

TD n° 8**Unification - Résolution**

Dans toute ce TD, on suppose que a et b désignent des constantes, f , g , h , et j sont des fonctions (dont l'arité pourra varier selon les questions) et p, q, r et s sont des relations. On considère également l'ensemble de variables suivant : $X = \{u, v, w, x, y, z\}$

Exercice 8.1. Pour chacun des cas suivants, calculez $\sigma_1 \circ \sigma_2$

1. $\sigma_1 = (x/y)$ et $\sigma_2 = (y/x)$
2. $\sigma_1 = (h(y)/y, h(y)/z)$ et $\sigma_2 = (y/x, y/z, f(z)/w)$
3. $\sigma_1 = (f(g(x))/x, y/u, a/y)$ et $\sigma_2 = (f(g(x))/x, g(x)/y, a/z)$
4. $\sigma_1 = (b/y, a/x, y/z)$ et $\sigma_2 = (f(y)/x, z/y)$

Exercice 8.2. Unifier les termes suivants

1. $t_1 = f(x, a)$ et $t_2 = f(h(y, y), y)$
2. $t_1 = f(v)$ et $t_2 = g(x)$
3. $t_1 = g(g(u, v), v)$ et $t_2 = g(g(h(x), h(y)), x)$
4. $t_1 = f(g(v), h(u, v))$ et $t_2 = f(g(w), h(w, j(x, w)))$
5. $t_1 = g(x, h(a))$ et $t_2 = f(g(u, v), v)$
6. $t_1 = f(a, x, h(g(z)))$ et $t_2 = f(z, h(y), h(y))$

Exercice 8.3. Prouvez par résolution que les ensembles suivants ne sont pas satisfaisables :

1. $\{p(x), \neg p(x) \vee \neg q(x), q(x) \vee \neg r(y), r(x) \vee s(a), r(b) \vee \neg s(x)\}$
2. $\{s(b, b, a), s(b, b, b), r(w, a), r(a, z), \neg q(b), q(x') \vee \neg p(x', z') \vee \neg p(x', w') \vee \neg r(z', w'), p(x, y) \vee \neg s(x, x, y)\}$

Exercice 8.4. Prouvez par résolution la validité de la formule suivante.

$$\exists x \exists y ((p(f(x)) \wedge q(f(b))) \Rightarrow (p(f(a)) \wedge p(y) \wedge q(y)))$$