定义

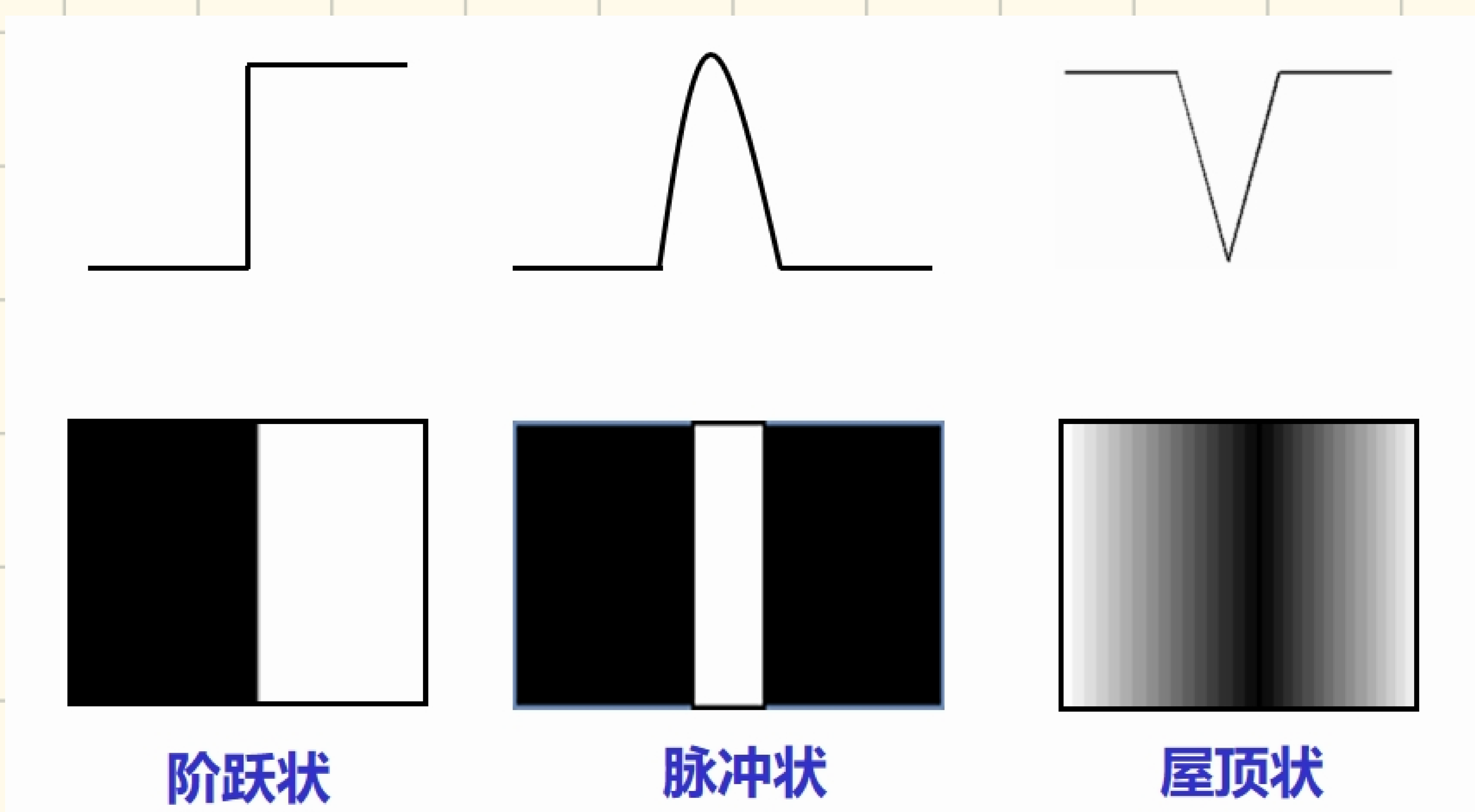
边缘是图像局部特征不连续的表现

图像边缘有方向和幅度两个特征

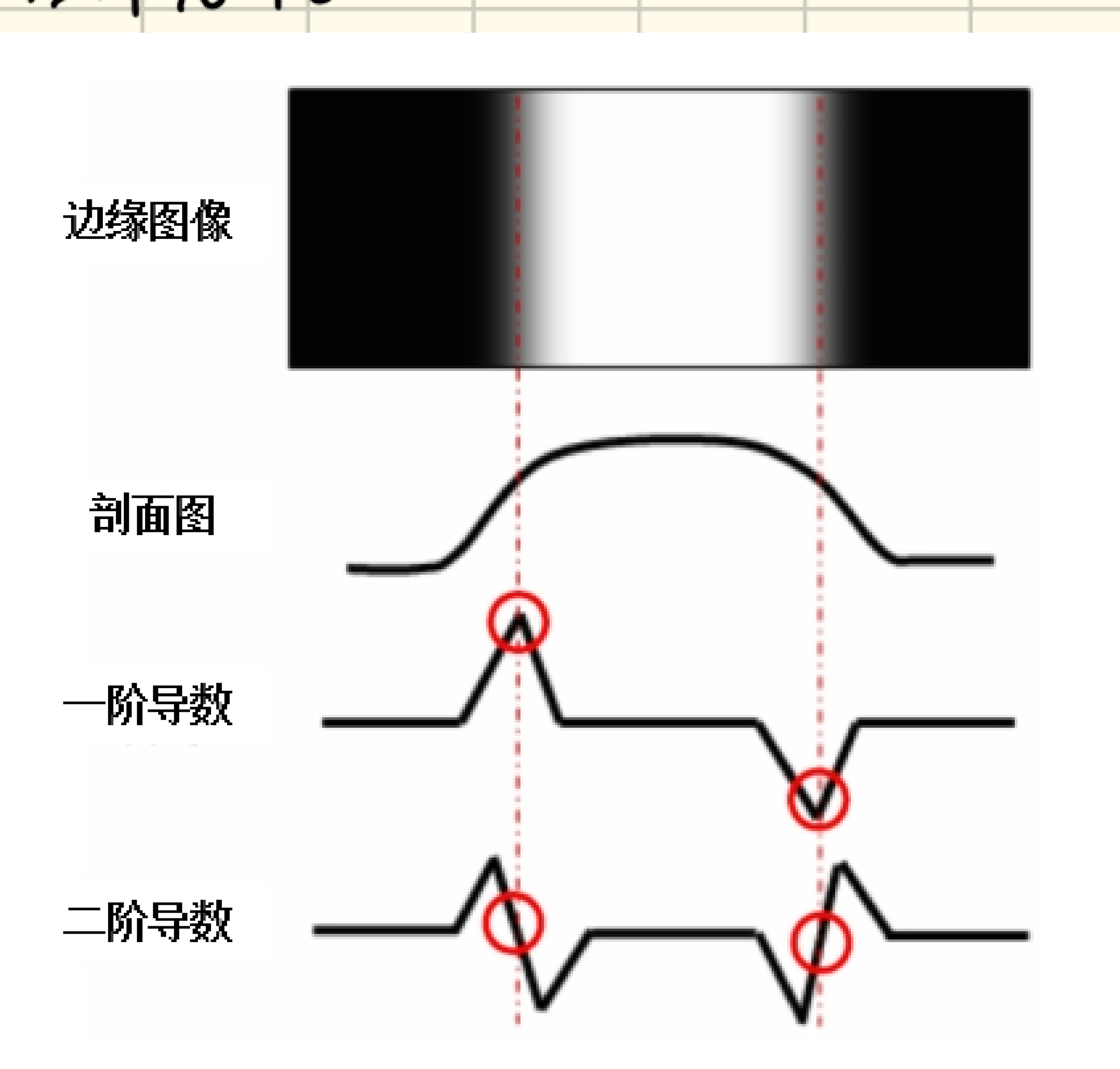
方向指边缘在图像中延伸的方向

幅度反映灰度值变化的剧烈程度，与边缘两侧灰度差有关

分类



基本思想



边缘与导数（微分）的关系

可以用一阶导数的幅度值和二阶导数过0点来检测边缘

基本步骤

原始图像 $\xrightarrow{\text{滤波}}$ 平滑图像 $\xrightarrow{\text{增强}}$ 梯度或合过零点图像 $\xrightarrow{\text{检测}}$ 边缘点 $\xrightarrow{\text{定位}}$ 边缘位置、方向

滤波：降噪，同时会损失边缘强度，需折中

增强：计算图像各点邻域强度的变化值，基于梯度幅值

检测：不是所有梯度大的点都是边缘点。梯度幅值阈值判据

(*)定位：在子像素分辨率上估计

常用算子

一阶导数：通过梯度算子

1. 正交梯度

$$\nabla f(x,y) = grad(f) = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} G_h(m,n) = f(m,n) - f(m,n-1) \\ G_v(m,n) = f(m,n) - f(m-1,n) \end{cases}$$

$$W_h = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad G_h(m,n) = F * W_h$$

$$W_v = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad G_v(m,n) = F * W_v$$

梯度幅度有三种公式，按需选择　　梯度的方向与边缘的方向垂直

(1) $G = \sqrt{G_h^2 + G_v^2}$　(2) $G = |G_h| + |G_v|$　(3) $G = \max\{|G_h|, |G_v|\}$

可选取阈值T进行二值化处理，$B(m,n) = \begin{cases} 1, & G(m,n) > T \\ 0, & else \end{cases}$

过程：

原图 $\xrightarrow{\text{卷积}}$ 梯度 $\xrightarrow{\text{幅值}}$ 梯度图像 $\xrightarrow{\text{阈值二值化}}$ 边缘

2. Roberts 梯度算子法（4点差分法）

$$\begin{cases} G_h(m,n) = f(m,n) - f(m-1,n-1) \\ G_v(m,n) = f(m,n-1) - f(m-1,n) \end{cases}$$

$$W_h = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$W_v = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

特点：用4个点差分求梯度，方法简单

缺点：噪声敏感

3. 平滑梯度算子（具有噪声抑制作用）

(1) Prewitt（平均差分）

$$W_h = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad W_v = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(2) Sobel（加权平均差分）

$$W_h = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad W_v = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

同：抑制噪声 检测出的边缘宽度 $\geq 2px$

平均会丢失细节信息，使边缘模糊

异：Sobel有加权，模糊程度更低

4、方向梯度（方向匹配模板法）

$$G(m,n) = \underset{i=0}{\overset{N-1}{MAX}} \{|G_i(m,n)|\}$$

$$G_i(m,n) = F(m,n) * W_i$$

Prewitt中可以看作是两个方向的模板，作旋转，即得到8个方向。

$$\underset{W_0}{\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}} \quad \underset{W_1}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}} \quad \underset{W_2}{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}} \quad \underset{W_3}{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}}$$

$$\underset{W_4}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}} \quad \underset{W_5}{\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}} \quad \underset{W_6}{\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}} \quad \underset{W_7}{\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}}$$

平均差分8方向梯度模板

将每个方向模板与图像卷积，得到每个方向上的梯度，

对每个点在8个方向上取最大梯度，即为最终每个点的梯度。

然后再取阈值、判定，over.

每个方向模板仅与其方向一致的灰度突变最敏感

二阶导数

对于阶跃状边缘，二阶导在边缘处过零交叉，两边导数异号。

1. Laplacian 算子法

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

$$G(m,n) = 4F(m,n) - [F(m-1,n) + F(m,n-1) + F(m,n+1) + F(m+1,n)]$$

4邻 $W = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$　8邻 $W = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$

优点：

☞各向同性、线性和唯一不变性；

☞对孤立点及线段的检测效果好；

缺点：

☞对噪声敏感，对噪声有双倍加强作用；

☞不能检测出边的方向，常产生双像素的边缘；

由于梯度算子和**Laplacian**算子都对噪声敏感，因此一般用它们检测边缘前要先对图像进行平滑。

2. Log 算子

先采用高斯算子对原图像平滑，再用 Laplacian

二维高斯函数 $h(x,y) = \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)$

则 Log 算子为 $G(m,n) = -\nabla^2 [h(x,y) * f(x,y)]$

$$= [-\nabla^2 h(x,y) * f(x,y)] = H(x,y) * f(x,y)$$

3. Canny 算子

把边缘检测问题转化为检测单位函数极大值问题

基本思想：找灰度强度变化最强的位置

① 高斯滤波器先平滑

原图像与高斯 mask 卷积

$S = G_\sigma * I$　　$G_\sigma = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$

② 微分算子计算梯度幅值和方向

$G_x = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$　　$G_y = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

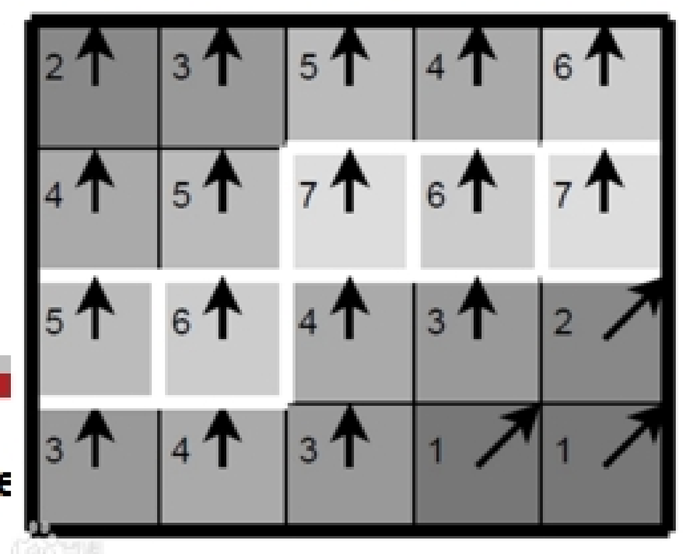
$$|B| = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \qquad \theta = \arctan \frac{B_y}{B_x}$$

③ 对梯度幅值非极大值抑制

非极大抑制的目的是将模糊（blurred）的边界变得清晰（sharp）。通俗的讲，就是保留了每个像素点上梯度强度的极大值，而删掉其他的值。对于每个像素点，进行如下操作：

- 将其梯度方向近似为以下值中的一个0,45,90,135,180,225,270,315）（即上下左右和45度方向）；
- 比较该像素点，和其梯度方向正负方向的像素点的梯度强度；
- 如果该像素点梯度强度最大则保留，否则抑制（删除，即置为0）；

为了更好的解释这个概念，下图图中的数字代表了像素点的梯度强度，箭头方向代表了梯度方向。以第二排第三个像素点为例，由于梯度方向向上，则将这一点的强度（7）与其上下两个像素点的强度（5和4）比较，由于这一点强度最大，则保留。



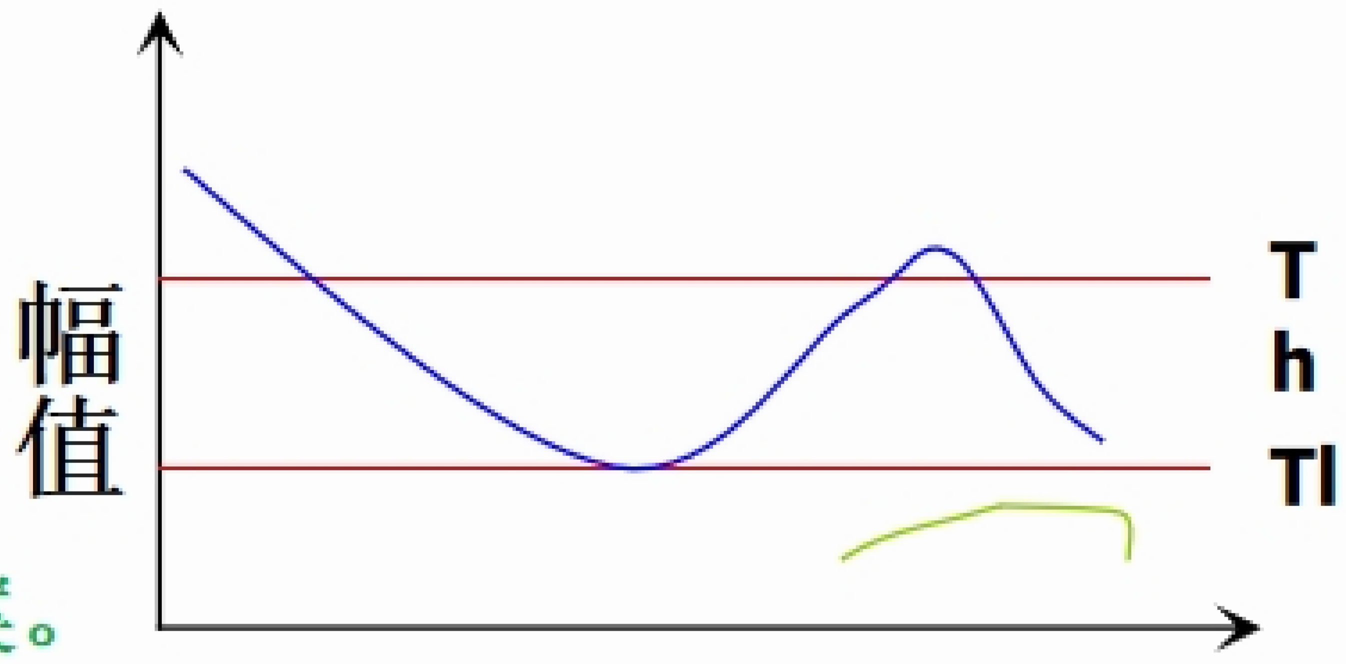
人工智能学院 School of Artificial Intelligence

④ 双阈值算法检测边缘

取高低两个阈值作用于幅值图，得到两个边缘图：高阈值和低阈值边缘图。连接高阈值边缘图，出现断点时，在低阈值边缘图中的8邻点域搜寻边缘点。

为什么要这样处理?

- ＊ 阈值太低→假边缘;
- ＊ 阈值太高→部分轮廓丢失. 边缘
- ＊ 选用两个阈值：更有效的阈值方案。



哈夫变换（Hough）

- 哈夫变换能根据待检测曲线对应像素间的整体关系，检测出已知形状的曲线并用参数方程描述出来（这样的曲线称为有规曲线）。

特性：抗噪声、干扰点及断点的影响，属全局检测，而前述边缘检测法属于局部检测。

1. 基本原理

图像空间 $(x,y) \xrightarrow{\text{映射}}$ 参数空间 (ρ,θ)

对于直线或有规曲线（以直线为例）

设坐标原点到直线距离为 ρ，直线法线与 X 夹角 θ，

直线可表示为 $\rho = x\cos\theta + y\sin\theta$

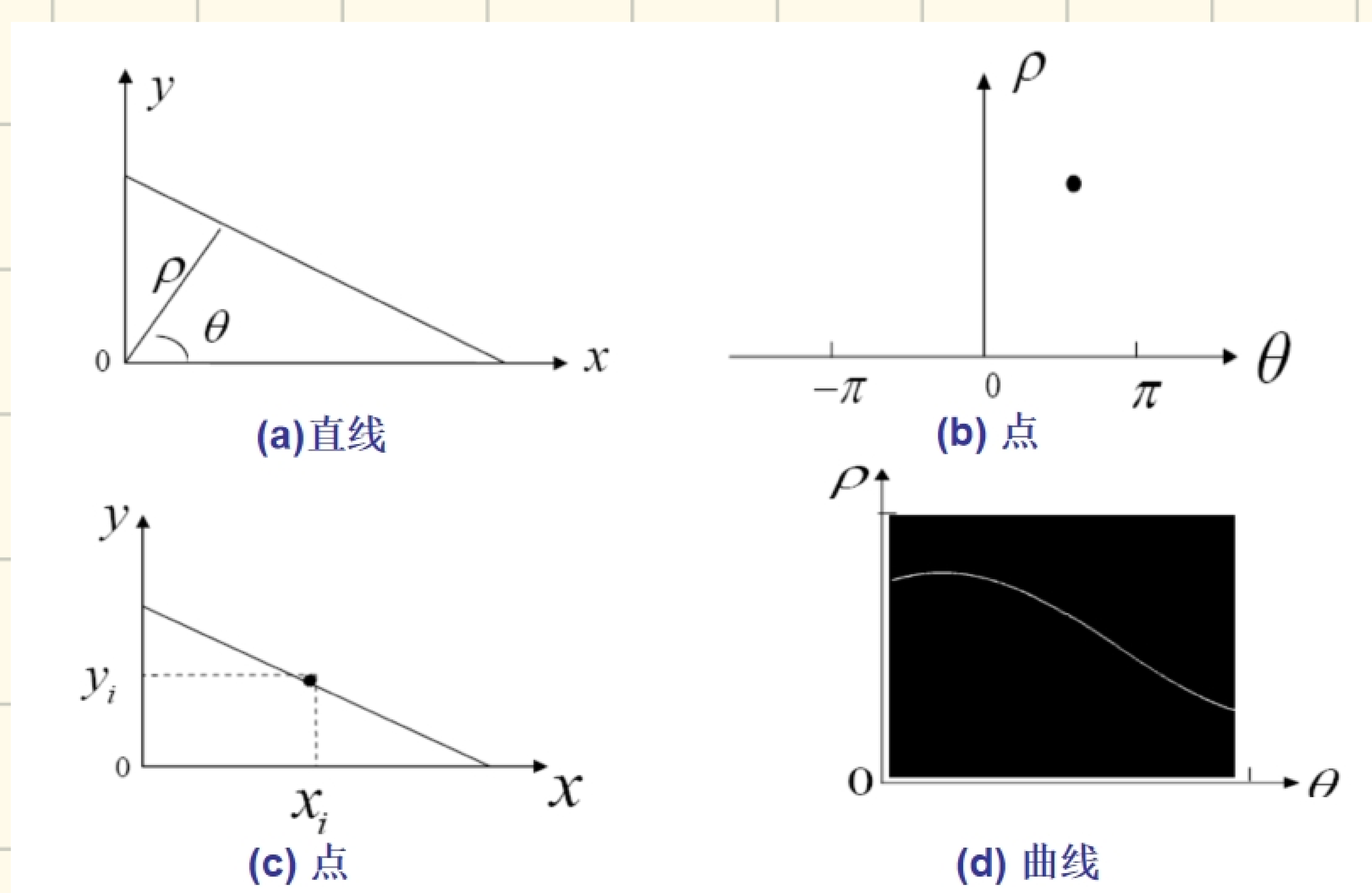
若 (x_i, y_i) 为一边缘点，则过该点直线为

$$\rho = x_i\cos\theta + y_i\cos\theta = \sqrt{x_i^2+y_i^2}\,\sin(\theta+\varphi) \quad (\varphi = \arctan\frac{y_i}{x_i})$$

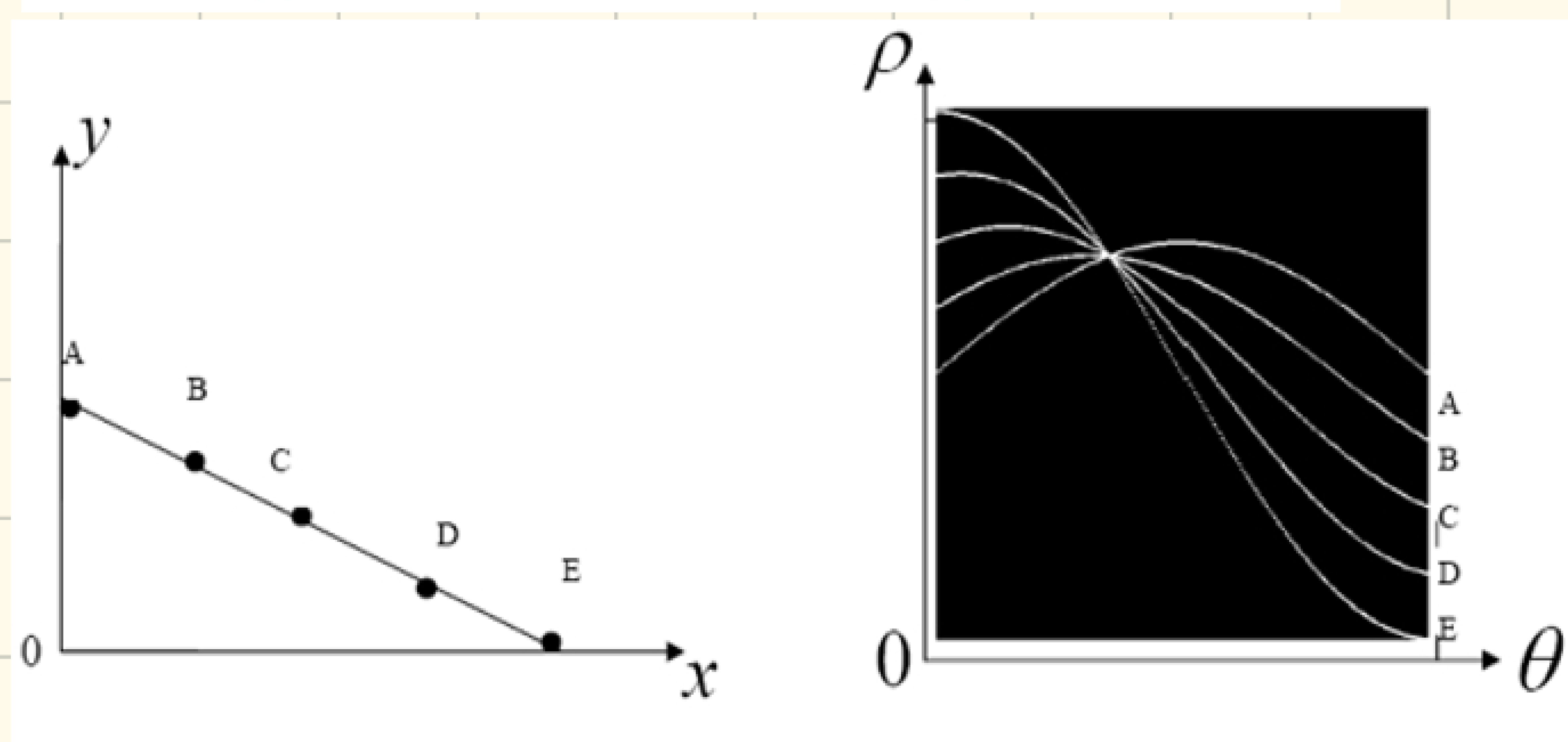
∴有 (1) 直线 ⟶ 点 (ρ,θ)

(2) 点 ⟶ 正弦曲线

(3) 多个共线点 ⟶ 多条正弦曲线交于一点



(a)直线　(b) 点　(c) 点　(d) 曲线



(5) 5个共线点　(6) 5条曲线相交于一点

具体过程：

将参数空间按 ρ,θ 分成若干格，每格为一条直线 (ρ,θ)

对每个边缘点，计算每个 θ 对应的 ρ，并将 (ρ,θ) 计数 +1

对于检测一条直线，则计数最多的格子就是待测直线。

多条，前 N 条最多的格子

Hough变换参数空间累积表（数组）实例

图像中存在的直线

	2	1	3	7			
	1	10	50	6			
	5	6	4	1			
				8			
					9		

可能是噪声

每一格对应一条直线

设定阈值为**40**

Hough变换的特点

- 对 ρ,θ 量化过粗，直线参数就不精确，过细则计算量增加，因此，对 ρ,θ 量化要兼顾数量化精度和计算量。
- Hough变换检测直线的抗噪性能强，能将断开的边缘连接起来。
- 此外Hough变换也可用来检测曲线。

2. 广义Hough变换

定义：Hough除了能检测可以用解析形式表示的曲线及形状（有规曲线）之外，也可以推广到任意形状的检测，一般称之为广义 Hough变换。

原理说明：以给定形状、大小及方向而位置未知，且形状不能用解析式表示的目标物检测为例，来说明广义Hough变换的检测过程。

在任意形状目标物内任意确定一点 (x_c, y_c) 作为参考点，并通过它向边界上的点 (x,y) 作直线，确定连线的长度为 r，连线与x轴夹角为 α，r 和 α 都是 φ 的函数，φ 是边界点 (x,y) 的梯度方向，即边界点切线的法线与x轴的夹角。这时，计算参考点位置 (x_c, y_c) 的式子为：

$$\begin{cases} x_c = x + r(\varphi)cos[\alpha(\varphi)] \\ y_c = y + r(\varphi)sin[\alpha(\varphi)] \end{cases}$$

若已知目标物的边界R，则可按 φ 的取值由小到大生成一个二维表格，即 $\varphi_i \sim (r(\varphi_i), \alpha(\varphi_i))$表，再通过上式计算参考点位置$(x_c, y_c)$。若未知图像边界点计算出的 (x_c, y_c) 很集中，形成峰值点，就表示已找到该形状的边界。因而，下一步就是沿用Hough变换的上述步骤，把计数单元中相应元素 $A(x_c, y_c)$ 的内容加1。最后寻找计数单元的峰值点，它对应于待检测的给定形状目标物所在的位置。

给定待检测形状，在形状内任取一点作为参考点，
计算参考点与每个边界点的 r, α，因为每个边界点的
φ 唯一，∴可以根据所有边界点的 φ 的范围仿照普
通 Hough 变换进行量化，对每个 φ 都有一个 r 和 α。
最后在待检测图像中对每个边缘点计算 φ，从而
得到 r、α，计数 +1。计数最多的点就是参考点。