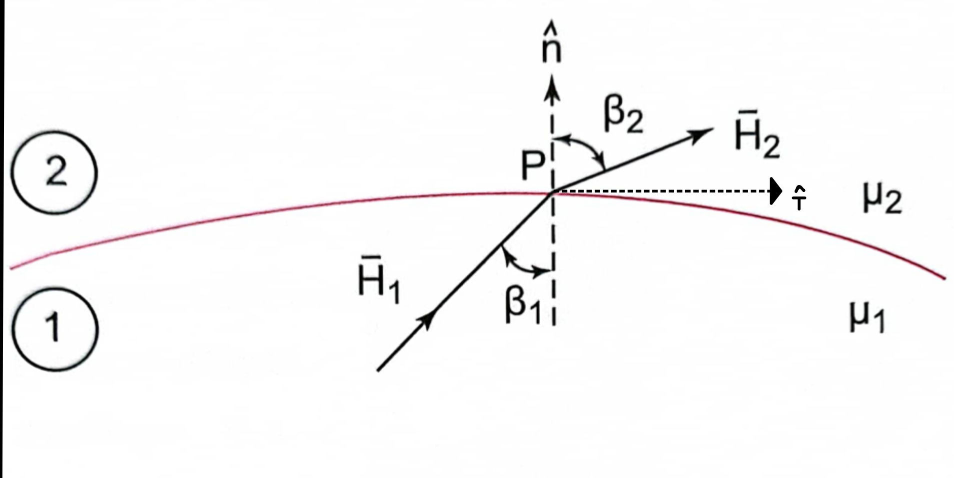
Δεύτερη σειρά ασκήσεων
(Ασκήσεις 2.3 και 2.4)

2.3 Η διάταξη του Σχ.Α3 περιλαμβάνει δύο μαγνητικά μέσα 1 και 2, με μαγνητικές διαπερατότητες μ_1 και μ_2, αντίστοιχα. Επιφανειακά ρεύματα δεν υπάρχουν. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου $\bar{H}_1$ στο μέσο 1, στο σημείο P της διαχωριστικής επιφάνειας, έχει μέτρο H_1 και σχηματίζει γωνία β_1 με την κάθετη στη διαχωριστική επιφάνεια. Να βρεθούν τα αντίστοιχα μεγέθη H_2 και β_2 για την ένταση του μαγνητικού πεδίου $\bar{H}_2$ στο μέσο 2, στο σημείο P.

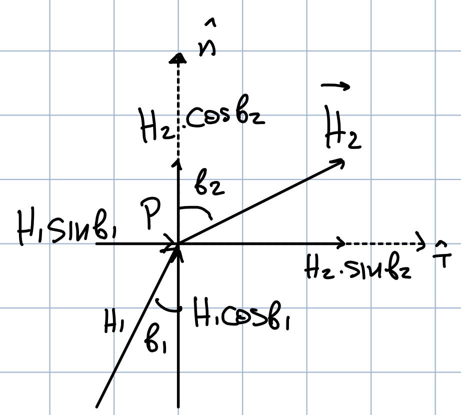


Σχήμα Α3

Άσκηση 2.3

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

$$\vec{H}_1(P) = H_{1n}\hat{n} + H_{1z}\hat{z}$$
$$\vec{H}_2(P) = H_{2n}\hat{n} + H_{2z}\hat{z}$$



Αφού είμαστε στο Μαγνητικό πεδίο και δεν υπάρχουν επιφανειακά ρεύματα

$$\hat{n}(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0$$
$$B_{2n} = B_{1n}$$
$$\mu_2 H_{2n} = \mu_1 H_{1n}$$
$$(1) \quad \boxed{\mu_2 H_2 \cdot \cos\beta_2 = \mu_1 H_1 \cos\beta_1}$$

$$H_{1z} = H_{2z}$$
$$\boxed{H_1 \sin\beta_1 = H_2 \sin\beta_2} \quad (2)$$

διαιρώ $\dfrac{(2)}{(1)}$

$$\frac{H_1 \sin\theta_1 = H_2 \sin\theta_2}{\mu_1 H_1 \cos\theta_1 = \mu_2 H_2 \cos\theta_2} \div$$

$$\frac{1}{\mu_1} \tan\theta_1 = \frac{1}{\mu_2} \tan\theta_2$$

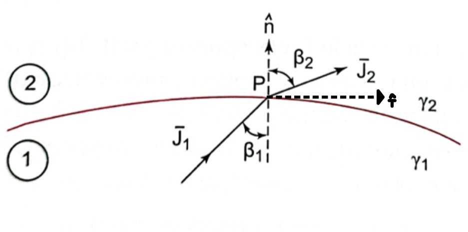
$$\boxed{\tan\theta_2 = \frac{\mu_2}{\mu_1} \tan\theta_1}$$

$$H_2 = \sqrt{H_{2t}^2 + H_{2n}^2} = \sqrt{(H_2 \sin\theta_2)^2 + (H_2 \cos\theta_2)^2} \Rightarrow \text{από } (1), (2) \Rightarrow \sqrt{(H_1 \sin\theta_1)^2 + \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} H_1 \cos\theta_1\right)^2}$$

$$\boxed{H_2 = H_1 \sqrt{\sin^2\theta_1 + \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} \cos\theta_1\right)^2}}$$

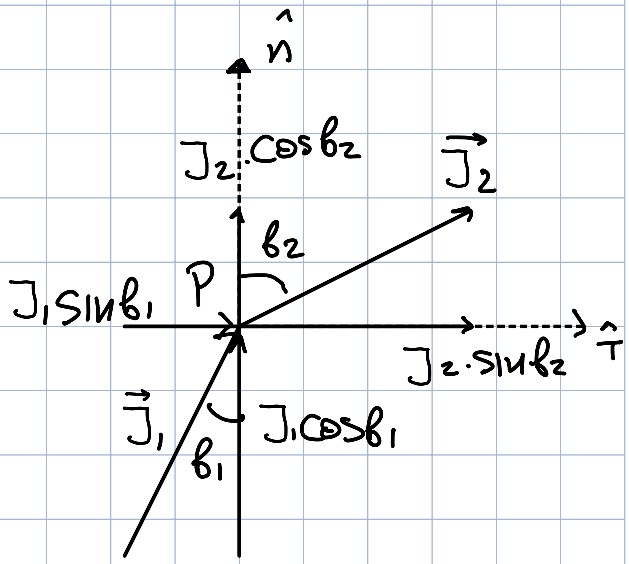
$$\theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \cdot \tan\theta_1\right) \qquad H_2 = H_1 \sqrt{(\sin\theta_1)^2 + \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} \cos\theta_1\right)^2}$$

2.4 Να επαναληφθεί η άσκηση 2.3 για δύο αγώγιμα μέσα 1 και 2, με ειδικές αγωγιμότητες γ_1 και γ_2, αντίστοιχα. Δεν υπάρχουν επιφανειακά φορτία (ή υπάρχουν και είναι χρονικά αμετάβλητα), ούτε επιφανειακά ρεύματα (ή υπάρχουν και έχουν μηδενική απόκλιση). Την θέση των $\bar{H}_1$ και $\bar{H}_2$ της προηγούμενης άσκησης παίρνουν οι πυκνότητες του ηλεκτρικού ρεύματος $\bar{J}_1$ και $\bar{J}_2$, αντίστοιχα (Σχ. Α4).



Σχήμα Α4

Άσκηση 2.4



$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{J} = \vec{J}(\vec{r}, t) = \gamma \vec{E}$$ (Μικροσκοπικός Νόμος του Ohm)

Στο σημείο P:

$$\vec{J}_1(P) = J_{1\tau}\hat{\tau} + J_{1n}\hat{n}$$

$$\vec{J}_2(P) = J_{2\tau}\hat{\tau} + J_{2n}\hat{n}$$

$$E_{1\tau} = E_{2\tau} \Rightarrow \frac{J_1}{\gamma_1}\sin\beta_1 = \frac{J_2}{\gamma_2}\sin\beta_2$$

$$\div$$

$$J_{1n} = J_{2n} \Rightarrow J_1\cos\beta_1 = J_2\cos\beta_2$$

$$\boxed{\frac{\tan\beta_1}{\gamma_1} = \frac{\tan\beta_2}{\gamma_2}}$$

$$J_2^2 = J_{2\tau}^2 + J_{2n}^2 = (J_2\cos\beta_2)^2 + (J_2\sin\beta_2)^2 \Rightarrow J_2^2 = (J_1\cos\beta_1)^2 + \left(J_1\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\sin\beta_1\right)^2$$

$$\boxed{J_2 = J_1\sqrt{\cos^2\beta_1 + \left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\sin\beta_1\right)^2}}$$