Université Rennes 2

Filière d'inscription : MIASHS

Année (L1, L2…) : L1

Enseignement : Probabilités 1

Date : 22/10/05

(Ne pas oublier de remplir l'en-tête)

NOTE :

Nom du correcteur :

Après avoir rempli l'en-tête rabattre et coller le coin noirci

Nom et Prénom(s) : [redacted]

Nom marital

N° Étudiant [redacted]

Date de naissance : 02/12/05

Sujet 1.

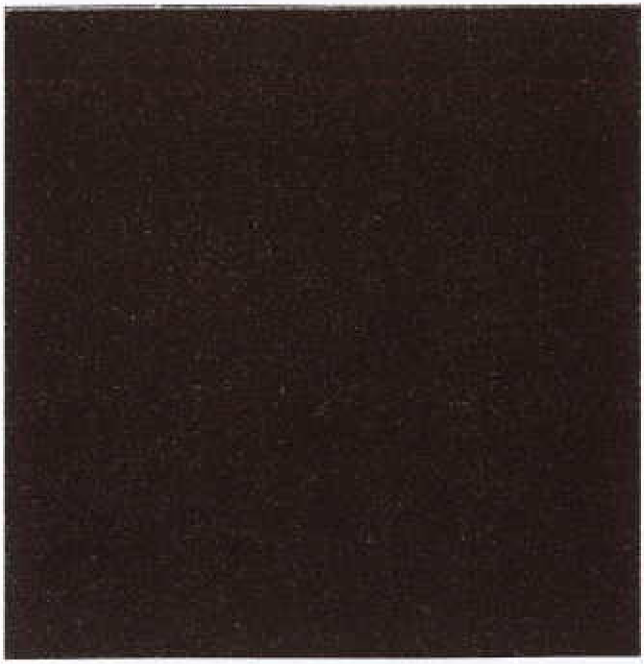
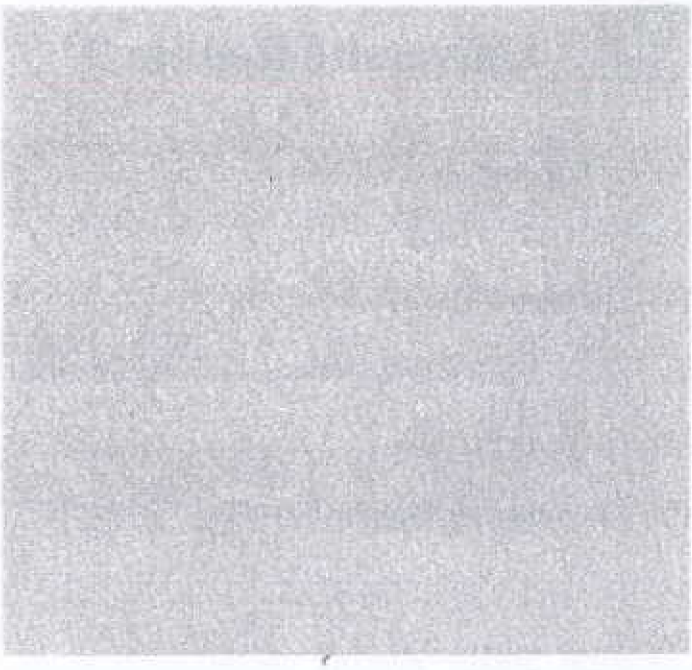
Exercice 1 :

1) On pose que chacun des $p=10$ chiffres peuvent prendre $n=7$ valeurs différentes. Donc, pour le premier chiffre, 7 résultats différents sont possibles, et il en va de même pour les 9 autres chiffres. C'est donc un tirage avec ordre avec remise dont la formule est : $AR_n^p = n^p$.
Donc on a : $AR_7^{10} = 7^{10} = 282\,475\,249$ codes différents.

2) On pose qu'un des chiffres est un 1, ~~peu importe son emplacement dans le code~~. Les 9 autres chiffres peuvent prendre 6 valeurs différentes, le 1 étant exclu. On a donc AR_6^9 que l'on multiplie par 10 selon l'emplacement de l'unique 1 (car 3331333333 et 1333333333 ne ~~sont~~ pas les mêmes codes). Soit :
$AR_6^9 \times 10 = 10 \times 6^9 = 100\,776\,960$

3) Si les 2 chiffres sont distincts, alors une fois que l'on a tiré le premier, le deuxième ne peut plus prendre que 6 valeurs différentes

Il est interdit aux candidats de signer leur copie ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie (ainsi que sur tout document joint à la copie : dessin, graphique, etc...)

ce qui nous fait donc $7 \times 6 = 42$ codes différents.

Exercice 2:

1) Si tous les éléments sont distinguables, aucune chance d'avoir deux fois le même dans un même tirage. De plus, si on tire nos 14 jetons simultanément alors on admet pas d'ordres c'est-à-dire que les permutations d'un même tirage amènent au même résultat. On a donc $p = 14$ pour $n = 22$ jetons, soit $C_{22}^{14} = \frac{22!}{14! \times 8!} = 319\,770$

2) On suppose un tirage de 2 rouges, 5 noirs et 6 verts. On a donc 13 jetons prédéfinis, il nous faut définir le 14e. Il reste alors 9 ~~boules~~ jetons dans le sac et on doit nécessairement obtenir un bleu pour que la condition reste valide. Il y a 3 jetons bleus donc 3 issues où l'on a exactement 2 rouges, 5 noirs et 6 verts.

Exercice 3

1) Pour former un équipage il faut choisir un pilote parmi les 6 dispo (C_6^1) puis 2 stewards parmi les 12 dispo (C_{12}^2) et enfin un hélico parmi les 5 dispo (C_5^1). Puis on réitère avec les personnes restantes jusqu'à plus d'hélicos.
On a alors $\sum_{i=0}^{n} C^1_{6-i} \times C^2_{12-2i} \times C^1_{5-i}$ pour $n = 4$, soit :

$6\times5\times66 + 5\times4\times45 + 4\times3\times28 + 3\times2\times15 + 2\times1\times6 = 3318$

équipages différents.

2) Ici, on partira du postulat qu'aucun magazine ne sera dans aucun hélico. Donc pour connaître le nombre de dispost° de magazines différentes, on fait un arrangement avec répétitions, soit : $AR_5^6 = 5^6 = 15\,625$ dispositions différentes.

3) Ici, les pains au chocolat sont indistinguables. On ne peut donc pas mettre d'ordre dans ~~d~~ nos dispositions. Dès lors que l'on a un tirage sans ordre avec remise, on a : $K_5^{13} = C_{17}^4$ par définition. Soit $C_{17}^4 = \frac{17!}{4!\,13!} = 2380$ dispositions de pain au chocolat différentes.

4) On admet que Willy et Arnold font partie des 10 stewards sélectionnés. Pour Willy, la probabilité qu'Arnold soit son coéquipier est de $1/9$

5) Si Arnold ~~est~~ et Willy se retrouve sans rien à lire, c'est que le tirage des magazines a débouché sur au moins un hélico vide, que l'on peut caractériser par $AR_4^6 = 4^6 = 4096$

Dans ces cas-là, ils auraient 1/6 de tomber sur l'hélico vide. ~~Mais s'il y a 2 hélico vides, ils auraient 2/5 de tomber sur un hélico vide~~

On a donc : $\frac{1}{5} \times \frac{AR_4^6 - AR_3^6}{AR_5^6}$ ~~$+ \frac{2}{5} \times \frac{AR_3^6 - AR_2^6}{AR_5^6} + \frac{3}{5} \times \frac{AR_2^6 - AR_1^6}{AR_5^6} + \frac{4}{5}$~~

$\simeq 0,0524$

6) On cherche ici la probabilité qu'ils aient obtenu au moins 1 pains au chocolat. On admet que pour chaque pains au choc distribué, ils ont 1/5 qu'il leur revienne pour 13 pains, $p(X \geq 1) \simeq 0,945$

D'où p

Exercice 4 :

On pose $C_1 = 1/6$, $C_2 = 1/5$ et $C_3 = 1/2$

et $B_2 = (C_1 \cap C_2) \cup (C_1 \cap C_3) \cup (C_2 \cap C_3)$

On cherche donc $p(\overline{C_1} | B_2)$, $p(\overline{C_2} | B_2)$, $p(\overline{C_3} | B_2)$

Prenons $p(\overline{C_1} | B_2)$. Si on admet B_2 vérifié alors le seul moyen que $\overline{C_1}$ le soit et que C_2 et C_3 le soit aussi donc on a : $p(\overline{C_1} | B_2) = p(C_2) \times p(C_3) = \frac{1}{5} \times 1/2 = 1/10$

et donc $p(\overline{C_2} | B_2) = 1/6 \times 1/2 = 1/12$

et $p(\overline{C_3} | B_2) = 1/6 \times 1/5 = 1/30$