Problema resolt del tema 4: Transistors bipolars

PR_T4:

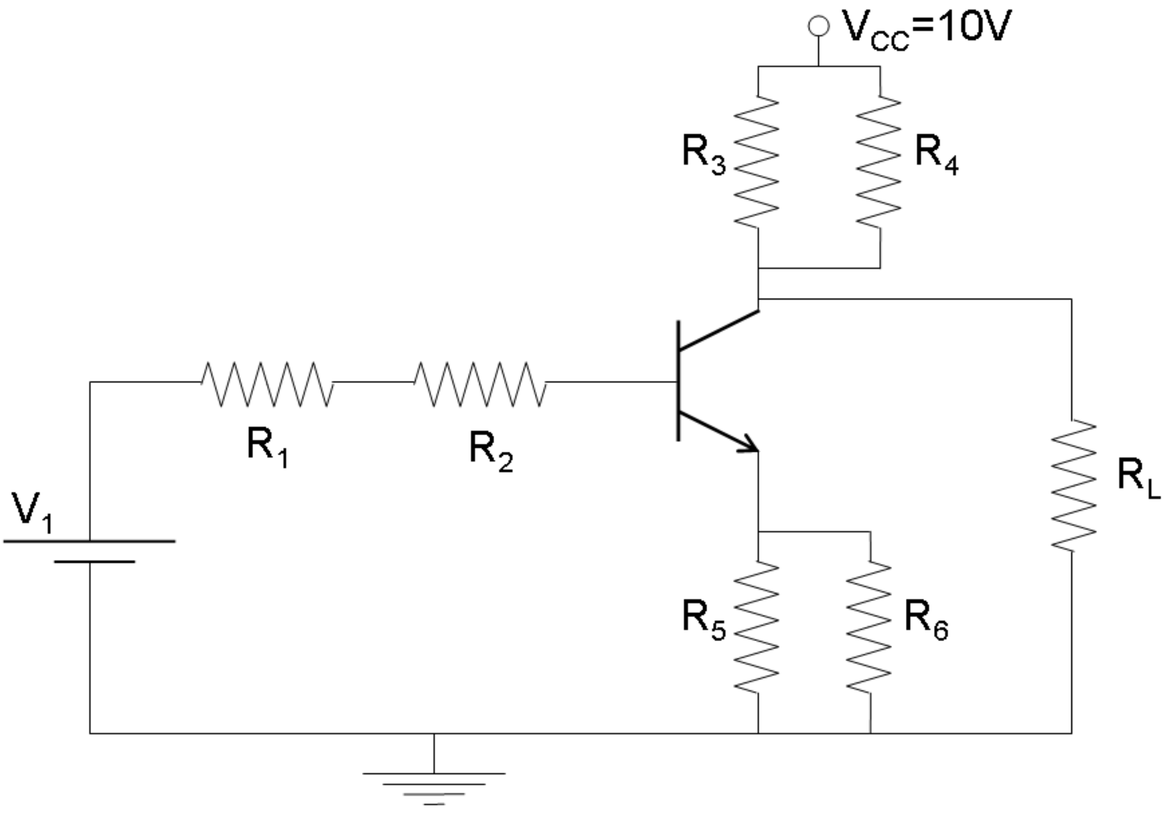
a) Resoleu el circuit de la figura agafant els següents valors de resistències i tensions de fonts:

$$R_1 = R_2 = 50\ k\Omega,\quad R_3 = R_4 = 4\ k\Omega,\quad R_5 = R_6 = 10\ k\Omega,\quad R_L = 10\ k\Omega,$$
$$V_{CC} = 10\,V,\quad V_1 = 5\,V$$

Si es necessita, utilitzar els següents valors: $\beta = 100,\quad V_\gamma = 0.7\,V$.

b) Elimineu del circuit la resistència R_L i resoleu el circuit en mode de saturació, però ara utilitzant els següents valors:

$$R_1 = R_2 = 50\ k\Omega,\quad R_3 = R_4 = 10\ k\Omega,\quad R_5 = R_6 = 4\ k\Omega,$$
$$V_{CC} = 10\,V,\quad V_1 = 5\,V$$

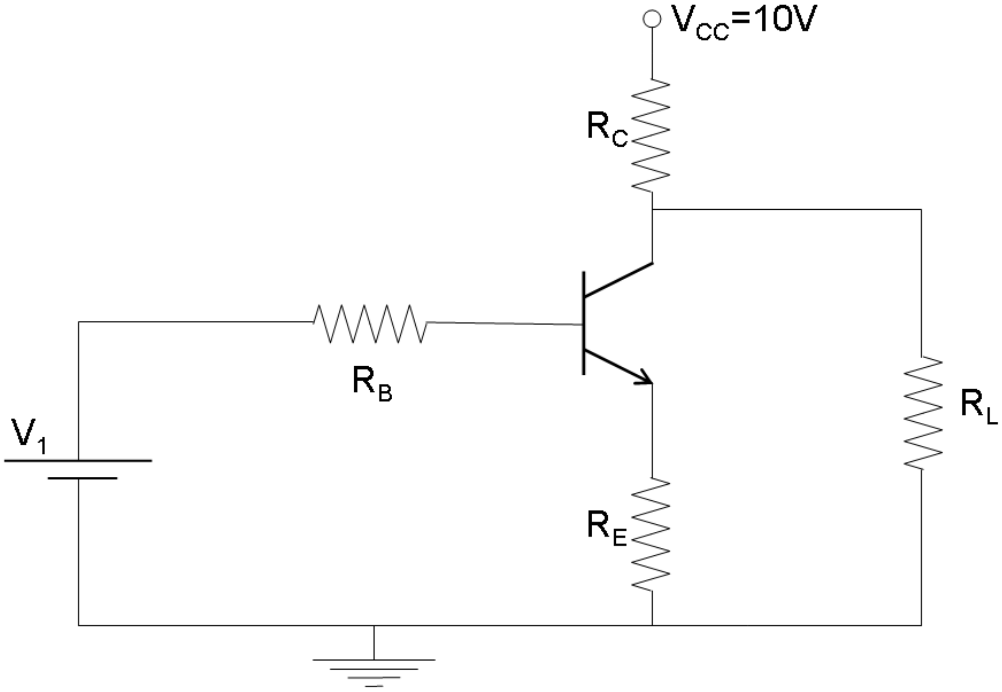


Resolució:

a) Resoleu el circuit de la figura agafant els següents valors de resistències i tensions de fonts:

$$R_1 = R_2 = 50\ k\Omega, \quad R_3 = R_4 = 4\ k\Omega, \quad R_5 = R_6 = 10\ k\Omega, \quad R_L = 10\ k\Omega,$$
$$V_{CC} = 10\,V, \quad V_1 = 5\,V$$

Ens adonem que el transistor és del tipus NPN.
El primer pas que podem fer és simplificar el circuit degut a les resistències sèrie i paral·lel que n'hi han. Entre V_1 i el terminal de base del transistor tenim dues resistències en sèrie (fixeu-vos que no surt cap branca al punt entre R_1 i R_2). Per tant les podem substituir per una única resistència de valor $R_1 + R_2$. Entre V_{CC} i el col·lector del transistor tenim dues resistències en paral·lel, a l'igual que entre l'emissor del transistor i el terra. Per tant, el circuit simplificat queda de la següent forma:



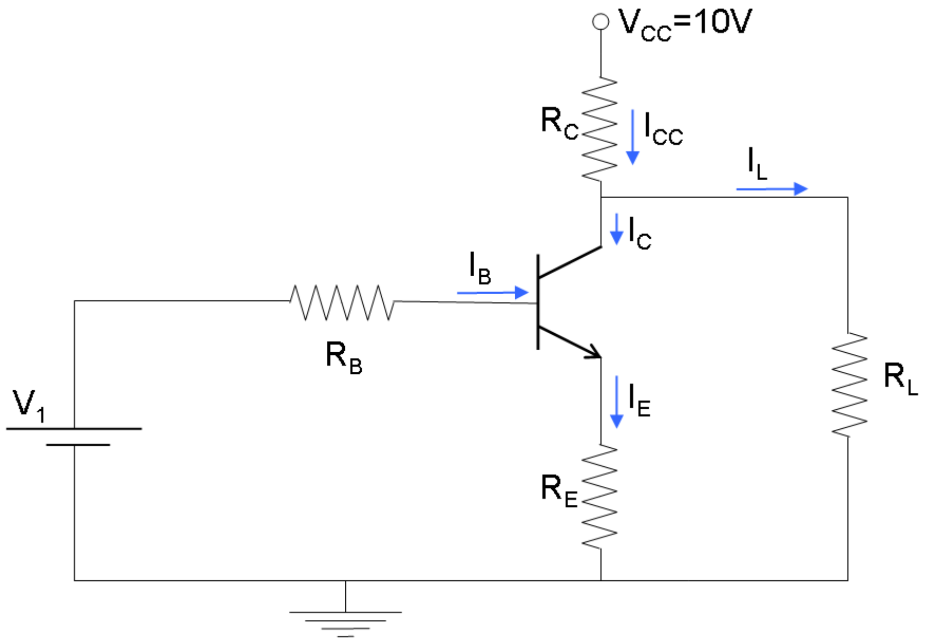
a on,

$$R_B = R_1 + R_2 = 100\ k\Omega$$
$$\frac{1}{R_C} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{R_3 + R_4}{R_3 \cdot R_4} \quad \Rightarrow R_C = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = 2\ k\Omega$$
$$\frac{1}{R_E} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} = \frac{R_5 + R_6}{R_5 \cdot R_6} \quad \Rightarrow R_E = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_5 + R_6} = 5\ k\Omega$$

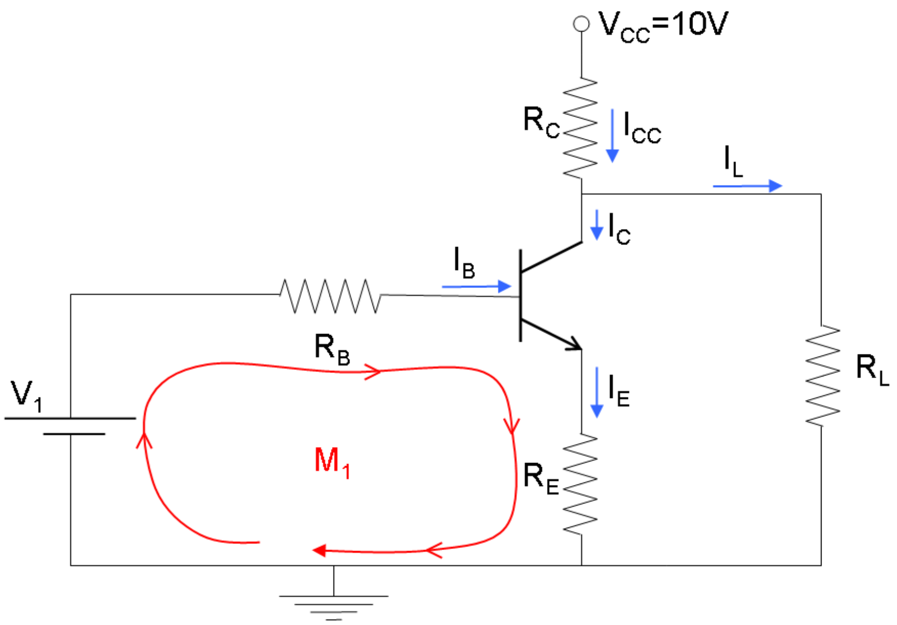
(Nota: La resistència equivalent de dues resistències iguals en paral·lel, és igual a la meitat del valor d'una de les resistències. Exemple: $R_E = 0.5 \cdot R_5$).

Ara podem seguir el procediment general per resoldre circuits amb transistors bipolars. La diferència amb altres circuits vistos a classe radica en l'existència de la resistència de càrrega R_L connectada al col·lector del transistor. Però com en tota resolució de circuits, haurem de fer ús de les lleis de Kirchhoff per resoldre tot el circuit.

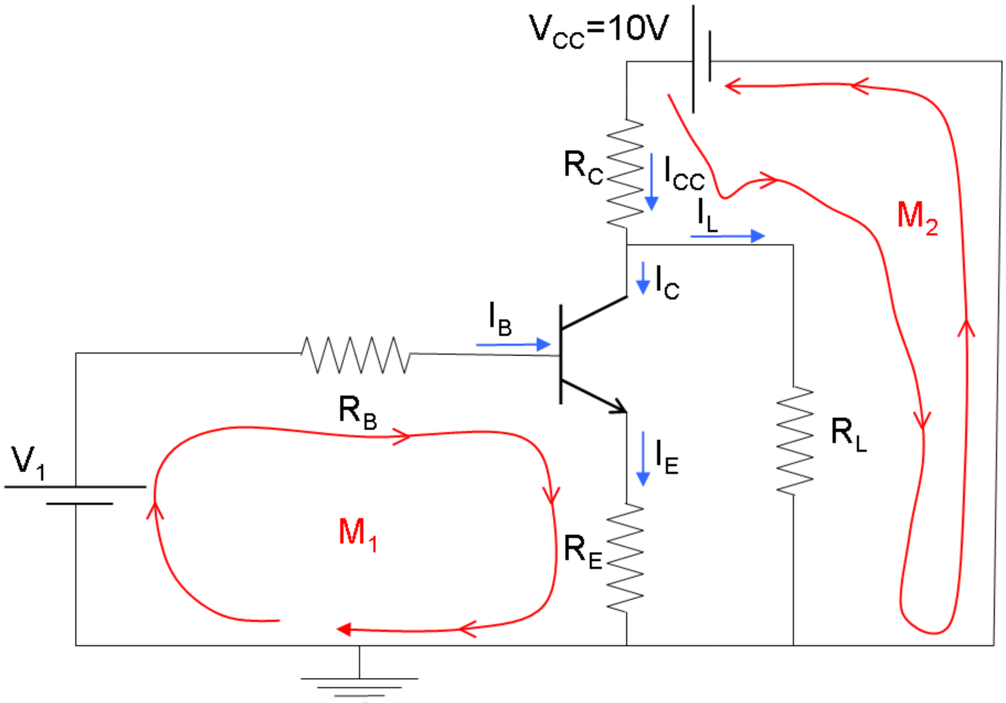
En primer lloc mirem el circuit amb atenció i intentem veure si és plausible que el transistor estigui treballant en mode 'activa directa'. La rama on està connectat el col·lector del transistor té una font de 10 V, mentre que la rama de la base té una font amb 5 V. Per tant, sembla possible que la tensió del col·lector pugui tenir una tensió major a la de la base. I com que la branca de l'emissor està connectada a terra, també es possible que la unió base-emissor (BE) estigui polaritzada en directa.
Per tant, anem a resoldre en primer lloc el circuit assumint que el transistor treballa en mode 'activa directa' que, com ja sabem, és la manera més fàcil (comparat amb saturació) de resoldre circuits amb aquests transistors.
En primer lloc, dibuixem tots els corrents el circuit:



En mode 'activa directa', pel que fa als corrents del transistor, només tenim una incògnita (un dels corrents), ja que els altres dos es poden sempre calcular amb les expressions corresponents a aquest mode d'operació. Per tant, hem d'intentar plantejar una llei de malles que pugui resoldre aquesta variable. El més habitual es agafar la malla que passa per la base, va a l'emissor, fins tancar el circuit, tal i com mostra l'esquema:



Amb aquesta malla coneixerem els tres corrents del transistor. Podem considerar 'com si' la malla M_1 hagués passat per totes les branques del transistor (inclosa la branca de col·lector). Però, tot i això, aquesta malla no inclou totes les branques del circuit (no passa per la branca de R_C ni per la de R_L). O, el que és el mateix, tenim altres dues corrents incògnites: I_{CC} i I_L. I és que, com en la resolució de tot circuit, ens manca aplicar les lleis de Kirchhoff també a la resta del circuit. Quan s'ha afegit R_L, s'ha afegit automàticament un node amb tres branques al circuit (el node de col·lector). Per tant, aplicarem la llei de corrents al node del col·lector i necessitarem una malla més per incloure, al menys, aquestes branques. Agafarem la malla que parteix des de V_{CC}, passa per R_C, per R_L i a terra. Recordeu que, tal i com està indicat, V_{CC} vol dir que tenim una font de tensió connectada entre aquest punt i el terra. Per tant, les malles necessàries són dues, com es mostra a la següent figura:



Per totes dues malles partirem des del terra. Per tant, les equacions obtingudes aplicant Kirchhoff són les següents:

$$I_{CC} = I_L + I_C$$
$$M_1 : \quad V_1 - I_B \cdot R_B - V_\gamma - I_E \cdot R_E = 0$$
$$M_2 : \quad V_{CC} - I_{CC} \cdot R_C - I_L \cdot R_L = 0$$

Tots els corrents del transistor els posem en funció de I_B (per exemple). Això és possible per què suposem que el transistor treballa en mode 'activa directa', i en aquest mode coneixem les següents relacions entre corrents:

$$I_E = (\beta + 1) \cdot I_B$$
$$I_C = \beta \cdot I_B$$

Si les introduïm en les expressions anteriors, i arreglant una mica les expressions, ens queda:

$$I_{CC} = I_L + \beta \cdot I_B$$
$$V_1 - V_\gamma - \left[R_B + (\beta+1)\cdot R_E\right]\cdot I_B = 0$$
$$V_{CC} - I_{CC}\cdot R_C - I_L \cdot R_L = 0$$

Així tenim tres equacions amb tres incògnites.

Amb la segona equació podem calcular I_B (treballem amb unitats de V, kΩ i mA):

$$I_B = \frac{V_1 - V_\gamma}{R_B + (\beta+1)\cdot R_E} = \frac{5-0.7}{100+101\cdot 5} = 7.11\,\mu A$$

i, com ja sabem, podem obtenir els altres dos corrents corresponents al transistor en aquest mode:

$$I_E = (\beta+1)\cdot I_B = 101\cdot 7.11\,\mu A = 0.718\,mA$$
$$I_C = \beta \cdot I_B = 0.711\,mA$$

Si a la tercera equació introduïm I_{CC} de la primera, podrem obtenir I_L:

$$V_{CC} - (I_L + \beta\cdot I_B)\cdot R_C - I_L\cdot R_L = 0 \quad \Rightarrow V_{CC} - I_L\cdot(R_L + R_C) - \beta\cdot I_B \cdot R_C = 0$$
$$\Rightarrow I_L = \frac{V_{CC} - \beta\cdot I_B\cdot R_C}{R_L + R_C} \quad \Rightarrow I_L = \frac{10 - 100\cdot 0.00711\cdot 2}{10+2} = 0.715\,mA$$

I amb la primera equació calculem I_{CC}:

$$I_{CC} = I_L + \beta\cdot I_B = 0.715 + 100\cdot 0.00711 = 1.43\,mA$$

Tenint tots els corrents, ja podem obtenir les tensions per poder comprovar si realment el transistor es troba treballant en mode 'activa directa':

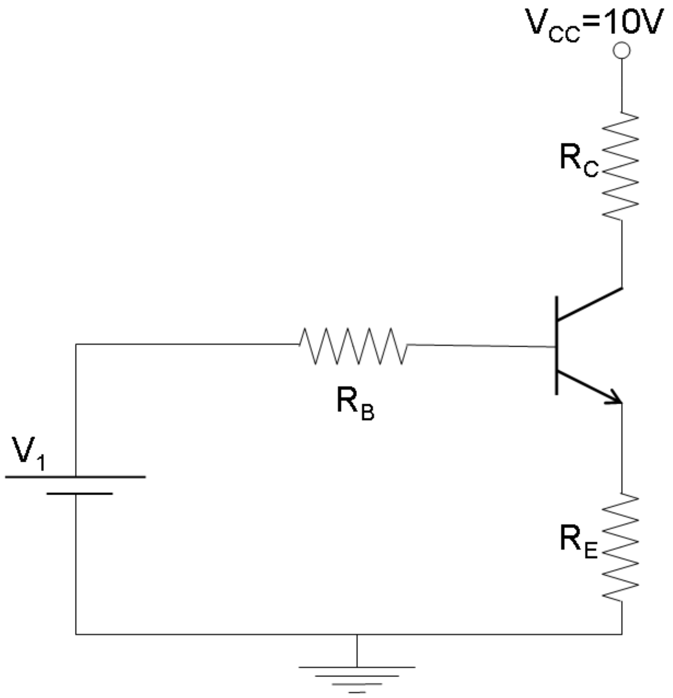
$$V_E = +I_E \cdot R_E = 0.718\cdot 5 = 3.59\,V$$
$$V_B = V_E + V_\gamma = 3.59 + 0.7 = 4.29\,V$$
$$V_C = V_{CC} - I_{CC}\cdot R_C = 10 - 1.43\cdot 2 = 7.14\,V$$

Els corrents han sortit positius (és a dir, que corresponen a les direccions dels corrents per l'estat de 'activa directa'. A més, veiem que $V_C > V_B$. V_{BE} = 0.7 V per què l'hem imposat nosaltres en la resolució del problema. Per tant, la nostra suposició inicial de mode de treball era correcta.

b) Elimineu del circuit la resistència R_L i resoleu el circuit en mode de saturació, però ara utilitzant els següents valors:

$$R_1 = R_2 = 50\,k\Omega, \quad R_3 = R_4 = 10\,k\Omega, \quad R_5 = R_6 = 4\,k\Omega,$$
$$V_{CC} = 10\,V, \quad V_1 = 5\,V$$

Llavors, el circuit a resoldre és el següent:



però hem de tornar a calcular els valors de les resistències:

$$R_B = 100\ k\Omega$$
$$R_C = 5\ k\Omega$$
$$R_E = 2\ k\Omega$$

En 'mode saturació' és important recordar que ja no es compleixen les relacions entre els corrents que vam veure pel mode de 'activa directa':

$$\cancel{I_E = (\beta + 1)\cdot I_B}$$
$$\cancel{I_C = \beta \cdot I_B}$$

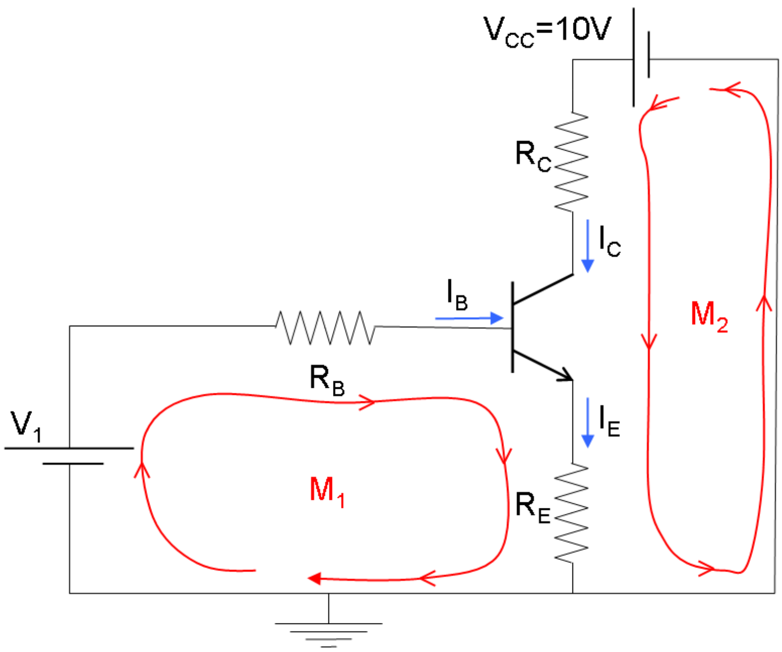
L'únic que sempre es compleix és la relació entre els tres corrents (no deixa de ser una aplicació de la llei de corrents de Kirchhoff aplicat al transistor com si fos un node amb tres branques):

$$I_E = I_B + I_C$$

A més, en el 'mode saturació' també coneixem la següent dada:

$$V_{CE} = 0.2\,V$$

És a dir, que hem de conèixer dos corrents del transistor per poder calcular el tercer dels corrents (tenim, per tant, dues incògnites). Això vol dir que necessitarem dues malles per resoldre el transistor. Les dues malles escollides són les següents:



M_1 és la mateixa que abans, ja que igualment sabem que $V_{BE} = V_\gamma$. La segona malla passa pels terminals C i E. En saturació no és cap problema (com sí que ho és en el cas de mode 'activa directa') ja que coneixem quant val V_{CE}.
Per tant, les equacions són (per les malles, partim en ambdós casos de terra):

$$I_E = I_B + I_C$$
$$M_1: \quad V_1 - I_B \cdot R_B - V_\gamma - I_E \cdot R_E = 0$$
$$M_2: \quad V_{CC} - I_C \cdot R_C - V_{CE} - I_E \cdot R_E = 0$$

Primer substituïm I_B de la primera equació en la segona (corresponent a la malla M_1):

$$V_1 - (I_E - I_C)\cdot R_B - V_\gamma - I_E \cdot R_E = 0 \quad \Rightarrow V_1 - V_\gamma + I_C \cdot R_B - I_E \cdot (R_E + R_B) = 0$$
$$\Rightarrow I_E = \frac{V_1 - V_\gamma + I_C \cdot R_B}{R_E + R_B} = \frac{5 - 0.7 + I_C \cdot 100}{2 + 100} = \frac{4.3 + 100 \cdot I_C}{102}$$

I substituint aquest resultat a la tercera equació (corresponent a la malla M_2):

$$V_{CC} - I_C \cdot R_C - V_{CE} - \frac{V_1 - V_\gamma + I_C \cdot R_B}{R_E + R_B} \cdot R_E = 0 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow V_{CC} - V_{CE} - \frac{R_E}{R_E + R_B} \cdot (V_1 - V_\gamma) - I_C \cdot \left(R_C + \frac{R_B \cdot R_E}{R_E + R_B} \right) = 0 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE} - \frac{R_E}{R_E + R_B} \cdot (V_1 - V_\gamma)}{\left(R_C + \frac{R_B \cdot R_E}{R_E + R_B} \right)} = \frac{10 - 0.2 - \frac{2}{102} \cdot 4.3}{5 + \frac{100 \cdot 2}{102}} = 1.396\, mA$$

Ara ja podem obtenir els altres dos corrents:

$$\Rightarrow I_E = \frac{4.3 + 100 \cdot 1.396}{102} = 1.411\,mA$$
$$\Rightarrow I_B = I_E - I_C = 0.015\,mA$$

En el mode de saturació, els corrents també han de tenir el mateix sentit que en activa directa. És a dir que han de ser positius si els agafem en la direcció "esperada". Com que han donat positiu, vol dir aquests valors són compatibles amb l'estat de saturació.

I amb els corrents, ja podem calcular les tensions:

$$V_E = +I_E \cdot R_E = 1.39 \cdot 2 = 2.78\,V$$
$$V_B = V_E + V_\gamma = 2.78 + 0.7 = 3.48\,V$$
$$V_C = V_E + V_{CE} = 2.78 + 0.2 = 2.98\,V$$

(Nota: En saturació, aquestes tensions no serveixen per comprovar si el transistor està realment en saturació o no ja que, havent fixat V_{CE} i V_{BE} a la resolució del circuit, sempre s'obtindran les tensions esperades en aquest mode de funcionament).