装 订 线 2022Y06Y

任课教师：

装 订 线

学号：

姓名：

班级： 装 订 线

西 安 电 子 科 技 大 学

# 试 题

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 分数 | | | | | | | | | | |

注意：闭卷考试，时间为 120 分钟，满分 100 分.

## 一、选择题（每小题 3 分，共 12 分）

**1.** 已知 $|\boldsymbol{a}|=3$、$|\boldsymbol{b}|=5$、$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=6$，则 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$ 为[_______].

**(A)** $2$　**(B)** $\sqrt{2}$　**(C)** $4\sqrt{2}$　**(D)** $8$

**2.** 设函数 $F(x,y,z)$ 可微且 $\frac{\partial F}{\partial x}\cdot\frac{\partial F}{\partial y}\cdot\frac{\partial F}{\partial z}\neq 0$，则由方程 $F(x,y,z)=0$ 得[____].

**(A)** $\frac{\partial F}{\partial x}=\frac{\partial F}{\partial y}=\frac{\partial F}{\partial z}$　**(B)** $\frac{\partial F}{\partial x}\mathrm{d}x+\frac{\partial F}{\partial y}\mathrm{d}y+\mathrm{d}z=0$

**(C)** $\frac{\partial z}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial z}=1$　**(D)** $\frac{\partial z}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial z}=-1$

**3.** 曲线弧 $AB$ 上的曲线积分和 $BA$ 上的曲线积分之间，正确的关系是[_____].

**(A)** $\int_{AB}f(x,y)\mathrm{d}s=-\int_{BA}f(x,y)\mathrm{d}s$　**(B)** $\int_{AB}f(x,y)\mathrm{d}s=\int_{BA}f(x,y)\mathrm{d}s$

**(C)** $\int_{AB}f(x,y)\mathrm{d}s=\int_{BA}f(y,x)\mathrm{d}s$　**(D)** $\int_{AB}f(x,y)\mathrm{d}s=\int_{BA}f(-x,-y)\mathrm{d}s$

**4.** 在三维坐标系中，方程 $\int_{(0,0)}^{(x,y)}(4x-3)\mathrm{d}x+(6-6y)\mathrm{d}y=0$ 表示图形是[_____].

**(A)** 两相交平面　**(B)** 双曲抛物面　**(C)** 双曲柱面　**(D)** 椭圆柱面

## 二、填空题（每小题 4 分，共 28 分）

**1.** 向量 $\boldsymbol{a}=(5,-1,1)$ 在向量 $\boldsymbol{b}=(2,2,1)$ 上的投影 $\mathrm{Prj}_{\boldsymbol{b}}\boldsymbol{a}=$________.

**2.** 设 $z=x^3y^2-3x^2y^3-xy^4+y^2$，则高阶偏导数 $\frac{\partial^3 z}{\partial x^3}=$________.

**3.** 函数 $z=x^2+xy^2$ 在点 $(2,1)$ 处的全微分 $\mathrm{d}z\big|_{\substack{x=2\\y=1}}=$________.

**4.** 设 $\Omega$ 为椭球面 $x^2+\frac{y^2}{4}+z^2=1$ 所围成的空间闭区域，则 $\iiint\limits_{\Omega}z^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z=$______.

**5.** 函数 $z=\int_0^{xy^2}\frac{\mathrm{d}t}{1+t^4}$ 在点 $M(1,1)$ 处沿 $\boldsymbol{a}=(-1,1)$ 方向的方向导数为__________.

**6.** 设 $\Gamma$ 是从点 $A(0,0,0)$ 到点 $B(3,2,1)$ 的直线段 $AB$，则对坐标的曲线积分 $\int_{\Gamma}x^2\mathrm{d}x+3zy^2\mathrm{d}y-2x^2y\mathrm{d}z=$__________.

**7.** 设 $f(x)$ 是以 5 为周期的周期函数，已知在 $(-2,3]$ 内，$f(x)=|x|$，且 $f(x)$ 的傅立叶级数的和函数为 $S(x)$，则 $S(8)=$___________.

**三、(8 分)** 在曲面 $z=\frac{1}{4}x^2+y^2-1$ 上求一点，使这点处的切平面与平面 $x+2y+z=0$ 平行，并求曲面在该点处的切平面及法线的方程.

**四、(8 分)** 设 $z=xy+xF(u)$，其中 $F$ 为可微函数，且 $u=\frac{y}{x}$，求 $x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}$.

**五、(8 分)** 计算二重积分 $\iint\limits_D \sqrt{R^2-x^2-y^2}\,\mathrm{d}\sigma$，其中 $D$ 是圆周 $x^2+y^2=Rx$ 所围成的闭区域.

**六、(10 分)**计算$\oint_L (y^2+2x\sin y)\mathrm{d}x+(x^2\cos y-x^3)\mathrm{d}y$，其中 $L$ 是以 $A(1,0)$、$B(0,1)$、$E(-1,0)$、$F(0,-1)$ 为顶点的正方形，取逆时针方向.

**七、（10 分）**(1) 判别级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}2^n\sin\frac{\pi}{3^n}$的敛散性，若收敛，判别是绝对收敛还是条件收敛；(2) 求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$的收敛域及和函数.

八、（10 分）设 $\Sigma$ 是锥面 $z^2=x^2+y^2$ 在 $-1\le z\le 0$ 的部分，$\cos\alpha$，$\cos\beta$，$\cos\gamma$ 是 $\Sigma$ 上任一点 $(x,y,z)$ 处的法线向量的方向余弦，且 $\cos\gamma<0$．计算 $I=\iint\limits_{\Sigma}\left(x^3\cos\alpha+y^3\cos\beta+z^3\cos\gamma\right)\mathrm{d}S$．

九、（6 分）证明 $\dfrac{3\pi}{2}<\iiint\limits_{x^2+y^2+z^2\le 1}\sqrt[3]{x+2y-2z+5}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z<3\pi$．