Utilisons la décomposition de Gauss

$$
\begin{aligned}
q_2(x) &= x_1^2 + 6x_2^2 + 35x_3^2 - 4x_1x_2 + 16x_2x_3 \\
&= (x_1 - 2x_2)^2 - 4x_2^2 + 6x_2^2 + 35x_3^2 + 16x_2x_3 \\
&= (x_1 - 2x_2)^2 + 2x_2^2 + 35x_3^2 + 16x_2x_3 \\
&= (x_1 - 2x_2)^2 + 2\left[x_2^2 + 8x_2x_3\right] + 35x_3^2 \\
&= (x_1 - 2x_2)^2 + 2\left[(x_2 + 4x_3)^2 - 16x_3^2\right] + 35x_3^2 \\
&= (x_1 - 2x_2)^2 + 2(x_2 + 4x_3)^2 + 3x_3^2
\end{aligned}
$$

On constate que q_2 est non dégénérée, positive, et donc définie positive. Par conséquent, f_2 la forme polaire associée à q_2 est un produit scalaire.

2. Que peut-on dire de l'espace E muni de f_2 ? Justifier. 2 points

E muni du produit scalaire f_2 est un espace préhilbertien réel. De plus, E étant de dimension finie (3), alors (E, f_2) est un espace euclidien.

3. Donner le noyau de q_2. 1 point

Puisque q_2 est non dégénérée (voir question 1), alors $\ker(q_2) = \{0_E\}$.

4. Donner l'ensemble des vecteurs isotropes de q_2. 1 point

Puisque q_2 est positive (voir question 1), alors l'ensemble des vecteurs isotropes est le noyau de q_2, c'est à dire $\{0_E\}$ dans cet exercice.