Dans la base $\mathcal{E}$, la matrice de q est obtenue en plaçant sur la diagonale les coefficients de la décomposition de Gauss.

$$M_{\{\mathcal{E}\}}(q) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Vérifions maintenant ce résultat :

Soit P la matrice de passage de la base canonique vers la base $\mathcal{E}$.

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad {}^tP = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_{\{\mathcal{E}\}}(q) = {}^tP \cdot M_{\{\mathcal{B}\}}(q) \cdot P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 4 & 0 \\ -4 & 0 & 16 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

résultat validé