

任课教师：_____
 学号：_____
 姓名：_____
 班级：_____

西安电子科技大学

试题

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
分数								

注意：闭卷考试，时间为120分钟，满分100分。 2015.01.12

一、选择题（每小题3分，共12分）

- 已知 $f'(2) = 3$ ，则极限 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-h) - f(2)}{3h}$ 等于[]。
A. -1; B. 2; C. 1; D. 无法确定该极限值。
- 曲线 $xy + 1 = e^{x+y}$ 在 $(0,0)$ 点的切线斜率为[]。
A. 1; B. -1; C. 0; D. e^{-1}
- 设 $f(x)$ 是二阶可导， $f'(0) = 0$ 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f''(x)}{|x|} = -1$ ，则[]。
A. $f(x)$ 在 $x=0$ 取得极大值; B. $f(x)$ 在 $x=0$ 取得极小值;
C. $(0, f(0))$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点; D. 以上三个结论都不对。
- 抛物线 $y = x^2 - x$ 在点 $(1,0)$ 处的曲率为[]。
A. $2\sqrt{2}$; B. 2; C. $\sqrt{2}$; D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。

二、填空题（每小题4分，共28分）

- 设 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n-1} + ax^2 + bx}{x^{2n} + 1}$ 是连续函数，则 $a+b =$ _____。
- 设 $f'(e^x) = xe^{-x}$ ， $f(1) = 0$ ，则 $f(x) =$ _____。
- 一直接在 xOz 坐标面上，且过原点又垂直于直线 $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-5}{1}$ ，该直线的对称式方程为_____。
- 设函数 $y = 3x - e^{-x}$ ，它的反函数 $x = x(y)$ 的导数 $\frac{dx}{dy} =$ _____。
- 由参数方程 $\begin{cases} x = \sin t \\ y = t \sin t + \cos t \end{cases}$ 所确定的函数的二阶导数 $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{t=\frac{\pi}{4}} =$ _____。
- 当 $x \rightarrow +\infty$ 时，函数 $f(x) = \frac{e^{-x^2}}{x} \int_0^x t^2 e^t dt$ 的极限为_____。
- 曲线通过点 $(e^2, 3)$ ，且在任一点处的切线的斜率等于该点横坐标的倒数，该曲线的方程为_____。

三、计算题（每小题6分，共24分）

- 设 $a_1, a_2, \dots, a_n, L, a_n > 0$ ，求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_1^{\frac{1}{n}} + a_2^{\frac{1}{n}} + \dots + a_n^{\frac{1}{n}}}{n} \right)^{nx}$ 。
- 求 $\int \frac{\sin^3 x}{2 + \cos x} dx$ 。
- 计算积分 $I = \int_0^\pi e^{2x} \sin^2 x dx$ 。
- 计算曲线 $y = \ln(1-x^2)$ 上相应于 $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 的一段弧的长度。

四、(10分) 设 $f(x)$ 连续，且满足 $\int_0^1 f(tx) dt = f(x) - x \sin x$ ， $f(0) = 1$ ，求 $f(x)$ 的显函数表达式。

五、(10分) 设曲线 $y = ax^2 + bx$ 当 $0 \leq x \leq 1$ 时， $y \geq 0$ ，又已知该曲线与 x 轴及直线 $x=1$ 所围图形的面积为 $\frac{1}{3}$ ，试确定 a, b 的值，使此图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积最小。

六、(10分) 设平面 p 垂直于平面 $z=0$ ，并通过从点 $A(1, -1, 1)$ 到直线 $l: \begin{cases} y - z + 1 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$ 的垂线，求平面 p 的方程。

七、(6分) 设 $|f(x)| \leq p$ ，连续的 $f'(x) \geq m > 0$ ($a \leq x \leq b$)，证明 $\left| \int_a^b \sin f(x) dx \right| \leq \frac{2}{m}$ 。