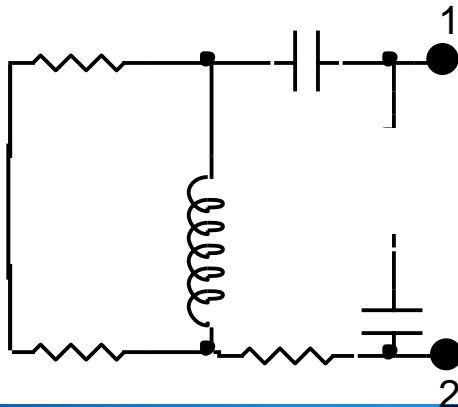
# Teoremas de Thevenin y Norton

## Teorema de Thevenin: (continuación)

» ¿Cómo obtener  $V_{th}$  y  $R_{th}$ ? (continuación)

■  $R_{th}$ : *Eliminando la red B y eliminando las fuentes,  $R_{th}$  coincide con la resistencia equivalente del circuito (red A) entre los puntos 1 y 2.*

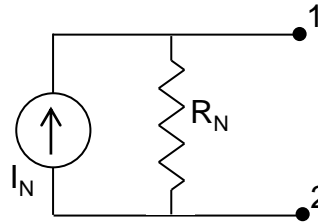
■ *Eliminar las fuentes quiere decir cortocircuitar las fuentes de tensión y dejar abierta la rama donde hay fuentes de corriente.*



# Teoremas de Thevenin y Norton

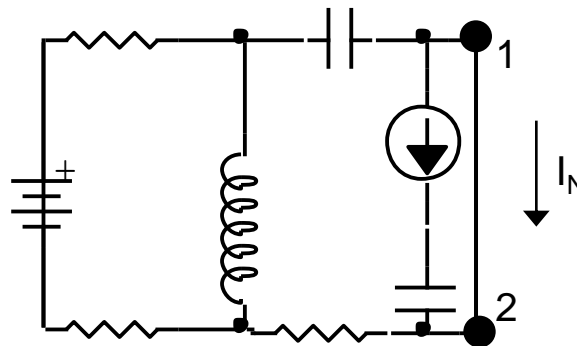
## Teorema de Norton:

» Parecido al de Thevenin, pero ahora la red A se substituye por:



■  $R_N$  se obtiene de la misma forma que  $R_{th}$ .

■  $I_N$  se obtiene eliminando la red B y uniendo los nodos 1 y 2.  $I_N$  coincide con la corriente que pasa por esta unión.





# Teoremas de Thevenin y Norton

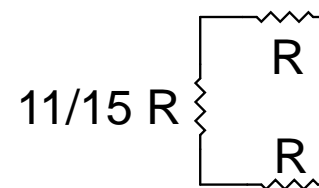
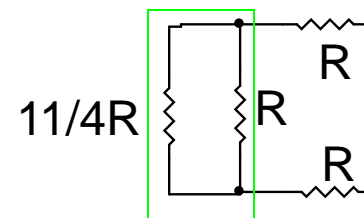
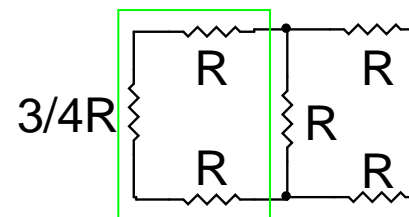
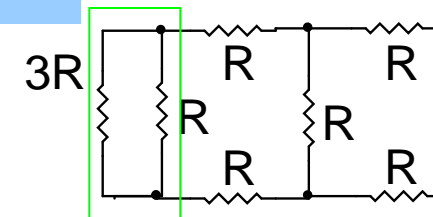
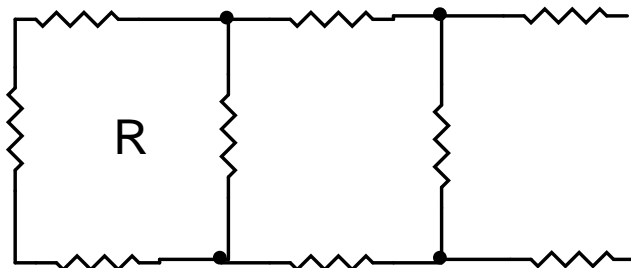
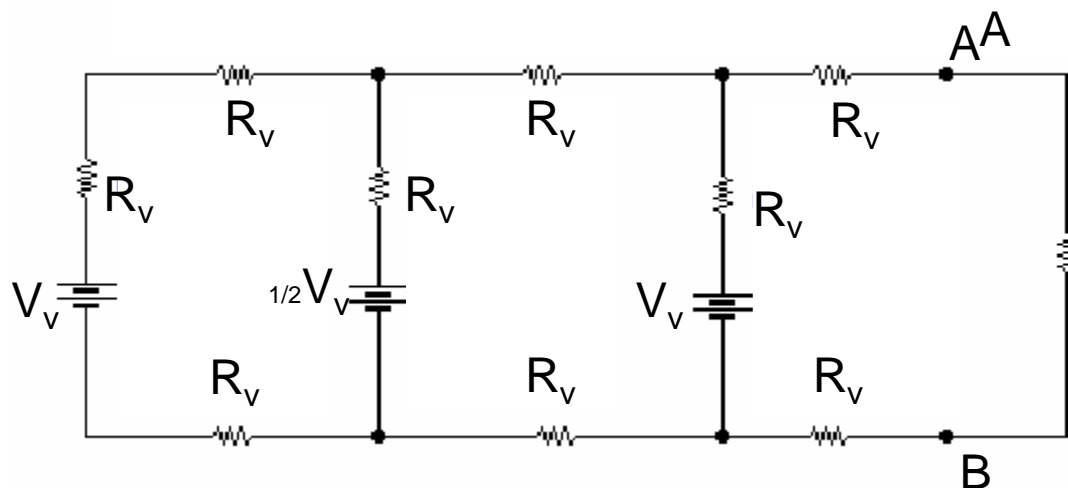
⤴ Si se conoce uno de los dos circuitos equivalentes, es fácil calcular el otro equivalente. Se han de usar:

$$R_{th} = R_N$$

$$V_{th} = R_{th} \cdot I_N$$

# Teoremas de Thevenin y Norton

## 📌 Ejemplo (Thevenin):



$$R_{th} = \frac{41}{15} \cdot R$$

# Teoremas de Thevenin y Norton

## 📌 Ejemplo: (continuación)

### ■ Cálculo de $V_{th}$

Ley de nudos:  $i_1 = i_2 + i_3$  (1)

Ley de mallas:

$$-i_1 \cdot 3R - i_3 \cdot R - 1/2V_v + V_v = 0 \quad (2)$$

$$-i_2 \cdot 3R + i_3 \cdot R - V_v + 1/2V_v = 0 \quad (3)$$

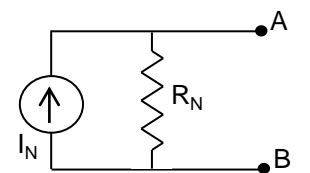
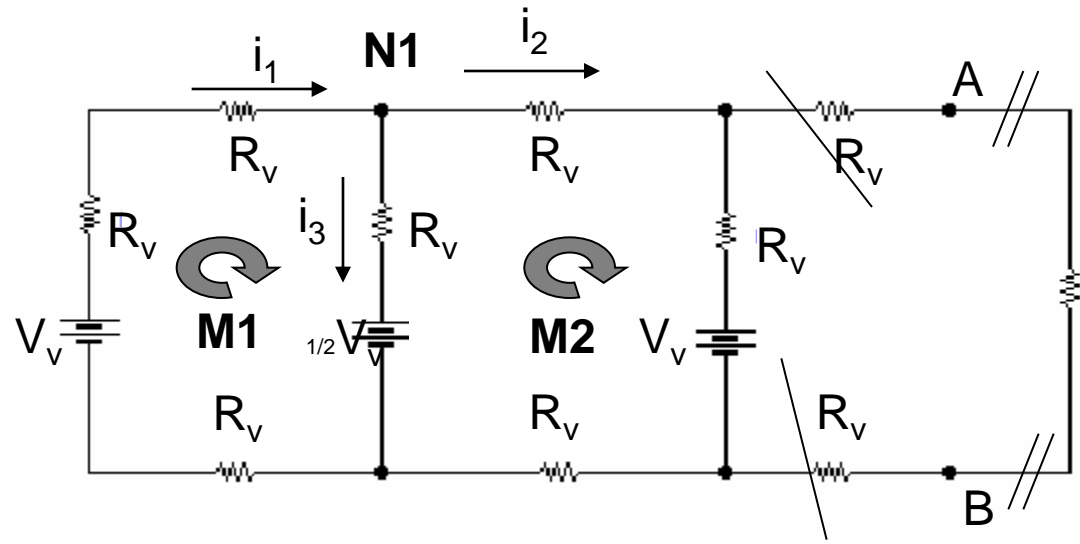
Resolución ecuaciones:

$$(2) + (3) \rightarrow i_1 + i_2 = 0$$

$$(1) \rightarrow 2i_1 = i_3$$

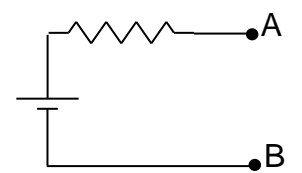
$$i_1 = -i_2 = V/10R; i_3 = V/5R$$

$$V_{th} = V_A - V_B = i_2 \cdot R + V_v = -V/10 + V = 9 \cdot V/10$$



$$I_N = 27V/82R$$

$$R_N = 41R/15$$



$$V_{th} = 9V/10$$

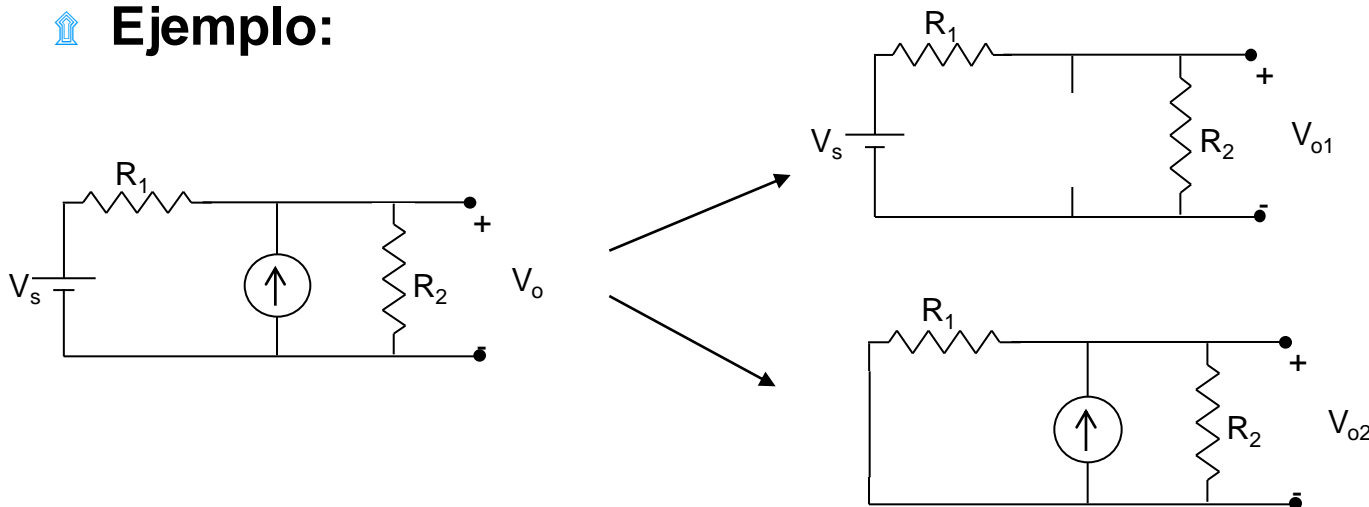
$$R_{th} = 41R/15$$

# Principio de superposición

- ⌚ **Permite dividir la resolución de un circuito con varias fuentes en varios circuitos más simples.**
- ⌚ **Principio: La solución ( $V$ 's e  $I$ 's) de un circuito lineal con múltiples fuentes puede obtenerse como la suma de las soluciones del mismo circuito con cada una de las fuentes (eliminando las otras fuentes).**
  - » **Si el circuito tiene 5 fuentes, tendré que resolver el circuito 5 veces. Cada vez con una sola fuente y eliminando el resto.**

# Principio de superposición

⬆ Ejemplo:



$$V_{o1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_x$$

$$V_{o2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot I_x$$

$$V_o = V_{o1} + V_{o2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_x + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot I_x = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot (V_x + R_1 \cdot I_x)$$