Projet d'analyse / Sujet 11 S3 -L2

AZZOUG AGHILAS - WOLDEAREGAY SABA

17 MAI 2020

Le but de ce projet est d'écrire un code certifiant la partie entière et les 6 premiers chiffres après la virgule du réel a := $\ln\left(\frac{10000}{6561}\right)$

1 Déterminer un rationnel $b \in]0, 2[$ et un entier $l \in N$ tel que $\mathbf{a} = \mathbf{l} \times \ln(b)$

La propriété de $\ln(x)$ dont on a besoin pour cet exercice:

$\ln(x^n)$ = n $\times \ln(x)$

Calculons a:

a = l $\times \ln(b) = \ln\left(b^l\right)$

a = 1 $\times \ln\left(\frac{10000}{6561}\right)$

a = 4 $\times \ln\left(\frac{10}{9}\right)$

2 Construire une suite de rationnels $(r_n)_n$ telle que $\lim\limits_{n\to\infty} r_n = \ln(b)$. On explicitera un certificat de convergence.

Pour trouver la formule $(r_n)_n$ nous devons effectuer le developpement limité de $\ln(b)$.

Le DL de ln(1 + x) est:

ln(1 + x)=$x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + ... + (-1)^{n-1} \times \frac{x^n}{n} + o(x^{n+1})$

Ainsi:

$\ln\left(\frac{10}{9}\right) = \ln\left(1 + \frac{1}{9}\right)$

$\{r_0 = \frac{1}{9} \qquad r_{n+1} = r_n + (-1)^{n+1} \times \frac{\left(\frac{1}{9}\right)^{n+2}}{n+2}$

3 À combien de chiffres exacts après la virgule doit-on connaître ln(b) pour garantir 6 chiffres exacts après la virgule pour a ? On notera p cet entier.

calculons :

$\ln(b) = \ln\left(\frac{10}{9}\right) \simeq 0.105360515657$

$\ln\left(\frac{10000}{6561}\right) \simeq 0.421442062631$

Afin de garantir 6 chiffres exacts après la virgule pour a, il faut avoir 6 chiffres exacts après la virgule pour $\ln(b)$.

p = 6

4 La partie B

voila notre résultat

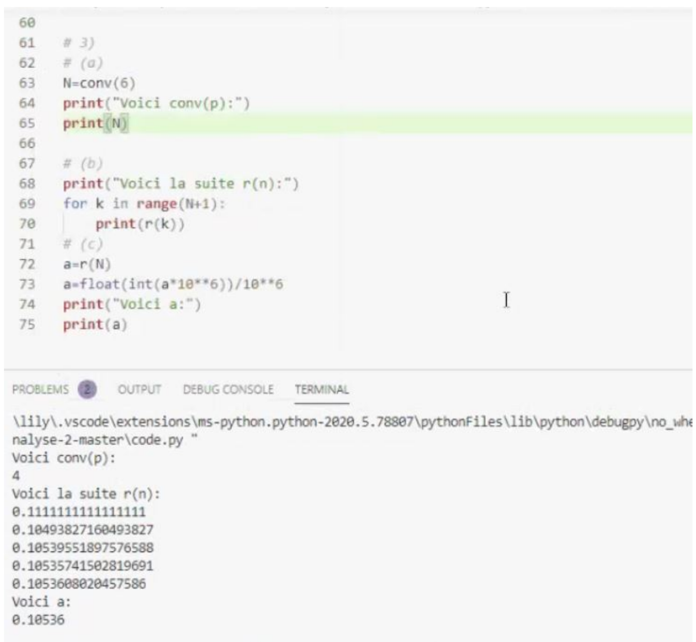

Figure 1: un aperçu de l'éxécution du code