ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

Σειρά ασκήσεων 1

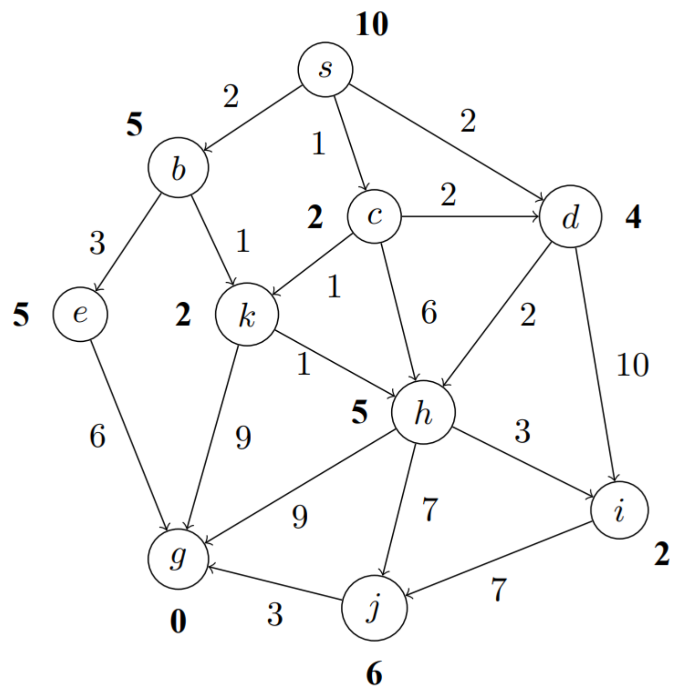
Ακαδημαϊκό έτος 2023

10°εξάμηνο

Αγγλογάλλος Αναστάσιος ΑΜ : el18641

Άσκηση 1

1.



Hill Climbing

Βήμα	Μέτωπο αναζήτησης	Κλειστό Σύνολο	ΤΚ	Παιδιά ΤΚ
1	$(s,10)^{s}$	{ }	s	b:5, c:2, d:4
2	$(c,2)^{sc}$	{s}	c	h:5, k:2, d:4

3	$(k,2)^{sck}$	{s,c}	k	h:5, g:0
4	$(g,0)^{sckg}$	{s,c,k}	g	-

* ΤΚ : Τρέχουσα κατάσταση

Ο αλγόριθμος τερματίζει (με επιτυχία), καθώς ο πρώτος κόμβος στη λίστα είναι ο κόμβος στόχος. Η διαδρομή που ακολουθήθηκε είναι η **sckg** με **κόστος διαδρομής = sc + ck + kg = 11**

Best First

Βήμα	Μέτωπο αναζήτησης	Κλειστό Σύνολο	ΤΚ	Παιδιά ΤΚ
1	$(s,10)^{s}$	{ }	s	b:5, c:2, d:4
2	$(c,2)^{sc}$, $(d,4)^{sd}$, $(b,5)^{sb}$	{s}	c	h:5, d:4, k:2
3	$(k,2)^{sck}$, $(d,4)^{sd}$, $(d,4)^{scd}$, $(b,5)^{sb}$, $(h,5)^{sch}$	{s, c}	k	g:0, h:5
4	$(g,0)^{sckg}$, $(d,4)^{sd}$, $(d,4)^{scd}$, $(b,5)^{sb}$, $(h,5)^{sckh}$, $(h,5)^{sch}$	{s, c, k}	g	-

Ο αλγόριθμος τερματίζει (με επιτυχία), καθώς ο πρώτος κόμβος στη λίστα είναι ο κόμβος στόχος. Η διαδρομή που ακολουθήθηκε είναι η **sckg** με **κόστος διαδρομής = sc + ck + kg = 11**

A star

Βήμα	Μέτωπο αναζήτησης	Κλειστό Σύνολο	ΤΚ	Παιδιά ΤΚ
1	$(s,0:10)^{s}$	{ }	s	b:2:7, c:1:3, d:2:6
2	$(c,1:3)^{sc}$, $(d,2:6)^{sd}$, $(b,2:7)^{sb}$	{s}	c	k:2:4, h:7:12, d:3:7
3	$(k,2:4)^{sck}$, $(d,2:6)^{sd}$, $(b,2:7)^{sb}$, $(h,7:12)^{sch}$	{s, c}	k	g:11:11, h:3:8
4	$(d,2:6)^{sd}$, $(b,2:7)^{sb}$, $(h,3:8)^{sckh}$ $(g,11:11)^{sckg}$	{s, c, k}	d	h:4:9, i:12:14

5	(b,2:7)^{sb}, (h,3:8)^{sckh}, (g,11:11)^{sckg}, (i,12:14)^{sdi}	{s, c, k, d}	b	e:5:10
6	(h,3:8)^{sckh}, (e,5:10)^{sbe}, (g,11:11)^{sckg}, (i,12:14)^{sdi}	{s, c, k, d, b}	h	i:6:8, g:12:12, j:10:16
7	(e,5:10)^{sbe}, (i,6:8)^{sckhi}, (g,11:11)^{sckg}, (j,10:16)^{sckhj}	{s, c, k, d, b, h}	e	g:11:11
8	(i,6:8)^{sckhi}, (g,11:11)^{sbeg}, (g,11:11)^{sckg},(j,10:16)^{sckhj}	{s, c, k, d, b, h, e}	i	j:13:19
9	(g,11:11)^{sckg}, (g,11:11)^{sbeg}, (j,10:16)^{sckhj}	{s, c, k, d, b, h, e, i}	g	-

*Κάθε στοιχείο στο μέτωπο αναζήτησης έχει τη μορφή **(κατάσταση, άθροισμα μονοπατιού : άθροισμα μονοπατιού + ευριστική)**$^{\text{μονοπάτι}}$

Ο αλγόριθμος τερματίζει (με επιτυχία), καθώς ο πρώτος κόμβος στη λίστα είναι ο κόμβος στόχος. Η διαδρομή που ακολουθήθηκε είναι η **sckg** με **κόστος διαδρομής = sc + ck + kg = 11**

Ανάλογα με τον τρόπο που αρχειοθετεί το Μέτωπο Αναζήτησης Ο αλγόριθμος τερματίζει με διαφορετική διαδρομή ίδιου κόστους **sbeg**.

Εάν υπάρχουν δύο κόμβοι με την ίδια εκτίμηση του χαμηλότερου συνολικού κόστους, ο αλγόριθμος A* μπορεί να χρησιμοποιήσει μια στρατηγική ισοπαλίας για να καθορίσει ποιον κόμβο θα επιλέξει. Η επιλογή της στρατηγικής ισοπαλίας μπορεί να ποικίλλει ανάλογα με την εφαρμογή, και ορισμένες κοινές στρατηγικές περιλαμβάνουν:

1. Επιλέξτε τον κόμβο που προστέθηκε στο σύνορο νωρίτερα - αυτή η στρατηγική ονομάζεται "first-in-first-out" (FIFO) και χρησιμοποιείται συνήθως στην αναζήτηση κατά πλάτος.
2. Επιλέξτε τον κόμβο που έχει τη μικρότερη ευρετική τιμή - αυτή η στρατηγική δίνει προτεραιότητα στους κόμβους που βρίσκονται πιο κοντά στο στόχο.
3. Επιλέξτε τον κόμβο που έχει το μεγαλύτερο πραγματικό κόστος - αυτή η στρατηγική δίνει προτεραιότητα στους κόμβους που βρίσκονται πιο μακριά από τον αρχικό κόμβο.

Στην περίπτωσή μας χρησιμοποιούμε την στρατηγική ισοπαλίας FIFO γι'αυτό το λόγο και προτιμάτε η διαδρομή **sckg** από την διαδρομή **sbeg**.

2. Το πρόβλημα έχει πολλές πιθανές διαφορετικές λύσεις οι οποίες είναι 9 συνολικά. Από αυτές μόνο δύο βρίσκουν το βέλτιστο μονοπάτι το οποίο έχει μήκος 11. Παρακάτω είναι οι λύσεις του κάθε αλγορίθμου :

Hill Climbing : sckg → κόστος 11(βέλτιστο)

Best First : sckg → κόστος 11(βέλτιστο)

A star : sckg → κόστος 11 (βέλτιστο)

Η λύση είναι βέλτιστη στη περίπτωση του αλγορίθμου **Hill Climbing**, **Best First** και του **A*** **.**

Δεν μπορούμε να γνωρίζουμε εάν ο Hill Climbing ή ο Best First θα βρει την βέλτιστη λύση. Ο Hill Climbing παγιδεύεται συχνά σε τοπικά ελάχιστα και δεν βρίσκει λύση. Και στις δύο περιπτώσεις η εύρεση ή μη της βέλτιστης λύσης εξαρτάται από την δομή του χώρου αναζήτησης και την ευριστική που θα χρησιμοποιήσουμε.

Τέλος, όσον αφορά τον A*, στη γενική περίπτωση μπορούμε να γνωρίζουμε εκ των προτέρων ότι ο αλγόριθμος αυτός θα βρεί τη βέλτιστη λύση μόνο όταν οι ευριστικές για όλους του κόμβους είναι ίσες ή και μικρότερες από τις πραγματικές αποστάσεις. Όμως, στη στο συγκεκριμένο παράδειγμα, επειδή η παραπάνω υπόθεση δεν ισχύει για όλους του κόμβους (βλ. κόμβο j) δεν μπορούμε να γνωρίζουμε από πριν αν θα βρεί τη βέλτιστη λύση.

3. Στην περίπτωση του αλγόριθμου A* εξηγήστε γιατί βρίσκει ή δεν βρίσκει τη βέλτιστη λύση, και κάντε την ελάχιστη δυνατή τροποποίηση στις ευρετικές εκτιμήσεις ώστε να αλλάξει η συμπεριφορά του ως προς την εύρεση ή μη της βέλτιστης λύσης.

Στο συγκεκριμένο πρόβλημα δεν υπάρχει εγγύηση εύρεσης της βέλτιστης λύσης καθώς οι τιμές της ευριστικής δεν είναι ίσες ή μικρότερες από τις πραγματικές αποστάσεις. Ο Αλγόριθμος A* βρίσκει την βέλτιστη λύση επειδή είναι τέτοια η δομή του χώρου αναζήτησης που το επιτρέπει. Γι'αυτό το λόγο θα τροποποιήσουμε τις τιμές της ευριστικής ώστε να ικανοποιεί την προϋπόθεση και να βρίσκει τη βέλτιστη λύση.

Συγκεκριμένα θα αλλάξουμε τις παρακάτω τιμές :

Θα αλλάξουμε την τιμή της ευριστικής στο κόμβο " j ". Συγκεκριμένα επειδή η απόσταση του j είναι μεγαλύτερη από την ευριστική τιμή στο κόμβο πρέπει να ισχύει :

heuristic_value(node j) ≤ 3

4. Να ελέγξετε την ευρετική ως προς τη συνέπειά της. Αν δεν είναι συνεπής, μπορείτε να κάνετε την ελάχιστη δυνατή τροποποίηση στις ευρετικές εκτιμήσεις ώστε να είναι η ευρετική συνεπής;

Για να είναι συνεπής μια ευριστική πρέπει να ισχύει ότι :

h(k) ≤ c(k,k') + h(k')

Όπως παρατηρήσαμε και στο προηγούμενο ερώτημα στον κόμβο "**j**" δεν ισχύει αυτή η συνθήκη.

h(j) ≤ c(j,g) + h(g) => h(j) ≤ 3

Συνεπώς για να είναι συνεπής πρέπει να αλλάξουμε την τιμή της ευριστικής του κόμβου **j** και να την βάλουμε μικρότερη του h(j) ≤ 3.

Αντίστοιχα στον κόμβο "**b**" δεν ισχύει αυτή η συνθήκη.

h(b) ≤ c(b,k) + h(k) => h(b) ≤ 3

Συνεπώς για να είναι συνεπής πρέπει να αλλάξουμε την τιμή της ευριστικής του κόμβου **k** και να την βάλουμε μικρότερη του h(k) ≤ 3.

Τέλος, στον κόμβο "**s**" δεν ισχύει αυτή η συνθήκη.

h(s) ≤ c(s,c) + h(c) => h(s) ≤ 3

Συνεπώς για να είναι συνεπής πρέπει να αλλάξουμε την τιμή της ευριστικής του κόμβου **s** και να την βάλουμε μικρότερη του h(s) ≤ 3.

Για τους υπόλοιπους κόμβους **c, d, e, k, h, i, j, g** η συνθήκη ικανοποιείται.

5. Μετά το προηγούμενο βήμα και τον υπολογισμό της συνεπούς ευρετικής, δώστε μία νέα, ακριβέστερη συνεπή ευρετική για την οποία ο αλγόριθμος A* επισκέπτεται λιγότερους κόμβους. Αν δεν υπάρχει τέτοια ευρετική, αποδείξτε ότι δεν υπάρχει. **.**

Ο A* έχει ήδη βρει την βέλτιστη λύση. Βέβαια θα μπορούσε να υπάρχει μια ακριβέστερη ευριστική που παρακάμπτει κάποια βήματα προς την αναζήτησή της.
Για να βρούμε την ακριβέστερη ευριστική αρκεί να αυξήσουμε τις τιμές των ευριστικών διατηρώντας όμως την συνέπειά τους. Θα ξεκινήσουμε από το τέλος (κόμβος g) και θα κινηθούμε προς το στόχο. Αυξάνοντας όπου μπορούμε τις τιμές της ευριστικής.

- Κόμβος g : Καμία Αλλαγή , $h(g) = h(g') = 0$

- Κόμβος e : $h(e') \leq c(e,g) + h(g) \Rightarrow h(e') \leq 6$
  Άρα θα αυξήσουμε την τιμή της ευριστικής του e και θα την κάνουμε $h(e') = 6$

- Κόμβος j : Καμία Αλλαγή, $h(j) = h(j') = 3$

- Κόμβος i : $h(i') \leq c(i,j) + h(j) \Rightarrow h(i') \leq 10$
  Άρα θα αυξήσουμε την τιμή της ευριστικής του i και θα την κάνουμε $h(i') = 10$

- Κόμβος h : Για κάθε παιδί x του κόμβου h βρίσκουμε το άθροισμα $c(h,x) + h(x)$ και κρατάμε αυτό που έχει το ελάχιστο. Το παιδί που έχει το ελάχιστο άθροισμα είναι ο κόμβος g προκύπτει :
  $h(h') \leq c(h,g) + h(g) \Rightarrow h(h') \leq 9$
  Άρα θα αυξήσουμε την τιμή της ευριστικής του h και θα την κάνουμε $h(h') = 9$

- Κόμβος k : Αντίστοιχα με το κόμβο h ακολουθούμε την ίδια διαδικασία.
  Ο κόμβος-παιδί με το ελάχιστο άθροισμα είναι ο g και προκύπτει :
  $h(k') \leq c(k,g) + h(g) \Rightarrow h(k') \leq 9$
  Άρα θα αυξήσουμε την τιμή της ευριστικής του k και θα την κάνουμε $h(k') = 9$

- Κόμβος d : Αντίστοιχα, ο κόμβος-παιδί με το ελάχιστο άθροισμα είναι ο h και προκύπτει :
  $h(d') \leq c(d,h) + h(h) \Rightarrow h(d') \leq 11$
  Άρα θα αυξήσουμε την τιμή της ευριστικής του d και θα την κάνουμε $h(d') = 11$

- Κόμβος c : Ο κόμβος-παιδί με το ελάχιστο άθροισμα είναι ο k και προκύπτει :
  $h(c') \leq c(c,k) + h(k) \Rightarrow h(c') \leq 10$

Άρα θα αυξήσουμε την τιμή της ευριστικής του c και θα την κάνουμε h(c') = 10

- Κόμβος b : Αντίστοιχα, ο κόμβος-παιδί με το ελάχιστο άθροισμα είναι ο κόμβος e και προκύπτει :
  $h(b') \le c(b,e) + h(e) \Rightarrow h(b') \le 9$
  Άρα θα αυξήσουμε την τιμή της ευριστικής του b και θα την κάνουμε h(b') = 9

- Κόμβος s : Αντίστοιχα, οι κόμβοι-παιδιά με το ελάχιστο άθροισμα είναι οι κόμβοι b, c και προκύπτει :
  $h(s') \le c(s,b) + h(b) \Rightarrow h(s') \le 11$
  Άρα θα αυξήσουμε την τιμή της ευριστικής του s και θα την κάνουμε h(s') = 11

Άρα ισχύει ότι για κάθε κόμβο x ότι :

$$h(x') \ge h(x)$$

Συνεπώς έχουμε φτιάξει μια πιο ακριβής συνεπής ευρετική.
Για να την ελέγξουμε θα τρέξουμε ξανά τον A* με τις νέες ευρετικές τιμές .

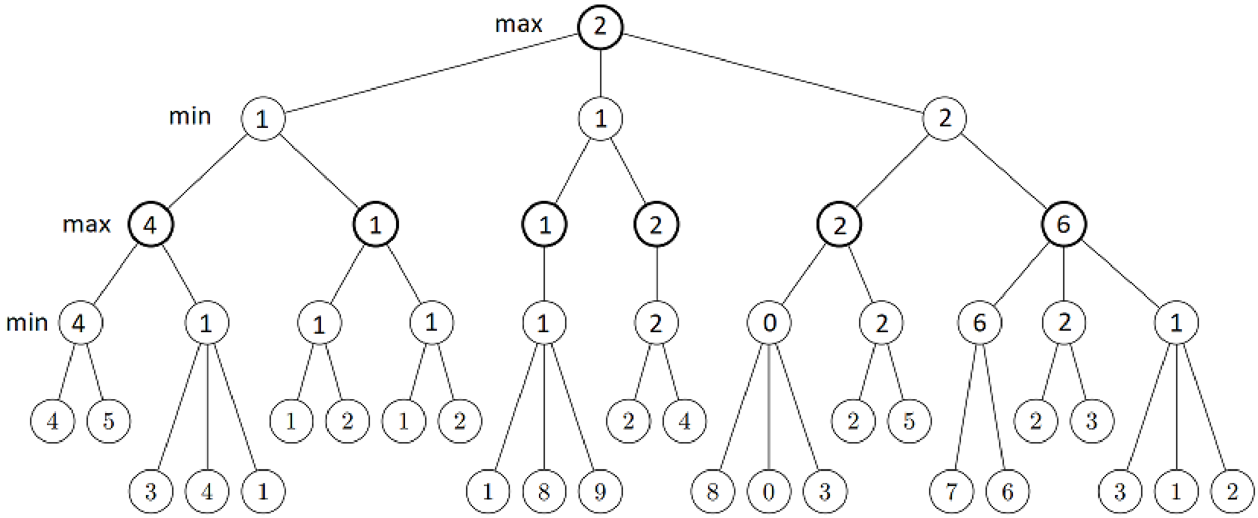
Βήμα	**Μέτωπο αναζήτησης**	**Κλειστό Σύνολο**	**ΤΚ**	**Παιδιά ΤΚ**
1	$(s,0:11)^{s}$	{ }	s	b:2:11, c:1:11, d:2:13
2	$(c,1:11)^{sc}$, $(b,2:11)^{sb}$, $(d,2:13)^{sd}$	{s}	c	k:2:11, h:7:16, d:3:14
3	$(b,2:11)^{sb}$, $(k,2:11)^{sck}$, $(d,2:13)^{sd}$, $(h,7:16)^{sch}$	{s, c}	b	e:5:11
4	$(k,2:11)^{sck}$, $(e,5:11)^{sbe}$, $(d,2:13)^{sd}$, $(h,7:16)^{sch}$	{s, c, b}	k	h:3:12, g:11:11
5	$(e,5:11)^{sbe}$, $(g,11:11)^{sckg}$, $(h,3:12)^{sckh}$, $(d,2:13)^{sd}$	{s, c, b, k}	e	g:11:11
6	$(g,11:11)^{sckg}$, $(g,11:11)^{sbeg}$, $(h,3:12)^{sckh}$, $(d,2:13)^{sd}$	{s, c, b, k, e}	g	-

Παρατηρούμε ότι χρειάζονται λιγότερα βήματα για την εύρεση της βέλτιστης λύσης

Άσκηση 2

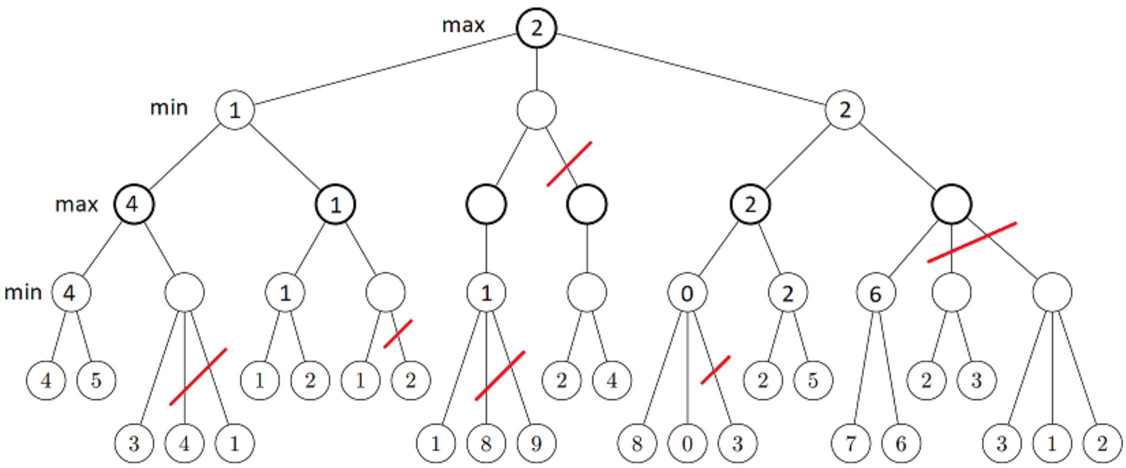
1.

Αλγόριθμος Minimax



2. Οι τιμές των κόμβων που θα επισκεφτεί ο αλγόριθμος καθώς και οι κόμβοι που δεν θα επισκεφθεί είναι σημειωμένοι επάνω στο παρακάτω γράφημα.

* Στη συνθήκη κλαδέματος έχουν χρησιμοποιηθεί τα ≤ / ≥ για τις συγκρίσεις (όχι τα < / >)



Επίσης η σειρά με την οποία θα τους επισκεφτεί είναι η εξής :
1→2→5→11→22→23→12→24→6→13→27→28→14→29→3→7→15→31→4→9→17→36→37→18→39→40→10→19→41→42

Τέλος η σειρά που θα ακολουθήσει γραφικά (αναδρομικές κλήσεις) με την οποία θα τους επισκεφτεί είναι η εξής :
1→2→5→11→22**→11**→23***→11→5***→12→24**→12→5→2**→6→13→27**→13**→28**→13→6**→14→29**→14→6→2→1**→3→7→15→31**→15→7→3→1**→4→9→17→36**→17**→37**→17→9**→18→39**→18**→→40**→18→9→4**→10→19→41**→19**→42**→19→10→4→1**

Σημειωμένες με **έντονα γράμματα** είναι οι αναδρομικές κλήσεις οι οποίες γυρνάνε πίσω στους κόμβους που τις έκαναν.

Άσκηση 3

1.

Γενετικοί Αλγόριθμοι

Συνάρτηση ποιότητας / προσαρμοστικότητας (fitness function) :
$f(x) = (a + b) - (c + d) + (e + f) - (g + h)$

Ο αρχικός πληθυσμός αποτελείται από 4 άτομα με τα ακόλουθα χρωμοσώματα:
x1 = 65413532, x2 = 87126601, x3 = 23921285, x4 = 41852094

$f(x1) = (6+5) - (4+1) + (3+5) - (3+2) = 11 - 5 + 8 - 5 = 9$

$f(x2) = (8+7) - (1+2) + (6+6) - (0+1) = 15 - 3 + 12 - 1 = 23$

$f(x3) = (2+3) - (9+2) + (1+2) - (8+5) = 5 - 11 + 3 - 13 = -16$

$f(x4) = (4+1) - (8+5) + (2+0) - (9+4) = 5 - 13 + 2 - 13 = -19$

Ταξινόμηση σε φθίνουσα σειρά προσαρμοστικότητας :
x2 → x1 → x3 → x4

2.a.
Διασταύρωση των δύο πιο προσαρμοστικών ατόμων (x2,x1) στο μέσο του χρωμοσώματος

x12’ = 6541|6601

x21’ = 8712|3532

2.b.
Διασταύρωση του δεύτερου και του τρίτου σε σειρά (x1,x3) προσαρμοστικότητας χρωμοσώματος, μεταξύ των σημείων b και f (δηλαδή μετά από αυτά τα σημεία, άρα (b,f]).

x = abcdefgh

x13 = 65921232
x31 = 23413585

2.c.
Διασταύρωση του πρώτου και του τρίτου χρωμοσώματος (x1,x3) μέσω τυχαίας ανταλλαγής τριών γονιδίων της επιλογής σας.
Θα διασταυρώσουμε τα γονίδια που βρίσκονται στις θέσεις a,b,f

x1 = 6|5|413|5|32

x3 = 2|3|921|2|85

x1' = 23413232

x3' = 65921585

3.
Θεωρήστε τώρα ότι στην επόμενη γενιά ο πληθυσμός αποτελείται από τα έξι (6) άτομα που προέκυψαν από τις διασταυρώσεις του ερωτήματος (β). Υπολογίστε τη συνολική προσαρμοστικότητα / απόδοση του νέου πληθυσμού. Έχει βελτιωθεί σε σχέση με αυτή του παλιού;

x12' = 65416601 , f(x12') = (6+5) - (4+1) + (6+6) - (0+1) = 11 - 5 + 12 - 1 = 17

x21' = 87123532 , f(x21') = (8+7) - (1+2) + (3+5) - (3+2) = 15 - 3 + 8 - 5 = 15

x13 = 65921232 , f(x13) = (6+5) - (9+2) + (1+2) - (3+2) = 11 - 11 + 3 - 5 = -2
x31 = 23413585 , f(x31) = (2+3) - (4+1) + (3+5) - (8+5) = 5 - 5 + 8 - 13 = -5

x1' = 23413232 , f(x1') = (2+3) - (4+1) + (3+2) - (3+2) = 5 - 5 + 5 -5 = 0

x3' = 65921585 , f(x3') = (6+5) - (9+2) + (1+5) - (8+5) = 11 - 11 + 6 - 13 = -7

f(total') = 17 + 15 - 2 - 5 + 0 - 7 = 18

f(total) = 9 + 23 - 16 - 19 = -3

f(total') > f(total)

Συνεπώς υπάρχει βελτίωση στο νέο πληθυσμό.

4.
Υπολογίστε τη μέγιστη προσαρμοστικότητα που μπορεί να έχει ένα χρωμόσωμα της παραπάνω μορφής (x = abcdefgh) και εξηγήστε ποιο χρωμόσωμα αντιπροσωπεύει τη βέλτιστη λύση.

Για να βρούμε την μέγιστη προσαρμοστικότητα που μπορεί να έχει ένα χρωμόσωμα αρκεί να μεγιστοποιήσουμε την

$f(x) = (a + b)_{max} – (c + d)_{min} + (e + f)_{max} – (g + h)_{min}$

Αυτό γίνεται για τις παρακάτω τιμές :
$a = 9$, $b = 9$, $c = 0$, $d = 0$, $e = 9$, $f = 9$, $g = 0$, $h = 0$

$f(x_{max}) = 36$

5.
Εστιάζοντας στον αρχικό πληθυσμό του αλγορίθμου, μπορείτε να απαντήσετε εάν αυτός μπορεί να φτάσει στη βέλτιστη λύση χωρίς να γίνει χρήση του τελεστή μετάλλαξης (mutation); Εξηγήστε αναλυτικά την απάντησή σας.

Πρέπει να εξετάσουμε εάν κάποιο από τα αρχικά χρωμοσώματα μπορεί να μετατραπεί χρησιμοποιώντας μόνο τους γενετικούς τελεστές της επιλογής και της διασταύρωσης στο χρωμόσωμα βέλτιστης προσαρμοστικότητας $x_{max} = 99009900$.

Αρχικά παρατηρούμε τα αρχικά μας χρωμοσώματα :

$x1 = 65413532$, $x2 = 87126601$, $x3 = 23921285$, $x4 = 41852094$

Για να μπορέσουμε να μετατρέψουμε κάποιο χρωμόσωμα στο x_{max} , απαραίτητη προϋπόθεση είναι να υπάρχουν τουλάχιστον τα γονίδια του χρωμοσώματος του x_{max} στα πλήθος γονιδίων των αρχικών χρωμοσωμάτων (x1, x2, x3, x4). Επίσης στην συγκεκριμένη περίπτωση που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μόνο τους γενετικούς τελεστές της επιλογής και της διασταύρωσης, τα γονίδια του x_{max} πρέπει να βρίσκονται και στις αντίστοιχες επιθυμητές τελικές θέσεις σε κάποιο από τα αρχικά χρωμοσώματα.

Αυτή η συνθήκη <u>δεν ικανοποιείται</u> και γι αυτό το λόγο είναι αδύνατο να φτάσουμε στη βέλτιστη λύση χωρίς κάποια μετάλλαξη.