

# 西安电子科技大学

## 试 题

考试 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	总分
分数							

1. 考试形式：闭卷； 2. 本试卷共 六 大题，满分 100 分.

班级\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_任课教师\_\_\_\_\_

### 一. 填空题（每小题 4 分，共 24 分）

1. 设  $y = x - \frac{1}{2} \sin 2x$ , 则  $\frac{dx}{dy} =$ \_\_\_\_\_.

2. 曲线  $y = x + x^{\frac{5}{3}}$  的凹区间是\_\_\_\_\_.

3. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^x (e^{t^2} - 1) dt}{x^2}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$  则  $f'(0) =$ \_\_\_\_\_.

4. 已知  $F(x)$  是  $e^{1-x^2}$  的一个原函数, 则  $dF(\sin x) =$ \_\_\_\_\_.

5.  $\int_{-1}^1 |x| \left( x^2 + \frac{\sin^3 x}{1 + \cos x} \right) dx =$ \_\_\_\_\_.

6. 当常数  $k > 1$  时, 反常积分  $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^k}$  收敛于\_\_\_\_\_.

### 二. 单项选择题（每小题 4 分，共 16 分）

1. 下列结论中正确的是 ( )

(A) 两个无穷大量之和一定是无穷大量;

(B) 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上二阶可导, 且  $f''(x) > 0$ . 则存在唯一的点  $\xi \in (a, b)$ , 使

$$\text{得 } f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a};$$

(C) 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 如果  $f(a)$  与  $f(b)$  同号, 则方程  $f(x) = 0$  在  $(a, b)$  内必无实根;

(D) 如果  $f(x), g(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  上都可导, 且  $f(x) < g(x)$ , 则  $f'(x) < g'(x)$ .

2. 设方程  $\sin(xy) + \ln(y-x) = x$  确定  $y$  为  $x$  的函数, 则  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} =$  ( )

- (A) 1, (B) -1, (C) 2, (D) -2.

3.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos x e^{\sin^2 x} dx$  的值为 ( )

- (A)  $e-1$ ; (B)  $1-e$ ; (C)  $\frac{e-1}{2}$ ; (D)  $\frac{1-e}{2}$ .

4. 设平面经过原点及点  $(6, -3, 2)$ , 且与平面  $4x - y + 2z = 8$  垂直, 则此平面方程为 ( )

- (A)  $2x + 2y - 3z = 0$ ; (B)  $3x - 2y + z = 0$ ; (C)  $x - y + 4z = 0$ ; (D)  $x + 3y - z = 0$ .

三. 解答下列各题 (每小题 7 分, 共 35 分)

1. 若  $f(x)$  在  $x=e$  处具有连续的一阶导数, 且  $f'(e) = 2e^{-1}$ , 求  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{d}{dx} f(e^{\cos \sqrt{x}})$ .

2. 求函数  $y = \int_0^x \sqrt{t}(t-1)^3 dt$  的定义域, 单调区间和极值点.

3. 设  $F(x)$  是  $f(x)$  的原函数, 当  $x \geq 0$  时, 有  $f(x)F(x) = \sin^2 2x$ , 且

$F(0) = 1, F(x) \geq 0$ , 试求  $f(x)$ .

4. 设  $f(x) = \begin{cases} \ln(1+x), & x \geq 0, \\ \frac{1}{1+e^x}, & x < 0, \end{cases}$  求  $\int_0^2 f(x-1)dx$ .

5. 设函数  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  内可导, 且满足  $f(x) = 1 + \int_1^x \frac{1}{t} f(t) dt$  ( $x > 0$ ), 求  $f(x)$ .

四. (8分) 设  $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{d} = k\vec{a} + \vec{b}$ ,  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = 2$ , 且  $\vec{a} \perp \vec{b}$ . 试求: (1)  $k$  为何值时,  $\vec{c} \perp \vec{d}$ ; (2)  $k$  为何值时, 以  $\vec{c}$  与  $\vec{d}$  为邻边的平行四边形的面积为 6.

五. (10 分) 过原点作曲线  $y = e^{\frac{1}{2}x}$  的切线, 该切线与曲线  $y = e^{\frac{1}{2}x}$  以及  $y$  轴围成的区域为  $D$ . (1) 求  $D$  的面积  $A$ ; (2) 求  $D$  绕  $x$  轴旋转所成旋转体的体积  $V$ .

六. (7 分) 设  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上连续, 在  $(0, 1)$  内可导, 且对任何  $x \in (0, 1)$  都有

$f(x) \neq 0$ . 证明: 至少存在一点  $\xi \in (0, 1)$ , 使得  $\frac{f'(\xi)}{f(\xi)} = \frac{f'(1-\xi)}{f(1-\xi)}$ .