Συστήματα Αποφάσεων

Εργαστηριακές Ασκήσεις στον Γραμμικό Προγραμματισμό

7^{o} Εξάμηνο Η.Μ.Μ.Υ.	*Αγγλογάλλος Αναστάσιος*	*03118641*

Άσκηση 1 : Καθορισμός Παραγωγής Σοκολάτας

1.

Διατύπωση Προβλήματος

- Μεταβλητή Απόφασης : x_i , ποσότητα παραγωγής προϊόντος i (kg)
- Κριτήριο Απόφασης : Μεγιστοποίηση Κέρδους (€)

Προϊόν Α

Παράγουμε x_a κιλά προϊόν Α

Περιορισμοί :

$x_a \geq 1000$

Προϊόν Β

Παράγουμε x_b κιλά προϊόν Β

Περιορισμοί :

-

Προϊόν Γ

Παράγουμε x_c κιλά προϊόν Γ

Περιορισμοί :

$x_c \leq x_a + x_b$

Διαθέσιμοι Πόροι :

Γάλα :

$0.65*x_a + 0.7*x_b + 0.8*x_c \leq 6{,}000$

Κακαόμαζα :

$0.35*x_a + 0.3*x_b + 0.2*x_c \leq 2,600$

Εργασία :

Ανθρωποώρες 1ου Σταδίου :

$0.04*x_a + 0.05*x_b + 0.07*x_c \leq 350$

Ανθρωποώρες 2ου Σταδίου :

$0.01*x_a + 0.015*x_b + 0.02*x_c \leq 120$

Αντικειμενική Συνάρτηση :

max: Έσοδα Πώλησης - Έξοδα Κατασκευής

Έσοδα Πώλησης = $5*x_a + 6*x_b + 7*x_c$
Έξοδα Κατασκευής = Έξοδα Υλικών + Κόστοι Εργατών

Έξοδα Υλικών =
$0.6*(0.65*x_a + 0.7*x_b + 0.8*x_c) + 6.5*(0.35*x_a + 0.3*x_b + 0.2*x_c)$
$= 0.39*x_a + 0.42*x_b + 0.48*x_c + 2.275*x_a + 1.95*x_b + 1.3*x_c$
$= 2.665*x_a + 2.37*x_b + 1.78*x_c$

Κόστοι Εργατών =
$6*(0.04*x_a + 0.05*x_b + 0.07*x_c) + 6*(0.01*x_a + 0.015*x_b + 0.02*x_c) = 0.3*x_a + 0.39*x_b + 0.54*x_c$

Έξοδα Κατασκευής = $2.665*x_a + 2.37*x_b + 1.78*x_c + 0.3*x_a + 0.39*x_b + 0.54*x_c = 2.965*x_a + 2.76*x_b + 2.32*x_c$

Κέρδος = Έσοδα Πώλησης - Έξοδα Κατασκευής
$= 5*x_a + 6*x_b + 7*x_c - (2.965*x_a + 2.76*x_b + 2.32*x_c)$
$= 2.035*x_a + 3.24*x_b + 4.68*x_c$

max: $2.035*x_a + 3.24*x_b + 4.68*x_c$

Κώδικας :

```
/* Objective function */
max: 2.035*xa + 3.24*xb + 4.68*xc;

/* Variable bounds */

/* Resources */
/* Milk */
0.65*xa + 0.7*xb +0.8*xc <= 6000;
/* Cacao */
0.35*xa + 0.3*xb +0.2*xc <= 2600;
/* Man-hours Stage 1 */
0.04*xa + 0.05*xb +0.07*xc <= 350;
/* Man-hours Stage 2 */
0.01*xa + 0.015*xb +0.02*xc <= 120;
/* Product A bound */
xa >= 1000;
xa >= 0;
/* Product B bound */
xb >= 0;
/* Product C bound */
xc <= xa + xb;
xc >= 0;

```

Constraints	result
	22555
R1	4450
R2	1550
R3	350
R4	100
R5	0

Variables	result
	22555
xa	1000
xb	2000
xc	3000

Variables	value	from	till
objective	22555	22555	22555
R1	0	-inf	+inf
R2	0	-inf	+inf
R3	66	110	418.571428571429
R4	0	-inf	+inf
R5	0.0599999999999999	-7200	3428.57142857143
xa	-0.545	-8599.99999999999	3181.81818181818
xb	0	-inf	+inf
xc	0	-inf	+inf

Απόφαση :

Το Βέλτιστο Πρόγραμμα Παραγωγής σύμφωνα με την παραπάνω ανάλυση είναι το εξής:
Θα παράγουμε:

- 1000 κιλά προϊόντος Α
- 2000 κιλά προϊόντος Β
- 3000 κιλά προϊόντος Γ

Έτσι θα αποκτήσουμε το μεγαλύτερο κέρδος δηλαδή 22,555 €

2.

Πρωτεύον Πρόβλημα:

max: $2.035*x_a + 3.24*x_b + 4.68*x_c$
Περιορισμοί :
$0.01*x_a + 0.015*x_b + 0.02*x_c \leq 120$
$0.04*x_a + 0.05*x_b + 0.07*x_c \leq 350$
$0.65*x_a + 0.7*x_b + 0.8*x_c \leq 6{,}000$
$0.35*x_a + 0.3*x_b + 0.2*x_c \leq 2{,}600$
$-x_a - x_b + x_c \leq 0$
$-x_a \leq -1000$

Μετατροπή του Πρωτεύοντος Προβλήματος σε Δυαδικό
max → min

min : 120*p1 + 350*p2 + 6000*p3 + 2600*p4 + 0*p5
-1000*p6
Περιορισμοί:
0.01*p1 + 0.04*p2 + 0.65*p3 + 0.35*p4 - p5 - p6 <= 2.035
0.015*p1 + 0.05*p2 + 0.7*p3 + 0.3*p4 - p5 <= 3.24
0.02*p1 + 0.07*p2 + 0.8*p3 +0.2*p4 + p5 <= 4.68

Οικονομική Ερμηνεία :

- p1 : Οριακή Αξία δυναμικότητας Ανθρωποωρών 2ου Σταδίου
- p2 : Οριακή Αξία δυναμικότητας Ανθρωποωρών 1ου Σταδίου
- p3 : Οριακή Αξία της διαθεσιμότητας Γάλατος
- p4 : Οριακή Αξία της διαθεσιμότητας Κακαόμαζας
- p5 : Οριακή Αξία δυναμικότητας Προϊόντος Γ
- p6 : Οριακή Αξία της δυναμικότητας Προϊόντος Α

Κώδικας :

```
/* Objective function */
min: 120*p1 + 350*p2 + 6000*p3 + 2600*p4 - 1000*p6;

/* Variable bounds */
0.01*p1 + 0.04*p2 + 0.65*p3 + 0.35*p4 - p5 - p6 >= 2.035;
0.015*p1 + 0.05*p2 + 0.7*p3 + 0.3*p4 - p5 >= 3.24;
0.02*p1 + 0.07*p2 + 0.8*p3 + 0.2*p4 + p5 >= 4.68;

```

Variables	result
	22555
p1	0
p2	66
p3	0
p4	0
p6	0.545000000000001
p5	0.0599999999999993

Constraints	result
	22555
R1	2.035
R2	3.24
R3	4.68

Variables	value	from	till
objective	22555	22555	22555
R3	3000	4.536	11.22
R2	2000	2.64545454545455	3.34285714285714
R1	1000	-inf	2.58
p6	0	-inf	+inf
p5	0	-inf	+inf
p4	1050	-0.654545454545447	15.84
p3	1550	-0.79999999999999	5.28
p2	0	-inf	+inf
p1	20	-144	226.285714285714

Άσκηση 2 : Σχεδιασμός Φόρτωσης ενός Πλοίου

Διατύπωση Προβλήματος

- Μεταβλητή Απόφασης : x_{ij} ,
  - i : φορτίο από προϊόν (τόνοι)
  - j : αμπάρι
    - πρύμνη : 1
    - μέσο : 2
    - πλώρη : 3
- Κριτήριο Απόφασης : Μεγιστοποίηση Κέρδους (€)

Αντικειμενική Συνάρτηση :

$$\max: 8*(x_{a1} + x_{a2} + x_{a3}) + 7*(x_{b1} + x_{b2} + x_{b3})$$

Προϊόν Α (x_{aj})

Περιορισμοί :

$$x_{a1} + x_{a2} + x_{a3} <= 5{,}000$$

Προϊόν Β (x_{bj})

Περιορισμοί :

$$x_{b1} + x_{b2} + x_{b3} <= 3{,}000$$

Πρύμνη (1) :

Φορτίο = $x_{a1} + x_{b1}$

Όγκος Φορτίου = $60*x_{a1} +50*x_{b1}$

Περιορισμοί :

$$60*x_{a1} +50*x_{b1} <= 60{,}000$$

Μέση (2) :

Φορτίο = $x_{a2} + x_{b2}$

Όγκος Φορτίου = $60*x_{a2} + 50*x_{b2}$

Περιορισμοί :

$$x_{a2} + x_{b2} >= 1.3*(x_{a1} + x_{b1})$$

$x_{a2} + x_{b2} >= 1.3*(x_{a3} + x_{b3})$

$x_{a2} + x_{b2} <= 0.9*(x_{a1} + x_{b1} + x_{a3} + x_{b3})$

$60*x_{a2} + 50*x_{b2} <= 160,000$

Πλώρη (3) :

Φορτίο = $x_{a3} + x_{b3}$

Όγκος Φορτίου = $60*x_{a3} + 50*x_{b3}$

Περιορισμοί :

$x_{a3} + x_{b3} = 1.3*(x_{a1} + x_{b1})$

$60*x_{a3} + 50*x_{b3} <= 100,000$

Κώδικας :

```
/* Objective function */
max: 8*xa1 + 8*xa2 + 8*xa3 + 7*xb1 + 7*xb2 + 7*xb3;

/* Variable bounds */
/* Product A */
xa1 + xa2 + xa3 <= 5000;
/* Product B */
xb1 + xb2 + xb3 <= 3000;
/* Stern (1) */
60*xa1 + 50*xb1 <= 60000;
/* Middle (2) */
60*xa2 + 50*xb2 <= 160000;
xa2 + xb2 >= 1.3*xa1 + 1.3*xb1;
xa2 + xb2 >= 1.3*xa3 + 1.3*xb3;
xa2 + xb2 <= 0.9*xa1 + 0.9*xb1 + 0.9*xa3 + 0.9*xb3;
/* Bow (3) */
60*xa3 + 50xb3 <= 100000;
xa3 + xb3 = 1.3*xa1 + 1.3*xb1;

integer xa1;
integer xa2;
integer xa3;
integer xb1;
integer xb2;
integer xb3;

```

Variables	MILP ...	result
	40752	40752
xa1	0	0
xa2	2484	2484
xa3	1560	1560
xb1	1200	1200
xb2	0	0
xb3	0	0

Απόφαση :

Σύμφωνα με την παραπάνω ανάλυση θα ακολουθήσουμε το εξής τρόπο φόρτωσης του πλοίου :

Πρύμνη (1) :
- Προϊόν Α (x_{a1}) : -
- Προϊόν Β (x_{b1}) : 1,200 τόνοι

Μέση (2) :
- Προϊόν Α (x_{a2}) : 2,484 τόνοι
- Προϊόν Β (x_{b2}) : 1,796 τόνοι

Πλώρη (3) :
- Προϊόν Α (x_{a3}) : 1,560 τόνοι
- Προϊόν Β (x_{b3}) : -

Επίσης με την παραπάνω κατανομή το αμπάρι της Πρύμνης και της Μέσης είναι γεμάτα. Ενώ της πλώρης είναι κατά 93,600 / 100,000 = 93,6% γεμάτο.