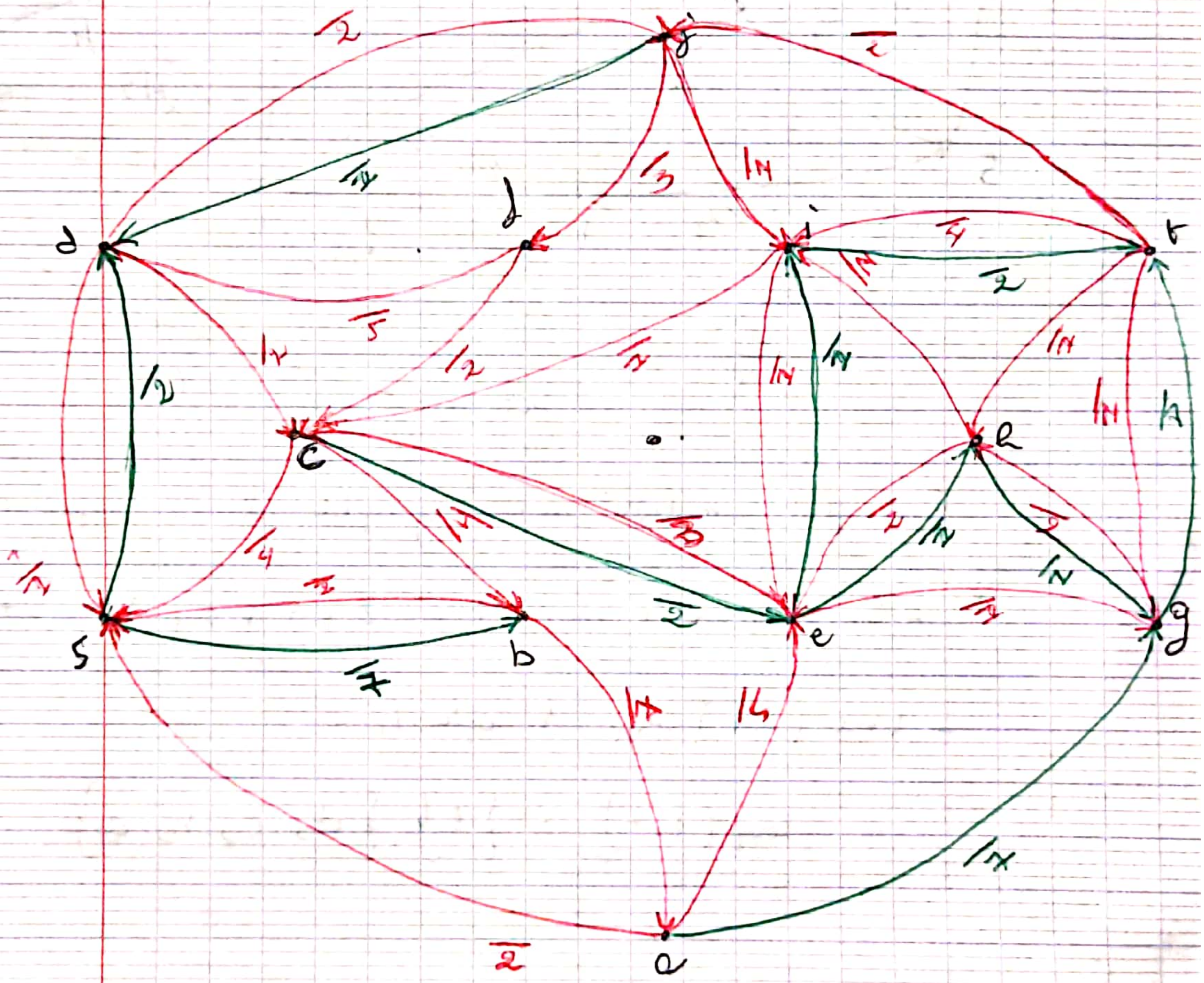
Smail
AGHILAS
Groupe 1.

DM ALGORITME.

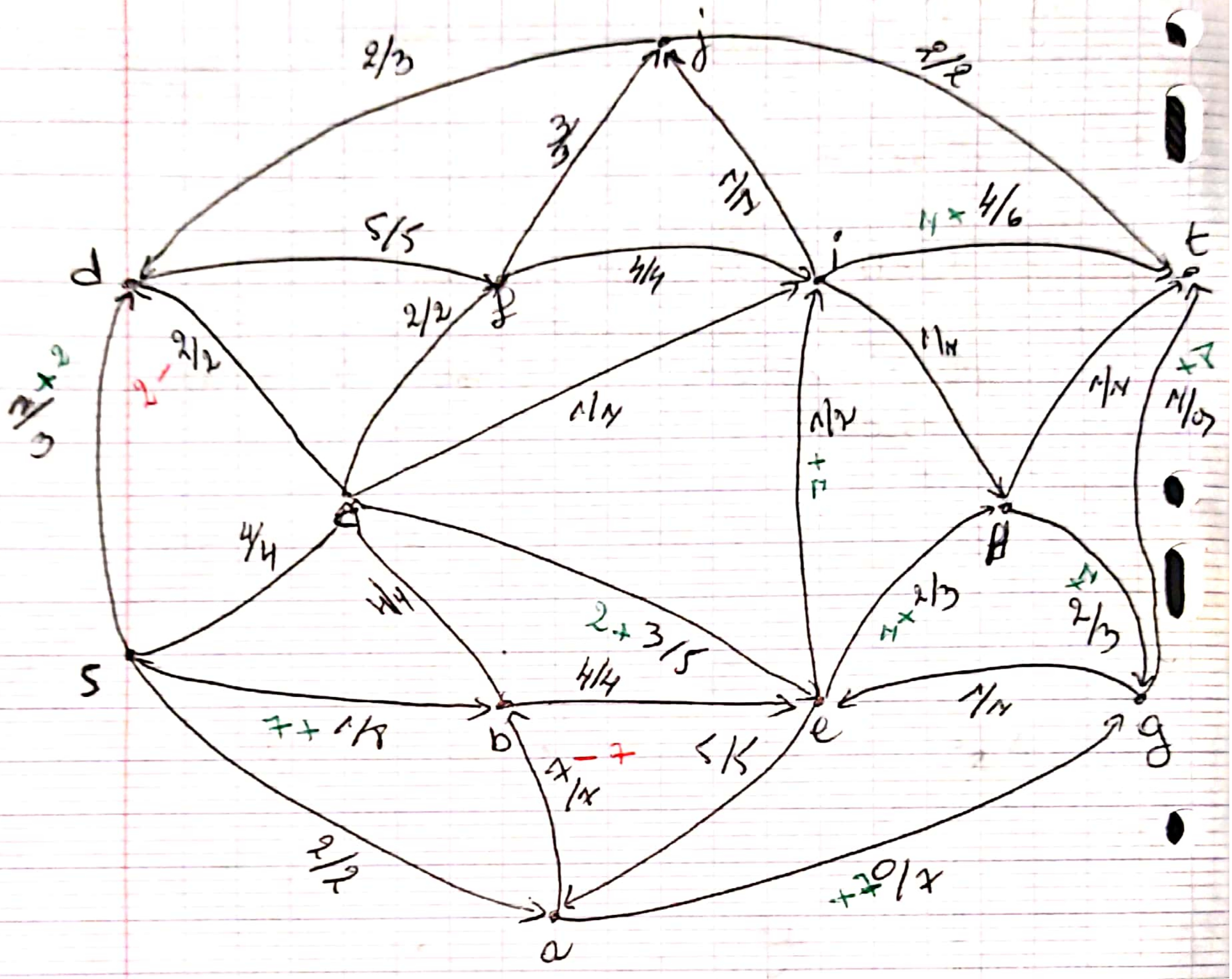
Exo 1 :

Calculez le flot maximum :

(1) Premierement on va essai de construire le graphe résiduel :



(1)



En peut amélioré notre graphe de 9 capacité de flot.

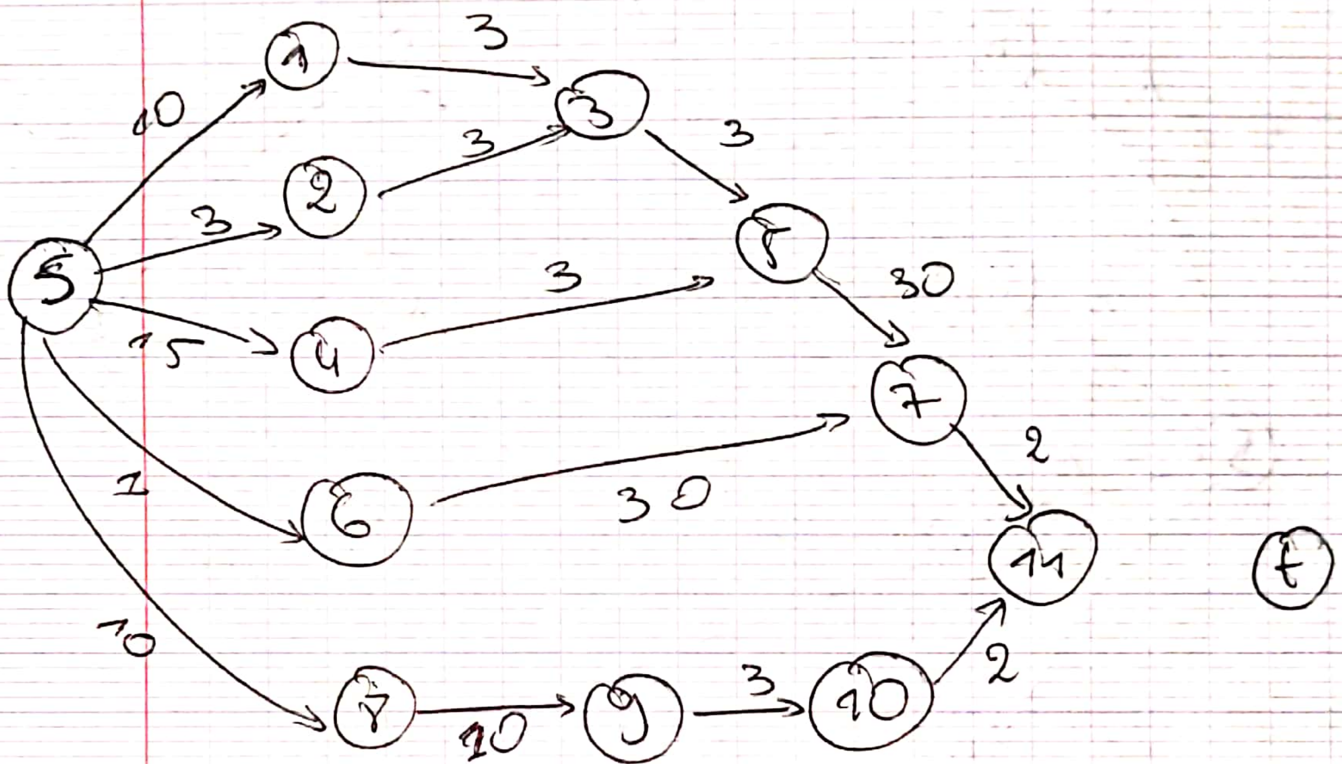
- La capacité max est : 2 + 5 + 1 + 9 = 17.

- Une (s, t) coupe de capacité :

coup (s, t) = {s}, {d, c, b, a}

Exo 2 : Recette de spaghettis :

Q1 : Le graphe de dépendance :



15 inutile
ça sert à rien.

Q_2 :
La durée minimale de préparation de la recette est

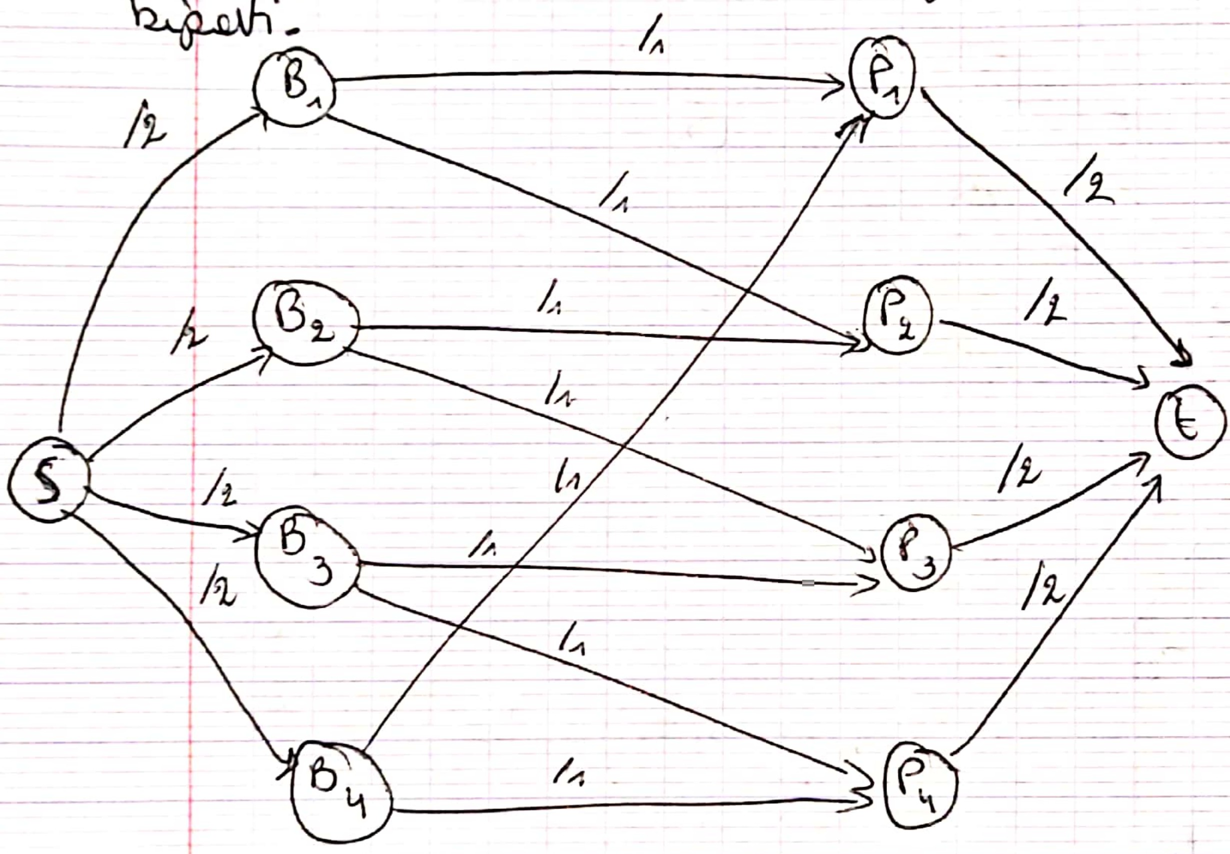
50 min.
en $15 + 3 + 30 + 2 = 50$.

Q_3 : Je suis pas d'accord avec ce modèle parceque ça rapporte rien à notre durée minimale de préparation ça reste toujours 50,

Exo 3 :

Une modélisation du problème :

Ce problème se modelise sous forme d'un graphe biparti.



Q2 :

L'algorithme utiliser est : ford fulkerson.

Exo 4 :

1) Calculons α^* ainsi qu'un plus large chemin P^*.

(S,a,b,t) : $\alpha(P) = \min(5,3,7) = 3$.
(S,a,d,e,t) : $\alpha(P) = 3$.
(S,d,e,t) : $\alpha(P) = 4$.
$(S,a,c,e,t) = \alpha(P) = 4$
$(S,a,d,c,e,t) = \alpha(P) = 2$.
$(S,a,c,b,t) = \alpha(P) = 5$.
$(S,d,c,b,t) = \alpha(P) = 2$.
$(S,d,c,b,t) = \alpha(P) = 2$.
$(S,a,d,e,b,t) = \alpha(P) = 2$.
$(S,d,c,e,t) = \alpha(P) = 2$.
$(S,a,c,e,t) = \alpha(P) = 4$.

Du coup $\alpha^* = \max\{\alpha(P) = 5\}$.

2) La coupe la plus fine :

$(S,\bar{S}) = \{S\},\{a,b,c,d,e,t\}$ $\beta(S,\bar{S}) = 9$.
$\quad// \quad = \{S,a,b,c,d,e\},\{t\}$ $\beta(S,\bar{S}) = 10$.
$\quad// \quad = \{S,a\},\{b,c,d,e,t\}$ $\beta(S,\bar{S}) = 9$.
$\quad// \quad = \{S,b\},\{a,c,b,e,t\}$ $\beta(S,\bar{S}) = 9$.
$\quad// \quad = \{S,c\},\{a,b,d,e,t\}$ $\beta(S,\bar{S}) = 9$
$\quad// \quad = \{S,d\},\{a,b,c,e,t\}$ $\beta(S,\bar{S}) = 5$
$\quad// \quad = \{S,e\},\{a,b,c,d,t\}$ $\beta(S,\bar{S}) = 10$.
$\quad// \quad = \{S,a,b\},\{c,d,e,t\}$ $\beta(S,\bar{S}) = 9$
$\quad// \quad = \{S,a,c\},\{b,d,e,t\}$ $\quad// \quad = 9$
$\quad// \quad = \{S,a,d\},\{b,c,e,t\}$ $\quad// \quad = 6$

$(S,\bar{S}) = \{S, a, e\}, \{b, c, d, t\}$ $B(S,\bar{S}) = 10$

$\quad = \{S, b, c\}, \{a, d, e, t\}$ $\quad = 9$

$\quad = \{S, b, d\}, \{a, c, e, t\}$ $\quad = 7$

$\quad = \{S, b, e\}, \{a, d, c, t\}$ $\quad = 10$

$\quad = \{S, c, d\}, \{a, b, e, t\}$ $\quad = 6$

⋮

$(S,\bar{S}) = \{S, b, c, d, e\} (a, t)$ $B(S,\bar{S}) = 10.$

$\beta^* = \min \{5, 7, 6, 9, 10\} = 5.$

Le coup le plus fine et $\{S, d\}, \{a, b, c, e, t\}$

3) Montron que tout (s,t)-chemin P et pour tout (S,t) coupe :

Soit P un st - chemin :

Donc en des arcs appartient a $A(S,\bar{S})$

① Soit $(U'V')$ arc appartient a P et $U'V' \in A(S,\bar{S})$

- Si $\alpha(P) =$ Capacité $(U'V')$: donc

1 : $\max \{C(U,V), UV \in A(S,\bar{S})\} = \alpha(P).$

2 : $\quad > \alpha(P).$

on deduit que $\alpha(P) \leq B(S,\bar{S}).$

- Si $\alpha(P) <$ capacité $(U'V')$:

En appliquant le raisonnement précédent on trouve que $\alpha(P) \leq B(S,\bar{S}).$

② On montre que $\alpha^* \leq B^*$.

En a $\alpha^* = \max \{ \alpha(P),\ p\ un\ (s,t)\text{-}chemin \}$
donc on a : $\alpha(P) \leq \alpha^*$.
- on a $\beta^* = \min \{ \beta(S,\bar{S}),\ (S,\bar{S})$ une $(s\text{-}t)$-coupe $\}$.
du coup on a $\beta(S,\bar{S}) \geq \beta^*$.

d'après la question précédent en a :
$\alpha(P) \leq \beta(S,\bar{S})$.
en a :
$\alpha(P) \leq \alpha^* \leq \beta(S,\bar{S}) \geq \beta^*$.
, $\alpha(P) \leq \alpha^* \leq \beta^* \leq \beta(S,\bar{S})$.

d'ou $\alpha^* \leq \beta^*$.

4) L'algorithme :

Debut
- Pour chaque chemin P
- Calculon $\alpha(P)$ la longeur de chemin P avec $\alpha(P) = \min(c)$.
- Calculer la largeur d'un plus large chemin α^*.
- construire tout les S-t coupe.
- Calculer $\beta(S,\bar{S})$ pour chaque S-t coupe.
- calculer la finesse d'une plus fine.
- affiche le chemin P pour laquelle on a : $\alpha^* = \alpha(P) = \beta^*$.

Fin.