

Soit β la base canonique de E . $\beta = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$

$$M_{\beta\beta}(f) = \begin{pmatrix} f((1,0,0),(1,0,0)) & f((1,0,0),(0,1,0)) & \dots \\ \dots & f((0,1,0),(0,1,0)) & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 4 & 0 \\ -4 & 0 & 16 \end{pmatrix}$$

$\det(M_{\beta\beta}(f)) = 0$ donc f est dégénérée et $\text{rang}(q) \leq 2$ (on voit aussi que $c_3 = -4c_1$)
~~les~~ les colonnes 1 et 2 sont linéairement indépendantes
 donc $\text{rang}(q) \geq 2$. Conclusion: $\text{rang}(q) = 2$ et $\dim(\ker(q)) = 3 - 2 = 1$