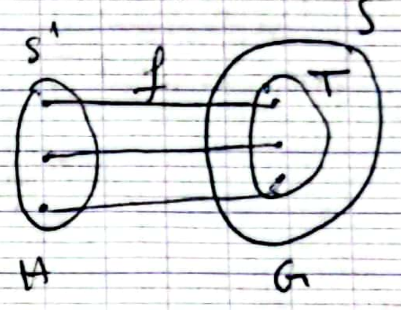
TD 6 : Réduction, NP-difficulté, NP-complète.

1) Montrer que Isomorphisme de sous-Graphes est NP-complete :



$G' = (T, B)$
$= $ Sous-graphe de $G(S, A)$

$S, T \subseteq S$

et $B \subseteq A$.

H isomorphie à un sous-graphie G' de G.

$\exists$ bijection f des sommet de H aux sommets de G'.

$\exists$ fonctions injective des sommets de H vers les sommets de G

$f(u) = f(v) \Downarrow u = v$

| si j'ai une arête dans H, et ce doit y'avoir aussi dans le graphe g'.

tellque $S' : (u, v) \in S' \Rightarrow (f(u), f(v)) \in S$

Certificate - isomorphisan (G, H, f) → par le certificate. → tableau d'entiers $\leq m$ de taille n.

↳ de taille $n \leq m$

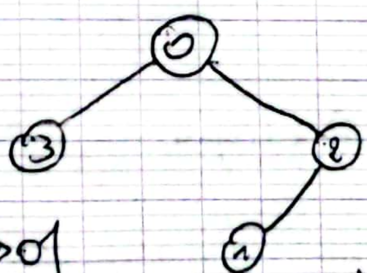
↳ graphe de taille m

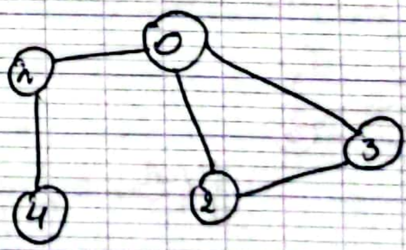
$\{0, 1, 2, 3\}$ =

$H = (S', A')$

$(0, 1, 2, 3, 4)$ =

$G(S, A)$





$f : 0 \mapsto 0$
$1 \to 1$
$2 \to 3$
$3 \to 1$

f est telle et bien injectif

0
2
3
1

A'		A
(3, 0)	→	$(1, 0) \in A$
(0, 2)	→	$(3, 4) \in A$.
(2, 1)	→	$(3, 2) \in A$.

2 chose a vérifier.
Si la fonction est injective.

certificate_isomorphisme (G, H, f)

premier vérification pour f est injective

For i in range (H.size)
    For j in range (i+1, H.size)
        if F[i] == F[j] then return False.

f. presence des arrête.

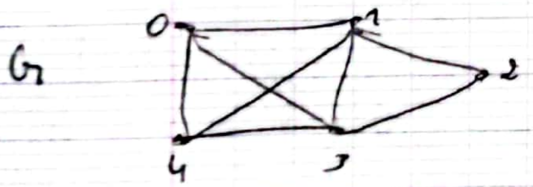
For i in range (H.size)
    For j in range (H.size)
        if H.A[i][j] and (not G.A[f(i)][f(j)])
            then return false.
return True

les éléments de tableau.

1.b) Montrer que Clique se réduit à Iso ~~...~~ de ss-graphe

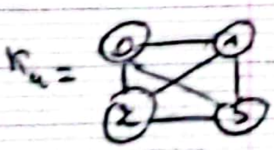
On cherche une fonction f qui transforme des entrées au problème clique en entrée du problème Iso s-graphe telle que :

1 - $x \in$ Clique $\Leftrightarrow f(x) \in$ Iso-s-graphe.
2 - f peut se calculer en temps polynomiale.



k : 4

(G, k) $\in$ Clique?



$f(G, k) = (G, K_k)$ → clique sur k sommet

1 - $(G, k) \in$ clique $\Leftrightarrow (G, K_k) \in$ Iso ss-graphe.
2 - f est calculable en temps polynomiale.
recopier G linéaire.
retourne Kk.

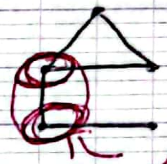
- il existe 2 façons de faire
soit un algo non - déterminist, soit un certificat.

* D'après le a) Isa est dans NP
* clique se réduit polynomialement a Isa et clique est NP_difficile, donc Isa est NP_difficile.

Donc Isa, est NP - complet.

2 _ a)

conservative



L'ensemble dominant

```
non - det_ Dominant - set (G, k)
    d : tableau de taille G. size.
    count = 0
    for i in range (G. size)
        d[i] = guess (0, 1)
        count + = d[i]
    For i in range (G. size)
        iF (not d[i] ) then
            Found = false
            For j in range (G. size)
                if G.A[i][j] and d[j] then
                    found = true
                    break
            if not found then return False.
    return count ≤ k.
```