

$\ker(q) = \{x \in E, f(x, y) = 0, \forall y \in E\}$ est la définition.

Calcul pour cet exercice :

$$f(x, y) = 0 \quad \forall y \Leftrightarrow \text{~~4x_1 - 4x_3~~} (x_1 - 4x_3)y_1 + 4x_2y_2 + (16x_3 - 4x_1)y_3 = 0 \quad \forall y_i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - 4x_3 = 0 \\ 4x_2 = 0 \\ -4x_1 + 16x_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 0 \\ x_1 = 4x_3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (x_1, x_2, x_3) = (4x_3, 0, x_3) = x_3(4, 0, 1)$$

$$\text{Donc } \ker(q) = \text{vect}\{(4, 0, 1)\}$$