

Introducció a la Computació Científica

Semestre Tardor 2014 - Prova parcial del 7 de novembre

CADA APARTAT COMPTA 2 PUNTS SOBRE 10.

ESCRIU CADA EXERCICI EN FULLS SEPARATS.

ESCRIU EL TEU NOM COMPLET I LES 4 DARRERES XIFRES DEL TEU DNI EN TOTS ELS FULLS QUE LLIURIS.

Exercici 1 Respon a dos dels tres apartats següents:

(a) Considera el nombre n format amb les dues darreres xifres del DNI.

Treballant amb el format IEEE simple per a la representació de nombres en punt flotant, digues quin nombre representable exactament segueix al nombre $x = 2^n$.

(b) Considera el nombre a format amb les tres darreres xifres del teu DNI.

L'equació de segon grau $x^2 - 2ax + 1 = 0$ té dues solucions que es poden escriure així:

$$x_1 = a + \sqrt{a^2 - 1}, \quad x_2 = a - \sqrt{a^2 - 1},$$

o bé així:

$$x_1 = \frac{1}{a - \sqrt{a^2 - 1}}, \quad x_2 = \frac{1}{a + \sqrt{a^2 - 1}}.$$

Calcula x_1 i x_2 amb ambdues fórmules i digues quina expressió és millor per calcular x_1 i quina és millor per calcular x_2 , justificant la resposta.

(c) Considera el nombre \bar{R} format per les quatre darreres xifres del teu DNI.

Troba una aproximació de l'àrea $A = \pi R^2$ d'una circumferència de radi R , si usem $\pi = 3.1416 \pm 0.00001$ i $R = \bar{R} \pm 0.5$ i una fita de l'error relatiu comès atenent a les fites indicades dels errors absoluts de π i de R .
Escriu el resultat amb les xifres que creus que són correctes.

Exercici 2 El polinomi interpolador $p_2(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ de grau més petit o igual que 2 a la funció $f(x)$ en les abscisses x_k ($k = 0, 1, 2$) es pot trobar resolent el sistema d'equacions lineal en els coeficients a_0, a_1, a_2 :

$$\begin{aligned} a_0 + x_0a_1 + x_0^2a_2 &= f(x_0) \\ a_0 + x_1a_1 + x_1^2a_2 &= f(x_1) \\ a_0 + x_2a_1 + x_2^2a_2 &= f(x_2) \end{aligned}$$

o bé, mitjançant el mètode de les diferències dividides.

Considera la darrera xifra N del teu DNI i la funció $f(x) = x^{N+3}$ corresponent en les abscisses $x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 2$.

(a) Escriu el sistema d'equacions lineals associat en els coeficients, troba'n la solució pel mètode de Gauss i escriu el polinomi interpolador.

(b) Escriu les iteracions a realitzar pel mètode de Jacobi aplicat al sistema anterior i analitza la seva convergència.

(c) Troba el polinomi interpolador pel mètode de les diferències dividides de Newton i comprova si és idèntic a l'anterior.
