

Projet d'analyse / Sujet 11 S3 -L2

AZZOUG AGHILAS - WOLDEAREGAY SABA

17 MAI 2020



Le but de ce projet est d'écrire un code certifiant la partie entière et les 6 premiers chiffres après la virgule du réel $a := \ln\left(\frac{10000}{6561}\right)$

1 Déterminer un rationnel $b \in]0, 2[$ et un entier $l \in \mathbb{N}$ tel que $a = l \times \ln(b)$

La propriété de $\ln(x)$ dont on a besoin pour cet exercice:

$$\ln(x^n) = n \times \ln(x)$$

Calculons a:

$$a = l \times \ln(b) = \ln(b^l)$$

$$a = l \times \ln\left(\frac{10000}{6561}\right)$$

$$a = 4 \times \ln\left(\frac{10}{9}\right)$$

2 Construire une suite de rationnels $(r_n)_n$ telle que $\lim_{n \rightarrow \infty} r_n = \ln(b)$. On explicitera un certificat de convergence.

Pour trouver la formule $(r_n)_n$ nous devons effectuer le développement limité de $\ln(b)$.

Le DL de $\ln(1+x)$ est:

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \times \frac{x^n}{n} + o(x^{n+1})$$

Ainsi:

$$\ln\left(\frac{10}{9}\right) = \ln\left(1 + \frac{1}{9}\right)$$

$$\{ r_0 = \frac{1}{9} \quad r_{n+1} = r_n + (-1)^{n+1} \times \frac{\left(\frac{1}{9}\right)^{n+2}}{n+2}$$

3 À combien de chiffres exacts après la virgule doit-on connaître $\ln(b)$ pour garantir 6 chiffres exacts après la virgule pour a ? On notera p cet entier.

calculons :

$$\ln(b) = \ln\left(\frac{10}{9}\right) \simeq 0.105360515657$$

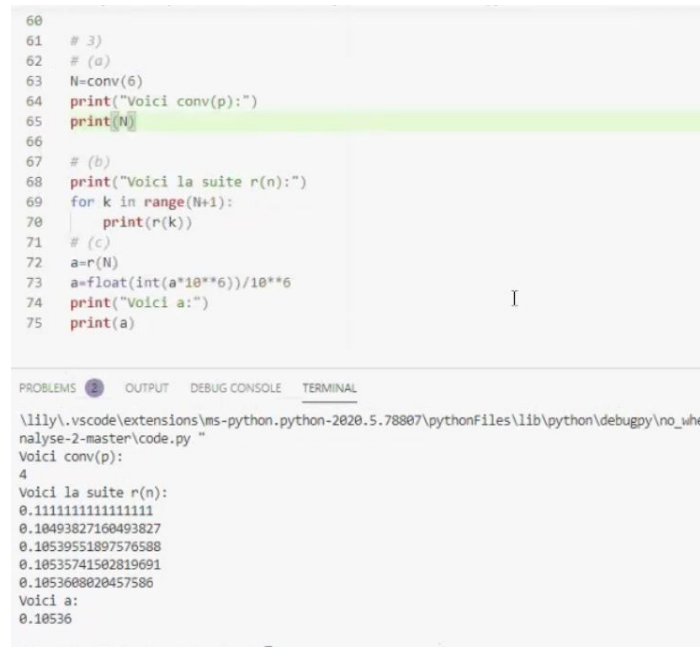
$$\ln\left(\frac{10000}{6561}\right) \simeq 0.421442062631$$

Afin de garantir 6 chiffres exacts après la virgule pour a , il faut avoir 6 chiffres exacts après la virgule pour $\ln(b)$.

$$p = 6$$

4 La partie B

voilà notre résultat



```

60
61 # 3)
62 # (a)
63 N=conv(6)
64 print("Voici conv(p):")
65 print(N)
66
67 # (b)
68 print("Voici la suite r(n):")
69 for k in range(N+1):
70     print(r(k))
71 # (c)
72 a=r(N)
73 a=float(int(a*10**6))/10**6
74 print("Voici a:")
75 print(a)

```

PROBLEMS 2 OUTPUT DEBUG CONSOLE TERMINAL

Voici conv(p):
4
Voici la suite r(n):
0.1111111111111111
0.10493827160493827
0.10539551897576588
0.10535741502819691
0.1053608020457586
Voici a:
0.10536

Figure 1: un aperçu de l'exécution du code