装 订 线

任课教师：

装 订 线

学号：

姓名：

班级：

装 订 线

西 安 电 子 科 技 大 学

试　　题

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
分数										

注意：闭卷考试，时间为 120 分钟，满分 100 分.　　2021.7

一、单项选择题（每小题 4 分，共 12 分）

1.设 $z=f(x,y)$ 由方程 $xyz=e^{x+z}$ 所确定，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$[　　　].

(A) $\dfrac{z(x-1)}{x(1-y)}$　(B) $\dfrac{z(1-y)}{y(1-x)}$　(C) $\dfrac{z(x-1)}{x(1-z)}$　(D) $\dfrac{y(x-1)}{x(1-z)}$

2.设空间曲线 $\Gamma:\begin{cases}x^2+y^2+z^2=1,\\ x+y+z=0,\end{cases}$ 则积分 $\oint_\Gamma (1+x)^2\,ds=$[　　　].

(A) $\dfrac{\pi}{2}$　(B) $\dfrac{8}{3}$　(C) $\dfrac{1}{2}$　(D) $\dfrac{8\pi}{3}$

3.关于级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n^p}$，下列说法正确的是[　　　].

(A) $p>1$ 时，条件收敛　(B) $0<p\le 1$ 时，条件收敛

(C) $p>1$ 时，级数发散　(D) $0<p\le 1$ 时，绝对收敛

二、填空题（每小题 4 分，共 28 分）

1.已知点 $A(1,1,-1)$、$B(2,1,1)$ 和 $C(1,2,1)$，则 ΔABC 面积为______.

2.极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(2,0)}\dfrac{\ln(1-xy)}{y}=$______.

3.平面 $2x+3y-z=\lambda$ 是曲面 $z=x^2+y^3+1$ 在点 $M(1,1,3)$ 处的切平面，则 $\lambda=$______.

4.设 $f(x)$ 连续且 $\int_0^1 f(x)dx=\sqrt{a}\ (a>0)$，则 $\int_0^1 dx\int_x^1 f(x)f(y)dy=$______.

5.设常数 $a>0$，则函数 $u=\ln(x^2+ay+z^2)$ 在点 $P(0,1,1)$ 处沿点 P 指向点 $Q(2,3,2)$ 方向的方向导数为______.

6.设 Σ 是正圆锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}\ (0\le z\le 1)$，则曲面积分 $\iint_\Sigma z\,dS=$______.

7.设 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数，在一个周期 $[-\pi,\pi)$ 上 $f(x)$ 的表达式为 $f(x)=1-x$，记 $f(x)$ 的傅里叶级数的和函数为 $s(x)$，则 $s(\dfrac{3\pi}{2})=$______.

三、(8 分)求直线 $\begin{cases}x+y-z-2=0,\\ x-y+2z-1=0\end{cases}$ 在平面 $x+2y+z=3$ 上的投影直线方程.

四、(8 分)计算三重积分 $\iiint_\Omega (x^2+y^2+z)\,dv$，其中 Ω 由曲面 $2z=x^2+y^2$ 及平面 $z=1$ 围成.

五、(8 分)设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $F(z-x,y+z)=0$ 所确定，其中 $F(u,v)$ 具有连续的一阶偏导数，且 $F_1'+F_2'\ne 0$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}-\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

六、(10 分)验证：在整个 xOy 面内，$(xy^2+e^x)dx+(x^2y+e^y)dy$ 是某个函数的全微分，并求出一个这样的函数．

七、(10 分)设 Σ 为上半球面 $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$ 的上侧，计算曲面积分

$$\iint_{\Sigma} y^3 dydz + x^3 dzdx + (z^3+1)dxdy.$$

八、(10 分)求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}x^{2n}$ 的收敛域及和函数．

九、(6 分)设 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ 为正项级数，且极限 $\lim_{n\to\infty}(\frac{a_n}{a_{n+1}b_n}-\frac{1}{b_{n+1}})=\lambda$，证明：

(1)当 $\lambda<0$ 且 $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ 发散时，级数 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 发散．(2)当 $\lambda>0$ 时，级数 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 收敛．